COURS TRAITEMENT de SIGNAL

Chapitre 1 :

Généralités sur les signaux

I . Introduction

Le traitement du signal est une discipline indispensable de nos jours. Il a pour objet l'élaboration ou l'interprétation des signaux porteurs d'informations. Son but est donc de réussir à extraire un maximum d'information utile sur un signal perturbé par du bruit en s'appuyant sur les ressources de l'électronique et de l'informatique.

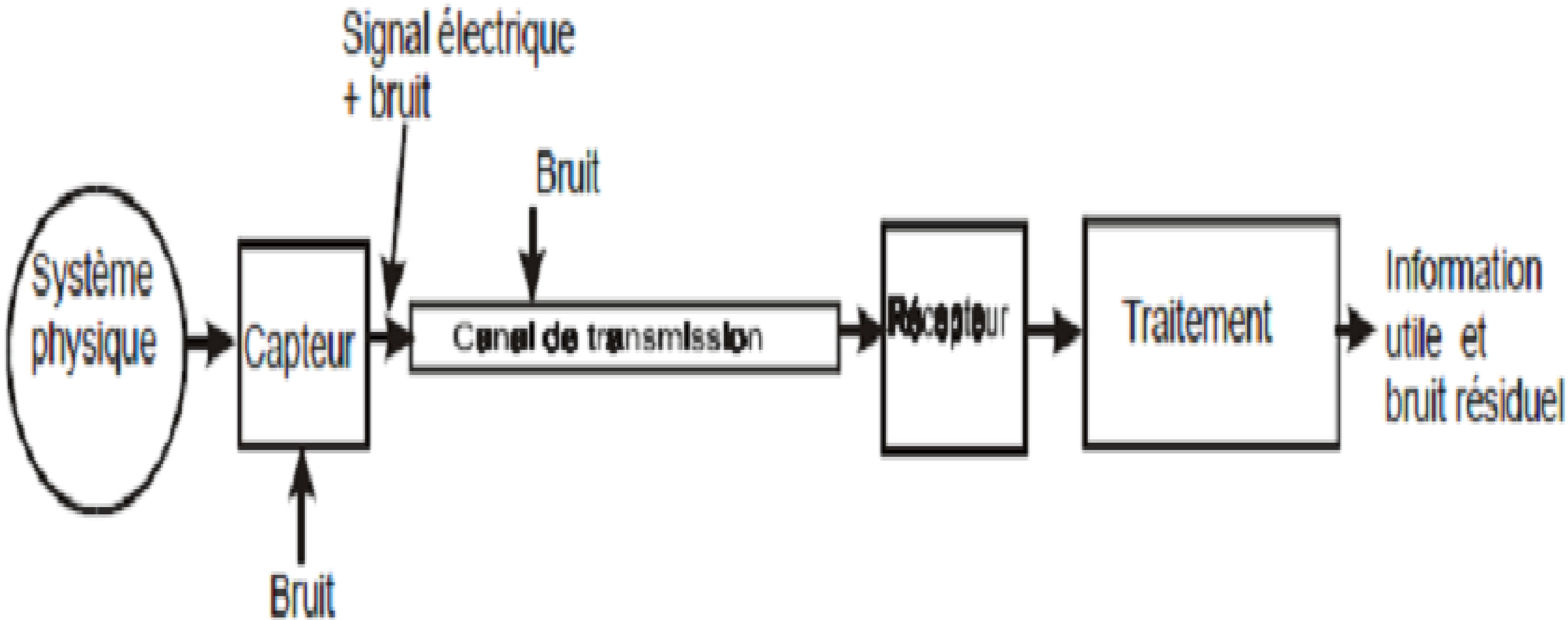
II. Définitions

II .1. Signal: Un signal est la représentation physique de l'information, qu'il convoie de sa source à son destinataire.

La description mathématique des signaux est l'objectif de la théorie du signal. Elle offre les moyens d'analyser, de concevoir et de caractériser des systèmes de traitement de l'information.

II .2. Bruit: Un bruit est un phénomène perturbateur gênant la transmission ou l'interprétation d'un signal.

II .3. Le traitement de signal: C’est la discipline technique qui, s’appuyant sur les ressources de l’électronique, de l’informatique et de la physique appliqué, a pour objet l’élaboration ou l’interprétation des signaux porteurs de l’information.



Chaine de transmission d’un signal analogique.

III. Classification des signaux

On peut envisager plusieurs modes de classification pour les signaux suivant leurs propriétés.

III .1. Classification phénoménologique

On considère la nature de l'évolution du signal en fonction du temps. Il apparaît deux types de signaux :

Les signaux déterministes: ou signaux certains, leur évolution en fonction du temps peut être parfaitement modélisé par une fonction mathématique. On retrouve dans cette classe les signaux périodiques, les signaux transitoires, etc...

Les signaux aléatoires: leur comportement temporel est imprévisible. Il faut faire appel à leurs propriétés statistiques pour les décrire. Si leurs propriétés statistiques sont invariantes dans le temps, on dit qu'ils sont stationnaires.

Exemples de signaux déterministes

Les signaux sinusoïdaux sont un cas particulier de ces signaux qui sont périodiques :

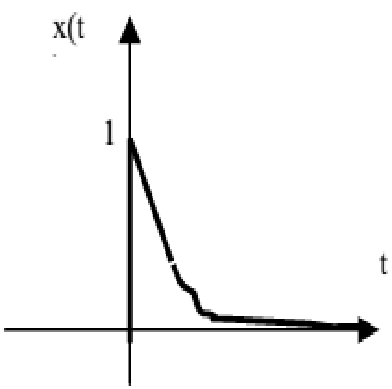
$$s(t) = A.\sin[(2.\pi/T)t + \varphi]$$

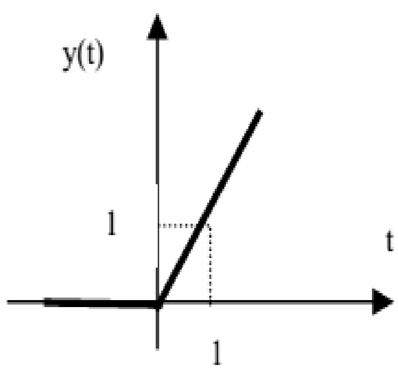
Les signaux non périodiques suivant sont des cas particuliers :

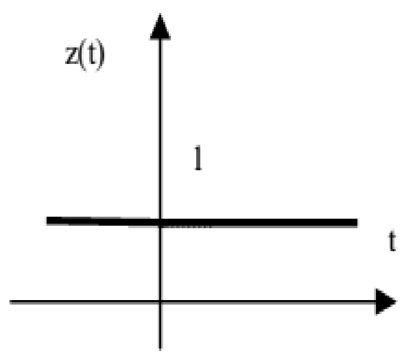
$x(t) = e^{-at}$ pour t>0 sinon $x(t) = 0$;

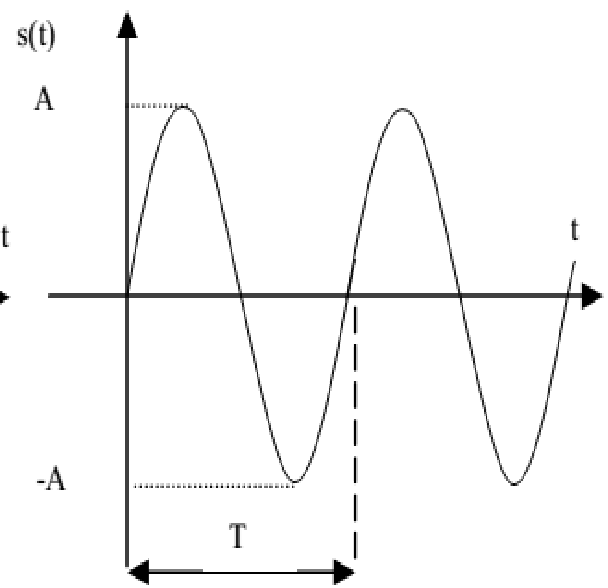
$y(t) = t$ pour t>0 sinon $t<0$;

$z(t) = 1$









III .2. Classification énergétique

On considère l'énergie des signaux. On distingue :

Les signaux à énergie finie : une puissance moyenne nulle et une énergie finie.

Les signaux à puissance moyenne finie : une énergie infinie et sont donc physiquement irréalisable.

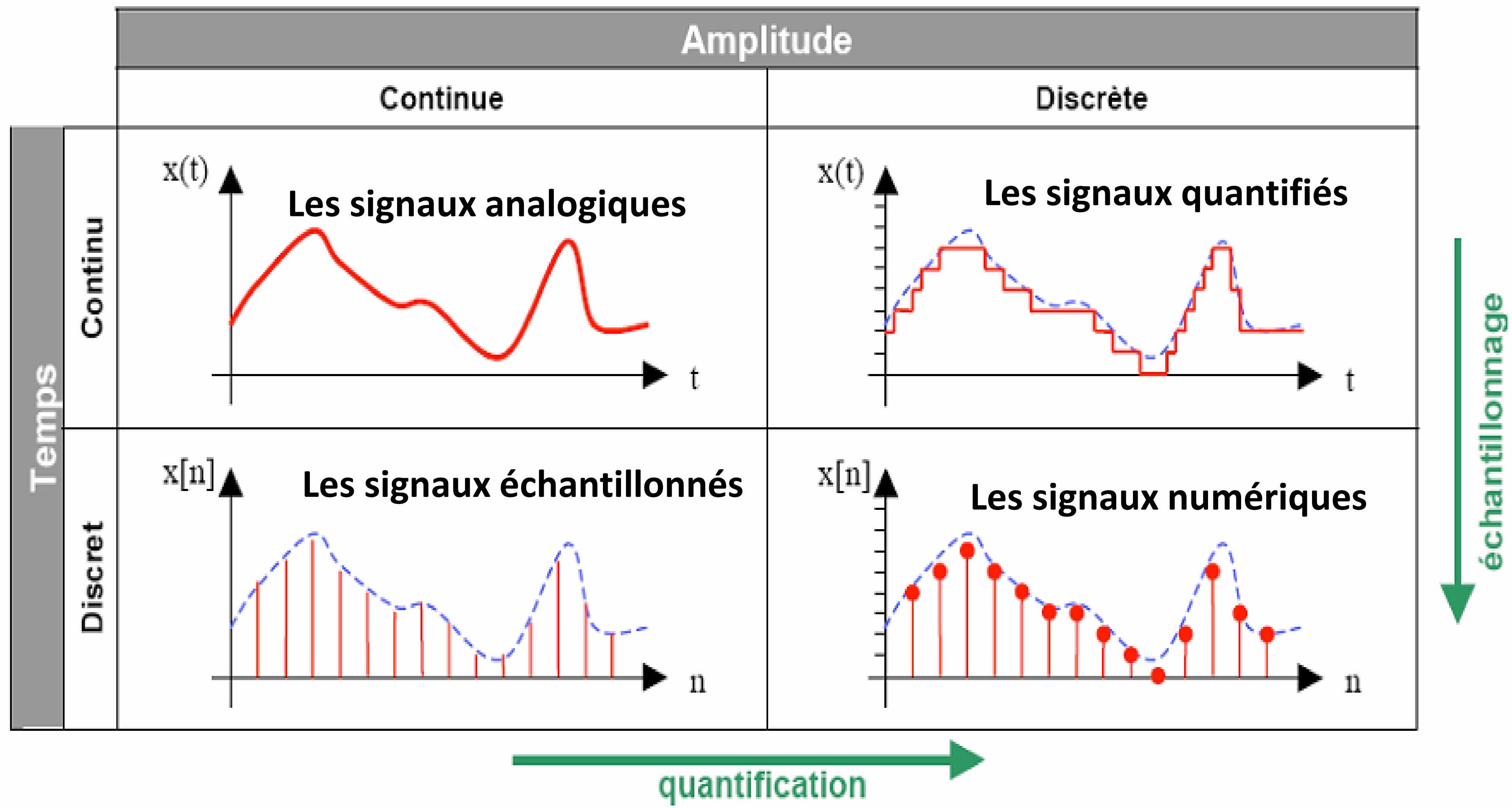
Rappels :

Energie d'un signal x(t) ⇒ $$W_X = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 \, dt$$

Puissance d'un signal x(t) ⇒ $$P_X = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 \, dt$$

III .3. Classification morphologique

On distingue les signaux à variable continue des signaux à variable discrète ainsi que ceux dont l'amplitude est discrète ou continue.



III .3. Autres classes importantes

Signaux pairs ou impairs

Un signal est pair si $x(t) = x(-t)$

Un signal est impair si $x(t) = -x(-t)$

Signaux de durée finie

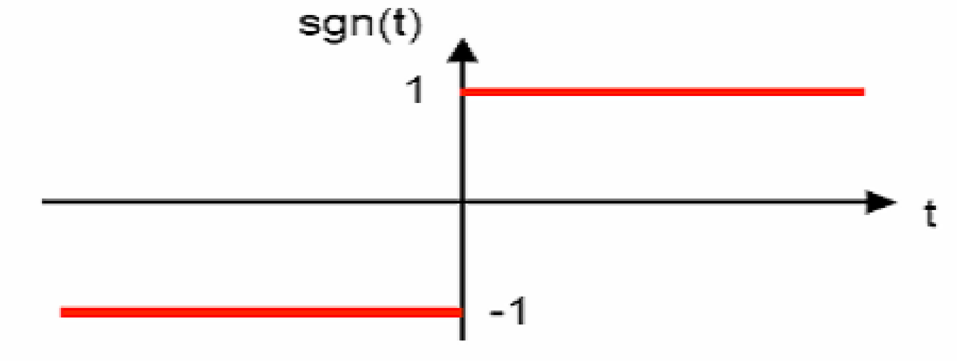
Les signaux dont l'amplitude s'annule en dehors d'un intervalle de temps T prescrit $x(t) = 0$ pour $t \notin T$

sont appelés signaux de durée limitée.

IV. Signaux particuliers

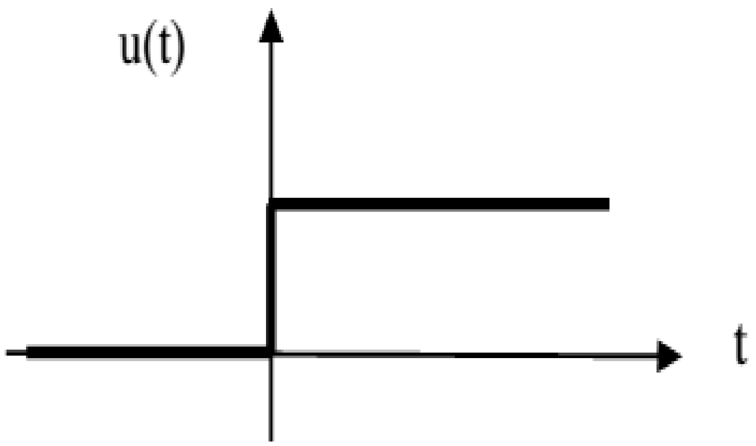
1. Fonction signe

$$\text{sgn}(t) = \begin{cases} -1 & pour \quad t < 0 \\ 1 & pour \quad t > 0 \end{cases}$$



2. Fonction échelon

$$u(t) = \begin{cases} 0 & pour \quad t < 0 \\ 1 & pour \quad t \geq 0 \end{cases}$$

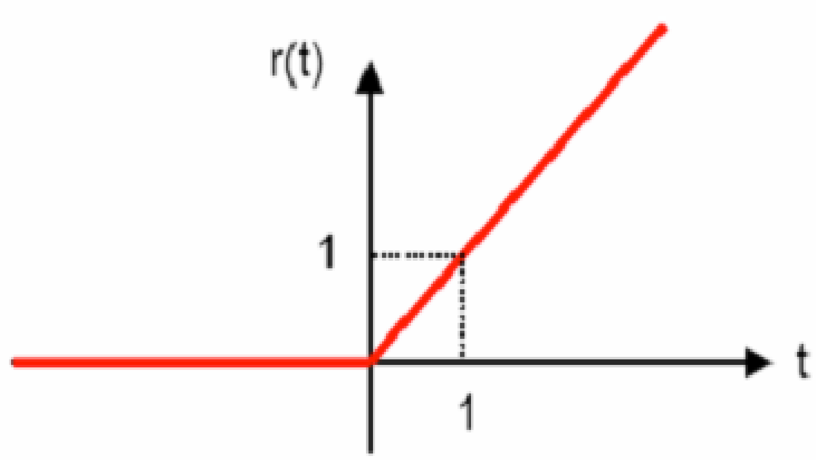


3. Fonction rampe

Cette fonction est définie par :

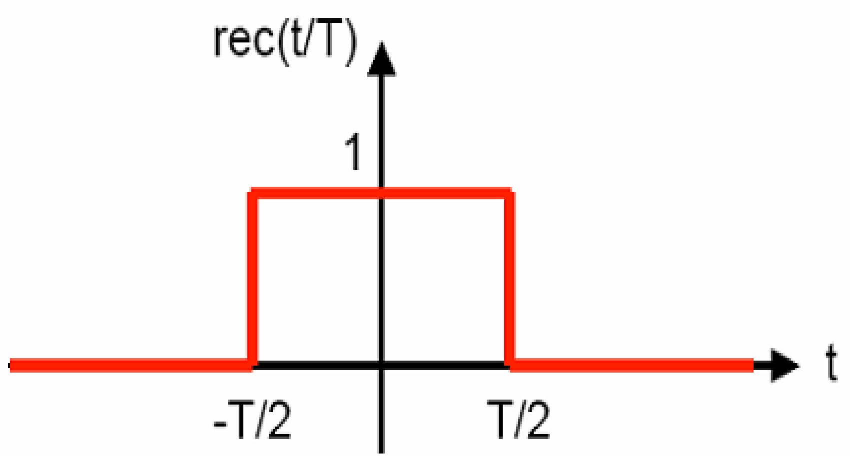
$$r(t) = t.u(t)$$

D'où $r(t) = \begin{cases} 0 & pour \quad t \leq 0 \\ t & pour \quad t > 0 \end{cases}$



4 .Fonction rectangulaire ou porte

$$rect(t) = \begin{cases} 1 & pour \quad |t| < \dfrac{T}{2} \\ 0 & pour \quad |t| > \dfrac{T}{2} \end{cases}$$

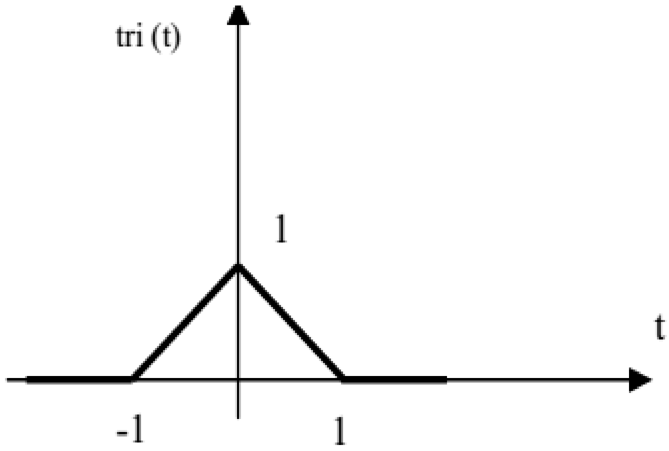


La deuxième écriture du signal rectangulaire est :

$$rect(t) = \mathrm{u}(\mathrm{t} - (-\frac{\mathrm{T}}{2})) - u(t - (\frac{T}{2})) = \mathrm{u}(\mathrm{t} + \frac{\mathrm{T}}{2}) - u(t - \frac{T}{2})$$

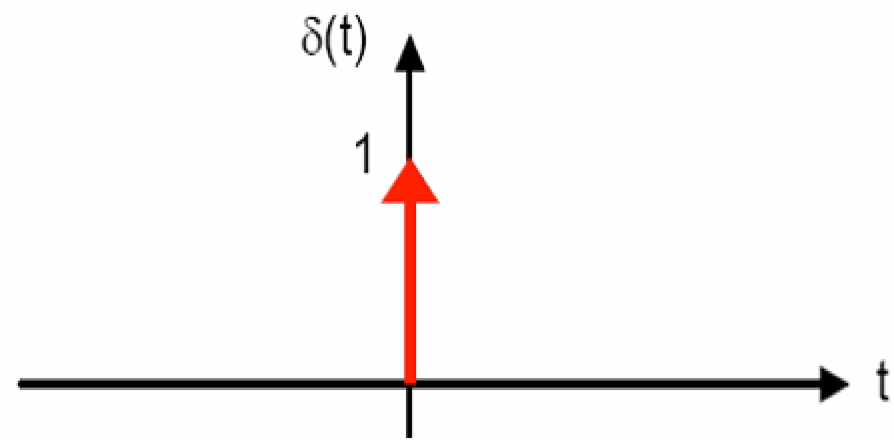
5. Fonction triangulaire

$$\begin{cases} \text{tri}(t) = 1 - |t| & \text{si } |t| < 1 \\ \text{tri}(t) = 0 & \text{si } t > 1 \end{cases}$$



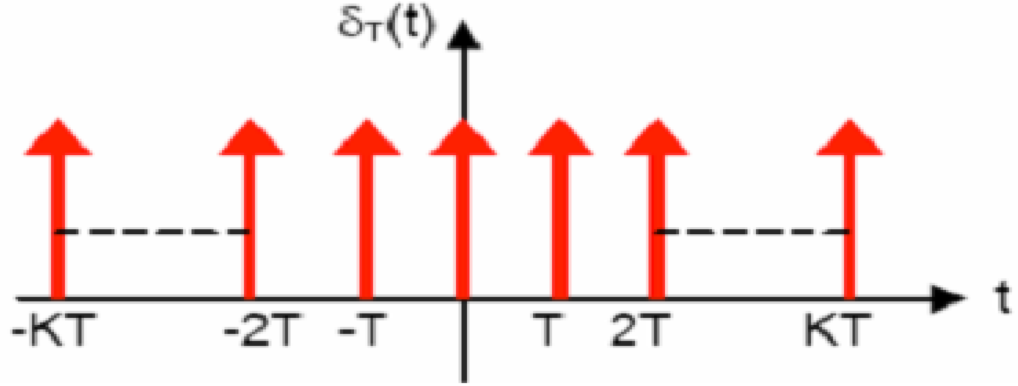
6. Impulsion de Dirac

$$\delta(t) = \begin{cases} 1 & pour \quad t = 0 \\ 0 & pour \quad t \neq 0 \end{cases}$$



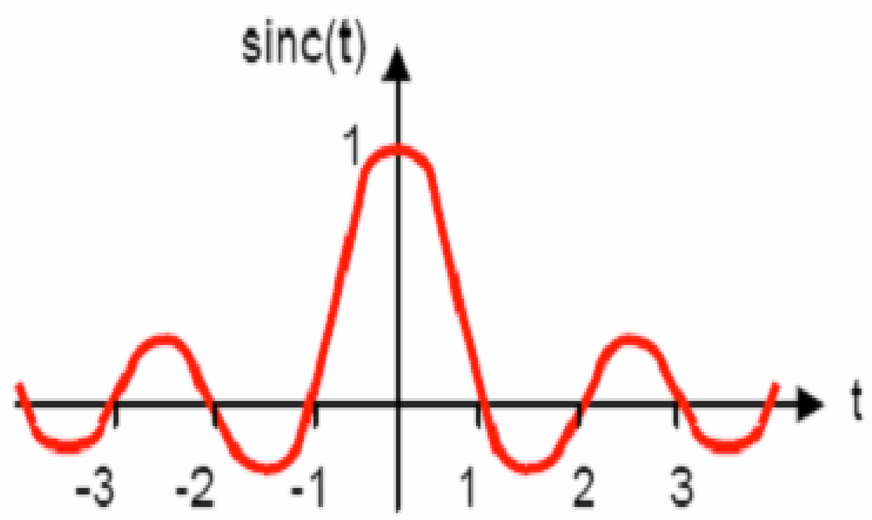
7. Peigne de Dirac

$$\delta_T(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT)$$



8. Fonction sinus cardinal

$$\sin c(t) = \frac{\sin(\pi t)}{\pi t}$$



Avec *lim sinx/x =1* lorsque x→0.

Propriétés

- ***Intégrale***

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)dt = 1$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x(t).\delta(t)dt = x(0)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x(t).\delta(t-t_0)dt = x(t_0)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \sin c(t)dt = 1$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \sin c^2(t)dt = 1$$

- ***Produit***

$$x(t).\delta(t) = x(0).\delta(t) = x(0)$$

$$x(t).\delta(t-t_0) = x(t_0).\delta(t-t_0) = x(t_0)$$

- ***Identité***

$$x(t) * \delta(t) = x(t)$$

- ***Translation***

$$x(t) * \delta(t-t_0) = x(t-t_0)$$

$$x(t-t_1) * \delta(t-t_0) = x(t-t_1-t_0)$$

Chapitre 2 :

Les signaux déterministes à temps continu