Université Echahid Hamma Lakhdar. Eloued
Département : Génie Electrique
Faculté de la Technologie
3ième Année Licence Electrotechnique

Régulation Industrielle (TD)

Séries d'exercices avec solutions

(Séries N°4)

Préparé par :

BABA ARBI Idriss

Maître Assistant A

Année universitaire 2019/2020

Série N°4

Exercice 1 :

Soit un système avec la fonction de transfert :

$$G(p) = \frac{2}{p(1+8p)}$$

Quelle est la valeur du gain proportionnel d'un régulateur, $C(p) = K_p$ pour avoir un facteur d'amortissement $\xi = 0.7$ du système bouclé?

Exercice 2 :

Soit un système du premier ordre d'entrée $u(t)$, de sortie $y(t)$ et de fonction de transfert

$$F(p) = \frac{K}{1+\tau p}.$$

On propose de l'asservir avec un correcteur proportionnel de gain K_p. On donne :

$K = 0.3$ et $\tau = 90ms$.

1. Déterminez la fonction de transfert du système en boucle fermée liant $R(p)$ et $Y(p)$.
2. Déterminez les expressions du gain statique et de la constante de temps du système bouclé.
3. Déterminez le gain du correcteur K_p permettant d'obtenir un temps d'établissement (temps de réponse) à 5% t_r égal à 25 ms.

Exercice 3 :

On considère un régulateur *PID* en cascade avec un système :

$$\mathrm{G(p)} = \frac{10}{(\mathrm{p}+1)(\mathrm{p}+2)}$$

Dans une boucle de retour unitaire, trouver K_p, K_i et K_d de façon que les pôles de la fonction de transfert en boucle fermée sont placés à $\mathrm{p_1} = -30$, $\mathrm{p_2} = -4+5\mathrm{j}$ et $\mathrm{p_3} = -4-5\mathrm{j}$.

Exercice 4 :

Considérons un régulateur proportionnel en cascade avec un système :

$$F(p) = \frac{10}{(4p+1)(2p+1)^2}$$

Déterminer les valeurs de K_p pour avoir un système table en boucle fermé est s (selon Routh-Hurwitz)

Solutions de la série N° 4

Exercice 1:

La fonction de transfert en boucle fermée est:

$$H(p) = \frac{C(p)G(p)}{1 + C(p)G(p)} = \frac{K_p\left(\frac{2}{p(1+8p)}\right)}{1 + K_p\left(\frac{2}{p(1+8p)}\right)} = \frac{2K_p}{p(1+8p) + 2K_p}$$

$$H(p) = \frac{2K_p}{8p^2 + p + 2K_p} = \frac{0.25K_p}{p^2 + 0.125p + 0.25K_p}$$

La forme canonique d'une fonction de transfert d'un système de 2ième ordre est donnée par:

$$F(p) = \frac{\mathrm{K}\omega_0^2}{p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2}$$

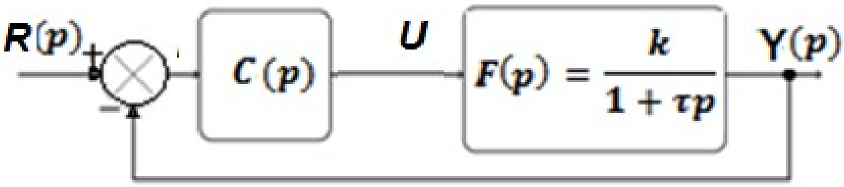
Par identification:

$$\begin{cases} \omega_0^2 = 0.25K_p \\ 2\xi\omega_0 = 0.125 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega_0 = 0.5\sqrt{K_p} \\ 2\xi \times 0.5\sqrt{K_p} = 0.125 \end{cases} \quad \text{avec} \quad \xi = 0.7$$

Alors,

$$K_p = \left(\frac{0.125}{0.7}\right)^2 = 0.0318$$

Exercice 2:



1. La fonction de transfert de système bouclé:

$$G(p) = \frac{Y(p)}{R(p)} = \frac{C(p)F(p)}{1 + C(p)F(p)} = \frac{K_p\left(\frac{k}{1+\tau p}\right)}{1 + K_p\left(\frac{k}{1+\tau p}\right)} = \frac{K_p k}{1 + \tau p + K_p k}$$

2.

$$H(p) = \frac{\frac{K_p k}{1 + K_p k}}{\frac{1 + K_p k}{1 + K_p k} + \frac{\tau}{1 + K_p k}p} = \frac{K_{BF}}{1 + \tau_{BF}p}$$

$$\boxed{K_{BF} = \frac{K_p k}{1+K_p k} \quad \text{et} \quad \tau_{BF} = \frac{\tau}{1+K_p k}}$$

3. Le temps de réponse à 5% est donné par
   $t_r \approx 3\tau_{BF}$
   Alors
   $$3\tau_{BF} = 3\frac{\tau}{1+K_p k} = 25 \Rightarrow 1 + K_p k = \frac{3\tau}{25}$$
   $$K_p = \frac{\frac{3\tau}{25} - 1}{k} = \frac{\frac{3 \times 90}{25} - 1}{0.3}$$
   $$\boxed{K_p = 32.66}$$

Exercice 3:

La fonction de transfert en boucle fermée est:

$$H(p) = \frac{C(p)G(p)}{1 + C(p)G(p)} = \frac{\left(\frac{K_d p^2 + K_p p + K_i}{p}\right)\left(\frac{10}{(p+1)(p+2)}\right)}{1 + \left(\frac{K_d p^2 + K_p p + K_i}{p}\right)\left(\frac{10}{(p+1)(p+2)}\right)}$$

$$H(p) = \frac{10\left(K_d p^2 + K_p p + K_i\right)}{p(p+1)(p+2) + 10\left(K_d p^2 + K_p p + K_i\right)}$$

Le dénominateur est:

$$D(p) = p(p+1)(p+2) + 10\left(K_d p^2 + K_p p + K_i\right)$$

$$= p^3 + (10K_d + 3)p^2 + \left(10K_p + 2\right)p + 10K_i$$

Le déterminant désiré:

$$D^*(p) = (p - p_1)(p - p_2)(p - p_3)$$

$$= (p + 30)(p + 4 + 5j)(p + 4 - 5j)$$

$$= p^3 + 38p^2 + 281p + 150$$

Par identification, on trouve:

$$\begin{cases} 10K_d + 3 = 38 \\ 10K_p + 2 = 281 \\ 10K_i = 150 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K_d = 3.5 \\ K_p = 139.5 \\ K_i = 15 \end{cases}$$

Exercice 4:

La fonction de transfert en boucle fermée est:

$$H(p) = \frac{C(p)F(p)}{1 + C(p)F(p)} = \frac{K_p\left(\frac{10}{(4p+1)(2p+1)^2}\right)}{1 + K_p\left(\frac{10}{(4p+1)(2p+1)^2}\right)} = \frac{10K_p}{(4p+1)(2p+1)^2 + 10K_p}$$

Le polynôme caractéristique est donné par:

$$D(p) = 16p^3 + 20p^2 + 8p + 1 + 10K_p$$

Le tableau des coefficients:

p^3	16	8
p^2	20	$1 + 10K_p$
p	$\frac{20 \times 8 - 16(1 + 10K_p)}{20}$	0
p^0	$1 + 10K_p$	

p^3	16	8
p^2	20	$1 + 10K_p$
p	$\frac{72 - 80K_p}{5}$	0
p^0	$1 + 10K_p$	

Pour un système stable il faut que $72 - 80K_p > 0$ et $1 + 10K_p > 0$

$\Rightarrow -0.1 < K_p < 0.9$

Alors il faut que $\boldsymbol{-0.1 < K_p} < 0.$