

4.1 Introduction

En physique, un corps noir est un corps capable d'absorber complètement toutes les radiations électromagnétiques incidentes sur sa surface. Dans la nature, il n'existe pas de corps avec les caractéristiques requises, mais en laboratoire, il est possible de construire des modèles qui, dans des conditions déterminées, sont capables d'en simuler fidèlement le comportement. Toute enceinte isotherme, fermée à l'exception d'une très petite ouverture, joue le rôle d'un corps noir. Les corps noirs, comme tous les autres corps, émettent des radiations comprises dans un spectre caractéristique qui dépend exclusivement de la température absolue. À chaque valeur de la température correspond une longueur d'onde dominante.

4.2 Réalisation d'un corps noir : la cavité absorbante

Pour le corps noir, le facteur d'absorption est donc égal à l'unité pour toutes les directions et pour toutes les longueurs d'onde. Ce corps absorbe tout le rayonnement qu'il reçoit sans en réfléchir ni transmettre une quelconque fraction. C'est le corps de référence.

Pour un corps noir :

$$\alpha = \frac{\phi_a}{\phi_i} = 1$$

On considère une cavité dont la paroi intérieure est caractérisée par un facteur d'absorption $\alpha < 1$ pour toutes les radiations. A chaque réflexion l'intensité du faisceau réfléchi est multipliée par la quantité $(1 - \alpha)$ (figure 4.1).

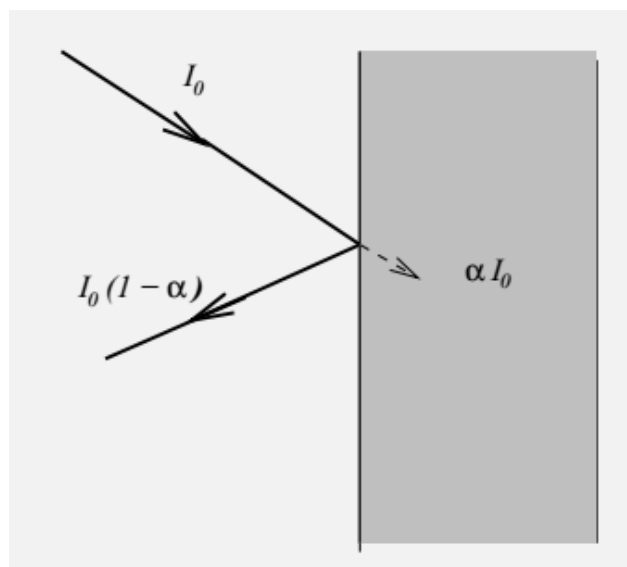


Figure 4.1 : Facteur d'absorption

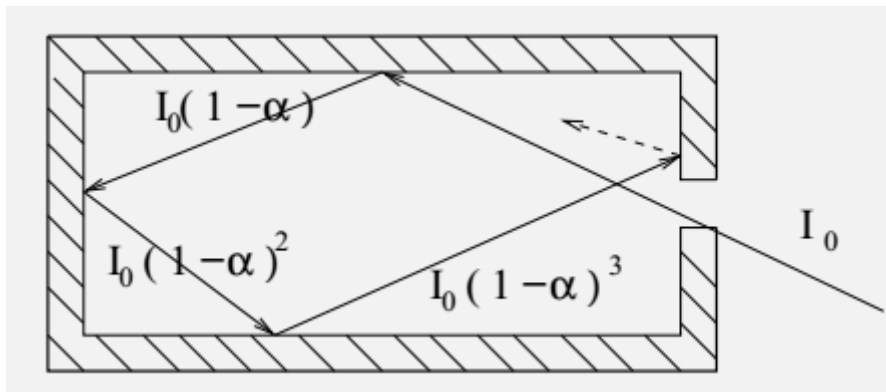


Figure 4.2 : Cavité absorbante

Après n réflexions l'intensité du faisceau est multipliée par $(1 - \alpha)^n$ qui tend vers 0. Le rayonnement est donc rapidement absorbé (Figure 4.2).

4.3 Emission et absorption du rayonnement du corps noir

Les caractéristiques relatives à l'émission ou à l'absorption d'un rayonnement sont les mêmes d'après la loi de Kirchhoff. Un corps ne peut émettre que les radiations qu'il est susceptible d'absorber. Nous n'étudierons donc dans les paragraphes suivants que les caractéristiques relatives à l'émission d'un rayonnement par un corps noir, ces propriétés étant transposables pour l'absorption.

Notation :

Dans la suite, les grandeurs relatives au corps noir seront affectées d'un indice supérieur " 0 ", ainsi M^0 d' signera l'émittance totale du corps noir et L^0 d' signera la luminance du corps noir.

4.3.1 La loi de Lambert

Rappel : Pour un corps quelconque respectant la loi de Lambert, la luminance est indépendante de la direction du rayonnement. Par contre, elle peut d' pendre, outre la température, de la nature, la couleur, la rugosité... du corps.

4.3.2 Loi de Lambert pour un corps noir :

Pour un corps noir, la luminance est indépendante de la direction du rayonnement et d'une façon générale de tous les paramètres sauf de la température.

La luminance et l'émittance du corps noir ne d' pendent que de la température absolue.

$$L^0 = L_{(\lambda)}^0 \quad M^0 = M_{(T)}^0$$

Remarque :

L'émittance monochromatique $M_{\lambda,T}^0$ ne dépend que de la température T et de la longueur λ et l'on a :

$$\int_{\lambda} M_{\lambda,T}^0 = M_T^0$$

Où M_T^0 ne dépend que de la température.

4.4 Emittance énergétique totale Loi de Stephan

L'émittance énergétique totale (puissance rayonnée par unité de surface) est proportionnelle à la puissance quatrième de la température absolue de la surface du corps.

$$M_T^0 = M^0 = \sigma T^4$$

avec , constante de Stephan $\sigma = 5,66897 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$

Puisque le corps noir obéit à la loi de Lambert :

$$L^0 = \frac{M^0}{\pi} = \frac{\sigma T^4}{\pi} = 1.8044 \cdot 10^{-8} T^4 \text{ W m}^{-2} \text{ sr}^{-1}$$

L'émittance du corps noir étant proportionnelle à T^4 , la transmission de la chaleur par rayonnement deviendra rapidement prépondérante aux hautes températures.

4.5 Emittance énergétique monochromatique : loi de Planck

La loi de Planck définit l'émittance monochromatique du corps noir en fonction de la longueur d'onde λ et à sa température absolue T .

$$M_{\lambda}^0 = \frac{dM^0}{d\lambda} = \frac{C_1 \lambda^{-5}}{e^{\left(\frac{C_2}{\lambda T}\right)} - 1}$$

Où C_1 et C_2 sont des constantes :

$$C_1 = 2\pi h c^2 = 3.74 \cdot 10^{-16} \text{ kg m}^4 \text{ s}^{-3}$$

$$C_2 = \frac{h c}{k} = 1.4388 \cdot 10^{-2} \text{ m K}$$

h constante de Planck, $h = 6.62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

k constante de Boltzmann, $k = 1.3805 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$

4.6 Tracé des isothermes du corps noir

- A chaque température T correspond une courbe ayant un maximum pour une valeur λ_{max} de la longueur d'onde.
- Ces courbes sont dissymétriques.
- La courbe d'émittance (ou de luminance) relative à une température T_1 est toujours située au-dessus de celle correspondant à une température T_2 inférieure à T_1 .
- Partant de λ_{max} , la décroissance est beaucoup plus rapide vers les courtes longueurs d'onde que vers les grandes.

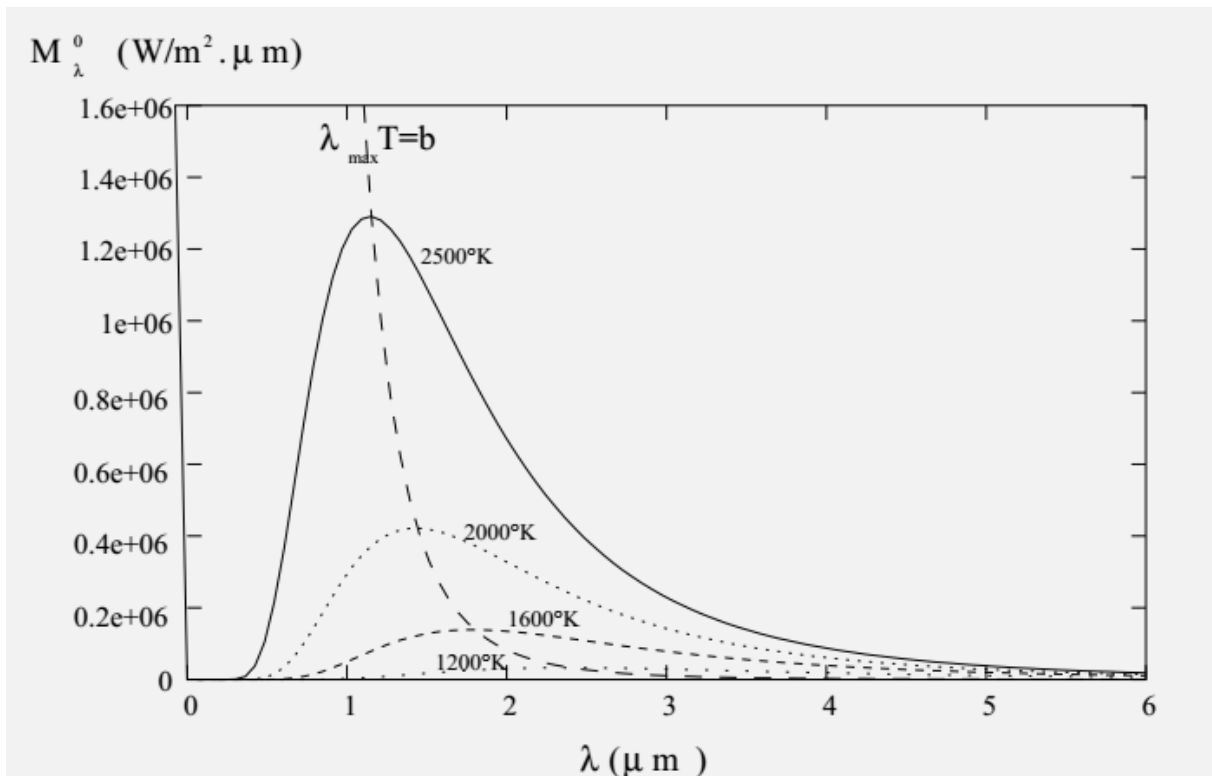


Figure 4.3 : Emittance du corps noir

4.7 Lois de Wien

Les lois de Wien fournissent l'abscisse λ_{max} et l'ordonnée du maximum d'émittance monochromatique du corps noir $M_{\lambda_{max}}^0$ pour chaque température.

4.7.1 1^{ère} loi de WIEN : Valeur de λ_{max} en fonction de T

Dans la formule Planck :

$$M_{\lambda}^0 = \frac{dM^0}{d\lambda} = \frac{C_1 \lambda^{-5}}{e^{\left(\frac{C_2}{\lambda T}\right)} - 1}$$

Posons $u = \frac{C_2}{\lambda T}$ soit :

$$M_{\lambda}^0 = \frac{C_1 T^5}{C_2^5} \left(\frac{u^5}{e^u - 1} \right)$$

dérivons par rapport à u , il vient :

$$\frac{dM_{\lambda}^0}{du} = \frac{C_1 T^5}{C_2^5} \left(\frac{5u^4(e^u - 1) - e^u u^5}{(e^u - 1)^2} \right) = 0$$

$$5u^4(e^u - 1) - e^u u^5 = 0$$

La solution numérique est égale à $u = 4,9651$ soit pour $\lambda = \lambda_{max}$ et $\frac{C_2}{\lambda T} = 4,9651$ et donc :

$$\lambda_{max} T = 2.898 \cdot 10^{-3} \text{ m.k}$$

Cette loi montre que λ_{max} se déplace vers les courtes longueurs d'onde lorsque la température s'élève.

4.7.2 2^{ème} loi de WIEN : Valeur de $M_{\lambda_{max}}^0$ en fonction de T

Déterminons maintenant l'ordonnée de l'extremum de $M_{\lambda_{max}}^0$. En écrivant que $\lambda = \lambda_{max}$ dans la formule de Planck on a :

$$\frac{M_{\lambda_{max}}^0}{T^5} = \frac{C_1 \lambda_{max}^{-5} T^{-5}}{e^{\left(\frac{C_2}{\lambda_{max} T}\right)} - 1}$$

$$\lambda_{max} T = C^{te} : M_{\lambda_{max}}^0 = C^{te} T^5$$

$$M_{\lambda_{max}}^0 = B T^5$$

Unités de la constante B :

La constante B a pour valeur numérique selon les unités :

$$B = 1.28 \cdot 10^{-5} [W m^{-3} K^{-5}] \text{ si } \lambda_{max} \text{ en } m$$

$$B = 1.28 \cdot 10^{-11} [W m^{-2} \mu m^{-1} K^{-5}] \text{ si } \lambda_{max} \text{ en } \mu m$$

4.8 Intégration de la formule de Planck : formule de Stephan

Calculons l'émittance énergétique totale du corps noir, soit en intégrant sur toutes les longueurs d'onde :

$$M^0 = \int_0^{+\infty} M_\lambda^0 d\lambda$$

$$M^0 = \int_0^{+\infty} \frac{dM^0}{d\lambda} d\lambda = \int_0^{+\infty} \frac{C_1 \lambda^{-5}}{e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1} d\lambda$$

Changement de variable

Posons $x = \frac{C_2}{\lambda T}$ soit $\lambda = \frac{C_2}{xT}$

Donc :

$$d\lambda = -\frac{C_2}{x^2 T} dx$$

L'intégrale devient :

$$M^0 = - \int_{+\infty}^0 C_1 \left(\frac{xT}{C_2}\right)^5 \frac{1}{e^x - 1} \frac{C_2 dx}{x^2 T}$$

$$M^0 = C_1 \left(\frac{T}{C_2}\right)^4 \int_0^{+\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1}$$

Sachant que :

$$\int_0^{+\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$$

$$M^0 = C_1 \left(\frac{T}{C_2} \right)^4 \frac{\pi^4}{15}$$

En remplaçant $C_1 = 2\pi h c^2$ et $C_2 = \frac{hc}{k}$ en fonction des constantes de Planck et de Boltzmann il vient :

$$M^0 = \frac{2\pi^5 k^4}{15C^2 h^3} T^4$$

$$M^0 = \sigma T^4 \Rightarrow \sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15C^2 h^3}$$

$$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$$

4.9 Fraction de l'émittance totale contenue dans un intervalle spectral

On peut avoir besoin, à une température donnée, d'évaluer la fraction de l'émittance (énergie) contenue dans un intervalle spectral donné. Par exemple : quelle est la fraction de l'énergie solaire contenue dans le spectre visible ?

Calculons la quantité :

$$F_{\lambda_1 \rightarrow \lambda_2} = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} M_{\lambda}^0 d\lambda}{\int_0^{+\infty} M_{\lambda}^0 d\lambda} = \frac{1}{\sigma T^4} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} M_{\lambda}^0 d\lambda$$

Cette expression peut également s'écrire :

$$F_{\lambda_1 \rightarrow \lambda_2} = \frac{1}{\sigma T^4} \int_0^{\lambda_2} M_{\lambda}^0 d\lambda - \int_0^{\lambda_1} M_{\lambda}^0 d\lambda = F_{0 \rightarrow \lambda_2} - F_{0 \rightarrow \lambda_1}$$

avec :

$$F_{0 \rightarrow \lambda} = \frac{1}{\sigma T^4} \int_0^{\lambda} M_{\lambda}^0 d\lambda$$

$$F_{0 \rightarrow \lambda} = \frac{1}{\sigma} \int_0^{\lambda} \frac{C_1}{\lambda^5 T^4 e^{\left(\frac{C_2}{\lambda T}\right)} - 1} d\lambda$$

Remarque

$F_{0 \rightarrow \lambda}$ représente la fraction de l'émittance correspondant aux longueurs d'onde inférieures à λ , pour une température donnée T .

$F_{0 \rightarrow \lambda}$ dépend donc de deux paramètres : λ et T

Changement de variable : $Y = \lambda T \Rightarrow dY = T d\lambda$

$$F_{0 \rightarrow \lambda} = \frac{1}{\sigma} \int_0^{\lambda} \frac{C_1}{\lambda^5 T^4 e^{\left(\frac{C_2}{\lambda T}\right)} - 1} d\lambda$$

$$F_{0 \rightarrow \lambda} = \frac{1}{\sigma} \int_0^Y \frac{C_1}{Y^5 e^{\left(\frac{C_2}{Y}\right)} - 1} dY$$

La quantité :

$$F_{0 \rightarrow \lambda} = \frac{1}{\sigma} \int_0^Y \frac{C_1}{Y^5 e^{\left(\frac{C_2}{Y}\right)} - 1} dY$$

ne dépend donc que d'une seule variable $Y = \lambda T$. On peut donc évaluer $F_{0 \rightarrow \lambda}$ en fonction de la seule variable Y .

Le tableau suivant indique les valeurs de la fonction $F_{0 \rightarrow \lambda}$ en fonction de la variable réduite :

$$X = \frac{\lambda}{\lambda_m}$$

Fraction d'émittance du corps noir

$$F(X) = F_{0 \rightarrow \lambda} = \frac{1}{\sigma T^4} \int_0^{\lambda} M_{\lambda}^0 d\lambda \quad X = \frac{\lambda}{\lambda_m} \quad \text{avec} \quad \lambda_m T = 2900 \mu m \cdot K$$

X	$F(X)$	X	$F(X)$	X	$F(X)$	X	$F(X)$
0.10	.568E-17	0.78	0.1127	1.40	0.4919	2.00	0.7204
0.20	.448E-07	0.80	0.1240	1.42	0.5021	2.10	0.7456
0.22	.325E-06	0.82	0.1358	1.44	0.5121	2.20	0.7681
0.24	.166E-05	0.84	0.1478	1.46	0.5220	2.30	0.7881
0.26	.649E-05	0.86	0.1601	1.48	0.5316	2.40	0.8061
0.28	.206E-04	0.88	0.1727	1.50	0.5410	2.50	0.8222
0.30	.552E-04	0.90	0.1854	1.52	0.5503	2.60	0.8366
0.32	.129E-03	0.92	0.1983	1.54	0.5593	2.70	0.8496
0.34	.272E-03	0.94	0.2113	1.56	0.5682	2.80	0.8613
0.36	.522E-03	0.96	0.2244	1.58	0.5769	2.90	0.8719
0.38	.929E-03	0.98	0.2375	1.60	0.5853	3.00	0.8814
0.40	.155E-02	1.00	0.2507	1.62	0.5936	3.10	0.8901
0.42	.245E-02	1.02	0.2638	1.64	0.6018	3.20	0.8979
0.44	.369E-02	1.04	0.2770	1.66	0.6097	3.30	0.9051
0.46	.534E-02	1.06	0.2901	1.68	0.6175	3.40	0.9116
0.48	.746E-02	1.08	0.3031	1.70	0.6251	3.50	0.9175
0.50	0.0101	1.10	0.3160	1.72	0.6325	3.60	0.9230
0.52	0.0133	1.12	0.3288	1.74	0.6397	3.70	0.9280
0.54	0.0172	1.14	0.3416	1.76	0.6468	3.80	0.9325
0.56	0.0217	1.16	0.3541	1.78	0.6538	3.90	0.9367
0.58	0.0268	1.18	0.3666	1.80	0.6605	4.00	0.9406
0.60	0.0326	1.20	0.3789	1.82	0.6672	5.00	0.9665
0.62	0.0391	1.22	0.3910	1.84	0.6736	6.00	0.9794
0.64	0.0463	1.24	0.4029	1.86	0.6800	7.00	0.9865
0.66	0.0541	1.26	0.4147	1.88	0.6862	8.00	0.9908
0.68	0.0625	1.28	0.4263	1.90	0.6922	9.00	0.9935
0.70	0.0715	1.30	0.4377	1.92	0.6981	10.00	0.9952
0.72	0.0810	1.32	0.4489	1.94	0.7039	15.00	0.9988
0.74	0.0911	1.34	0.4600	1.96	0.7095	20.00	0.9997
0.76	0.1017	1.36	0.4708	1.98	0.7150	30.00	0.9998
0.78	0.1127	1.38	0.4814	2.00	0.7204	∞	1.0000

4.10 Application des lois du rayonnement à l'énergie solaire

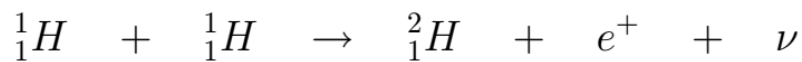
Dans le soleil, au cours de cycles complexes, chaque seconde, 564 millions de tonnes de noyaux d'hydrogène sont transformées en 560 millions de tonnes de noyaux d'hélium. Cette perte de masse due à la fusion nucléaire fournit au soleil son énergie qu'il est possible de calculer à partir de la relation d'Einstein :

$$E = \Delta m c^2$$

$$E = 4 \cdot 10^9 (3 \cdot 10^8)^2 = 3.6 \cdot 10^{26}$$

Fusion nucléaire

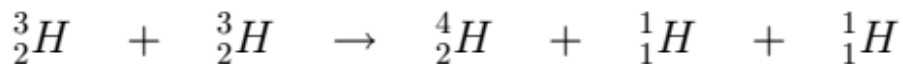
proton + proton → deutérium + positon + neutrino



deutérium + proton → Hélium 3 + gamma



Hélium 3 + Hélium 3 → Hélium 4 + proton + proton



Avec :

Positon : antiparticule de l'électron (même masse et charge opposée)

Gamma : émission d'un photon par désexcitation atomique ou nucléaire.

neutrino : particule de masse nulle et de charge nulle émise lors d'une transition β (émission d'un électron).

Température du soleil

Si on assimile le soleil à une sphère de rayon égal à 696 000 km, émettant un rayonnement analogue à celui du corps noir, on peut calculer sa température de surface par application de la loi de Stephan :

$$M^0 = \frac{\phi}{S} = \sigma T^4 \Rightarrow T = \left(\frac{\phi}{4\pi R^2 \sigma} \right)^{\frac{1}{4}}$$

$$T = 5680 \text{ } ^\circ K$$

Température de la photosphère

En réalité, la température de la photosphère est l' légèrement supérieure à celle calculée précédemment. On considère que la photosphère rayonne comme un corps noir à la température de :

$$T_S = 5800 \text{ }^\circ K$$

Largeur du spectre utile de l'énergie solaire

L'application de la loi de Wien permet de situer le maximum d'émission du spectre solaire à :

$$\lambda_{max} = \frac{2898}{5800} = 0.5 \text{ } \mu m$$

Le spectre utile est compris entre $0,5 \lambda_{max}$ et $4,5 \lambda_{max}$

$$0.25 \text{ } \mu m < \lambda_{max} < 2.25 \text{ } \mu m$$

4.11 Energie solaire reçue par $1m^2$ de la terre, à proximité de l'équateur

Hypothèses et données :

transmission atmosphérique
température de la photosphère
rayon solaire
distance terre-soleil

$\tau = 75 \%$
 $T_S = 5800 \text{ }^\circ K$
 $R_S = 696\,700 \text{ km}$
 $D = 149\,637\,000 \text{ km}$

Configuration de la transmission

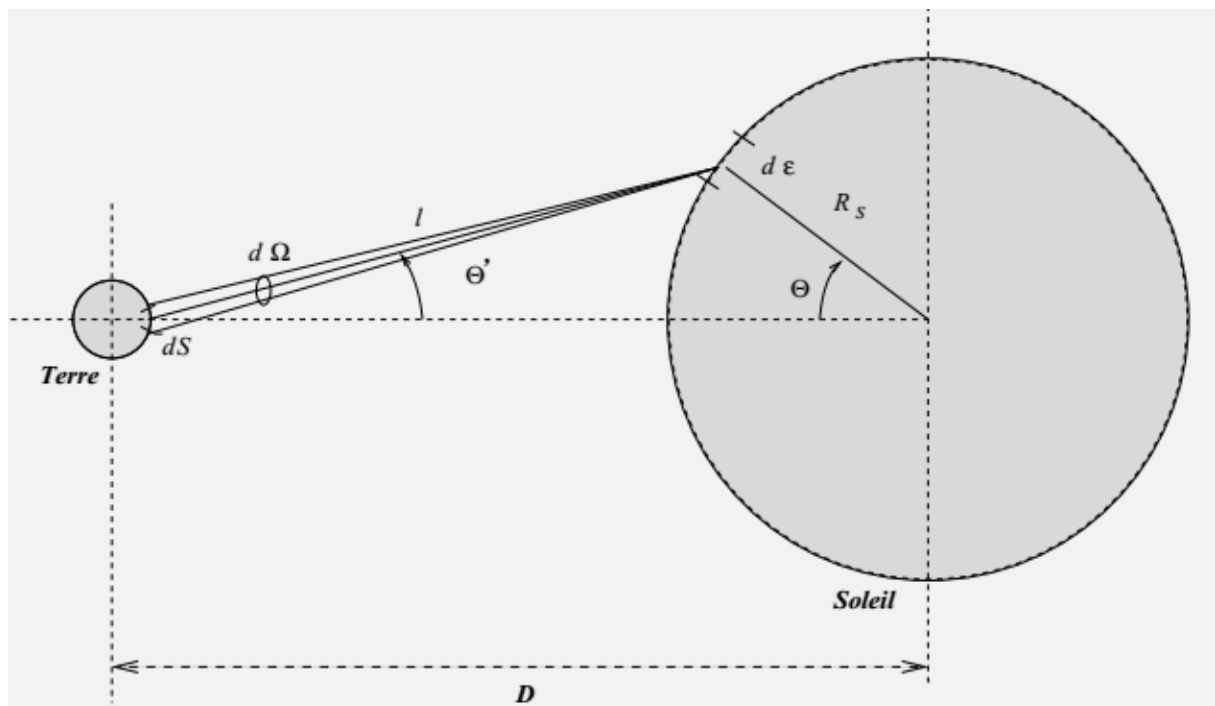


Figure 4.4 : Configuration de la transmission solaire

1^{re} Méthode :

Approximation de l'angle solide :

$$d\Omega = \frac{ds \cos(\theta)}{l^2}$$

$$\theta < \frac{R_s}{D} = \frac{696}{149637} < 3 \cdot 10^{-4}$$

Donc $\theta \approx 0 \Rightarrow \cos(\theta) = 1$

$$d\Omega = \frac{ds}{l^2} = \frac{ds}{D^2}$$

Expression du flux élémentaire rayonné par le soleil

$$d^2\phi = L^0 d\varepsilon \cos \theta d\Omega = L^0 d\varepsilon \cos \theta \frac{ds}{D^2}$$

On a alors :

$$\frac{d\phi}{dS} = \int \frac{L^0 d\varepsilon \cos \theta}{D^2} = \frac{L^0}{D^2} \int d\varepsilon \cos \theta = \frac{L^0}{D^2} \pi R_s^2 = \frac{\sigma T^4}{\pi} \frac{\pi R_s^2}{D^2}$$

$$\frac{d\phi}{dS} = \frac{\sigma T^4 R_s^2}{D^2}$$

Calcul numérique du flux rayonné par le soleil :

$$E = \tau \frac{d\phi}{dS} = \tau \frac{\sigma T^4 R_s^2}{D^2} = 1043 \text{ W m}^{-2}$$

Remarque :

Sans tenir compte de l'absorption atmosphérique, le calcul donne :

$$E = \frac{d\phi}{dS} = 1390 \text{ W m}^{-2}$$

2^e Méthode :

Imaginons une sphère de rayon D, centrée sur le soleil :

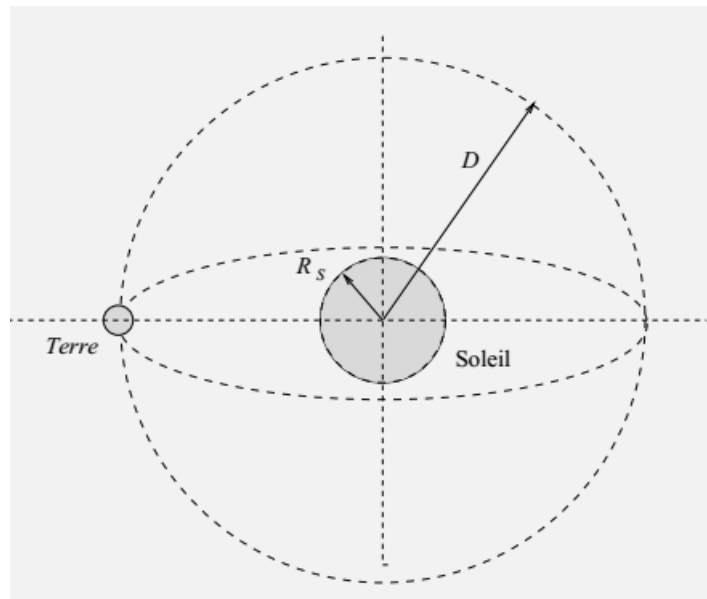


Figure 4.5 : Eclairage d'une sphère de rayon D

Le flux total rayonné par le soleil est :

$$\phi_{total} = M^0 S_s = \sigma T^4 4 \pi R_s^2$$

L'éclairage sur une sphère de rayon D sera :

$$E = \frac{\phi_{total}}{4 \pi D^2} = \frac{\sigma T^4 4 \pi R_s^2}{4 \pi D^2}$$

$$E = \frac{\sigma T^4 R_s^2}{D^2}$$

4.12 Flux radiatif entre deux corps noirs en influence totale

Considérons deux surfaces noires S_1 et S_2 dans une position quelconque. Soit $d^2 \phi_{1 \rightarrow 2}$ le flux élémentaire :

- émis par l'élément de surface dS_1 ,
- reçu par l'élément de surface dS_2 .

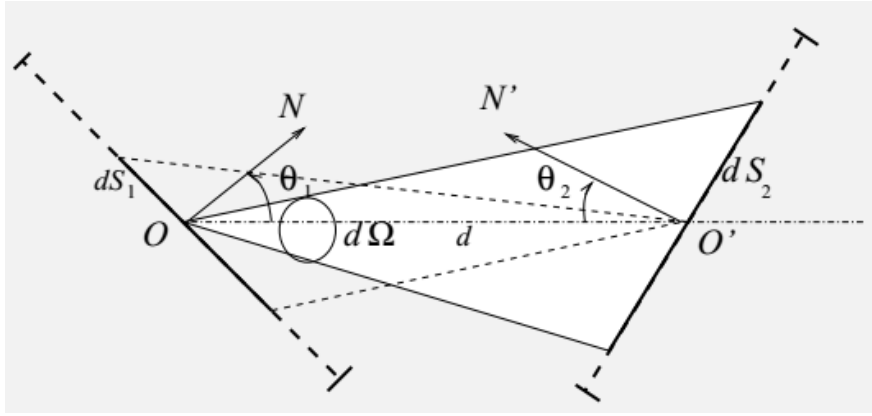


Figure 4.6 : Etendue du faisceau

Le flux total (hémisphérique) émis par la surface (1) est :

$$\phi_1^0 = M_1^0 S_1 = \sigma T_1^4 S_1$$

$$d^2 \phi_{1 \rightarrow 2} = L_1^0 \frac{dS_1 dS_2 \cos(\theta_1) \cos(\theta_2)}{d^2}$$

$$d^2 \phi_{1 \rightarrow 2} = \sigma T_1^4 \frac{dS_1 dS_2 \cos(\theta_1) \cos(\theta_2)}{\pi d^2}$$

Symétriquement, le flux total (hémisphérique) émis par la surface (2) est :

$$\phi_2^0 = M_2^0 S_2 = \sigma T_2^4 S_2$$

Le flux émis par l'élément de surface dS_2 et intercepté par l'élément de surface dS_1 a pour expression :

$$d^2 \phi_{2 \rightarrow 1} = L_2^0 \frac{dS_1 dS_2 \cos(\theta_1) \cos(\theta_2)}{d^2}$$

$$d^2 \phi_{2 \rightarrow 1} = \sigma T_2^4 \frac{dS_1 dS_2 \cos(\theta_1) \cos(\theta_2)}{\pi d^2}$$

Par intégration sur les surfaces S_1 et S_2 les flux échangés ont pour expression :

$$\phi_{1 \rightarrow 2} = \sigma T_1^4 \int_{S_1} \int_{S_2} \frac{dS_1 dS_2 \cos(\theta_1) \cos(\theta_2)}{\pi d^2}$$

$$\phi_{2 \rightarrow 1} = \sigma T_2^4 \int_{S_1} \int_{S_2} \frac{dS_1 dS_2 \cos(\theta_1) \cos(\theta_2)}{\pi d^2}$$

Si le flux émis par la surface (1) est totalement absorbé par la surface (2) (influence totale) :

$$\phi_{1 \rightarrow 2} = \sigma T_1^4 S_1$$

$$\Rightarrow \phi_{1 \rightarrow 2} = \int_{S_1} \int_{S_2} \frac{dS_1 dS_2 \cos(\theta_1) \cos(\theta_2)}{\pi d^2}$$

$$S_1 = \int_{S_1} \int_{S_2} \frac{dS_1 dS_2 \cos(\theta_1) \cos(\theta_2)}{\pi d^2}$$

Donc :

$$\phi_{2 \rightarrow 1} = \sigma T_2^4 S_1$$

Si le flux du corps (1) est totalement absorbé par le corps (2) on aura

$$\phi_{1 \rightarrow 2} = \sigma T_1^4 S_1$$

$$\phi_{2 \rightarrow 1} = \sigma T_2^4 S_1$$

$$\Delta\phi = \phi_{1 \rightarrow 2} - \phi_{2 \rightarrow 1} = \sigma S_1 (T_1^4 - T_2^4)$$