Série de Maclaurin & Taylor

1. Quel est le coefficient du terme x^5 dans le polynôme de Maclaurin pour $\sin(2x)$.
2. Trouver la valeur de $f(7)$, *si* $f(3)=6$, $f'(3)=8$, $f''(3)=11$ et que toutes les autres dérivées d'ordre supérieur de $f(x)$ sont nulles à $x=3$ et en supposant que la fonction et toutes ses dérivées existent et sont continue entre $x=3$ et $x=7$.
3. Trouver la valeur de $y(0.2)$ à partir d'un polynôme de Taylor de7 second ordre autour de $x=0,$ si $y(x)$ est une solution de $\frac{dy}{dx}=y^3+2,$ et $y(0)=3$

Méthode des différences finies

1. Dans un ordre général seconde équation différentielle partielle linéaire à deux variables indépendantes,

$$A\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+B\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+C\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+D=0$$

où A , B , C sont des fonctions de x et y , et D est une fonction de x , y , $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$, Le PDE est elliptique si

(A) $B^2-4AC<0$
(B) $B^2-4AC>0$
(C) $B^2-4AC=0$
(D) $B^2-4AC\neq 0$

2. En utilisant la méthode des différences finies avec un pas $h=4$. Donner l'approximation de $\frac{d^2y}{dx^2}$ à $y(4)$ pour la fonction $\frac{d^2y}{dx^2}=6x-0.5x^2$, $y(0)=0$, $y(12)=0$.
3. Dans quelle région l'équation suivante $x^3\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+27\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+3\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+5u=0$ réagit comme elliptique.
4. L'approximation par différences finies de $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ dans l'équation elliptique $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$ à (x,y) peut-être approchée comme

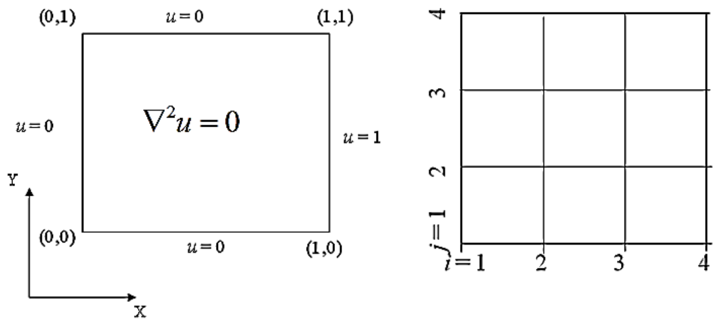
(A) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\cong\frac{u(x+\Delta x,y)-2u(x,y)+u(x-\Delta x,y)}{(\Delta x)^2}$

(B) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\cong\frac{u(x+\Delta x,y)-u(x,y)+u(x-\Delta x,y)}{(\Delta x)^2}$

(C) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\cong\frac{u(x,y+\Delta y)-2u(x,y)+u(x,y-\Delta y)}{(\Delta x)^2}$

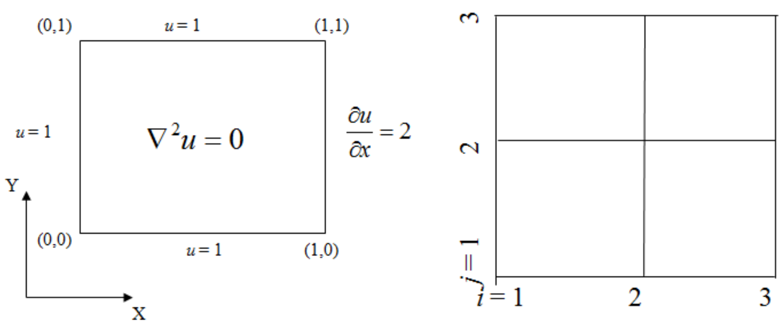
(D) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\cong\frac{u(x+\Delta x,y)-u(x-\Delta x,y)}{2\Delta x}$.

5. Considérons le domaine carré suivant et sa représentation à l'aide d'une grille de différence finie.



- Écrire l'approximation de $u_{i,j}$ par les différences finies.
- Récrire l'approximation de $u_{i,j}$ par les différences finies pour h = k = 1/3
- Écrire le système d'équations algébrique pour trouver les valeurs nodales internes

6. Considérons le domaine carré suivant et sa représentation à l'aide d'une grille de différence finie.



- Écrire l'approximation de $u_{i,j}$ par les différences finies.
- Récrire l'approximation de $u_{i,j}$ par les différences finies pour h = k = 1/2
- Écrire le système d'équations algébrique pour trouver les valeurs nodales internes

7. Soit le réseau de nœuds illustré ci-dessous appartenant à un solide de conductivité thermique (k = 15 W/m.°C). Calculez en utilisant la méthode des différences finies les températures des nœuds (1, 2, 3) ; sachant que (Δx = Δy ; Tm = 50 °C).