جامعة الشهيد حمه لخضر الوادي

كلية العلوم الدقيقة | التوقيت: 35 د | قسم الكيمياء

السنة الثانية كيمياء | **تصحيح الفرض القصير2** | 2022/12/19

السؤال الأول(08): من أجل $t = x - 1$

بين أن $\int_0^1 \frac{t+1}{\sqrt{t}}dt = \int_1^2 \frac{xdx}{\sqrt{x-1}}$ ، أدرس طبيعة التكامل الموسع الناتج؟ ماذا عن التكامل المعطى؟

الاجابة:

$t = x - 1 \Rightarrow dt = dx$ كذلك $t = x-1, x \in]1,2] \Rightarrow t \in]0,1]$ 1.5

و با لتالي $\int_1^2 \frac{x}{\sqrt{x-1}}dx = \int_0^1 \frac{t+1}{\sqrt{t}}dt$ ، ندرس تقارب التكامل $\int_0^1 \frac{t+1}{\sqrt{t}}dt$ 1

لدينا $\forall x]0,1], x > 0, \int_x^1 \frac{t+1}{\sqrt{t}}dt = \int_x^1 \sqrt{t}dt + \int_x^1 \frac{dt}{\sqrt{t}}$ 1

$= \frac{2}{3}\left(1 - x^{3/2}\right) + 2\left(1 - x^{1/2}\right)$ 2

و منه $\int_0^1 \frac{t+1}{\sqrt{t}}dt = \lim_{x \to 0} \frac{2}{3}\left(1 - x^{3/2}\right) + 2\left(1 - x^{1/2}\right) = \frac{8}{3}$ 1.5

وبالتالي التكامل الناتج $\int_0^1 \frac{t+1}{\sqrt{t}}dt$ متقارب و كذلك التكامل المعطى $\int_1^2 \frac{x}{\sqrt{x-1}}dx$ 1

السؤال الثاني(12): ادرس تقارب السلاسل العددية و المعرفة كل منها بحدها العام كالتالي:

$$W_n = (-1)^n \frac{n}{(2n)!} \quad \text{،} \quad V_n = \frac{1}{n} - \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right) \quad \text{،} \quad U_n = \sin\left(\frac{\pi}{2^n}\right)$$

الاجابة: نعلم بأن $|U_n| \approx \frac{\pi}{2^n} \approx \frac{1}{2^n}$ ، $\frac{1}{2^n}$ يمثل حد عام لسلسلة هندسية متقاربة، السلسلة المعطاة متقاربة مطلقا فهي متقاربة...4

النشر المحدود لماكلوران لـ $\ln(1 + 1/n) = 1/n - 1/2n^2 + o(1/n^2)$ 2

يكفي النشر في هذا التمرين الى الحد الثاني من الثالث فما فوق لا يغير في طبيعة السلسلة و بالتالي

$V_n \cong \frac{1}{n} - \frac{1}{n} + \frac{1}{2n^2} \cong \frac{1}{2n^2} \approx \frac{1}{n^2}$ يمثل حد عام في سلسلة ريمان وهي متقاربة وبالتالي السلسلة المعطاة متقاربة 2

$|W_n| = \frac{n}{(2n)!}$ و بتطبيق مقياس دلنبير نجد $\lim_{n \to +\infty} \frac{|W_{n+1}|}{|W_n|} = \lim_{n \to +\infty} \frac{1}{2n(2n+1)} = 0$ و منه السلسلة متقاربة مطلقا فهي متقاربة...4

ب. بن علي