

## CHAPITRE 3

### CALCUL DES PIÈCES SOLLICITÉES EN TRACTION SIMPLE

La traction simple est l'un des problèmes les plus simples qui rencontrent l'ingénieur lors de calcul et vérification des éléments des structures.

Les éléments qui peuvent être sollicités en traction simple sont les diagonales des systèmes treillis, les câbles de manutentions et les goujons d'ancrage ainsi que les liernes des pannes et les tirants (suspentes) des lisses de bardage.

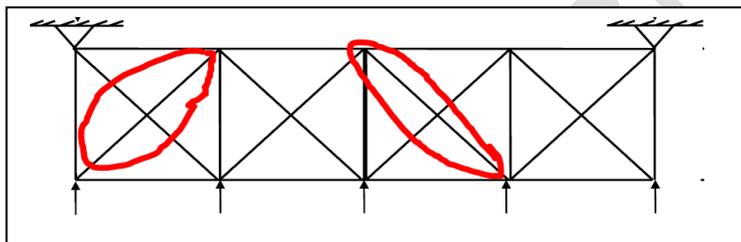


Figure 3.1. Éléments tendus dans une poutre au vent (diagonales).

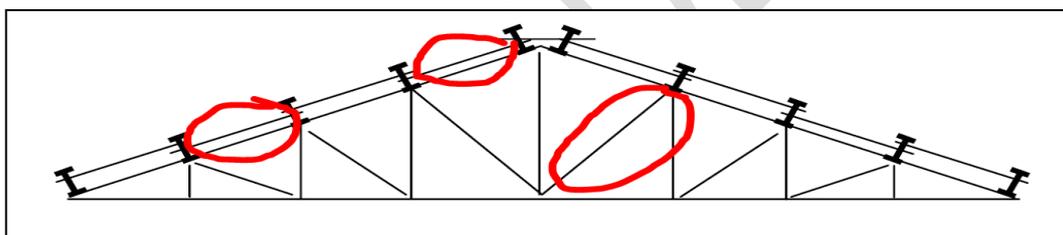


Figure 3.2. Éléments tendus dans une ferme (diagonales, liernes)

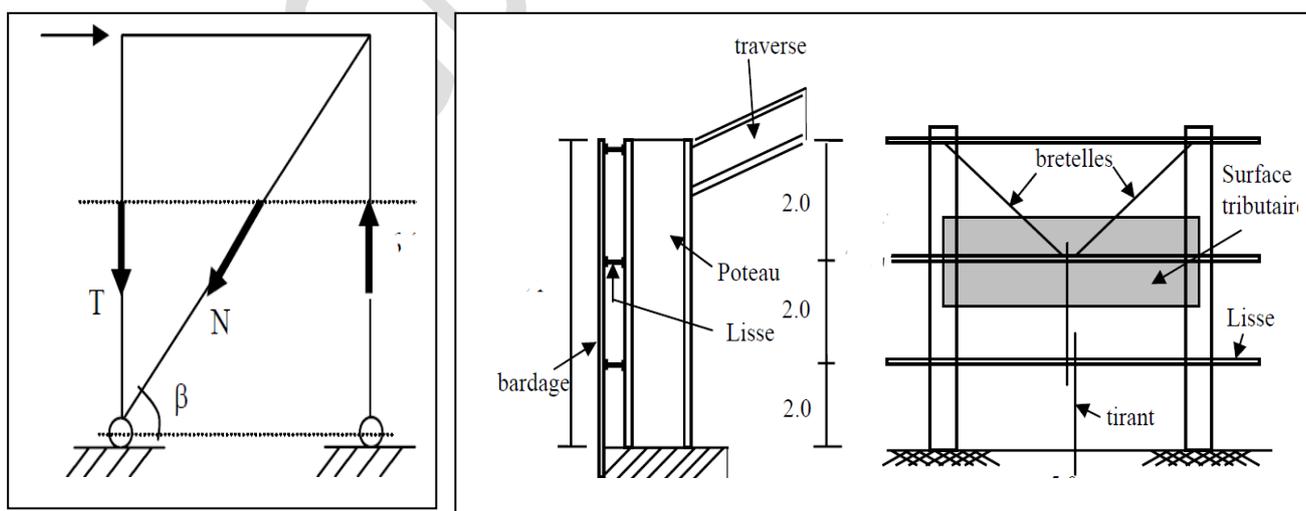


Figure 3. 3. Diagonale de stabilité longitudinale et tirant de lisses de bardage en cas traction

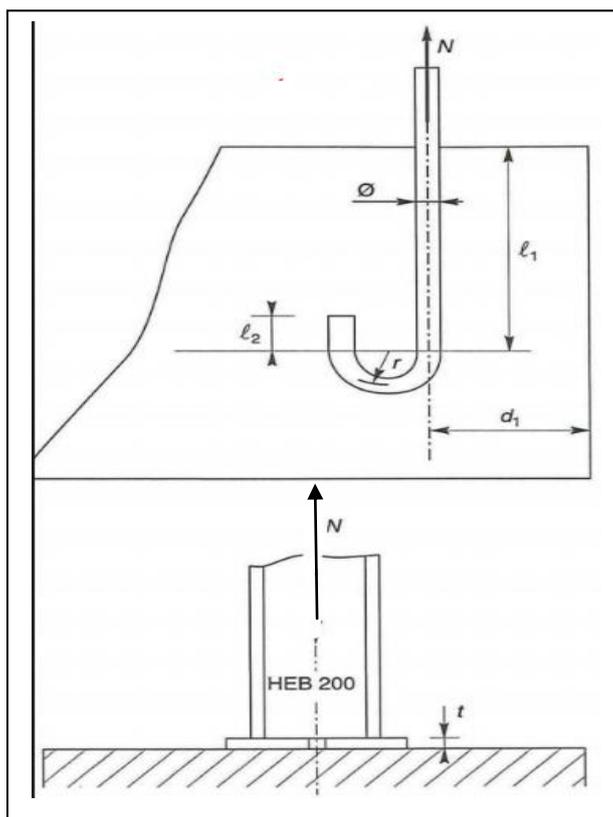
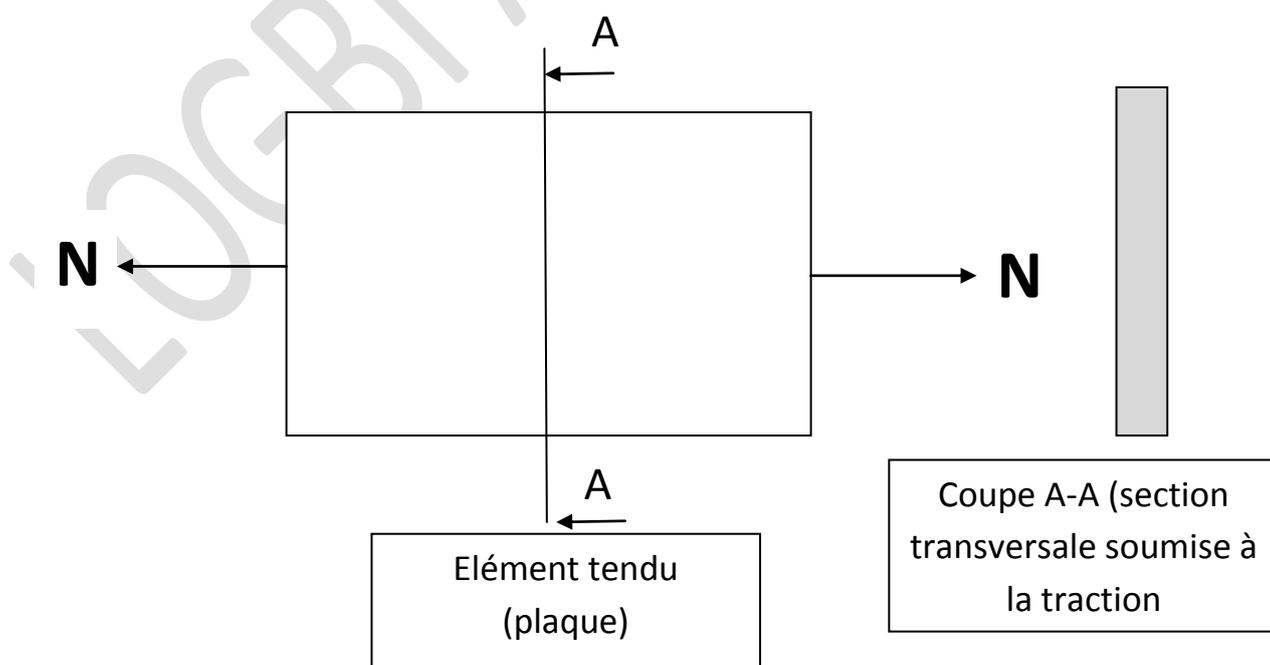
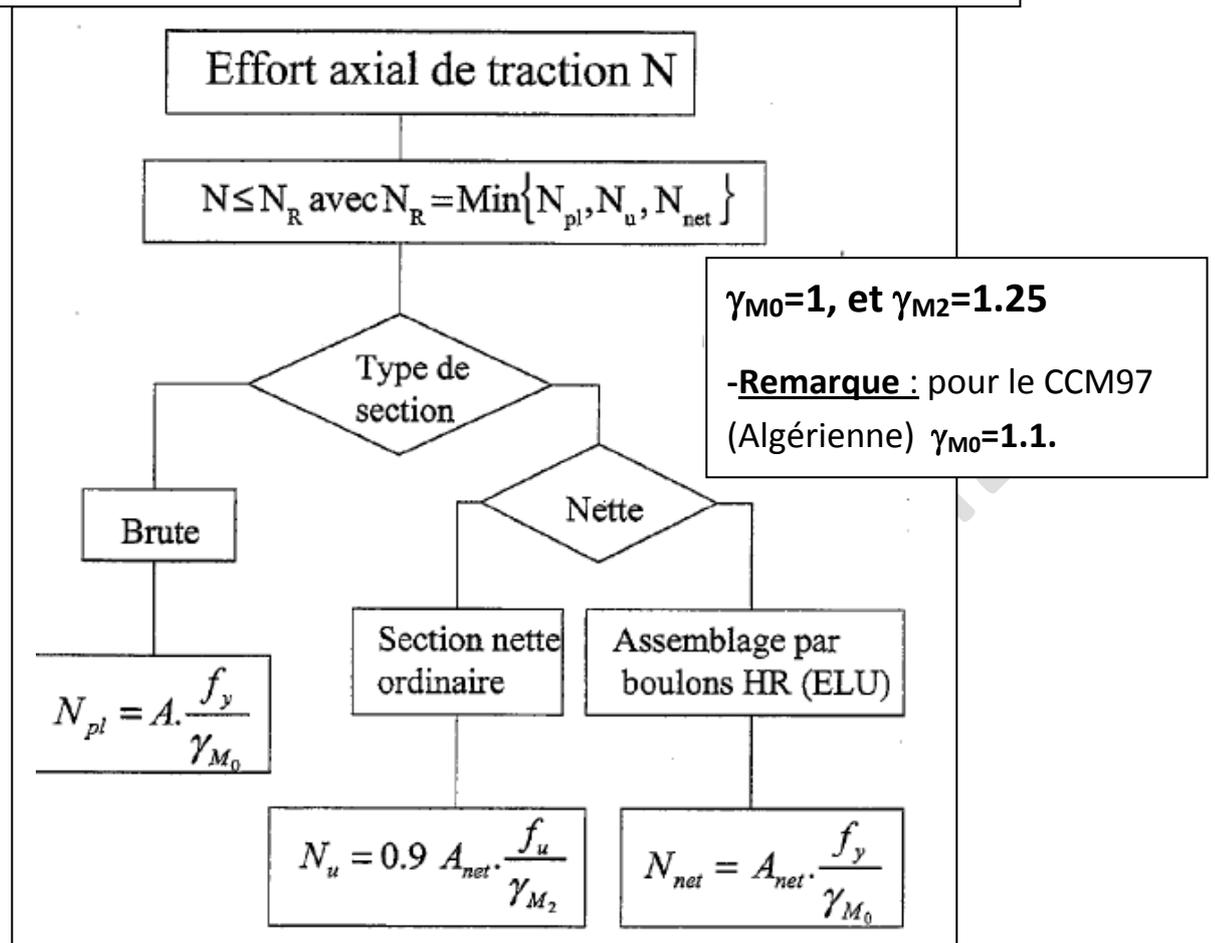


Figure 3. 4. Goujons d'ancrage en cas de traction (soulèvement dû au vent)

**1. CALCUL ET VERIFICATION SELON L'EUROCODE 3**



## Organigramme de vérification à la traction simple selon l'EC3

4.4.1. EFFORT AXIAL DE TRACTION ( $N$ )

Dans un élément sollicité en traction axiale, l'effort de traction  $N$  dans chaque section transversale doit rester inférieur à l'effort résistant de traction, soit :

$$N \leq N_R = \min [N_{pl} ; N_u ; N_{net}]$$

avec :

$$N_{pl} = A \cdot f_y / \gamma_{M_0} \quad (\text{résistance plastique de la section brute})$$

$$N_u = 0,9 \cdot A_{net} \cdot f_u / \gamma_{M_2} \quad (\text{résistance ultime de la section nette au droit des trous de fixation})$$

$$N_{net} = A_{net} \cdot f_y / \gamma_{M_0} \quad (\text{résistance plastique de la section nette pour les assemblages par boulons précontraints à l'É.L.U.})$$

## 2.1.SECTION BRUTE

### 2.1.1.CAS DES PLAQUES TENDUES

Pour les plaques la section brute c'est l'aire de la section transversale totale ( sans aucun vide) :  $A_{brute} = e.b$

Avec :

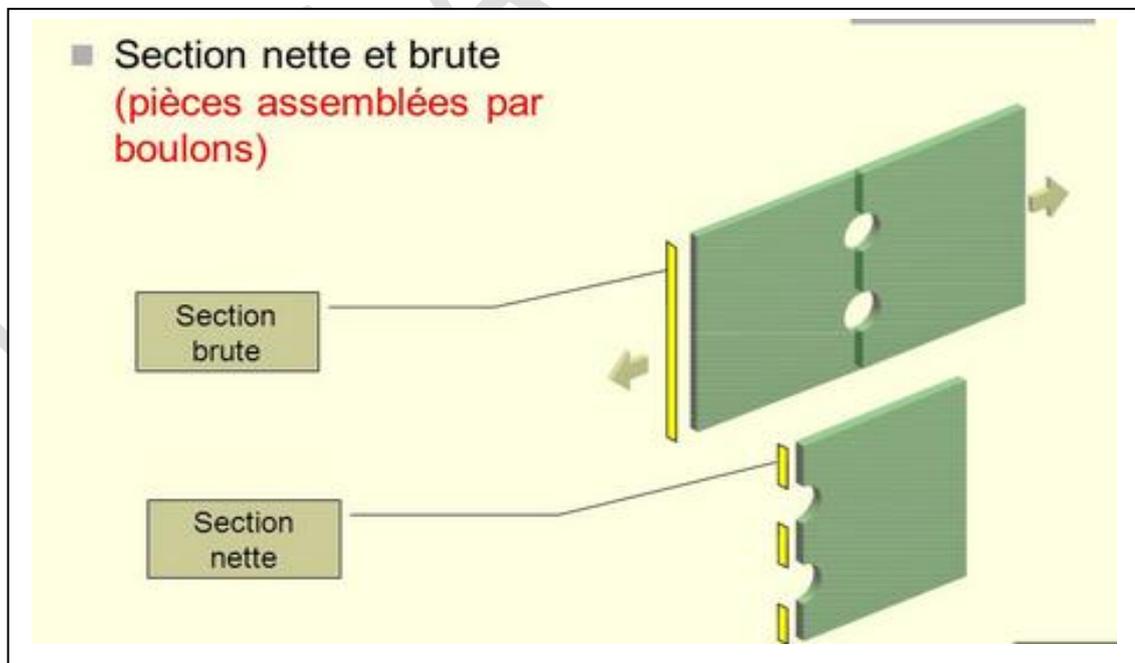
- e : l'épaisseur de la plaque
- et ( b ) la largeur



### 2.1.2.CAS DES CORNIERES

Pour les cornières et les barres usuelles utilisé généralement dans les système triangulés (fermes, contreventement, poutres au vent, ..... ) les sections sont données dans des tableaux qui sont décrits par la norme (NF EN 10025) (voir la fin de ce chapitre) :

## 2.2.SECTION NETTE



### 2.2.1.CAS DES PLAQUES TENDUES

La section nette se calcule suivant la ligne de rupture probable que peut suivre la rupture lors de traction. Il est défini comme étant la ligne la plus courte des différentes lignes probables. On distingue plusieurs cas :

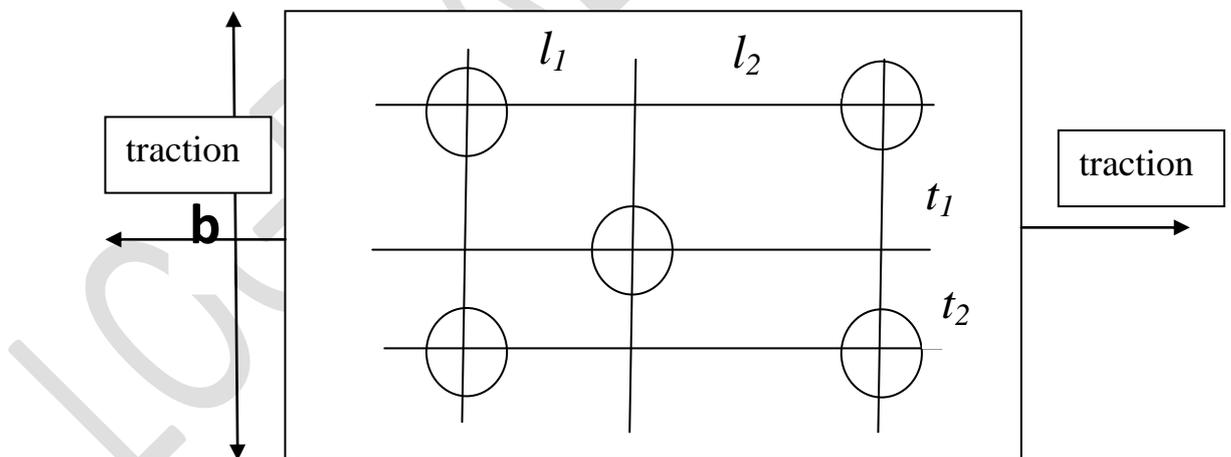
➤ **1<sup>er</sup> cas : Si les trous sont alignés :**

Dans ce cas là la section nette se calcule comme suit :

$$A_{net} = A_{brute} - A_{trous}$$

➤ **2<sup>ème</sup> cas : Si les trous ne sont pas alignés :** on calcule la section nette minimale correspondante à la ligne de rupture minimale comme suit:

$$A_{nette} = e \left( b - n \cdot \phi + \sum_{i=1}^k \left( \frac{(li)^2}{4ti} \right) \right)$$



-Epaisseur (e)

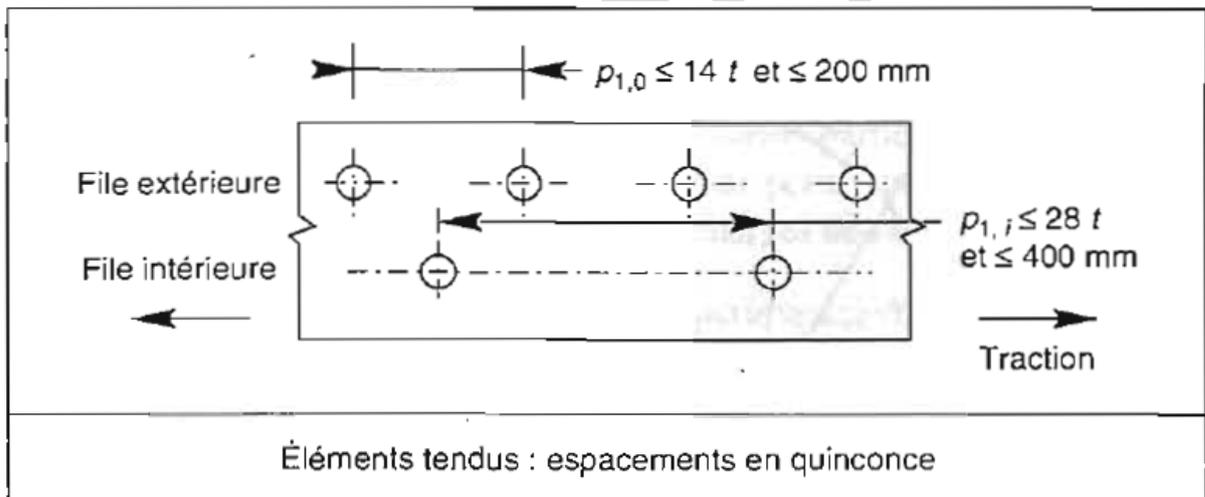
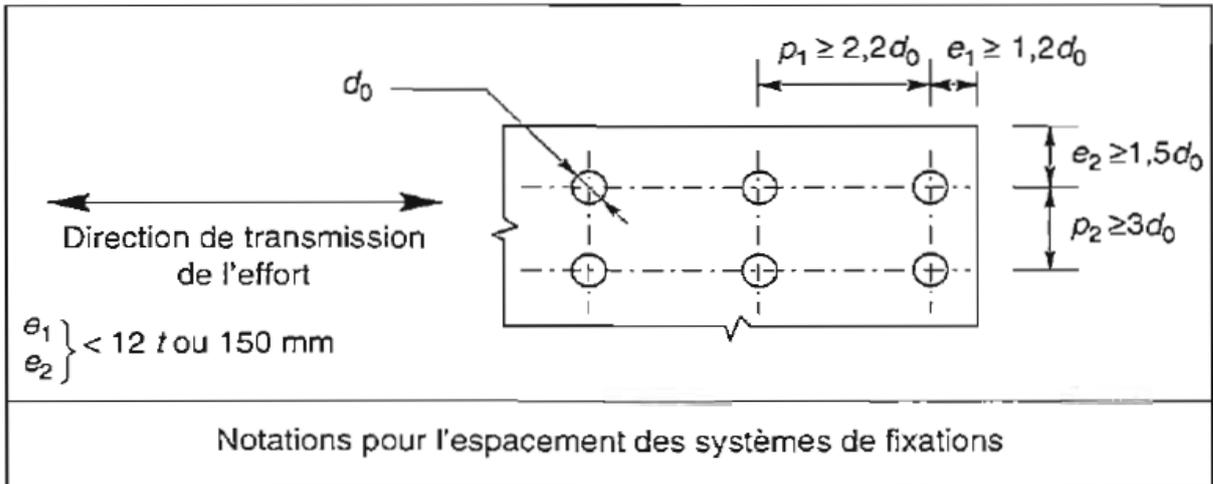
-Diamètre des trous ( $\phi$ ), il est considéré fixe

-distance transversale entre deux axes des trous successifs ( $t_i$ )

- distance longitudinale entre deux axes des trous successifs ( $l_i$ )

➤ **DISPOSITIONS CONSTRUCTIVES :**

**Dans le cas des trous dans les plaques sollicitées à la traction simple on doit respecter les dispositions constructives suivantes :**



Les distances entre axes des boulons ainsi qu'entre axes des boulons et bords des pièces (pinces) sont limitées par:

➤ **des valeurs minimales:**

- pour faciliter la mise en place des boulons,
- pour permettre le passage des clés,
- pour éviter le déchirement des tôles (à la manière des timbres-poste);

➤ **des valeurs maximales:**

- pour conserver un bon contact entre les pièces assemblées (ce qui augmente le frottement et limite les risques de corrosion),
- pour éviter des assemblages trop longs

Trous nominaux	
Jeu (mm)	Diamètre boulon
1	M12 et M14
2	M16 à M24
3	≥ M27

### 2.2.2.CAS DES CORNIERES

- **Si on n'a pas de trous**, on utilise la section brute de la cornières donnée dans les tableaux (pages 39, 40, 41)
- **Dans le cas de trous** : c'est pareille comme le cas des plaques avec quelques particularités.

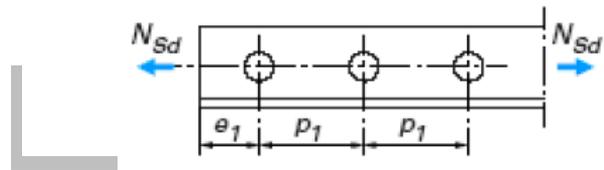
Le calcul se fait comme suit :

#### Vérification à la résistance ultime de la section nette :

Cas de cornières assemblées par une seule aile

Pour une attache avec deux boulons ou plus,

$$N_{u,Rd} = \frac{\beta A_{net} f_u}{\gamma_{M2}}$$



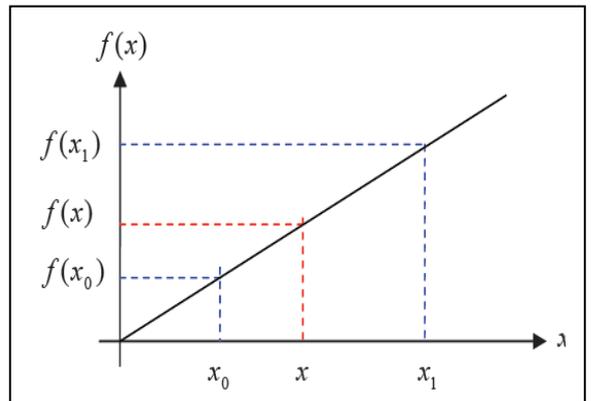
Où  $\beta$  est le coefficient minorateur donné dans le tableau 1 en fonction de l'entraxe  $p_1$  des trous.

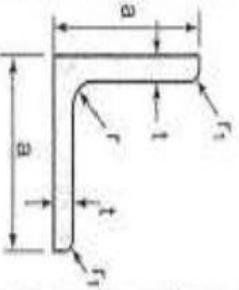
**Tableau 1 - Coefficients minorateurs  $\beta_2$  et  $\beta_3$**

Entraxe $p_1$	$\leq 2,5 d_0$	$\geq 5,0 d_0$
(2 boulons) $\beta_2$	0,4	0,7
(3 boulons ou plus) $\beta_3$	0,5	0,7

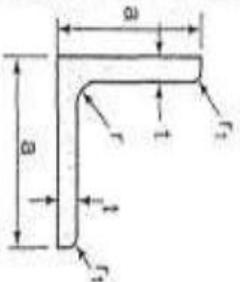
Si,  $2,5d_0 \leq p_1 \leq 5d_0$ , on utilise l'équation d'interpolation suivante :

$$f(x) = f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} \cdot (x - x_0)$$

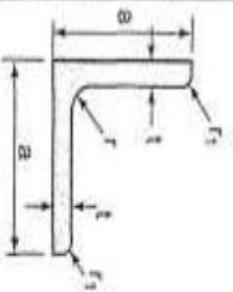




	Dimensions						Masse par mètre	Aire de la section	
	a	a	e	r	r <sub>1</sub>	P			A
	mm	mm	mm	mm	mm	kg/m			cm <sup>2</sup>
L 20 x 20 x 3	20	20	3	4	2	0,88	1,13		
L 25 x 25 x 3	25	25	3	4	2	1,12	1,43		
L 25 x 25 x 4	25	25	4	4	2	1,46	1,86		
L 25 x 25 x 5	25	25	5	5	2,5	1,79	2,28		
L 30 x 30 x 3	30	30	3	5	2,5	1,36	1,74		
L 30 x 30 x 3,5	30	30	3,5	5	2,5	1,57	2,00		
L 30 x 30 x 4	30	30	4	5	2,5	1,78	2,27		
L 30 x 30 x 5	30	30	5	5	2,5	2,18	2,78		
L 35 x 35 x 3,5	35	35	3,5	4	2	1,84	2,34		
L 35 x 35 x 4	35	35	4	5	2,5	2,09	2,67		
L 35 x 35 x 5	35	35	5	5	2,5	2,57	3,28		
L 40 x 40 x 3	40	40	3	5	2,5	1,83	2,34		
L 40 x 40 x 4	40	40	4	6	3	2,42	3,08		
L 40 x 40 x 5	40	40	5	6	3	2,97	3,79		
L 40 x 40 x 6	40	40	6	6	3	3,52	4,48		
L 45 x 45 x 3	45	45	3	5	2,5	2,07	2,64		
L 45 x 45 x 4	45	45	4	5	2,5	2,72	3,47		
L 45 x 45 x 4,5	45	45	4,5	7	3,5	3,06	3,90		
L 45 x 45 x 5	45	45	5	7	3,5	3,38	4,30		
L 45 x 45 x 6	45	45	6	7	3,5	4,00	5,09		
L 50 x 50 x 3	50	50	3	5	2,5	2,31	2,94		
L 50 x 50 x 4	50	50	4	5	2,5	3,04	3,87		
L 50 x 50 x 5	50	50	5	7	3,5	3,77	4,80		
L 50 x 50 x 6	50	50	6	7	3,5	4,47	5,69		
L 50 x 50 x 7	50	50	7	7	3,5	5,15	6,56		
L 50 x 50 x 8	50	50	8	7	3,5	5,82	7,41		
L 55 x 55 x 6	55	55	6	7	3,5	4,94	6,29		

	Dimensions						Masse par mètre	Aire de la section	
	a	a	e	r	r <sub>1</sub>	P			A
	mm	mm	mm	mm	mm	kg/m			cm <sup>2</sup>
	L 60 x 60 x 4	60	60	4	5	2,5	3,66	4,67	
L 60 x 60 x 5	60	60	5	6	3	4,54	5,79		
L 60 x 60 x 6	60	60	6	8	4	5,42	6,91		
L 60 x 60 x 7	60	60	7	8	4	6,26	7,98		
L 60 x 60 x 8	60	60	8	8	4	7,09	9,03		
L x 60 x 10	60	60	10	12	6	8,76	11,15		
L 65 x 65 x 5	65	65	5	7	3,5	4,95	6,30		
L 65 x 65 x 6	65	65	6	8	4	5,89	7,51		
L 65 x 65 x 7	65	65	7	8	4	6,81	8,68		
L 65 x 65 x 8	65	65	8	8	4	7,72	9,83		
L 65 x 65 x 9	65	65	9	9	4,5	8,62	10,98		
L 70 x 70 x 5	70	70	5	6	3	5,33	6,79		
L 70 x 70 x 6	70	70	6	9	4,5	6,38	8,13		
L 70 x 70 x 7	70	70	7	9	4,5	7,38	9,40		
L 70 x 70 x 9	70	70	9	9	4,5	9,32	11,88		
L 75 x 75 x 5	75	75	5	6	3	5,72	7,29		
L 75 x 75 x 6	75	75	6	9	4,5	6,85	8,73		
L 75 x 75 x 7	75	75	7	9	4,5	7,93	10,10		
L 75 x 75 x 8	75	75	8	9	4,5	8,99	11,45		
L 75 x 75 x 10	75	75	10	10	5	11,07	14,11		
L 80 x 80 x 5	80	80	5	6	3	6,11	7,79		
L 80 x 80 x 5,5	80	80	5,5	10	5	6,75	8,60		
L 80 x 80 x 6	80	80	6	10	5	7,34	9,35		
L 80 x 80 x 6,5	80	80	6,5	10	5	7,92	10,08		
L 80 x 80 x 8	80	80	8	10	5	9,63	12,27		
L 80 x 80 x 10	80	80	10	10	5	11,86	15,11		
L 90 x 90 x 6	90	90	6	11	5,5	8,30	10,57		
L 90 x 90 x 7	90	90	7	11	5,5	9,61	12,24		
L 90 x 90 x 8	90	90	8	11	5,5	10,90	13,89		
L 90 x 90 x 9	90	90	9	11	5,5	12,18	15,52		
L 90 x 90 x 10	90	90	10	11	5,5	13,45	17,13		
L 90 x 90 x 11	90	90	11	11	5,5	14,70	18,72		
L 90 x 90 x 12	90	90	12	11	5,5	15,93	20,29		

	Dimensions						Masse par mètre	Aire de la section	
	a	a	e	r	r <sub>1</sub>	P			A
	mm	mm	mm	mm	mm	kg/m			cm <sup>2</sup>
L 100 x 100 x 7	100	100	7	12	6	10,73	13,66		
L 100 x 100 x 8	100	100	8	12	6	12,18	15,51		
L 100 x 100 x 9	100	100	9	12	6	13,62	17,34		
L 100 x 100 x 10	100	100	10	12	6	15,04	19,15		
L 100 x 100 x 11	100	100	11	12	6	16,44	20,94		
L 100 x 100 x 12	100	100	12	12	6	17,83	22,71		
L 110 x 110 x 10	110	110	10	13	6,5	16,63	21,18		
L 110 x 110 x 12	110	110	12	13	6,5	19,74	25,14		
L 120 x 120 x 8	120	120	8	13	6,5	14,71	18,74		
L 120 x 120 x 9	120	120	9	13	6,5	16,46	20,97		
L 120 x 120 x 10	120	120	10	13	6,5	18,20	23,18		
L 120 x 120 x 11	120	120	11	13	6,5	19,92	25,37		
L 120 x 120 x 12	120	120	12	13	6,5	21,62	27,54		
L 120 x 120 x 13	120	120	13	13	6,5	23,31	29,69		
L 120 x 120 x 14	120	120	14	13	6,5	24,98	31,82		
L 120 x 120 x 15	120	120	15	13	6,5	26,64	33,93		
L 130 x 130 x 12	130	130	12	14	7	23,53	29,97		
L 140 x 140 x 13	140	140	13	15	7,5	27,44	34,95		
L 150 x 150 x 10	150	150	10	16	8	22,98	29,27		
L 150 x 150 x 12	150	150	12	16	8	27,35	34,83		
L 150 x 150 x 14	150	150	14	16	8	31,65	40,31		
L 150 x 150 x 15	150	150	15	16	8	33,77	43,02		
L 150 x 150 x 16	150	150	16	16	8	35,89	45,71		
L 150 x 150 x 18	150	150	18	16	8	40,06	51,03		
L 160 x 160 x 15	160	160	15	17	8,5	36,16	46,06		
L 160 x 160 x 17	160	160	17	17	8,5	40,68	51,82		
L 180 x 180 x 16	180	180	16	18	9	43,48	55,39		
L 180 x 180 x 18	180	180	18	18	9	48,60	61,91		
L 180 x 180 x 20	180	180	20	18	9	53,65	68,35		
L 200 x 200 x 16	200	200	16	18	9	48,50	61,79		
L 200 x 200 x 18	200	200	18	18	9	54,25	69,11		
L 200 x 200 x 20	200	200	20	18	9	59,93	76,35		
L 200 x 200 x 24	200	200	24	18	9	71,11	90,59		



## APPLICATIONS

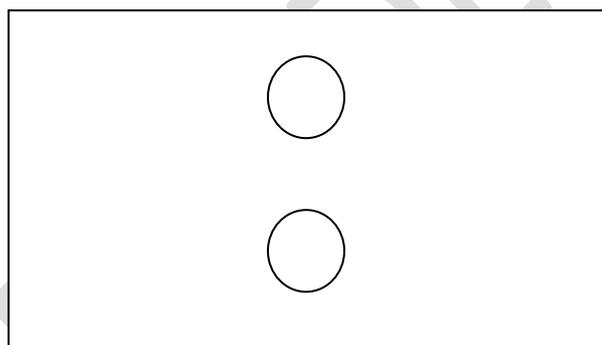
### **Exercice 1 :**

1-calculer la charge de traction (  $N_{max}$ ) que peut supporter la plaque suivante ( $b=200mm$ ,  $e=5mm$ ,  $f_y=235MPa$ ,  $f_u=350MPa$ ) dans les cas suivants :

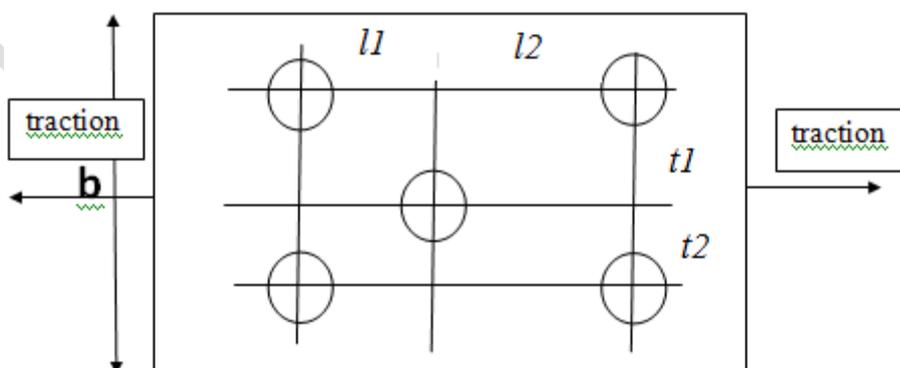
#### 1<sup>er</sup> cas :



#### 2<sup>ème</sup> cas : avec $\phi=14mm$

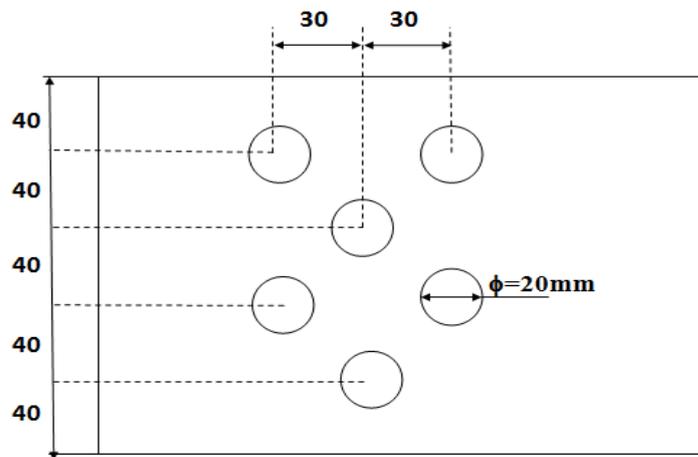


#### 3<sup>ème</sup> cas : avec $l_1=l_2=50mm$ et $t_1=t_2=40mm$ , $\phi=14mm$



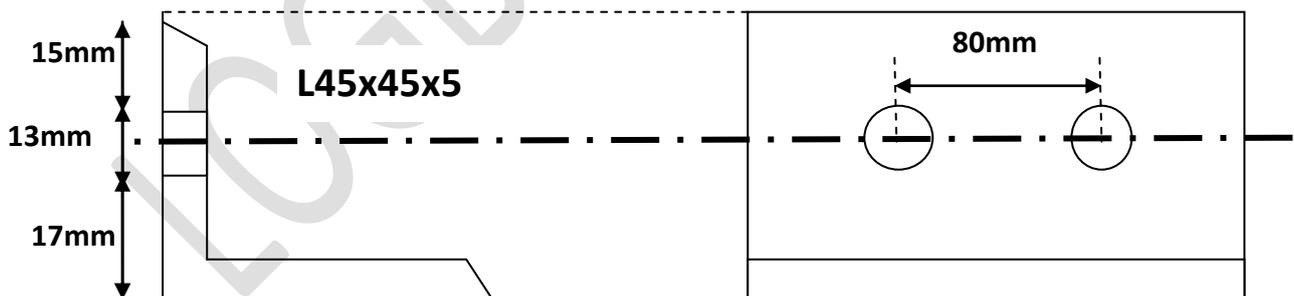
**Exercice 2 :**

1-calculer la charge de traction ( $N_{max}$ ) que peut supporter la plaque suivante ( $b=205\text{mm}$ ,  $e=10\text{mm}$ ,  $\phi=20\text{mm}$ ,  $f_y=235\text{MPa}$ ,  $f_u=350\text{MPa}$ ) ,

**Exercice 3 :**

1-déterminer la résistance de la cornière suivante (L45x45x5), sollicitée à la traction simple ( $e=t=5$ ,  $\phi=13\text{mm}$ ,  $f_y=235\text{MPa}$ ,  $f_u=350\text{MPa}$ ) ,

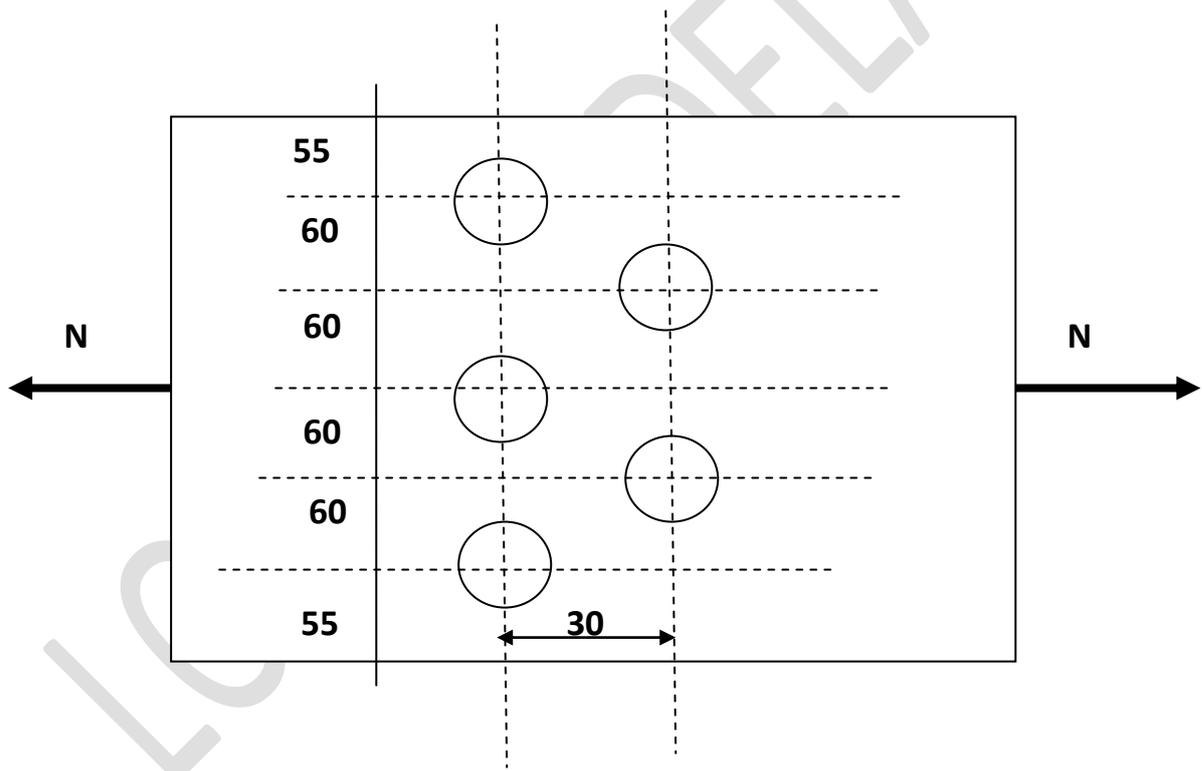
2-Si on applique une charge  $N=100\text{ KN}$  , quelle épaisseur minimale ( $t_{min}$  ??) doit avoir la cornière pour qu'elle soit résistante ??



**Exercice 4 :**

- calculer la résistance de la plaque à la traction simple ( $N_{max}$ ) dans les deux cas suivants :
  - 1- Trous pour boulons ordinaires
  - 2- Trous pour boulon HR
- Si on applique une charge de traction pondérée de 400kN, calculer dans ce cas l'épaisseur minimale de la plaque ( $e_{min}$ ) pour qu'elle soit résistante (boulon HR).

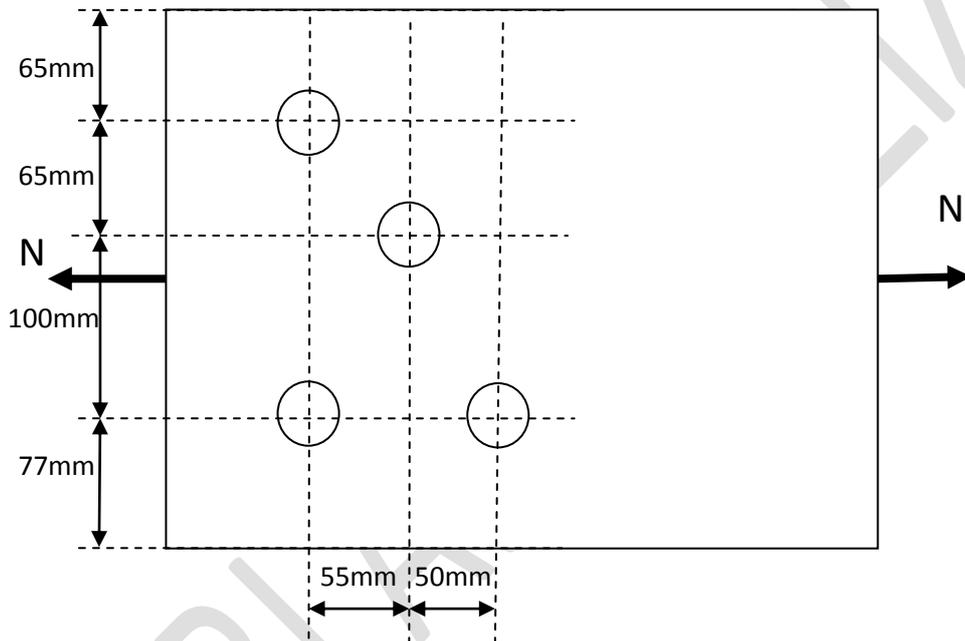
**Données : (acier S235 ( $f_y=235\text{MPa}$ ,  $f_u=350\text{MPa}$ ),  $\phi=14\text{mm}$ , les dimensions sur la plaque sont en (mm))**



**Exercice 5 :** vérifier la résistance de la plaque suivante à la traction simple dans les deux cas :

- 1- Trous pour boulons ordinaires
- 2- Trous pour boulons HR

**Données :** la charge pondérée appliquée  $N = 450\text{KN}$ ,  $\phi_{\text{trous}} = 14\text{mm}$ ,  $t_{\text{plaque}} = 8\text{mm}$ , Acier S235 ( $f_y = 235\text{N/mm}^2$ ,  $f_u = 360\text{N/mm}^2$ )



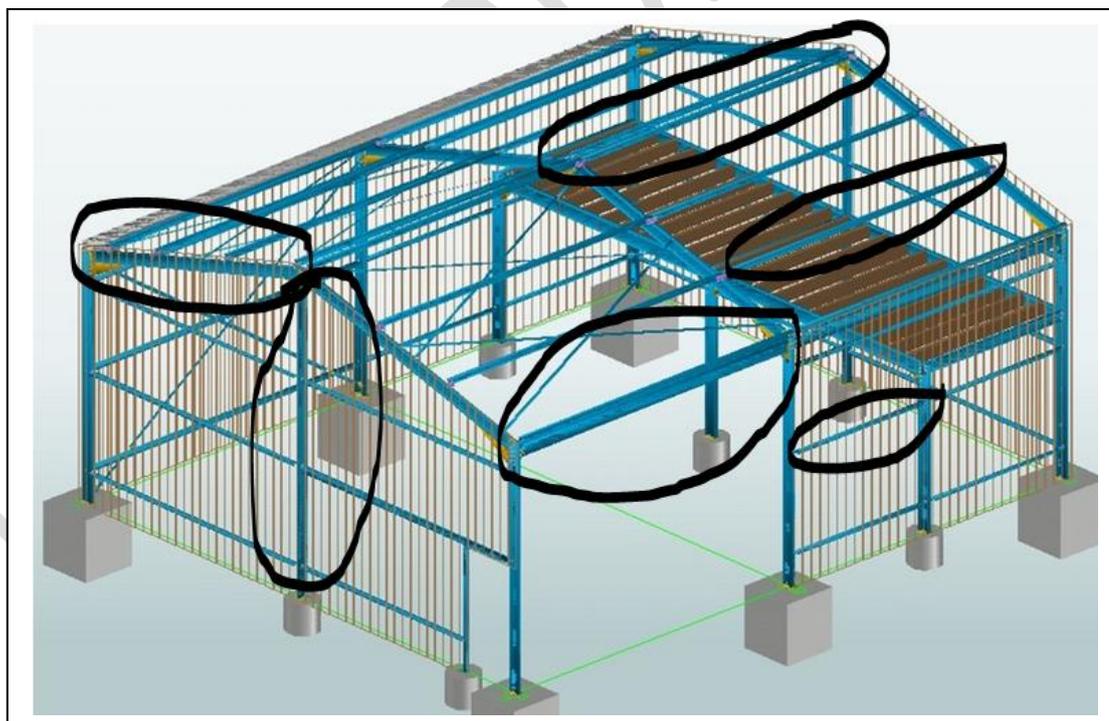
## CHAPITRE 4

### CALCUL DES PIECES FLECHIES

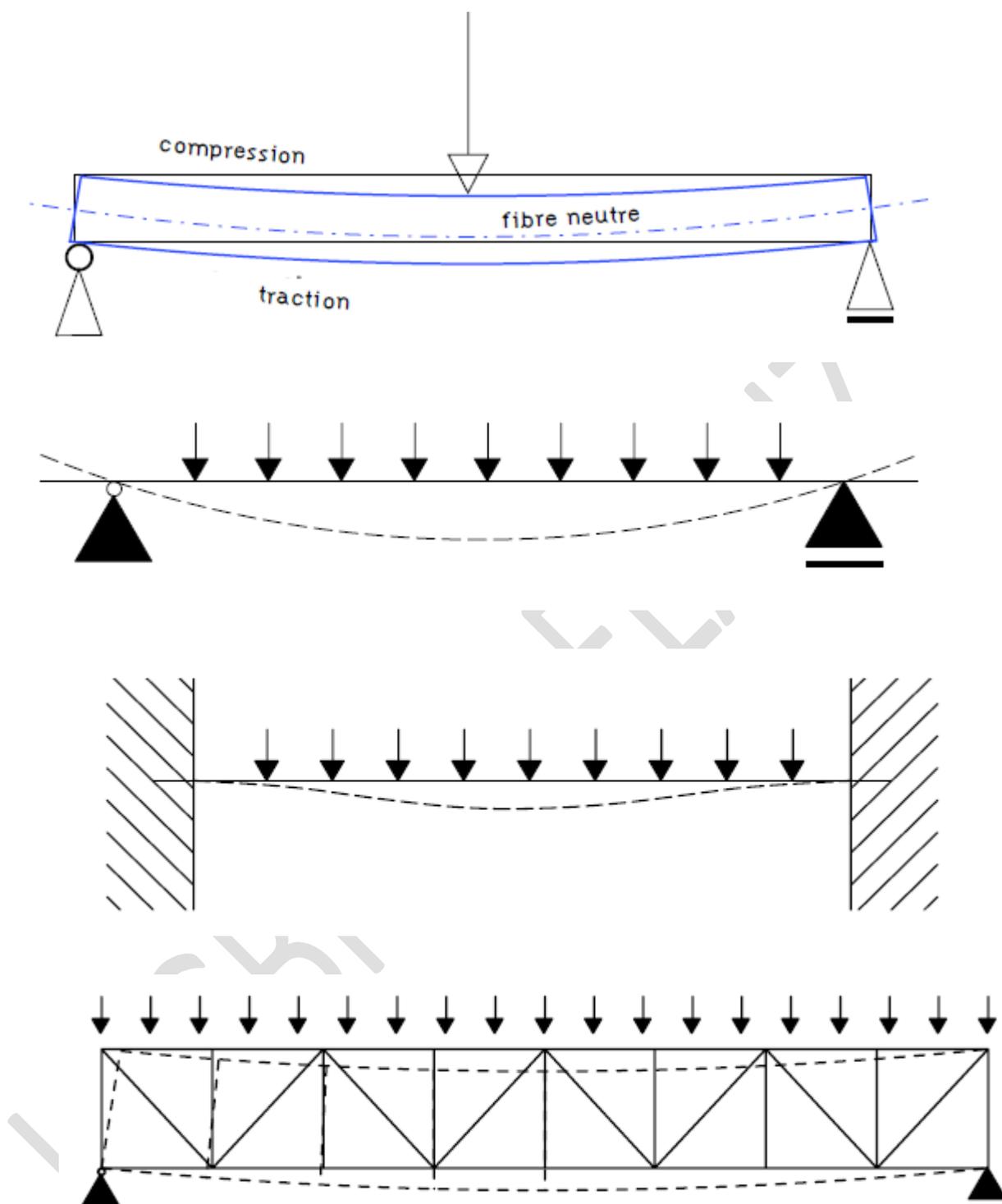
Les éléments sollicités à la flexion simple dans les structures métalliques sont généralement les poutres.

Les poutres transmettent les charges réparties sur les planchers vers les poteaux.

La flexion peut être unidimensionnelle si elle a une seule direction (un seul plan d'application), comme elle peut être bidimensionnelle si elle est appliquée sur deux plans, on parle dans ce cas là de la flexion déviée.



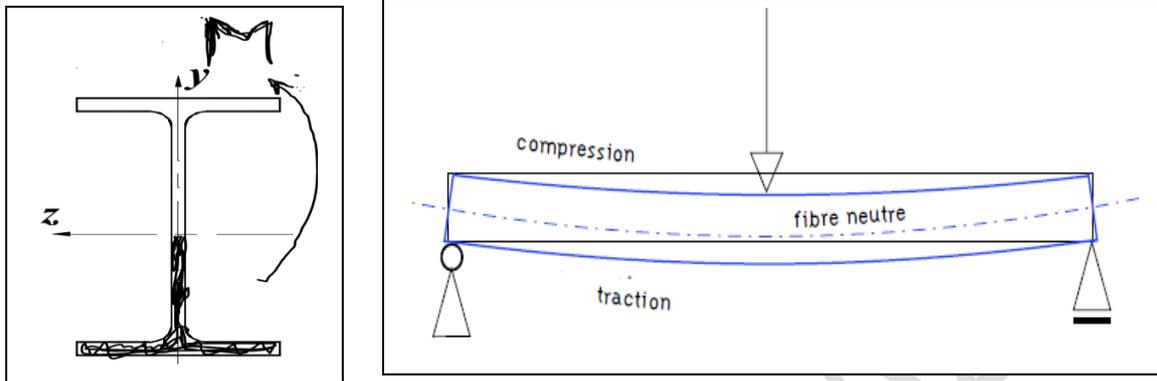
**Figure 4.1 : hangar métallique (les éléments encerclés sont généralement sollicités à la flexion (simple ou composée))**



**Figure 4.2 : différents types de poutres sollicités en flexion simple par différents cas de chargements avec différents types d'appuis.**

## 1. DEFINITION

Un moment de flexion ( $M$ ), est un moment qui fait fléchir la poutre et séparer la section transversale en deux parties ; une comprimée et l'autre tendue).



## 2. CALCUL ET VERIFICATION SELON L'EC3

Soit une section sollicitée à la flexion simple dans une seule direction.

On cherche par les règles de l'RDM la section critique qui correspond au moment maximal ( $M$ ), bien évidemment, après avoir déterminé les combinaisons des charges les plus défavorables à l'ELU ( voir chapitre 2).

Les formulaires récapitulatifs de l'RDM **cités dans les pages ( 53-57)**, nous permettent de déterminer les sections critiques (dangereuses) pour chaque sollicitation ainsi que moment max ( $M_{max}$ ), l'effort tranchant max ( $V_{max}$ ) et la flèche max ( $f_{max}$ ).

**On distingue deux cas :**

- 1- **Moment fléchissant seul (sans effort tranchant, c'est-à-dire ( $M \neq 0$  et  $V = 0$ )) (Exemple appui simple)**
- 2- **Moment fléchissant avec effort tranchant (à la fois), c'est-à-dire ( $M \neq 0$  et  $V \neq 0$ ) (exemple encastrement)**

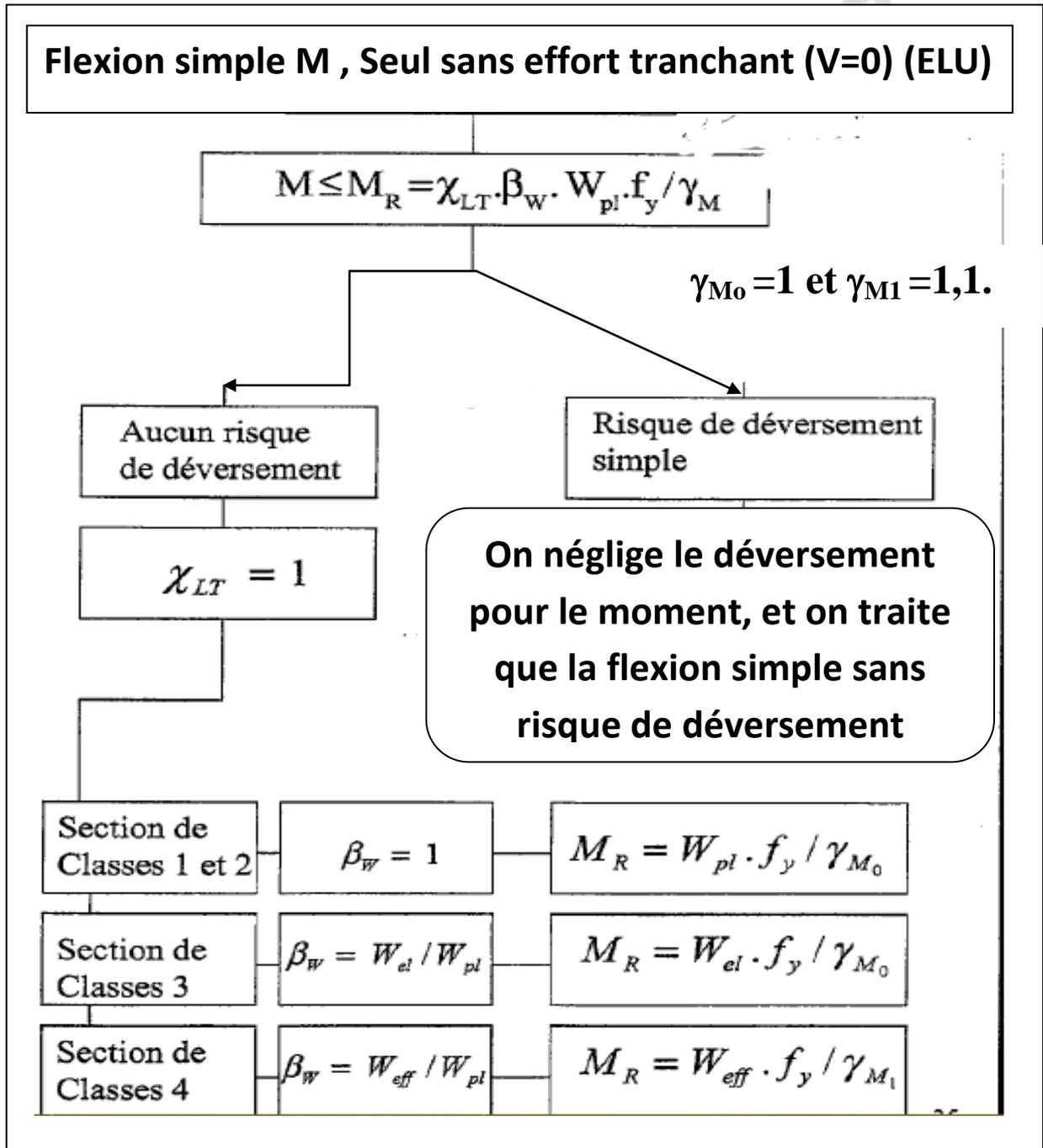
La vérification selon l'EC3 se fait suivant les états limites ;

- L'état limite ultime (ELU), condition de résistance.
- Et l'état limite de service (ELS), condition de flèche.

## 2.1. VERIFICATION A L'ELU

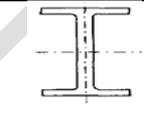
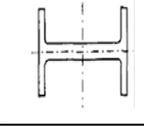
### 2.1.1. CAS DE MOMENT SEUL (EFFORT TRANCHANT V=0)

Dans ce cas là, pour que la section soit résistante, ce moment max (M), doit vérifier les conditions citées dans l'organigramme récapitulatif suivant :



**NB : Le coté droit de l'organigramme nous ne concerne pas pour le moment car il traite le déversement, donc il sera négligé.**

- Les classes des sections utilisées dans les poutres (IPE et HEA) sont données dans les tableaux ( **pages 29,30 chapitre 2**), et elles sont toutes de classes 1 et 2 sauf quelques exception. Donc on se limite de calcul pour les classes 1, 2 et 3
- Les sections de classe 4 ne seront pas traitées actuellement..
- Les coefficients de sécurité partiels :  $\gamma_{M0}=1$  et  $\gamma_{M1}=1,1$ .
- Les caractéristiques géométriques des sections ( $W_{el}$  et  $W_{pl}$ ), sont données dans les tableaux (**pages 7, 8 et 9 du chapitre 1**).
- On prend ( $W_{ely}$  ou  $W_{elz}$  ) ou ( $W_{ply}$  ou  $W_{plz}$ ), selon la disposition de la section :

Cas courante (le sens le plus résistant :inertie max par rapport à yy)		$W_{ely}$ ou $W_{ply}$
Cas rare (le sens de faible inertie par rapport zz)		$W_{elz}$ ou $W_{plz}$

### 2.1.2. VERIFICATION DE LA FLECHE ( à l'ELS)

- La flèche max ( $f_{max}$ ) doit vérifier la condition suivante :

$$\delta_{max} \leq \delta_{adm}$$

- **la flèche ( $f_{max}$ ) est calculée par des combinaisons des charges à l'ELS, sans majorations des charges ( voir combinaisons des charges page 27 Chapitre 2 ).**
- la flèche ( $\delta_{max}$ ) est calculée par les formulaires donnés par l'RDM selon l'état des charges et la nature des appuis (**pages 53-57**).

- la flèche admissible ( $\delta_{adm}$ ) est donnée selon la nature de l'élément structural en fonction de la longueur de la poutre ( $l$ ).

Cas de structure	Flèche admissible max ( $\delta_{adm}$ )
Toitures en général	$\frac{l}{200}$
Toitures supportant fréquemment du personnel d'entretien	$\frac{l}{250}$
Planchers en général	$\frac{l}{250}$
Planchers et toitures supportant des cloisons en plâtre	$\frac{l}{250}$
Planchers supportant des poteaux	$\frac{l}{400}$

### 2.1.3. VERIFICATION DE L'EFFORT TRANCHANT SEUL (M=0 et V≠0) (à l'ELU)

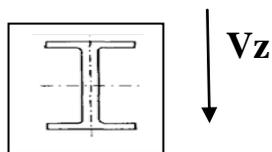
Soit (V) l'effort tranchant max (Pages 53-57), cet effort doit vérifier la condition suivante :

Effort tranchant V

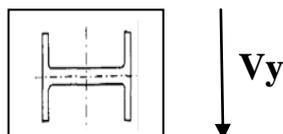
$$V \leq V_{pl} \text{ avec } V_{pl} = (f_y \cdot A_V) / (\sqrt{3} \cdot \gamma_{M_0})$$

Av : l'aire de la section sollicitée à l'effort tranchant, elle est donnée aux tableaux des caractéristiques géométriques des sections ; pages (7-8 et 9).

- On prend  $A_v(z)$  si la section est dans le sens d'inertie max →

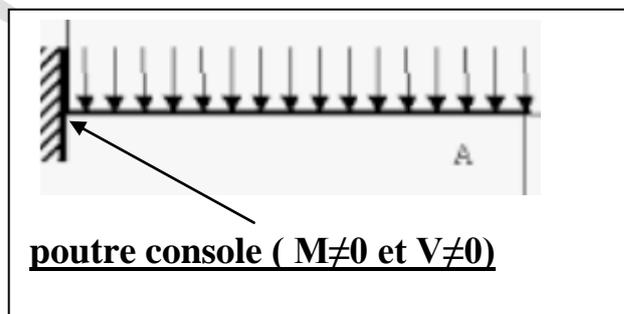
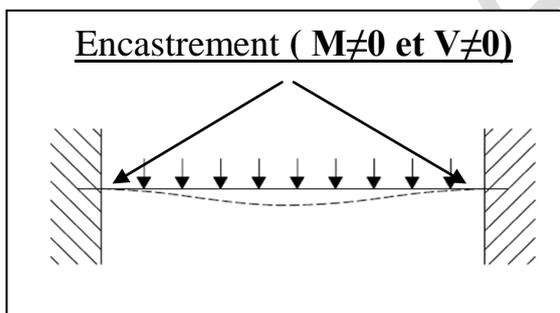


- On prend  $A_v(y)$  si la section est dans le sens d'inertie min →

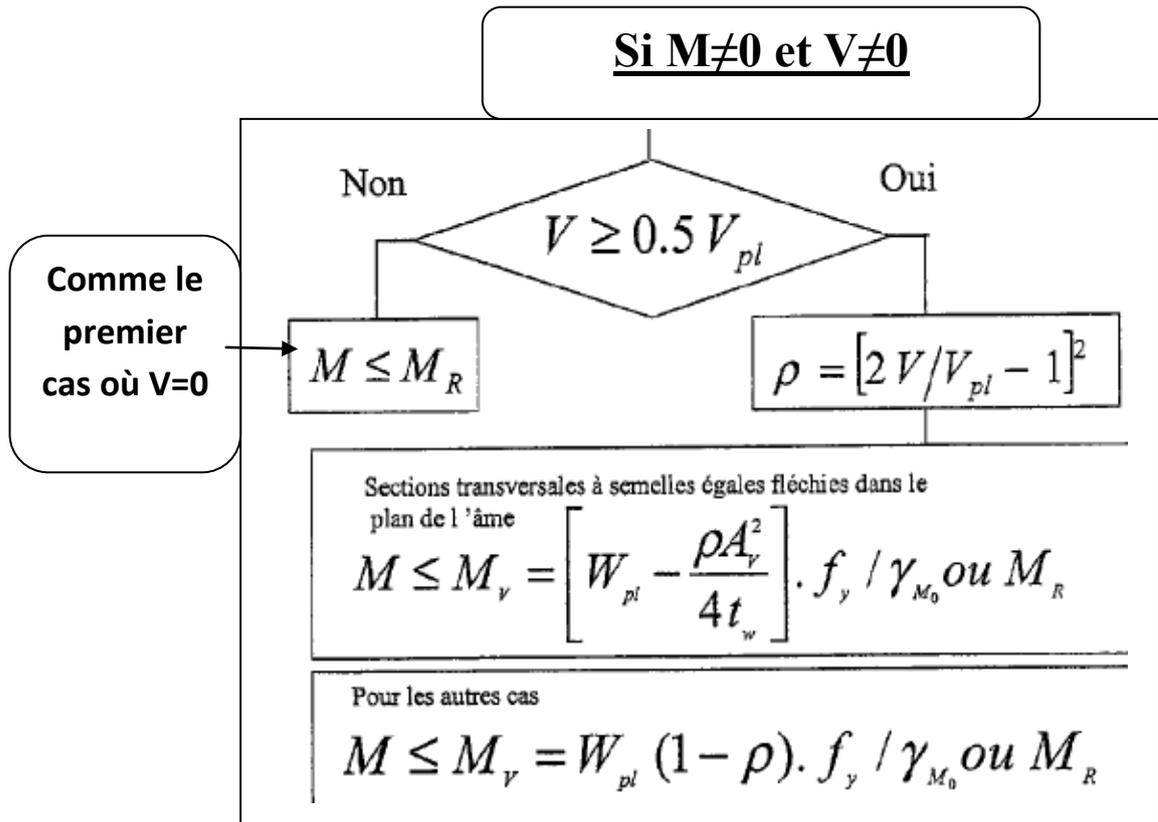


#### 2.1.4. CAS DU MOMENT AVEC EFFORT TRANCHANT ( $M \neq 0$ ET $V \neq 0$ )

On peut rencontrer ce cas dans le cas des appuis encastres, à titre d'exemple :

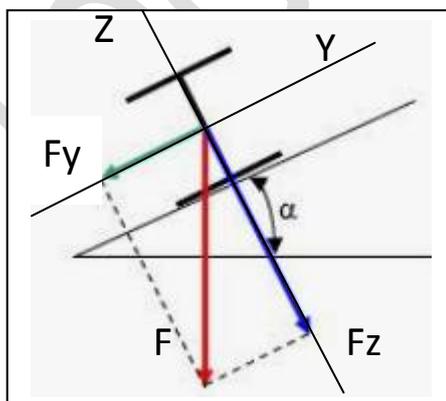


Dans ce cas là la vérification de la résistance au moment fléchissant sera comme suit :



### 3. FLEXION DEVIEE (BI -AXIALE OU OBLIQUE) (ELU)

La flexion est dite déviée, si elle a deux plans d'action. Elle est due à la déviation de la charge ou à l'inclinaison de la section ou aux deux moments dans deux plans différents.



**Fy=Fsinα et Fz=Fcosα**

Fy → Mz

Fz → My

### 3.1. CALCUL ET VERIFICATION

Pour les sections en : IPE et en HEA de classe 1 ou 2 on doit vérifier :

$$\text{Section de classe 1 et 2} \quad \left[ \frac{M_y}{W_{pl,y} \frac{f_y}{\gamma_{Mo}}} \right] + \left[ \frac{M_z}{W_{pl,z} \frac{f_y}{\gamma_{Mo}}} \right] \leq 1$$

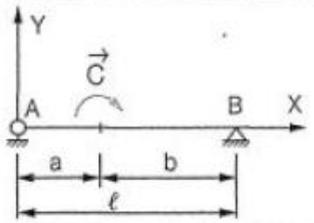
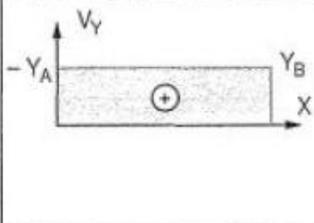
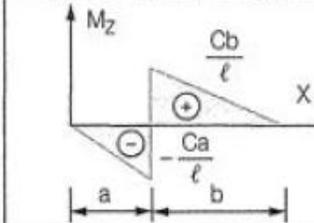
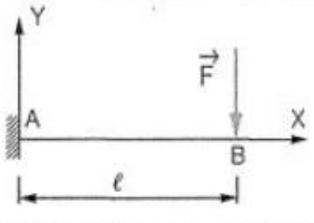
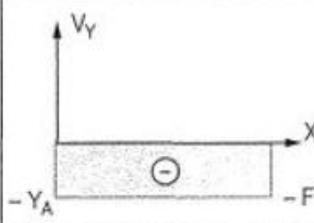
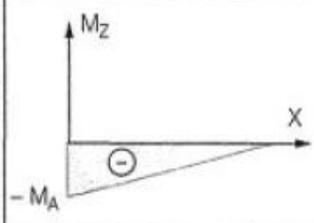
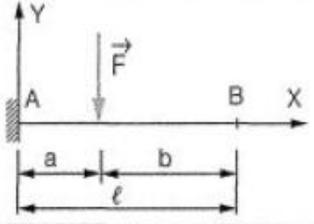
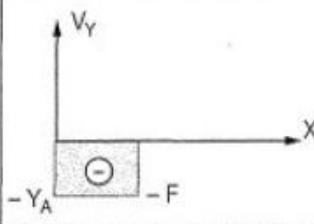
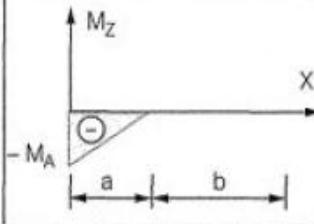
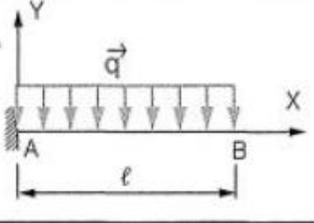
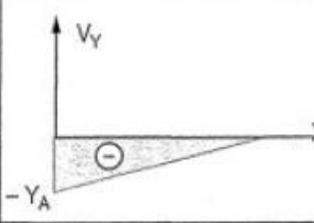
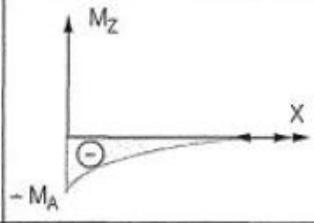
### 3.2. VERIFICATION DE LA FLECHE (ELS)

On doit vérifier

$$\delta_{\max} \leq \delta_{\text{adm}}$$

- Il faut vérifier chaque flèche à part :
- Sens (y) on a  $\delta_y$  calculée par (Fz et Iz)
- Sens (Z) on a  $\delta_z$  calculée par (Fy et Iz)

Cas Schéma Mécanique	Actions aux liaisons		Diagramme Effort tranchant	Diagramme Moment fléchissant	Flèche
	en A	en B	$V_y$	$M_z$	$f$
	$Y_A = \frac{F}{2}$	$Y_B = \frac{F}{2}$			$f_{\max} \left( \frac{\ell}{2} \right) = \frac{-F\ell^3}{48 EI_z}$
	$Y_A = \frac{F \cdot b}{\ell}$	$Y_B = \frac{F \cdot a}{\ell}$			$f \left( \frac{\ell}{2} \right) = \frac{-Fa}{2 EI_z} \left( \frac{\ell^2}{8} - \frac{a^2}{6} \right)$
	$Y_A = \frac{q \cdot \ell}{2}$	$Y_B = \frac{q \cdot \ell}{2}$			$f_{\max} \left( \frac{\ell}{2} \right) = \frac{-5q\ell^4}{384 EI_z}$
	$Y_A = -\frac{C}{\ell}$	$Y_B = \frac{C}{\ell}$			$f \left( \frac{\ell}{2} \right) = \frac{-C\ell^2}{16 EI_z}$ $f_{\max}(x_1) = \frac{-C\ell^2}{27 EI_z}$ avec $x_1 = 0,423\ell$

Cas Schéma Mécanique	Actions aux liaisons		Diagramme Effort tranchant	Diagramme Moment fléchissant	Flèche
	en A	en B	$V_Y$	$M_Z$	$f$
	$Y_A = -\frac{C}{\ell}$	$Y_B = \frac{C}{\ell}$			$f(a) = \frac{-Cab(b-a)}{3EI_Z\ell}$
	$Y_A = F$ $M_A = F\ell$	-			$f_{\max}(\ell) = \frac{-F\ell^3}{3EI_Z}$
	$Y_A = F$ $M_A = Fa$	-			$f_{\max}(\ell) = \frac{-Fa^2}{6EI_Z}(3\ell - a)$
	$Y_A = q\ell$ $M_A = \frac{q\ell^2}{2}$	-			$f_{\max}(\ell) = \frac{-q\ell^4}{8EI_Z}$

Cas Schéma Mécanique	Actions aux liaisons		Diagramme Effort tranchant	Diagramme Moment fléchissant	Flèche
	en A	en B	$V_Y$	$M_Z$	$f$
	$Y_A = \frac{11F}{16}$ $M_A = \frac{3F\ell}{16}$	$Y_B = \frac{5F}{16}$			$f\left(\frac{\ell}{2}\right) = \frac{-7F\ell^3}{768 E I_2}$
	$Y_A = \frac{Fb}{2\ell^3} (3\ell^2 - b^2)$ $M_A = \frac{Fa (\ell^2 - a^2)}{2\ell^2}$	$Y_B = \frac{Fa^2}{2\ell^3} (2\ell + b)$			$f(a) = \frac{-Fa^2b^2}{12E I_2 \ell^3} (3\ell + b)$
	$Y_A = \frac{5q\ell}{8}$ $M_A = \frac{q\ell^2}{8}$	$Y_B = \frac{3q\ell}{8}$			$f\left(\frac{\ell}{2}\right) = \frac{-q\ell^4}{192 E I_2}$
	$Y_A = \frac{-3C}{2\ell^3} (\ell^2 - b^2)$ $M_A = \frac{C}{2\ell^2} (\ell^2 - 3b^2)$	$Y_B = \frac{3C}{2\ell^3} (\ell^2 - b^2)$			

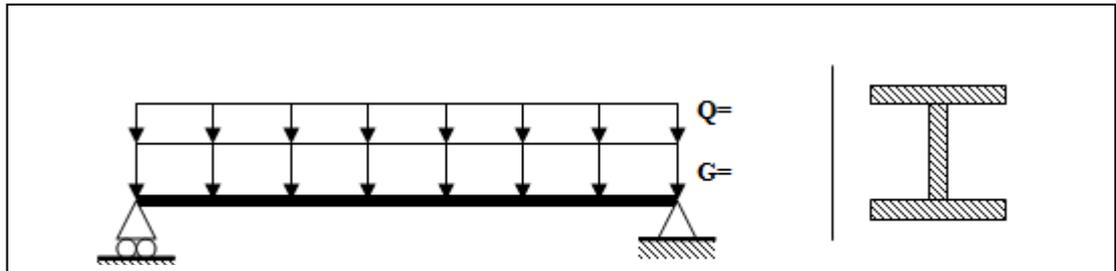
Cas Schéma Mécanique	Actions aux liaisons		Diagramme Effort tranchant	Diagramme Moment fléchissant	Flèche
	en A	en B	$V_Y$	$M_Z$	$f$
	$Y_A = \frac{F}{2}$ $M_A = \frac{F\ell}{8}$	$Y_B = \frac{F}{2}$ $M_B = -\frac{F\ell}{8}$			$f_{\max} \left( \frac{\ell}{2} \right) = -\frac{F\ell^3}{192 EI_Z}$
	$Y_A = \frac{Fb^2}{\ell^3} (3a + b)$ $M_A = \frac{Fab^2}{\ell^2}$	$Y_B = \frac{Fa^2}{\ell^3} (3b + a)$ $M_B = -\frac{Fa^2b}{\ell^2}$			$f(a) = -\frac{Fa^3b^3}{3 EI_Z \ell^3}$
	$Y_A = \frac{q\ell}{2}$ $M_A = \frac{q\ell^2}{12}$	$Y_B = \frac{q\ell}{2}$ $M_B = -\frac{q\ell^2}{12}$			$f_{\max} \left( \frac{\ell}{2} \right) = -\frac{q\ell^4}{384 EI_Z}$
	$Y_A = -\frac{6Cab}{\ell^3}$ $M_A = \frac{Cb(2\ell - 3b)}{\ell^2}$	$Y_B = \frac{6Cab}{\ell^3}$ $M_B = -\frac{Ca(3a - 2\ell)}{\ell^2}$			

<b>■ HYPERSTATIQUE DEGRÉ 1</b>		
<b>Schéma mécanique</b>	<b>Actions aux liaisons</b>	<b>Flèche : f</b>
	$Y_A = \frac{3ql}{8}$ $Y_B = \frac{5ql}{4}$ $Y_C = Y_A$	$f\left(\frac{\ell}{2}\right) = \frac{ql^4}{192 EI_z}$
	<b>Effort tranchant : Vy</b>	<b>Moment fléchissant : Mz</b>
<b>■ HYPERSTATIQUE DEGRÉ 2</b>		
<b>Schéma mécanique</b>	<b>Actions aux liaisons</b>	<b>Flèche : f</b>
	$Y_A = \frac{2ql}{5}$ $Y_B = \frac{11ql}{10}$ $Y_C = Y_B$ $Y_D = Y_A$	$f\left(\frac{\ell}{2}\right) = \frac{27ql^4}{4\,000 EI_z}$ $f\left(\frac{3\ell}{2}\right) = \frac{13ql^4}{25\,000 EI_z}$
	<b>Effort tranchant : Vy</b>	<b>Moment fléchissant : Mz</b>

## 4. APPLICATIONS

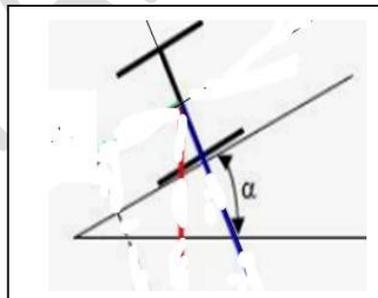
### Exercice 1 :

1- Vérifier la résistance de la poutre suivante à la flexion simple

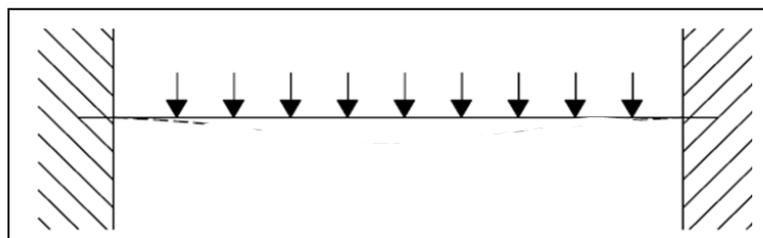


$Q=4\text{KN/m}$ ,  $G=1\text{KN/m}$ , section IPE240, acier S235, longueur  $l=5\text{m}$

- 2- Vérifier la flèche, on donne  $\delta_{adm}=1/200$
- 3- Vérifier l'effort tranchant aux appuis
- 4- Si on incline le profilé avec un angle ( $\alpha$ ) de  $30^\circ$  ; vérifier la résistance à la flexion , à l'effort tranchant et la flèche.



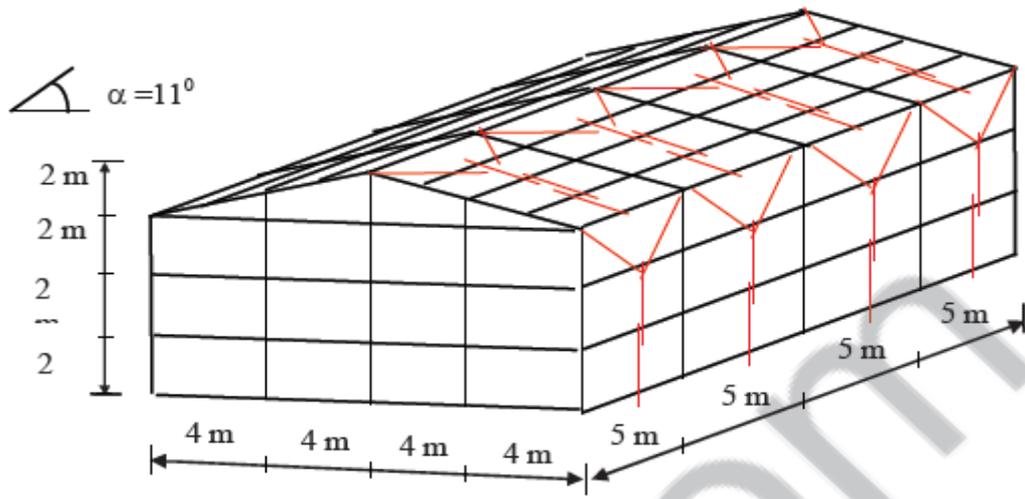
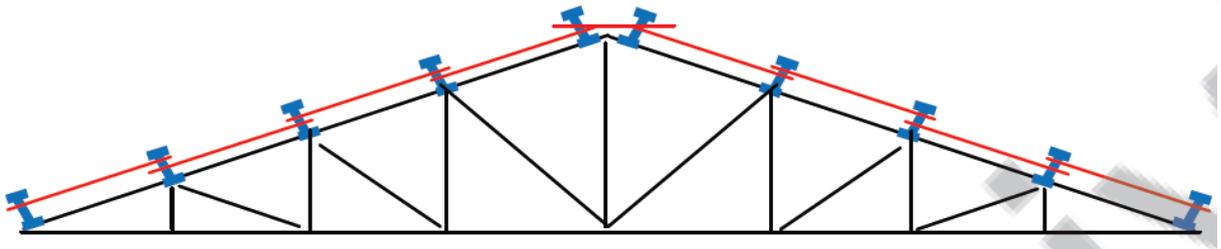
- 5- Si on change les appuis par des encastremets, refaire les quatre questions précédentes.



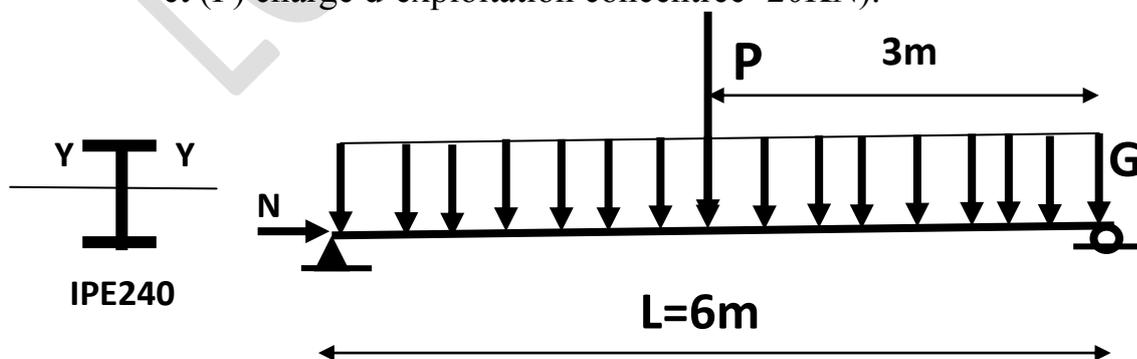
**Exercice 2**

- Vérifier la résistance des pannes suivantes à la flexion et à l'effort tranchant
- Vérifier la flèche

On donne : profilés IPE120,  $Q=140\text{daN/m}$ ,  $G=80\text{daN/m}$ , la pente  $\alpha=11^\circ$ ,  
 $\delta_{adm}=1/300$ .

**Exercice 3 :**

1. Vérifier la résistance de la poutre suivante à la flexion simple ( $G=5\text{KN/m}$  et ( $P$ ) charge d'exploitation concentrée= $20\text{KN}$ ).



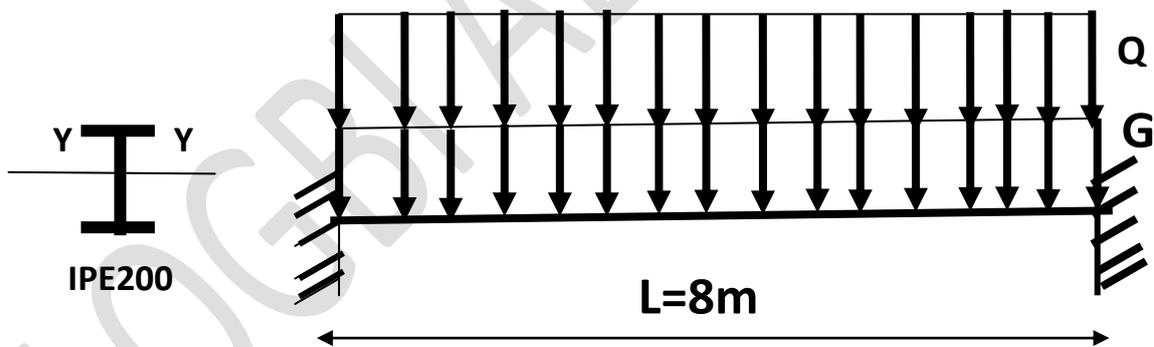
2. Vérifier la flèche
3. Vérifier la résistance à l'effort tranchant
4. Quelle est la charge d'exploitation maximale ( $P_{max}$ ) que peut supporter la poutre, ( on considère que  $G$  reste constante ( $G=5\text{KN/m}$ ).

**Données :** section de classe 1,  $\delta_{adm}=L/300$

**Exercice 4:**

1. Vérifier la résistance de la poutre **bi-encastree** suivante à la flexion simple ( $G=2\text{KN/m}$  et  $Q=4\text{KN/m}$ )
2. Vérifier la flèche
3. Vérifier la résistance à l'effort tranchant
4. Quelle est la charge d'exploitation maximale ( $Q_{max}$ ) que peut supporter la poutre, ( on considère que  $G$  reste constante ( $G=2\text{KN/m}$ ).

**Données :** section de classe 1,  $\delta_{adm}=L/300$



## **BIBLIOGRAPHIE**

1. Logbi Abdelaziz, Cours de constructions métalliques, 3<sup>ème</sup> année génie civil et travaux publics
2. J. MOREL : Calcul des Structures Métalliques selon l'EUROCODE, édition Eyrolles, 1996
3. M.A. HIRT ; R. BEZ : Construction Métallique – Volumes 10 - Presses Polytechniques et Universitaires Romandes., 1994.
4. Règles de conception des structures en acier CCM97 édition CGS, Alger 1999
5. J.F GeorGIN, J.C. BorlDES, G. Debicki, J.morel; Construction Métallique, Recueil de cours, INSA, Lyon,
6. C.Hazard, F. Lelong, B. Quinzain ; Mémotech structures métalliques ; collection A. Capliez, ;Edition Casteilla, 2004.
7. Sites web spécialisée.