

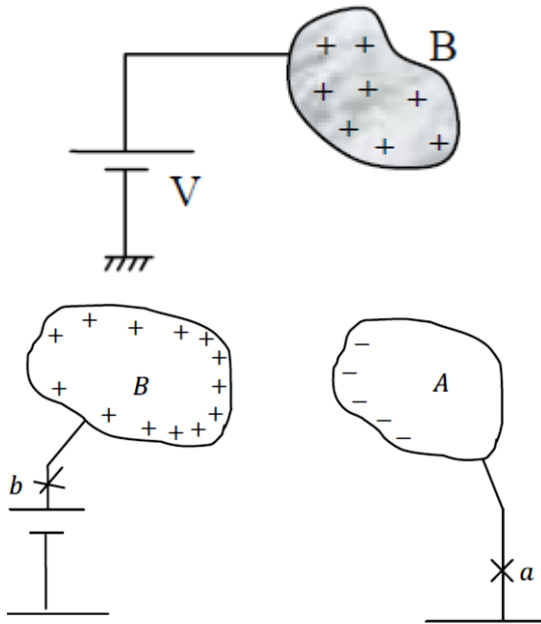
الفصل الثاني: النواقل المتوازنة (تابع) المكثفات - الجزء الاول-

مقدمة

سبق وأن عرفنا سعة الناقل المتوازن الوحيد بأنها نسبة شحنته Q إلى كمونه V

$$C = \frac{Q}{V}$$

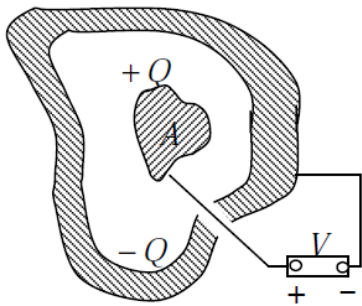
غير أن سعة الناقل تتغير بتأثره بنواقل أخرى تبعا لتغير كمونه أو شحنته؛ فإذا كان محمولا على كمون معين تغيرت شحنته، وإذا كان معزولا في البداية (شحنة ثابتة) تغير كمونه وتغير توزيع الشحنة عليه.



الناقل B محمول تحت تأثير كمون ثابت

$$Q = CV \quad V > 0$$

نقرب B من الناقل ناقلا آخر A محمول تحت تأثير كمون معدوم، سوف يحمل B شحنات أكثر مما لو كان منفردا، فقد حصل تكثيف للناقل B وازدادت سعته.



إن تطبيق فرق كمون V بين الناقلين، في وجود وسط عازل

بينهما، يؤدي إلى ظهور شحنة $(+Q)$ على أحدهما A

وشحنة $(-Q)$ على السطح الداخلي للآخر B بسبب التأثير

الكلي بينهما.

تشكل الجملة المكونة من الناقلين A و B المكثفة.

المكثفة كما يدل اسمها هي جهاز لتخزين الشحنات الكهربائية. وتتكون من ناقلين يحيط

أحدهما بالآخر، ويدعيان "لبوسا المكثفة" واقعين في حالة تأثير كلي فيما بينهما، يفصلهما

وسط عازل.

Capacitor
symbol



نرمز لها في الدارات الكهربائية بالرمز:

المكثفة هي مركب إلكتروني له خاصية تخزين الطاقة الكهربائية عندما يوضع تحت تأثير كمون كهربائي. تشحن المكثفة بكمية من الكهرباء Q عندما توضع تحت تأثير توتر كهربائي وهذه الكمية من الكهرباء تتعلق بالكمون ومدة الشحن. يتم استرجاع الطاقة المخزنة عند تفريغ المكثفة.

هناك العديد من أنواع المكثفات التي تختلف وفقاً لطبيعة النواقل الموصلة والعازل بينهما (الهواء والسيراميك والميكا...).

سعة المكثفة

نعرف سعة المكثفة على أنها نسبة شحنة أحد اللبوسين بالقيمة المطلقة إلى فرق الكمون V بينهما:

$$C = \frac{Q}{V_A - V_B} = \frac{Q}{V}$$

تقاس السعة بوحدة الفاراد (F)

$$1F = \frac{\text{Coulomb}}{\text{Volt}} = \frac{\text{Coulomb}^2}{\text{joule}}$$

وأكثر قيمها تداولاً في التطبيقات العملية تكون من رتبة μF أو nF .

كيفية حساب سعة المكثفة

1. حساب الحقل الكهربائي في كل نقطة داخل المكثفة (بين اللبوسين)

2. استنتاج فرق الكمون بين اللبوسين باستعمال العلاقة $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V$

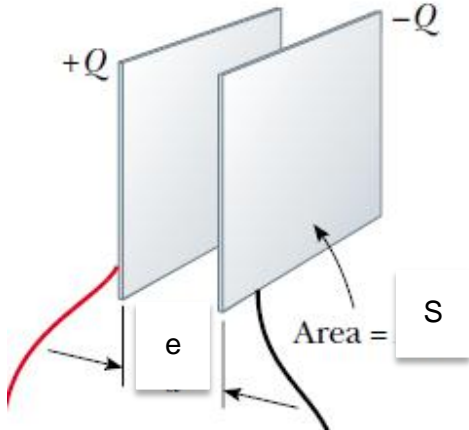
3. إيجاد النسبة $C = \frac{Q}{V}$

1. حساب سعة مكثفة مستوية

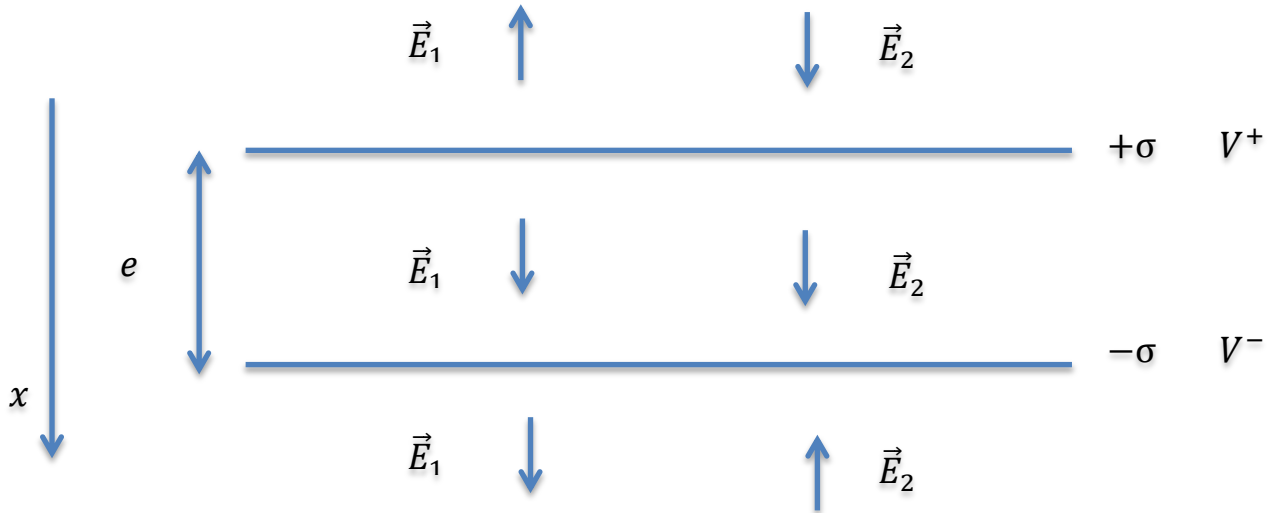
احسب سعة مكثفة مستوية الشكل مساحة كل من اللبوسين S والبعد بينهما e

سبق وأن عرفنا بأن الحقل الكهربائي بالنسبة لمستوى لا نهائي كثافته السطحية σ في أي نقطة من الفضاء حوله يساوي

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$



يمكن الرجوع للجزء الاول من التمرين السابع من السلسلة الثانية حيث وجدنا ان:



الحقل الكلي بين اللبوسين بتطبيق مبدأ التراكب يكون:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{i} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{i} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{i}$$

حساب فرق الكمون بين طرفي المكثفة

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}V} \rightarrow \vec{E} = -\frac{dV}{dx}\vec{i}$$

$$\rightarrow E = -\frac{dV}{dx}$$

$$\rightarrow dV = -E dx$$

$$\rightarrow \int_{V^+}^{V^-} dV = -\int_0^e \frac{\sigma}{\epsilon_0} dx$$

$$\rightarrow V^- - V^+ = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} e$$

$$\rightarrow V = V^+ - V^- = \frac{\sigma}{\epsilon_0} e$$

بوضع $\sigma = \frac{Q}{S}$ يمكن كتابة

$$V = \frac{Q}{\epsilon_0 S} e$$

ومنه تكون السعة

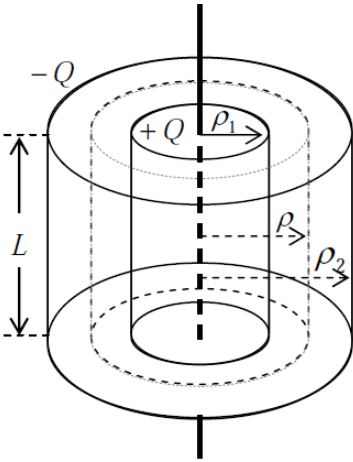
$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\epsilon_0 S}{e}$$

يلاحظ ان سعة المكثفة تتعلق فقط بالشكل الهندسي للبويسين الممثل بـ S و e وسماحية الوسط العازل بينهما والذي في حالتنا هو الفراغ ممثلا بـ ϵ_0 . في التطبيقات العملية ، غالبًا ما يتم إدخال العازل بين اللبوسين؛ وعادة يكون العازل خطي متجانس، تكون السعة C للمكثفة هي:

$$C = \frac{\epsilon S}{e} = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 S}{e}$$

ϵ_r : السماحية النسبية للعازل. ϵ_0 : سماحية الفراغ

2. حساب سعة مكثفة اسطوانية



لحساب سعة مكثفة اسطوانية الشكل ذات انصاف اقطار على التوالي

لبوسي المكثفة بتطبيق نظريه غوص في المنطقة حيث

ρ_2 ، ρ_1 وارتفاعها L نقوم اولاً بحساب الحقل الكهربائي بين

$$\rho_1 < r <$$

نختار سطح غوص هو سطح اسطوانة نصف قطرها r

$$\oint \vec{E} d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} \rightarrow E 2\pi r L = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

$$\rightarrow E = \frac{Q_{int}}{2\pi L \epsilon_0 r}$$

الحقل الكهربائي \vec{E} قطري أي يتعلق فقط ب r وله مركبه على \vec{u}_r ومنه فرق الكمون

بين طرفي المكثفة

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V \rightarrow \vec{E} = -\frac{dV}{dr} \vec{u}_r$$

$$\rightarrow E = -\frac{dV}{dr}$$

$$\rightarrow dV = -E dr$$

$$\rightarrow \int_{V^+}^{V^-} dV = - \int_{\rho_1}^{\rho_2} \frac{Q_{int}}{2\pi L \epsilon_0 r} dr$$

$$\rightarrow V^- - V^+ = -\frac{Q_{int}}{2\pi L \epsilon_0} \ln \frac{\rho_2}{\rho_1}$$

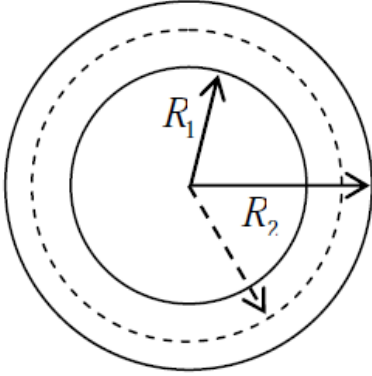
$$\rightarrow V = V^+ - V^- = \frac{Q_{int}}{2\pi L \epsilon_0} \ln \frac{\rho_2}{\rho_1}$$

ومنه السعة

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{2\pi L \epsilon_0}{\ln \frac{\rho_2}{\rho_1}}$$

يلاحظ ايضا ان سعة المكثفة الاسطوانية تتعلق فقط بالشكل الهندسي للبوسين وسماحية الوسط العازل الذي يعتبر في حالتنا الفراغ ϵ_0 .

حساب سعة مكثفة كروية:



مكثفة كروية الشكل ذات أنصاف أقطار على التوالي R_2 ، R_1 نحسب الحقل الكهربائي بين لبوسي المكثفة بتطبيق نظرية غوص

في المنطقة $R_1 < r < R_2$

نختار سطح غوص كرة نصف قطرها r

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0} \rightarrow E 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\rightarrow E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

الحقل الكهربائي \vec{E} قطري أي يتعلق فقط ب r وله مركبه على \vec{u}_r ومنه فرق الكمون بين طرفي المكثفة

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}V \rightarrow \vec{E} = -\frac{dV}{dr} \vec{u}_r$$

$$\rightarrow E = -\frac{dV}{dr}$$

$$\rightarrow dV = -E dr$$

$$\rightarrow \int_{V^+}^{V^-} dV = - \int_{R_1}^{R_2} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr$$

$$\rightarrow V^- - V^+ = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right)$$

$$V = V^+ - V^- = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2} \right)$$

ومنه السعة

$$\boxed{C = \frac{Q}{V} = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}}$$