

Contrôle Rattrapage : le 18-06-2012

Exercice n°1: Donner les Solutions Générales des équations aux dérivées partielles du première ordre suivantes:

a)- $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = u$

b)- $(1 + xy)(x \frac{\partial u}{\partial x} - y \frac{\partial u}{\partial y}) + (x^2 + y^2) = 0$

c)- $(-2y - 2u + 4) \frac{\partial u}{\partial x} + (-x - y + u + 7) \frac{\partial u}{\partial y} = (-2x + 2y + 2)$

où u est une fonction inconnue de x et y .

Exercice n°2:

A)- Déterminer le région du plan et du type de l'équation suivantes:

1)- $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 4x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{1}{x} \frac{\partial u}{\partial y} = 0.$

2)- $y^3 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial u}{\partial y} = 0.$

B)- Trouver une forme Standard des l'équations (1) et (2).

C)- Donner les solutions Générales d'EDP (1) et (2) .

Exercice n°4 : On appelle équation de la Chaleur l'équation de la forme :

$$\frac{\partial u}{\partial t} - 16 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f(x, t) \quad (1)$$

telle que $f(x, t)$ est source extérieur . On chercher $u(x, t)$ la temperature à l'abscisse x à l'instant t .

Soit le Système qui représente une tige finie suivant :

$$(S) \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = 16 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} , 0 < x < \pi , t > 0 \\ u(0, t) = u(\pi, t) = 0 \\ u(x, 0) = b_1 \sin x + b_2 \sin 2x + \dots b_m \sin mx , 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

où $b_1, b_2, \dots, b_m \in \mathbb{R}$

1)- Quelle est l'ordre et le type de cette équation (1).

2)- Quelle sont les conditions initiales et les conditions aux limites.

3)- Chercher $u(x, t)$ par la Méthode de Séparation des Variables (Méthode des Fourier) .

...Bon courage et bonne continuation....