3.1 Etendue d'un faisceau

A partir d'une source d'énergie, l'énergie rayonnée est contenue dans un faisceau limité par l'étendue géométrique du faisceau. C'est une grandeur utilisée en photométrie et en radiométrie, qui caractérise la dispersion d'un faisceau lumineux émis par une source quand il atteint un système récepteur. La conservation de l'étendue d'un faisceau au travers d'un dispositif optique exprime la conservation de la puissance lumineuse de ce faisceau, et par conséquent l'absence de perte dans le dispositif. Leur unité dans le système international est le mètre carré-stéradian $(m^2 Sr)$.

L'étendue peut être définie de plusieurs façons. Vue de la source, c'est le produit entre la surface de la source et l'angle solide sous-tendu par la pupille d'entrée du système récepteur (vu depuis la source). Vue du récepteur, c'est le produit de l'aire de la pupille d'entrée par l'angle solide sous-tendu par la source (vue depuis le récepteur). L'étendue est donnée par l'angle solide qui caractérise l'ensemble des directions issues d'un point et contenues dans une portion de l'espace.

3.2 L'angle plan

Dans un plan, l'angle est défini par le rapport de deux longueurs. Considérons un arc de cercle $\widehat{A\grave{A}}$ de rayon OA, on appelle l'angle α :

$$\alpha = \frac{\widehat{A\grave{A}}}{OA}$$

Si le rayon égale à l'unité alors $\alpha = \widehat{A\grave{A}}$ et l'angle est la longueur de l'arc découpé sur le cercle de rayon unité.

Dans le plan, l'unité d'angle est définie par la division du plan par deux droites orthogonales. L'angle compris entre deux droites vaut : $\frac{\pi}{2}$ radians.

3.3 L'angle solide

On appelle l'angle solide la fraction de l'espace la fraction de l'espace comprise entre O et les droites issus de O rencontrant la courbe Σ. Depuis un point O donné, l'angle solide est égale à l'aire Ω découpé sur une sphère de rayon unité. Cet angle s'exprime en stéradians (sr).

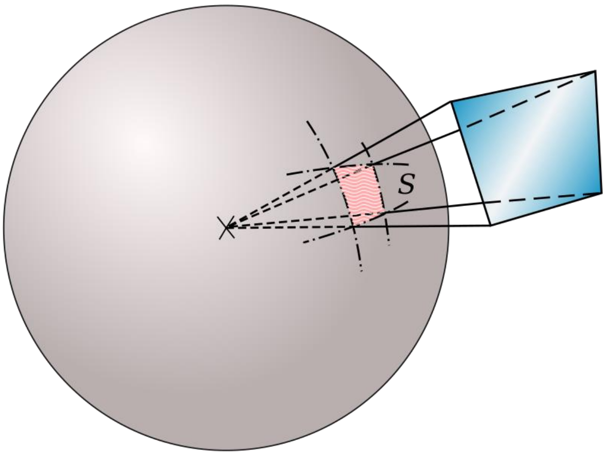

***Figure 3.1** : l'angle solide*

r étant la distance entre le sommet de l'angle solide et la surface élémentaire $\overrightarrow{d^2S}$, l'angle solide élémentaire est défini par :

$$d^2\Omega = \frac{\overrightarrow{d^2s} \,.\, \overrightarrow{e_r}}{r^2}$$

L'angle solide se calcule par intégration sur toute la surface S interceptée par l'angle solide :

$$\Omega = \iint_S d^2\Omega = \iint_S \frac{\overrightarrow{d^2s} \,.\, \overrightarrow{e_r}}{r^2}$$

Dans le cas où cette surface S est la surface de la portion de sphère de rayon R interceptée par l'angle solide Ω :

$$\Omega = \frac{1}{R^2} \iint_S d^2S = \frac{S}{R^2}$$

Calculons l'angle solide ouvert sur l'espace entier. Considérons une sphère de rayon R et de centre le sommet de l'angle solide. L'angle solide étant ouvert sur l'espace entier, la surface interceptée sur la sphère sera la sphère complète. Son aire sera donc $= 4\,\pi\,R^2$. La mesure de l'angle solide sera alors :

$$\Omega = \frac{4\,\pi\,R^2}{R^2} = 4\,\pi$$

L'angle solide ouvert sur l'espace entier est donc : $\Omega = 4\,\pi\,sr$

Dans le cas d'un cône de révolution de demi-angle au sommet ,α, l'angle solide se calcule par intégration sur la sphère, dans les domaines angulaires des coordonnées sphériques :

$$\Omega = \iint d^2\,\Omega = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\alpha} \sin\theta\, d\theta = 2\pi \int_0^{\alpha} \sin\theta\, d\theta = 2\pi[-\cos\theta]_0^{\alpha}$$

$$\Omega = 2\,\pi\,(1 - \cos\alpha)$$

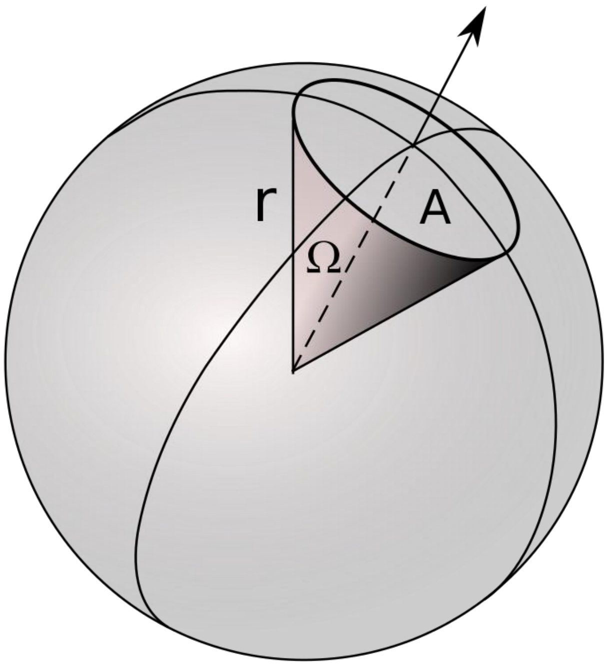

Figure 3.2 : Angle solide d'un cône de révolution

3.4 Loi de Lambert pour une source hémisphérique

Les sources dont la luminance est indépendante de la direction obéissent à la loi de Lambert. Pour une source obéissant à cette loi, aucun contraste ne permet de déceler le relief. Par exemple, une sphère apparaıt comme un disque. Dans ce cas :

$$\boldsymbol{L_{Ox}} = \boldsymbol{L} = \boldsymbol{C^{te}} \qquad (ind\acute{e}pendante\ de\ la\ direction)$$

Calculons le flux hémisphérique ϕ émis par un élément de surface $d\varepsilon$ contenu dans le plan xOy.

Par définition :

$$d^2\phi = L\, d\varepsilon\, d\Omega \cos\psi$$

3.5 Calcul du flux hémisphérique isotrope

L'intégration de l'angle solide $d\Omega$ sur un demi-espace peut se calculer sur un hémisphère de rayon R soit :

$$d\Omega = \frac{dS}{R^2}$$

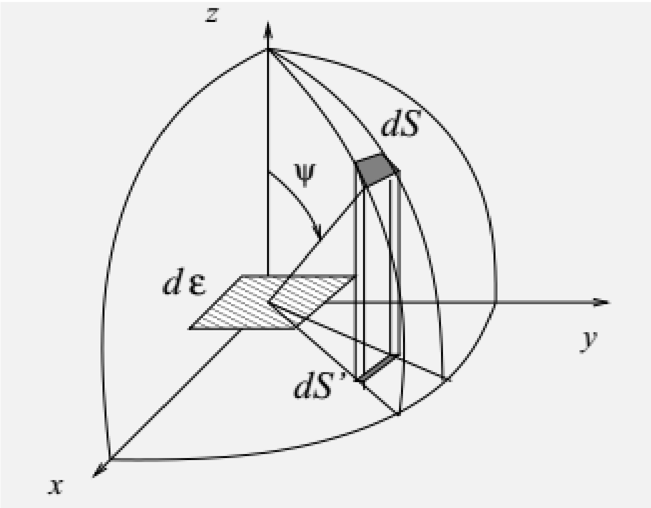

Figure 3.3 *Surface ´élémentaire d'intégration hémisphérique*

Calcul du flux hémisphérique ϕ :

$$d^2\phi = L\, d\varepsilon\, \frac{dS}{R^2} \cos\psi$$

Intégrons sur la surface dS :

$$d\phi = \int_S L\, d\varepsilon\, \frac{dS}{R^2} \cos\psi = \frac{L\, d\varepsilon}{R^2} \int_S dS \cos\psi$$

$dS \cos\psi$ est la projection de dS sur le plan xOy en $d\grave{S}$ et donc $\int_S dS \cos\psi$ est égal `a la surface du disque de rayon R soit :

$$\int_S dS \cos\psi = \pi R^2$$

Il vient alors :

$$d\phi = \frac{L\, d\varepsilon}{R^2}\, \pi R^2 = L\, d\varepsilon\, \pi$$

$$M = \frac{d\phi}{d\varepsilon} = L\, \pi$$

3.6 Eclairement du récepteur en fonction de la luminance de l'´émetteur

La notion d'**émittance** est remplacée, pour un rayonnement incident, par l'**éclairement** de la surface réceptrice. L'éclairement énergétique total d'une surface est le flux d'énergie reçu par l'unité de surface réceptrice en provenance de l'ensemble des directions. Si dS est l'aire de la surface réceptrice, $d\phi$ le flux reçu, on a :

$$\mathrm{E} = \frac{d\phi}{dS}$$

Considérons un élément de surface $d\varepsilon$ émettant un flux en direction d'un élément de surface réceptrice dS. Ce flux s'´ecrit :

$$d^2\phi = L\, d\varepsilon\, d\Omega\, cos\,\theta$$

Où $d\Omega$ est l'angle solide sous lequel l'élément de surface dS est vu depuis O :

$$d\Omega = \frac{dS \cos i}{R^2}$$

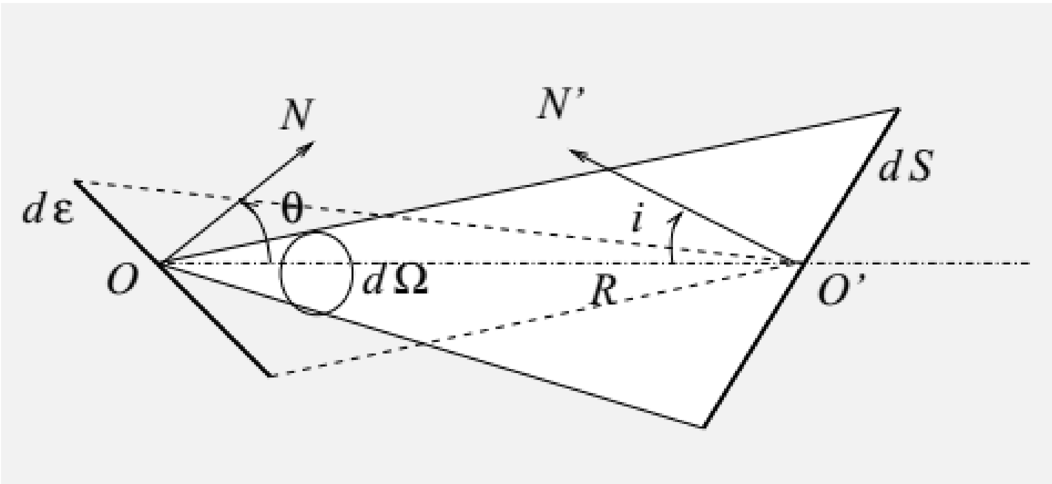

Figure 3.4 : Etendue du faisceau

En remplaçant $d\Omega$ par sa valeur le flux :

-émis par l'élément de surface $d\varepsilon$

-reçu par l'élément de surface dS

a pour expression :

$$d^2\phi = L\, d\varepsilon\, \frac{dS \cos(i)}{R^2} \cos(\theta)$$

La quantité $\frac{dS\cos(i)\cos(\theta)}{R^2}$ se nomme l'étendue géométrique du faisceau. Cette formule met en évidence l'importance de la position relative de la source et du récepteur par l'intermédiaire de $cos(\theta)$, $cos(i)$ et de leur distance respective (R).

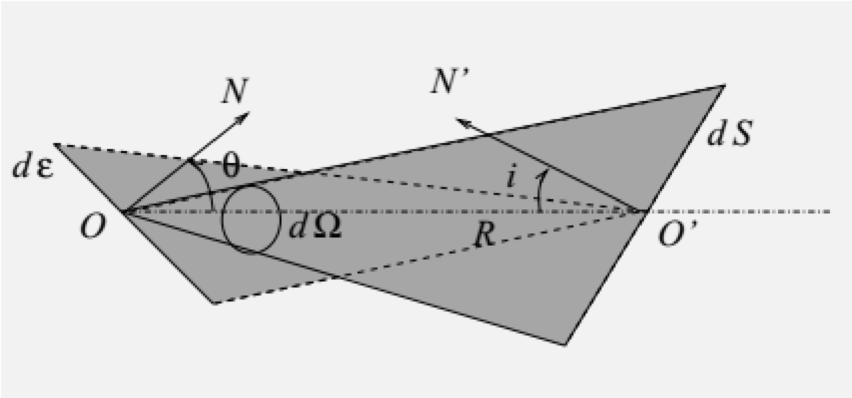

Figure 3.5 :