جامعة الشهيد حمه لخضر الوادي

كلية العلوم الدقيقة | التوقيت: 35 د | قسم الفيزياء

السنة الثانية فيزياء | **تصحيح الفرض القصير2** | 2022/12/19

السؤال الأول(08): من أجل $t=\sqrt{x}$

بين أن $\int_0^{+\infty} e^{-\sqrt{x}}dx=\int_0^{+\infty}2te^{-t}dt$ ، أدرس طبيعة التكامل الموسع الناتج؟ ماذا عن التكامل المعطى؟

الاجابة:

$t=\sqrt{x}\Rightarrow dt=\dfrac{dx}{2\sqrt{x}}\Rightarrow 2tdt=dx$ كذلك $t=\sqrt{x},\, x\in[0,+\infty[\Rightarrow t\in[0,+\infty[$ 2

و با لتالي $\int_0^{+\infty} e^{-\sqrt{x}}dx=\int_0^{+\infty}2te^{-t}dt$ ، ندرس تقارب التكامل $\int_0^{+\infty}2te^{-t}dt$ 1

لدينا $\forall x\in IR_+,\int_0^x 2te^{-t}dt=\left[-2te^{-t}\right]_0^x+2\int_0^x e^{-t}dt=-2(x+1)e^{-x}+2$

و منه $\int_0^{+\infty}2te^{-t}dt=-2\lim_{x\to\infty}(x+1)e^{-x}=0$ 4

وبالتالي التكامل الناتج $\int_0^{+\infty}2te^{-t}dt$ متقارب و كذلك التكامل المعطى $\int_0^{+\infty}e^{-\sqrt{x}}dx$ 1

السؤال الثاني(12): ادرس تقارب السلاسل العددية و المعرفة كل منها بحدها العام كالتالي:

$$U_n=\frac{n\sin n}{n2^n+1},\quad V_n=\frac{1}{\sqrt{n}}\ln\left(1+\frac{1}{\sqrt{n}}\right),\quad W_n=(-1)^n\frac{n}{3^n}$$

الاجابة: نعلم بأن $|U_n|\le\dfrac{n}{n2^n+1}\le\dfrac{1}{2^n}$ ، $\dfrac{1}{2^n}$ يمثل حد عام لسلسلة هندسية متقاربة، السلسلة المعطاة متقاربة مطلقا فهي متقاربة..4

النشر المحدود لماكلوران لـ $\ln\left(1+1/\sqrt{n}\right)=1/\sqrt{n}+1/2n+o(1/n)$ 2

يكفي أخذ حد واحد في هذا التمرين و اضافة الحد الثاني او الثالث لا تغير و بالتالي

$V_n\cong\dfrac{1}{\sqrt{n}}\times\dfrac{1}{\sqrt{n}}=\dfrac{1}{n}$ يمثل حد عام في سلسلة توافقية وهي متباعدة وبالتالي السلسلة المعطاة متباعدة ..2

$|W_n|=\dfrac{n}{3^n}$ و بتطبيق مقياس دلنبير نجد $\lim_{n\to+\infty}\dfrac{|W_{n+1}|}{|W_n|}=\dfrac{1}{3}$ و منه السلسلة متقاربة مطلقا فهي متقاربة..4