

Chapitre 1 :

Généralités sur les signaux

I. Introduction

Le traitement du signal est une discipline indispensable de nos jours. Il a pour objet l'élaboration ou l'interprétation des signaux porteurs d'informations. Son but est donc de réussir à extraire un maximum d'information utile sur un *signal* perturbé par du *bruit* en s'appuyant sur les ressources de l'électronique et de l'informatique.

II. Définitions

II.1. Signal

Un signal est la représentation physique de l'information, qu'il convoie de sa source à son destinataire. La description mathématique des signaux est l'objectif de la théorie du signal. Elle offre les moyens d'analyser, de concevoir et de caractériser des systèmes de traitement de l'information.

II.2. Bruit

Un bruit est un phénomène perturbateur gênant la transmission ou l'interprétation d'un signal.

II.3. Le traitement de signal

C'est la discipline technique qui, s'appuyant sur les ressources de l'électronique, de l'informatique et de la physique appliquée, a pour objet l'élaboration ou l'interprétation des signaux porteurs de l'information.

Son application se situe dans tous les domaines concernés par la transmission ou l'exploitation des informations transporter par ces signaux.

Un système de mesure a de façon générale la structure de la figure I-1 ci-dessous, le phénomène physique que l'on veut étudier est présenté à un capteur qui le transforme en un signal électrique tension ou courant, à ce niveau un bruit s'ajoute. Le signal transmet à travers le canal de transmission atteint le récepteur, puis il subit un traitement pour extraire l'information utile sans bruit.

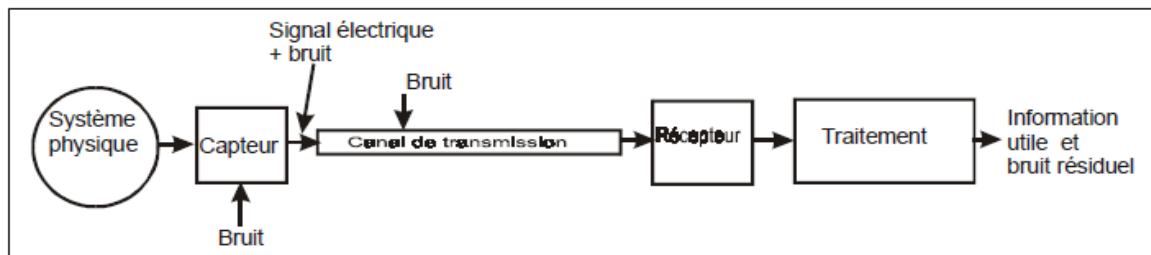


Figure (1.1) : Chaîne de transmission d'un signal analogique.

III. Classification des signaux

On peut envisager plusieurs modes de classification pour les signaux suivant leurs propriétés.

III .1. Classification phénoménologique

III .1. 1. Définitions

On considère la nature de l'évolution du signal en fonction du temps. Il apparaît deux types de signaux :

- **Les signaux déterministes** : ou signaux certains, leur évolution en fonction du temps peut être parfaitement modélisé par une fonction mathématique. On retrouve dans cette classe les signaux périodiques, les signaux transitoires, les signaux pseudo-aléatoires, etc...
- **Les signaux aléatoires** : leur comportement temporel est imprévisible. Il faut faire appel à leurs propriétés statistiques pour les décrire. Si leurs propriétés statistiques sont invariantes dans le temps, on dit qu'ils sont stationnaires.

III .1.2. Sous classes de signaux déterministes

Parmi les signaux déterministes, on distingue :

- Les signaux périodiques, satisfaisant à la relation :

$$x(t) = x(t + kT)$$
avec k entier qui obéissent à une loi de répétition cyclique régulière, de période T .
- Les signaux non périodiques, qui ne jouissent pas de cette propriété.

III .1.3. Exemples de signaux déterministes

Les signaux sinusoïdaux sont un cas particulier de ces signaux qui sont périodiques :

$$s(t) = A.\sin[(2.\pi/T)t + \varphi]$$

Les signaux non périodiques suivant sont des cas particuliers :

$$x(t) = e^{-at} \text{ pour } t > 0 \text{ sinon } x(t) = 0 ;$$

$$y(t) = t \text{ pour } t > 0 \text{ sinon } t < 0 ;$$

$$z(t) = 1$$

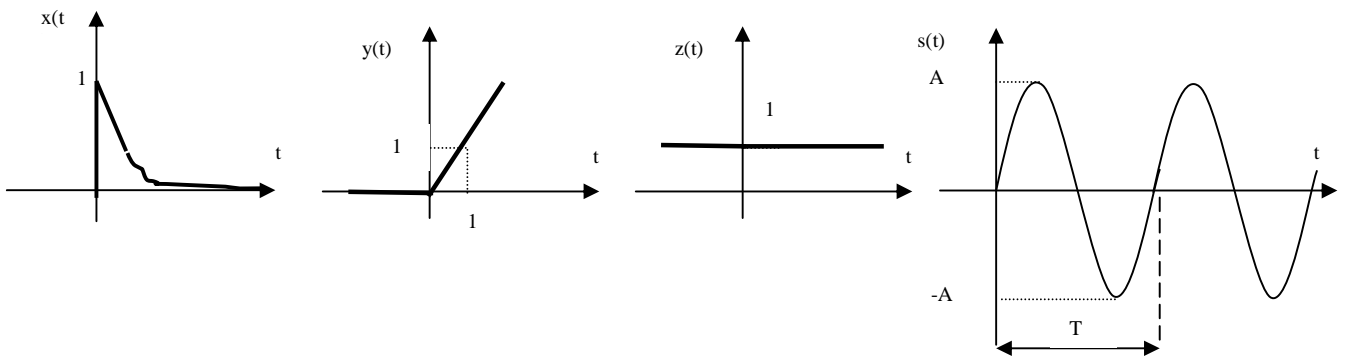


Figure (1.2) : Exemples de signaux déterministes.

III.2. Classification énergétique

On considère l'énergie des signaux. On distingue :

- **Les signaux à énergie finie** : il possède une puissance moyenne nulle et une énergie finie.
- **Les signaux à puissance moyenne finie** : il possède une énergie infinie et sont donc physiquement irréalisable.

➤ Rappels :

Energie d'un signal $x(t) \Rightarrow W_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt$

Puissance d'un signal $x(t) \Rightarrow P_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 dt$

III.3. Classification morphologique

On distingue les signaux à variable continue des signaux à variable discrète ainsi que ceux dont l'amplitude est discrète ou continue.

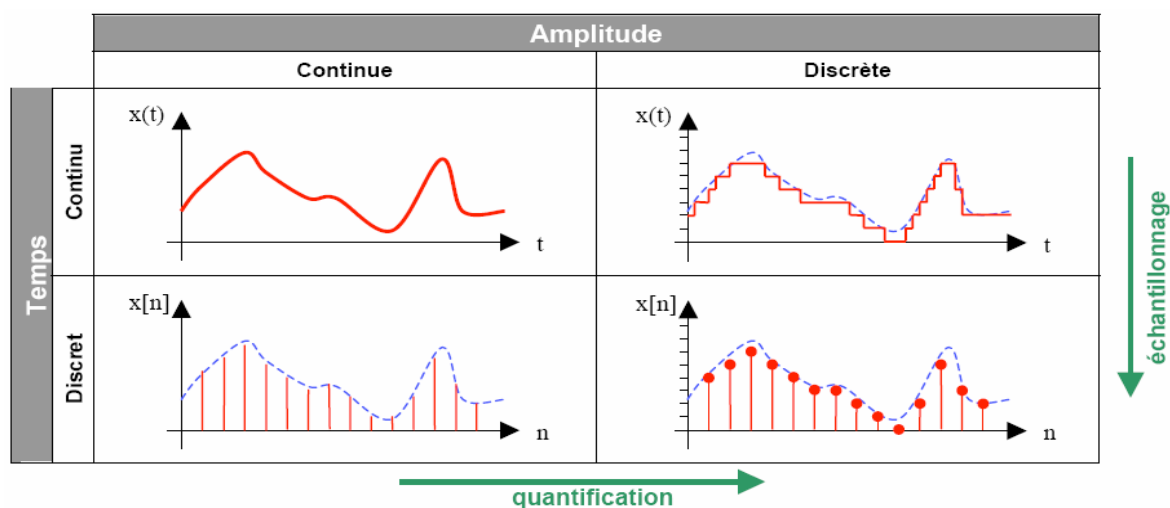


Figure (1.3) : Classification morphologique.

On obtient donc 4 classes de signaux :

- **Les signaux analogiques** dont l'amplitude et le temps sont continus.
- **Les signaux quantifiés** dont l'amplitude est discrète et le temps continu.
- **Les signaux échantillonnés** dont l'amplitude est continue et le temps discret.
- **Les signaux numériques** dont l'amplitude et le temps sont discrets.

III .3. Autres classes importantes

III .3.1. Classification spectrale

Un signal peut être classé suivant la distribution $\Phi_x(f)$ de son énergie ou de sa puissance en fonction de sa fréquence (spectre du signal).

La largeur de bande ΔF d'un signal est le domaine principal des fréquences (positives ou négatives) occupé par son spectre. Elle est définie par la relation :

$$\underline{\Delta F = F_{\max} - F_{\min}}$$

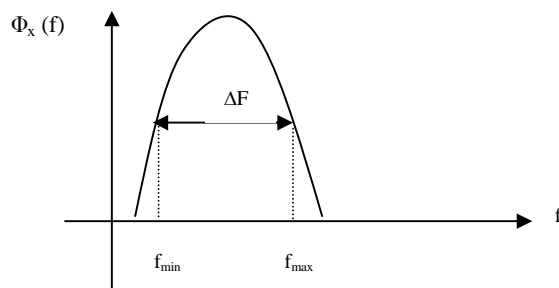


Figure (1.4) : Distribution spectrale d'un signal avec la largeur de bande ΔF .

On peut distinguer deux types de signaux :

- * Les signaux de Basses fréquences ;
- * Les signaux de Hautes fréquences ;
- * Les signaux à bande étroite avec ($f_{\max} \approx f_{\min}$) ;
- * Les signaux à large bande avec ($f_{\max} \gg f_{\min}$) .

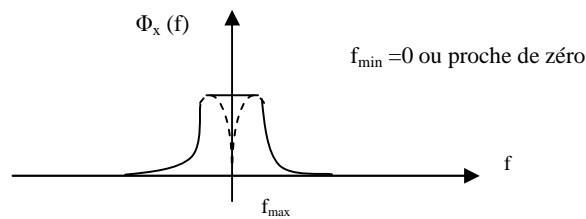


Figure (1.5) : signaux de Basses fréquences.

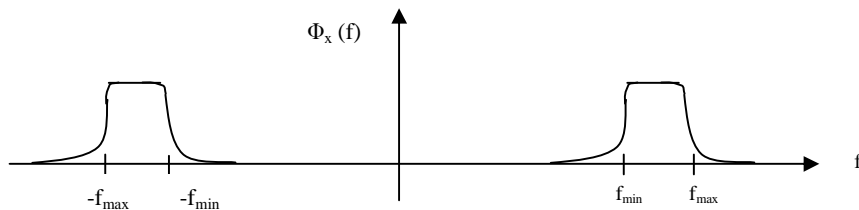


Figure (1.6) : signaux de Hautes fréquences.

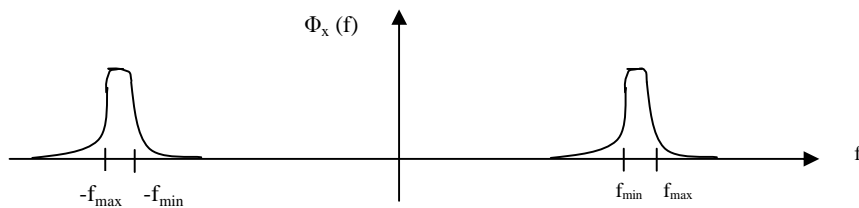


Figure (1.7) : signaux de Bande étroite

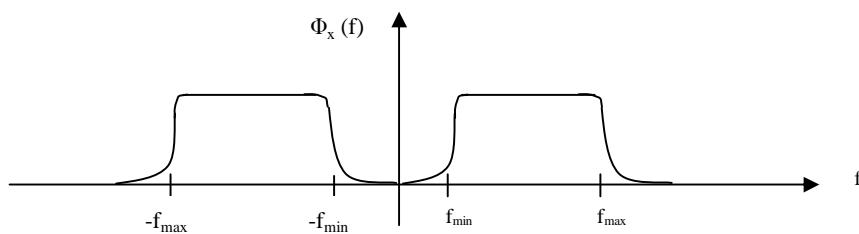


Figure (1.8) : signaux à large Bande

III .3.2. Signaux pairs ou impairs

Un signal est pair si

$$\mathbf{x(t) = x(-t)}$$

Un signal est impair si

$$\mathbf{x(t) = - x(-t)}$$

III .3.2. Signaux de durée finie

Les signaux dont l'amplitude s'annule en dehors d'un intervalle de temps T prescrit

$$\mathbf{x(t)=0 \text{ pour } t \notin T}$$

sont appelés signaux de durée limitée ou à support borné.

IV. Signaux particuliers

Afin de simplifier les opérations ainsi que les formules obtenues, certains signaux fréquemment rencontrés en traitement du signal dispose d'une modélisation propre.

IV.1. Fonction signe

$$\text{sgn}(t) = \begin{cases} -1 & \text{pour } t < 0 \\ 1 & \text{pour } t > 0 \end{cases}$$

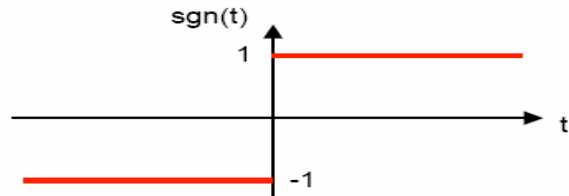


Figure (1.9) : Fonction signe.

Par convention, on admet pour valeur à l'origine : $\text{sgn}(t) = 0$ pour $t=0$.

IV.2. Fonction échelon

$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{pour } t < 0 \\ 1 & \text{pour } t \geq 0 \end{cases}$$

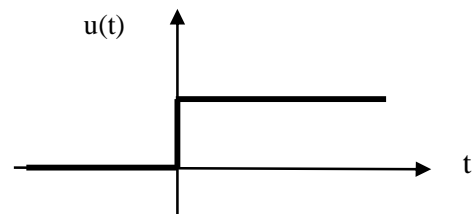


Figure (1.10) : Fonction échelon.

IV.3. Fonction rampe

Cette fonction est définie par :

$$r(t) = t \cdot u(t)$$

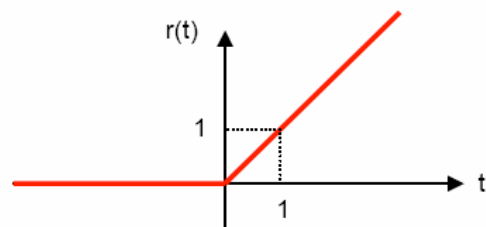


Figure (1.11) : Fonction rampe.

$$\text{D'où } r(t) = \begin{cases} 0 & \text{pour } t \leq 0 \\ t & \text{pour } t > 0 \end{cases}$$

IV.4. Fonction rectangulaire ou porte

Cette fonction est définie par :

$$\text{rect}(t) = \begin{cases} 1 & \text{pour } |t| < \frac{T}{2} \\ 0 & \text{pour } |t| > \frac{T}{2} \end{cases}$$

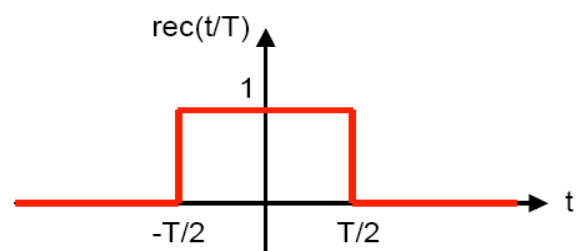


Figure (1.12) : Fonction rectangulaire

✓ La deuxième écriture du signal rectangulaire est :

$$\text{rect}(t) = u\left(t - \left(-\frac{T}{2}\right)\right) - u\left(t - \left(\frac{T}{2}\right)\right) = u\left(t + \frac{T}{2}\right) - u\left(t - \frac{T}{2}\right)$$

✓ D'une manière générale pour une impulsion rectangulaire d'amplitude A, de durée T centré

en $t = \tau$:

$$\underline{\mathbf{x(t) = A \text{ rect}[(t - \tau) / T]}}$$

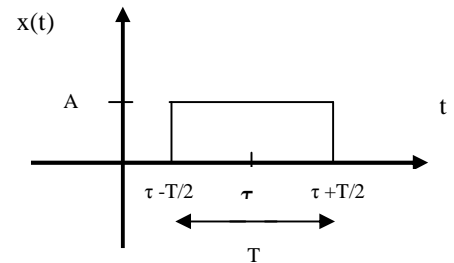


Figure (1.13) : Fonction rectangulaire décalé.

IV.5. Fonction triangulaire

$$\begin{cases} \text{tri}(t) = 1 - |t| & \text{si } |t| < 1 \\ \text{tri}(t) = 0 & \text{si } t > 1 \end{cases}$$

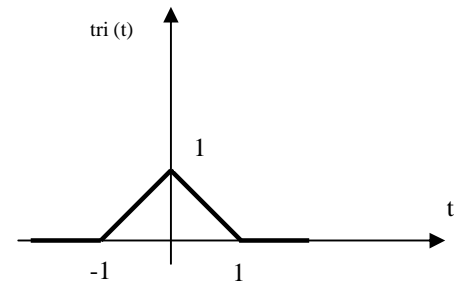


Figure (1.14) : Fonction triangulaire.

IV.6. Impulsion de Dirac

IV.6.1. Définition

L'impulsion de Dirac correspond à une fonction porte dont la largeur T tendrait vers 0 et dont l'aire est égale à 1.

$$\delta(t) = \begin{cases} 1 & \text{pour } t = 0 \\ 0 & \text{pour } t \neq 0 \end{cases}$$

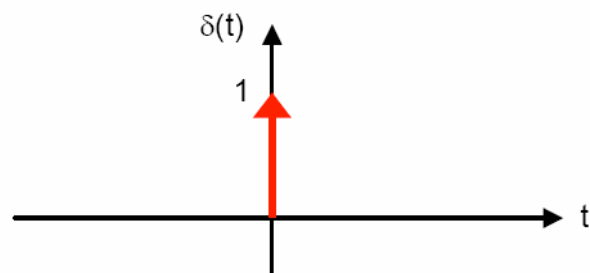


Figure (1.15) : Impulsion de Dirac.

IV.6.2. Propriétés

➤ **Intégrale**

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot \delta(t) dt = x(0)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot \delta(t - t_0) dt = x(t_0)$$

➤ **Produit**

$$x(t) \cdot \delta(t) = x(0) \cdot \delta(t) = x(0)$$

$$x(t) \cdot \delta(t - t_0) = x(t_0) \cdot \delta(t - t_0) = x(t_0)$$

➤ **Identité**

$$x(t) * \delta(t) = x(t)$$

➤ **Translation**

$$x(t) * \delta(t - t_0) = x(t - t_0)$$

$$x(t - t_1) * \delta(t - t_0) = x(t - t_1 - t_0)$$

IV.7. Peigne de Dirac

On appelle *peigne de Dirac* une succession périodique d'impulsions de Dirac.

$$\delta_T(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT)$$

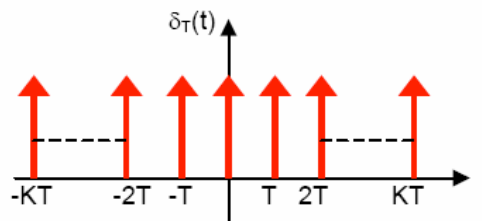


Figure (1.16): Peigne de Dirac.

T est la période du peigne.

Cette suite est parfois appelée *fonction d'échantillonnage* ou *train d'impulsions*.

IV.8. Fonction sinus cardinal

IV.8.1. Définition

La fonction sinus cardinal est défini par :

$$\text{sinc}(t) = \frac{\sin(\pi t)}{\pi}$$

Avec $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

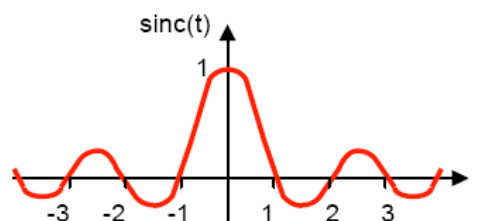


Figure (1.17) : Fonction sinus cardinal.

Cette fonction joue un rôle très important en traitement du signal.

IV.8.2. Propriétés

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \text{sinc}(t) dt = 1$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \text{sinc}^2(t) dt = 1$$

IV.9. Application

Représenter les signaux suivant :

$\delta(t+2)$, $\delta(t-3)$, $2\delta(t-1)$, $x(t) = \delta(t+1) - \delta(t) + \delta(t-2)$, $u(t-1)$ et $2u(t+2)$

➤ Correction :

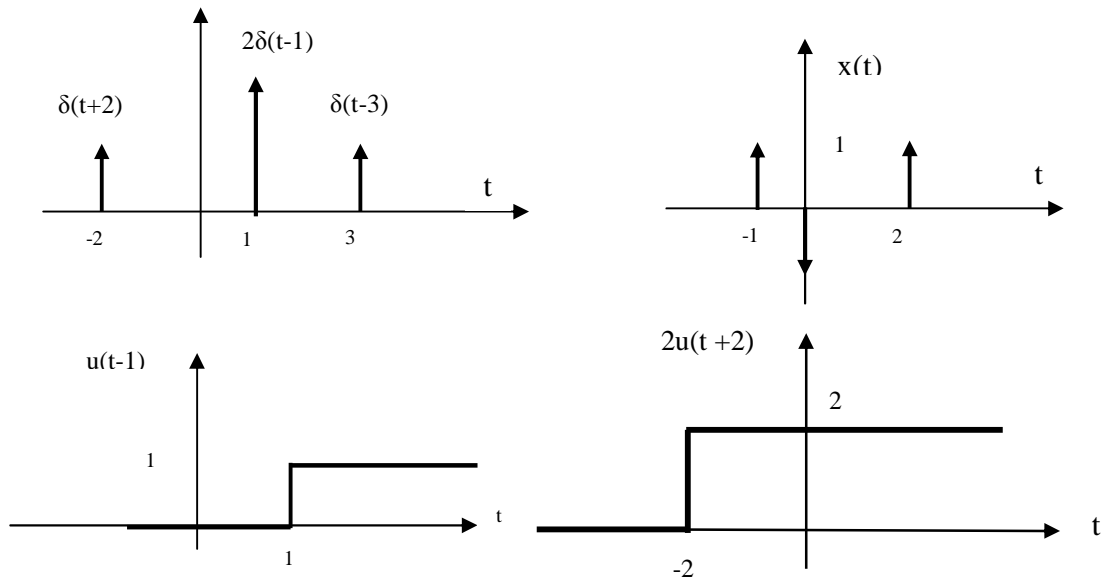


Figure (1.17) : Représentation des impulsions de Dirac et des Echelons décalé.