

Contrôle Rattrapage: le 18-06-2013

Exercice n°1:1)- Donner les Solutions Générales des équations aux dérivées partielles suivantes:

a). $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} - x - y = 0$

b). $x \frac{\partial u}{\partial x} + 3u - x^2 = 0$

c). $y^2 \frac{\partial u}{\partial x} + x^2 \frac{\partial u}{\partial y} - x^2 y^2 (y^3 + x^3) u = 0.$

où u est une fonction inconnue de x et y .

2)- Résoudre l'équation EDP à deux variables de fonction inconnue $z(x, y)$:

$$x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + x \frac{\partial z}{\partial x} - y \frac{\partial z}{\partial y} = 0$$

Indication: On utilise le changement de variables: $t = \ln x$, $w = \ln y$

Exercice n°2: 1) Soit l'équation (E), EDP de la fonction inconnue $u(x, y)$

$$(E) : (n-1) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - y^{2n} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = n y^{2n-1} \frac{\partial u}{\partial y} \text{ pour } y \neq 0 \text{ et } n \in \mathbb{N}.$$

Résoudre (E) pour $n = 0$ et $n = 1$,

2) Donner La solution générale d'EDP : $x^4 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - y^4 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$

Exercice n°3 : (Choisir les Problèmes : Résoudre 1 ou 2):

1) Résoudre par la Méthode de Séparation des Variables (Méthode des Fourier) le problème suivantes:

$$(E) \quad \frac{\partial U}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - b^2 U, \quad 0 < x < L, \quad t > 0$$

$$(F) \quad U(0, t) = u_1; \quad U(L, t) = u_2, \quad t > 0, \quad u_1, u_2 = \text{Constante}$$

$$(I) \quad U(x, 0) = f(x) \quad 0 < x < L$$

2) Trouver la Solution générale, par la Méthode de Séparation des Variables (Méthode des Fourier) les problèmes suivantes:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2}, \quad 0 < x < l, \quad t > 0$$

qui satisfait aux conditions initiales $V(x, 0) = f(x) = \begin{cases} x & \text{si } 0 < x \leq \frac{l}{2} \\ l - x & \text{si } \frac{l}{2} \leq x < l \end{cases}$

et les conditions aux limites $V(0, t) = V(l, t) = 0.$

..Bon Courage et bonne Continuation...