جامعة الشهيد حمه لخضر الوادي

كلية العلوم الدقيقة — قسم الكيمياء

السنة الثانية كيمياء — **تصحيح الفرض القصير1** — 2022/11/07

السؤال الأول(09):

احسب التكامل $\iint_D xydxdy$ حيث $D=\{(x,y)\in IR^2 : x\geq 0, y\geq 0.., x+y\leq 2\}$

الاجابة:

أي $D=\{(x,y)\in IR^2 : 0\leq y\leq 2-x, ,0\leq x\leq 2\}$ 2

و بالتالي $\iint_D xydxdy=\int_0^2\left[\int_0^{2-x} xydy\right]dx=\int_0^2\left[x\frac{y^2}{2}\right]_0^{2-x}dx$ 3

$=\frac{1}{2}\int_0^2 x(2-x)^2dx=\frac{1}{2}\int_0^2\left(x^3-4x^2+4x\right)dx$ 2

$=\frac{1}{2}\left[\frac{x^4}{4}-\frac{4}{3}x^3+2x^2\right]_0^2=6-\frac{16}{3}=\frac{2}{3}$ 2

السؤال الثاني(11): - باستخدام الاحداثيات الاسطوانية احسب التكامل الثلاثي التالي:

$\iiint_V y^2dxdydz$ علما أن $V=\{(x,y,z)\in IR^3 : .., x^2+y^2\leq z^2, 0\leq z\leq 1\}$

الاجابة:

الاحداثيات الاسطوانية $x=r\cos\theta$ ، $y=r\sin\theta$ ، $z=h$ 1

حيث $0\leq\theta\leq 2\pi$ ، $r\in IR_+$ ، $h\in IR$ و $dxdydz=rdrd\theta dz$ 1

و منه $V'=\{(r,\theta,z)\in IR^3 : 0\leq\theta\leq 2\pi., r^2\leq z^2, 0\leq z\leq 1\}$ 1

أي $V'=\{(r,\theta,z)\in IR^3 : 0\leq\theta\leq 2\pi., 0\leq r\leq z, 0\leq z\leq 1\}$ 1

و بالتالي: $\iiint_V y^2dxdydz=\iiint_{V'} r^2\sin^2\theta rdrd\theta dz=\int_0^{2\pi}\sin^2\theta d\theta\int_0^1\left[\int_0^z r^3dr\right]dz$ 3

$=\frac{1}{2}\int_0^{2\pi}(1-\cos 2\theta)d\theta\int_0^1\left[\frac{r^4}{4}\right]_0^z dz=\frac{1}{2}\left[\theta-\frac{\sin 2\theta}{2}\right]_0^{2\theta}\int_0^1\frac{z^4}{4}dz$ 3

$=\frac{\pi}{4}\left[\frac{z^5}{5}\right]_0^1=\frac{\pi}{20}$ 1