Module : Transport des Fluides

Suite Chapitre I : Propriété des fluides

Chapitre II: Statique des fluides

&

Chapitre III: Dynamique des fluides

3 CARACTERISTIQUES PHYSIQUES

3.1 Masse volumique

$$\boxed{\rho = \frac{m}{V}}$$

où :

ρ : Masse volumique en (kg/m^3),

m : masse en (kg),

V : volume en (m^3).

<u>Exemples</u> :

Fluide	Masse volumique ρ (kg/m^3)	Type de fluide
Benzène	0,880. 10^3	Incompressible
Chloroforme	1,489. 10^3	
Eau	10^3	
Huile d'olive	0,918. 10^3	
Mercure	13,546. 10^3	
Air	0,001205. 10^3	compressible[1]
Hydrogène	0,000085. 10^3	
Méthane	0,000717. 10^3	

3.2 Poids volumique

$$\boxed{\varpi = \frac{m.g}{V} = \rho.g}$$

ϖ : Poids volumique en (N/m^3).

m : masse en (kg),

g : accélération de la pesanteur en (m/s^2),

V : volume en (m^3).

Chapitre II: Statique des fluides

Equation fondamentale de la statique des fluides

Question : A quelle(s) condition(s) un fluide est-il à l'équilibre dans le champ de pesanteur ?

Il faut, quel que soit le volume de fluide considéré, que la résultante des actions (forces) sur ce volume soit nulle. Ces actions sont :

→ Les forces de pression.

→ Le poids du volume du fluide étudié.

La condition citée ci-dessus doit être vraie pour tout volume infinitésimal $d\tau$ autour d'un point *M.*

On va appliquer le principe fondamental de la dynamique à une particule fluide (dans tout ce chapitre, nous travaillons dans un référentiel galiléen, il n'y a pas de forces d'inertie). Ainsi, comme la particule fluide est au repos: $\vec{0} = \overrightarrow{dF}_{poids} + \overrightarrow{dF}_{pression} = -\rho g d\tau \overrightarrow{u_z} - \frac{dP}{dz} d\tau \overrightarrow{u_z}$. On obtient en projetant sur l'axe (*Oz*) orienté **vers la verticale montante** :

$$\text{Loi de la statique des fluides: } \frac{dP}{dz} = -\rho g$$

Si vous décidez de choisir un axe *(Oz)* vers la verticale descendante, il faut remplacer $-\rho g$ par ρg.

La convention généralement adoptée est celle de la verticale montante.

Notre objectif est de déterminer le champ de pression *P*(*z*) en intégrant la loi de la statique des fluides. Mais, pour aller plus loin, il faut connaître la variation de la masse volumique ρ avec les grandeurs physiques du problème (*P, T, x, y, z*...). Ceci fait l'objet des paragraphes suivants.

Expression particulière du principe fondamental de la statique des fluides pour un fluide incompressible et homogène

Un fluide **incompressible** et **homogène** $\Leftrightarrow$ si $\rho = \text{constante}$

Comme la masse volumique est constante, il est à présent facile d'intégrer $\frac{dP}{dz} = -\rho g$. On obtient $P = -\rho g z + \text{constante}$. Il faut prendre z ascendant. On retiendra :

$$\text{Fluide incompressible et homogène: } P + \rho g z = \text{constante}$$

Dans les applications qui vont découler de la relation précédente ; on va utiliser les conditions suivantes :

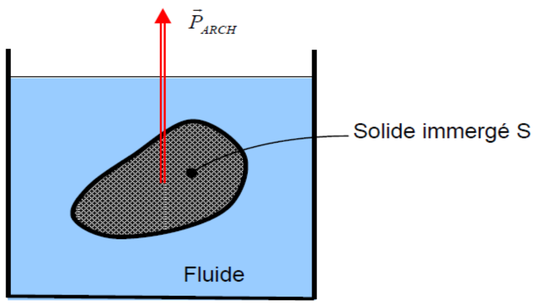
→ La pression atmosphérique est uniforme au niveau du sol $P = P_0 = 1 \text{ atm} = 1{,}013 \text{ bar}$.

→ La « **surface libre** » est par définition la surface de contact de l'atmosphère avec le fluide étudié, souvent de l'eau. En tout point *M* de cette surface libre, on aura égalité de la pression dans le fluide $P(M)$ et de la pression atmosphérique P_0 par continuité de la pression. On parle de **conditions aux limites.**

Théorème d'Archimède

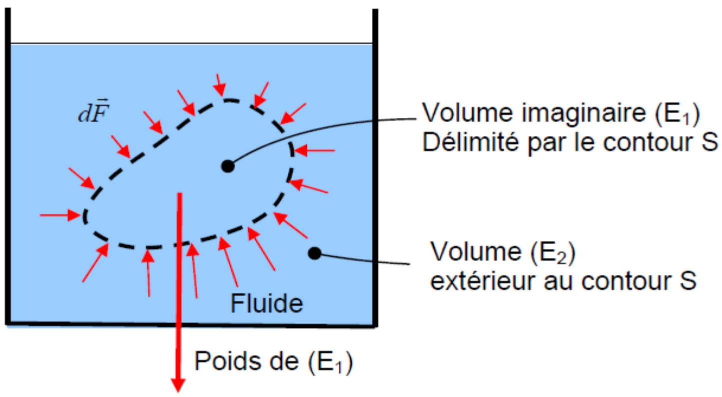
Tout corps plongé dans un fluide reçoit de la part de ce fluide une force (poussée) verticale, vers le haut dont l'intensité est égale au poids du volume de fluide déplacé (ce volume est donc égal au volume immergé du corps).

$$P_{ARCH} = \rho_{fluide} . V_{imm} . g$$



Démonstration

Dans un fluide (E) de poids volumique ϖ, imaginons un certain volume de fluide (E_1) délimité par un contour fermé (S) :



Si le fluide est au repos, il est évident que (E_1) est en équilibre sous l'effet des actions mécaniques extérieures suivantes :

- Action de la pesanteur, modélisable par le torseur : $\{\tau(pes \to E_1)\}$
- Action des forces de pression $d\vec{F}$ du fluide (E_2) qui entoure (E_1) modélisable par le torseur : $\{\tau(E_2 \to E_1)\}$

On peut donc écrire l'équation d'équilibre de (E_1) : $\{\tau(pes \to E_1)\} + \{\tau(E_2 \to E_1)\} = \{\vec{0}\}$

Nous savons qu'en G, centre de gravité du fluide (E_1) le torseur des forces de pesanteur se réduit à un glisseur : $\{\tau(pes \to E_1)\} = \left\{ \begin{matrix} \vec{P} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_G$

Il est donc évident qu'au même point G le torseur des forces de pression $\overrightarrow{dF}$ se réduira lui aussi à un glisseur :

$$\{\tau(E_2 \to E_1)\} = \left\{ \begin{matrix} \int_{(S)} \overrightarrow{dF} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_G$$

L'équation d'équilibre de la portion de fluide (E_1) s'écrit : $\int_{(S)} \overrightarrow{dF} + \vec{P} = \vec{0}$

(E_1) est ici une portion de fluide et $\vec{P}$ est le poids du fluide occupant le volume (E_1). Si le volume (E_1) est occupé par un solide immergé ayant le même contour S, les forces de poussée sur ce contours (S) sont les mêmes , ce qui revient à dire que la force de poussée ne dépend que du volume du fluide déplacé et non pas de la nature du solide immergé (plomb, acier, etc).

Conclusion :

Tout corps solide immergé dans un fluide en équilibre est soumis de la part de celui-ci à des forces de pression $\overrightarrow{dF}$ dont les actions mécaniques sont modélisables au centre de gravité du fluide déplacé par un glisseur dont la résultante est directement opposée au poids du fluide déplacé.

$$\boxed{\{\tau(E_2 \to E_1)\} = \left\{ \begin{matrix} -\vec{P} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_G}$$

Chapitre III: Dynamique des fluides

Conservation de la matière, débit et vitesse d'un liquide

Le débit d'un liquide est le volume (débit volumique) ou la masse (débit massique) de liquide traversant une section donnée d'une canalisation pendant l'unité de temps choisi (heure, minute, seconde ...). Les unités pourront donc être: $m^3.h^{-1}$, $m^3.s^{-1}$, $kg.s^{-1}$ ...

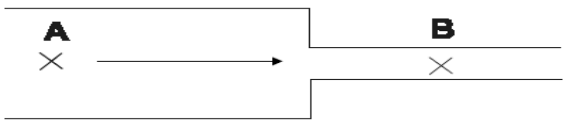
Par suite de la conservation de la matière entre deux points A et B d'un écoulement, les débits massiques sont identiques entre les deux points. En ajoutant l'hypothèse de fluide incompressible, on montre donc que les débits volumiques sont constants le long de l'écoulement.

$$Q_{mA} = Q_{mB} \Leftrightarrow \rho_A \cdot Q_{VA} = \rho_B \cdot Q_{VB} \Rightarrow Q_{VA} = Q_{VB} \text{ car } \rho_A = \rho_B$$

Le débit Q_V ($m^3.s^{-1}$), la vitesse moyenne du liquide Um ($m.s^{-1}$) et la section S (m^2) de la canalisation sont reliés par la relation suivante:

$$Q_V = U_m \cdot S$$

On retient ce résultat général pour tous les liquides:
Le débit volumique (ou massique) d'un liquide est identique en tous points d'une canalisation où le liquide circule. La canalisation peut présenter des différences de diamètres, le débit volumique sera toujours identique. Seule la vitesse du liquide va varier: elle augmente quand la section de canalisation diminue et inversement.



$$Q_{VA} = Q_{VB} \quad \text{et} \quad U_A < U_B$$

La vitesse du liquide au contact de la paroi est nulle; la vitesse atteint son maximum sur l'axe de la canalisation.

Charge d'un liquide en un point
La charge d'un liquide en un point A d'une canalisation représente en fait l'idée de la quantité d'énergie "contenue" par un liquide en ce point. Cette énergie peut aussi s'exprimer en unité de pression ou en unité de longueur (hauteur de liquide circulant équivalente à la mesure de pression).
remarque: une pression correspond à une énergie par unité de volume tandis qu'une longueur correspond à une énergie par unité de poids.
Elle est composée de trois termes correspondant respectivement à l'énergie due aux forces de pression, à l'énergie potentielle et à l'énergie cinétique du liquide.

On a donc les expressions suivantes:

unité de pression (Pa) $$P_A + \rho \cdot g \cdot z_A + \frac{\rho \cdot U_A^2}{2}$$

unité de longueur (m) $$\frac{P_A}{\rho \cdot g} + z_A + \frac{U_A^2}{2 \cdot g}$$

P_A, U_A et Z_A représentent respectivement la pression en A (Pa), la vitesse en A (m/s) et l'altitude de A (m) par rapport à un niveau zéro de référence.
L'expression en unité de longueur est appelée la hauteur manométrique en A (h_A) ou la charge totale du liquide en A.

remarque: on définit aussi les termes suivants:

pression statique: P_A

pression dynamique: $\frac{\rho \cdot U_A^2}{2}$

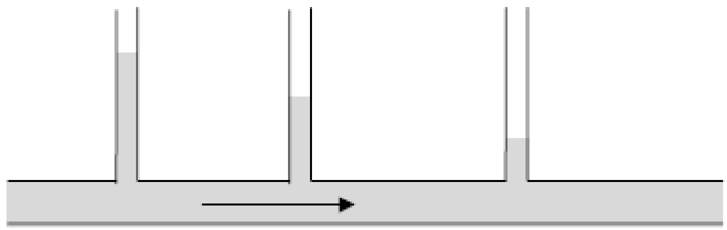
hauteur piézométrique: $\frac{P_A}{\rho \cdot g} + z_A$

Notion de perte de charge

On appelle fluide parfait un fluide pour lequel la viscosité dynamique est nulle.
Ce modèle physique ne correspond pas à la réalité mais constitue un cas limite pouvant parfois être utilisé pour une première approche (on verra dans la suite qu'on applique en fait ce modèle chaque fois que les pertes de charge sont négligées).

Tous les liquides ont en fait une certaine viscosité; lors du déplacement des liquides des frottements apparaissent entre les différentes couches de liquide ou contre les parois de la canalisation ou d'un accident. Ces frottements entraînent donc une production de chaleur correspondant à une perte d'énergie pour le liquide. **On parle de pertes de charge**.

Pour une canalisation horizontale cette perte d'énergie se caractérise par une diminution de la pression dans le sens de l'écoulement.



Les pertes de charge sont un élément fondamental de l'écoulement des liquides car elles apparaissent pour tous les liquides. Elles se classent en deux types:
• ***les pertes de charge*** dues aux simples frottements décrits plus haut: ce sont les pertes de charge générales dues à la seule présence d'une canalisation rectiligne sans accident.
• ***les pertes de charge*** provoquées par la présence d'accidents sur la canalisation: rétrécissement, élargissement, vanne, coude, clapet, filtre, débitmètre, échangeur

Ces accidents provoquent également des pertes d'énergie sous forme de frottements à cause des tourbillons créés par ces obstacles. On les nomme pertes de charges locales ou singulières.

CONSERVATION DE L'ÉNERGIE

On considère une canalisation de A vers B comportant une pompe et plusieurs accidents. Le liquide circulant à l'intérieur est un fluide réel: des pertes de charge apparaissent donc automatiquement. La pompe constitue un apport d'énergie pour le liquide.

On veut écrire la conservation de l'énergie entre les points A et B du liquide; on écrit d'ordinaire cette conservation en utilisant les unités de longueur puis les unités de pression (on a vu que ces unités étaient représentatives de l'énergie). Par conséquent on notera $J_{A\to B}$ le terme de perte de charge en m (perte d'énergie) et **Hmt** (hauteur manométrique totale) le terme représentatif de la pompe en m (gain d'énergie). **Hmt** représente l'augmentation de la charge du liquide due à l'intervention de la pompe.

$$h_B = h_A - J_{A\to B} + Hmt$$

$$\frac{P_B}{\rho \cdot g} + z_B + \frac{U_B^2}{2 \cdot g} = \frac{P_A}{\rho \cdot g} + z_A + \frac{U_A^2}{2 \cdot g} + Hmt - J_{A\to B}$$

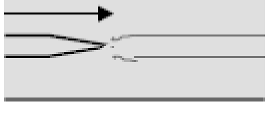
$$P_B + \rho \cdot g \cdot z_B + \rho \cdot \frac{U_B^2}{2} = P_A + \rho \cdot g \cdot z_A + \rho \cdot \frac{U_A^2}{2} + \rho \cdot g \cdot Hmt - \rho \cdot g \cdot J_{A\to B}$$

Les deux dernières relations sont les expressions généralisées de l'équation de Bernoulli.
Les différentes formes d'énergie du liquide sont susceptibles de se transformer le long de l'écoulement (transformation d'énergie de pression en énergie cinétique par exemple et inversement). En absence de pompe et en négligeant les pertes de charge entre A et B, les charges en A et B sont identiques: seules les valeurs relatives des trois termes d'énergie ont pu varier.
On remarque qu'en absence de pompe, la perte de charge entre A et B est la différence de charge entre A et B soit h_A - h_B.

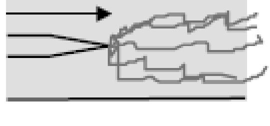
CALCUL DES PERTES DE CHARGE

1/ __Régimes d'écoulement__

Si on injecte un petit volume de colorant dans l'axe d'une canalisation horizontale parcourue par de l'eau, on observe suivant le débit du liquide (c'est-à-dire suivant sa vitesse puisque la section est constante) les phénomènes suivants:



REGIME LAMINAIRE



REGIME TURBULENT

• ***faibles débits:*** la trajectoire du filet de colorant est rectiligne. Les couches de liquide s'écoulent concentriquement les unes sur les autres sans qu'il y ait de mélange.
→ **le régime** d'écoulement est dit laminaire

• ***forts débits***: le colorant se mélange rapidement à l'eau par création de mouvements tourbillonnaires. Les forces dues à la viscosité ne sont alors plus suffisantes pour empêcher la naissance d'une multitude de tourbillons.
→ **le régime** d'écoulement est dit turbulent
Pour distinguer quantitativement les deux types de régimes observés, on utilise un critère basé sur le nombre de Reynolds Re (nombre sans unité ou adimensionnel):

$$Re = \frac{\rho \cdot U \cdot D}{\mu} = \frac{4 \cdot \rho \cdot Q_V}{\mu \cdot \pi \cdot D}$$

où μ, D, U et ρ sont respectivement la viscosité dynamique du liquide (en Poiseuils), le diamètre de la canalisation (m), la vitesse du liquide ($m.s^{-1}$) et la masse volumique du liquide ($kg.m^{-3}$).

On définit les régimes d'écoulement suivants:

Re < 2000: régime laminaire **Re > 3000: régime turbulent**

Entre ces deux valeurs de Re, le régime est qualifié d'intermédiaire. Le profil des vitesses suivant la section est une parabole pour le régime laminaire (Um = 0,5 . Umax) ; par contre, pour le régime turbulent, le profil montre un aplatissement au centre de la canalisation (Um = 0,8 . Umax).

$U_m = 0{,}5 \,.\, U_{max}$ $U_m = 0{,}8 \,.\, U_{max}$

On retiendra les points suivants:

• le régime turbulent est favorisé par les éléments suivants:

* **un débit de liquide élevé**
* **un faible diamètre de canalisation**

• quand le régime est turbulent, les frottements augmentent donc la perte de charge augmente dans une canalisation.

En conclusion, il faut retenir que dans les applications industrielles courantes c'est le régime turbulent qui s'applique. Le régime laminaire est observé seulement pour des liquides très visqueux.

remarque: pour un écoulement turbulent, il existe toujours au voisinage de la paroi une mince couche de liquide où l'écoulement est laminaire. L'épaisseur de la couche diminue si la vitesse moyenne dans la canalisation augmente. Cette couche intervient de manière très importante dans les échanges thermiques par convection.

2/ Calcul des pertes de charge générales

Expérimentalement on constate que les pertes de charge générales dépendent des éléments suivants:

• **longueur de la canalisation**: la perte de charge est logiquement directement proportionnelle à la longueur de la canalisation: elle augmente quand la longueur de canalisation augmente.

• **viscosité du liquide**: plus le liquide est visqueux, plus les frottements donc la perte de charge augmente.

• **diamètre intérieur**: quand le diamètre diminue, la perte de charge augmente considérablement. Le liquide a plus de difficultés à s'écouler donc les frottements augmentent pour un débit identique.

• **débit**: plus le débit augmente, plus les forces de frottements augmente pour un diamètre identique.

• **rugosité de la canalisation**: la rugosité correspond à la notion habituelle de présence plus ou moins importante d'aspérités sur une surface. On constate ici que lorsque la rugosité d'une canalisation augmente les frottements seront plus nombreux donc la perte de charge augmentera. La perte de charge est donc fonction du matériau de la canalisation.

remarque: la rugosité absolue ε correspond à la hauteur géométrique moyenne des aspérités d'une canalisation. Pour les pertes de charge le facteur déterminant est la rugosité relative ε/D

On donne les valeurs indicatives suivantes de rugosité absolue en mm:

Acier: 0,045 **fonte: 0,26** **fer galvanisé: 0,15** **béton: 0,3 à 3**
Verre, plastique, cuivre, inox: 0,0015

Il faut prendre conscience qu'un tube d'acier rouillé peut avoir sa rugosité absolue multipliée par un facteur pouvant dépasser 5.

Il est possible de démontrer que la perte de charge générale J est donnée par l'expression suivante:

$$J = \lambda \cdot \frac{u^2}{2 \cdot g} \cdot \frac{L}{D}$$

où λ est le coefficient de perte de charge. Il dépend de lois empiriques différentes suivant le régime d'écoulement:

$\Rightarrow$ régime laminaire: $\lambda = \dfrac{64}{Re}$ (la rugosité n'intervient pas)

$\Rightarrow$ régime turbulent: on distingue encore le cas des conduites lisses (la rugosité est très faible et n'intervient donc pas) et des conduites rugueuses.

$\rightarrow$ conduites lisses: $\lambda = 0{,}316.\ Re^{-0,25}$ (relation de Blasius)

Cette relation donne de bons résultats pour Re < 100000. Pour des valeurs de Re supérieures, on peut utiliser la relation suivante:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \cdot \ln\left(Re \cdot \sqrt{\lambda}\right) - 0{,}8$$

(Relation de Karman-Nikuradze)

→ **conduites rugueuses:** λ est fonction de Re et de la rugosité

relative $\frac{\varepsilon}{D}$. Pour des rugosités très importantes, λ est même essentiellement fonction de la rugosité.

3/ Calcul des pertes de charge singulières

Elles sont déterminées à partir de formules empiriques ou à partir d'abaques. La perte de charge entre deux points A et B encadrant un accident est donnée par la relation suivante exprimée en Pascals:

$$\Delta P_{A \to B} = \frac{K \cdot u^2 \cdot \rho}{2}$$

où **K** est un coefficient (sans unité) dépendant du type d'accident**. D, ρ** et **Qv** sont respectivement le diamètre intérieur de la canalisation (m), la masse volumique du liquide (kg/m3) et le débit du fluide (m3/s).
On constate que les pertes de charge par accidents dépendent du débit et du diamètre de la même manière que les pertes de charge générales:
• **débit**: une augmentation de débit provoque une augmentation des pertes de charge.
• **diamètre**: une augmentation de diamètre (coude, orifice de vanne) provoque une diminution des pertes de charge.
Le coefficient K est caractéristique de l'accident: il faut retenir que la perte de charge augmente quand ce coefficient augmente. On observe logiquement que par exemple le coefficient augmente si l'angle d'un coude augmente ou si la variation de diamètre est plus importante dans le cas d'un rétrécissement.

4/ Calcul des pertes de charge totales d'un circuit hydraulique

La perte de charge totale J d'une canalisation est donc donnée par l'expression suivante si on utilise les longueurs équivalentes de canalisation:

$$J = \lambda \cdot \frac{u^2}{2 \cdot g} \cdot \frac{\left(L + L_{eq}\right)}{D}$$

Où **Leq** ; longueur équivalente de canalisation

Des formules empiriques ou des abaques sont utilisées pour avoir des ordres de grandeur corrects des pertes de charge: il est bien entendu que des calculs très précis sont inutiles, car les installations sont toujours dimensionnées avec un coefficient de sécurité permettant une adaptation à des fonctionnements imprévus.

En conclusion, pour diminuer l'ensemble des pertes de charge dans une canalisation, afin de diminuer les coûts de fonctionnement dus aux pompes, il faut:

• Diminuer la longueur de canalisation
• Diminuer le nombre d'accidents sur la canalisation
• Diminuer le débit de circulation

• Augmenter le diamètre des canalisations
• Faire circuler des liquides le moins visqueux possible
• Utiliser des matériaux de faible rugosité

Il est néanmoins évident que le procédés de fabrication impose parfois des contraintes d'ordre supérieur (viscosité élevée des produits utilisés, débits forts imposés...)

Références

- Sakir Amiroudine & Jean-Luc Battaglia, Mécanique des fluides. l'université Bordeaux 1. Dunod, Paris, (2011).
- Riadh BEN HAMOUDA, Notions de mécanique des fluides. Centre de Publication Universitaire, Tunis (2008)