الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

République algérienne démocratique et populaire

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

جامعة الشهيد حمه لخضر الوادي

Université de Shaheed Hama Lakhdar el oued

أعمال موجهة في رياضيات المؤسسة

موجهة لطلبة السنة الثانية

شعبة العلوم الاقتصادية – شعبة علوم التسيير

إعـــــــداد

الدكتور إبراهيم وصيف غدير إبراهيم **الدكتور عبد الرزاق حواس**

السنة الجامعية: 2021/2020

جامعة الشهيد حمه لخضر الوادي

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير **السداسي الثالث : 2020 / 2021**

السنة الثانية شعبة علوم تسيير + شعبة علوم اقتصادية

السلسلة الأولى في مقياس رياضيات المؤسسة

التمرين الأول : تختص مؤسسة في إنتاج الطاولات والكراسي في قسمين للإنتاج التحضير والإتمام، تحتاج الطاولة الواحدة 4 ساعات في قسم التحضير وساعتين في قسم الإتمام، بينما يحتاج الكرسي الواحد ساعتين في قسم التحضير و4 ساعات في قسم الإتمام؛ الطاقة الإنتاجية القصوى للقسمين حددت بـــ 60 ساعة في قسم التحضير، و48 ساعة في قسم الإتمام. إذا كان الربح هو 800 دينار عن كل طاولة و600 دينار عن كل كرسي أوجد خطة الإنتاج المثلى التي تعظم الربح.

التمرين الثاني : يقوم مصنع بإنتاج نوعين من السلع، حيث يقدر الربح الوحدوي للنوع الأول بـ 80دج وللنوع الثاني بـ 60دج، ونظرا لنقص المواد الأولية فان الإنتاج اليومي لا يمكن أن يتجاوز 1600 وحدة من النوعين، ولنفس السبب لا يمكن أن يتجاوز 800 وحدة من النوع الأول ولا يمكن أن يتجاوز من النوع الثاني 1400 وحدة.

- أوجد خطة الإنتاج اليومي المثلى التي تجعل الأرباح في حدها الأقصى.

التمرين الثالث : شعرت بإرهاق شديد، فتوجت إلى طبيبك الخاص الذي نصحك أن تتعاطى يوميا ما لا يقل عن 48 وحدة من فيتامين B_1 و50 وحدة من فيتامين B_2؛ وتوجهت إلى الصيدلي الذي أبلغك أن لديه نوعا من الحبوب يحتوي كل منها على وحدة واحة من B_1 وخمس وحدات من B_2 ، ونوع من الكبسولات يحتوي كل منها على أربع وحدات من B_1 ووحدة واحدة من B_2؛ كما يبلغ سعر الوحدة من الحبوب 10 دنانير بينما يبلغ سعر الكبسولة الواحدة 30 دينار.

- ما هي التشكيلة المثالية من الحبوب والكبسولات التي يجب تعاطيها يوميا لتنفيذ تعليمات الطبيب والتي تكلفك أقل ما يمكن.

التمرين الرابع : تمتلك شركة لتعدين النحاس منجمين، ينتج كل منهما ثلاث أنواع من الخام هي عالي الجودة والمتوسط والمنخفض؛ لدى الشركة عقد لتوريد 12 طن من الخام مرتفع الجودة و8 أطنان من الخام متوسط الجودة و24 طن من الخام منخفض الجودة لشركة صهر النحاس.

- ينتج المنجم الأول 6 طن من الخام مرتفع الجودة و2 طن من الخام متوسط الجودة و4 طن من الخام منخفض الجودة في الساعة.
- ينتج المنجم الثاني 2 طن من الخام مرتفع الجودة و2 طن من الخام متوسط الجودة و12 طن من الخام منخفض الجودة في الساعة.

المطلوب : تحديد عدد الساعات اللازمة لتشغيل كل منجم لتلبية الالتزامات التعاقدية بأقل تكلفة إذا علمت أن تكلفة تعدين الطن الخام الواحد في الساعة هي 2000 ون و1600 ون في المنجمين الأول والثاني على التوالي.

الدكتور عبد الرزاق حواس الدكتور إبراهيم وصيف غدير

حل السلسلة الأولى

التمرين الأول :

1- كتابة النموذج الرياضي للمسألة:

نفرض أن x_1: عدد الطاولات الواجب إنتاجها.

x_2: عدد الكراسي الواجب إنتاجها.

دالة الهدف: $\text{Max } Z = 800x_1 + 600x_2$

القيود:

القيد الأول: قيد قسم التحضير $4x_1 + 2x_2 \leq 60$

القيد الثاني: قيد قسم الإتمام $2x_1 + 4x_2 \leq 48$

شرط عدم السلبية: $x_1 \geq 0$ و $x_2 \geq 0$

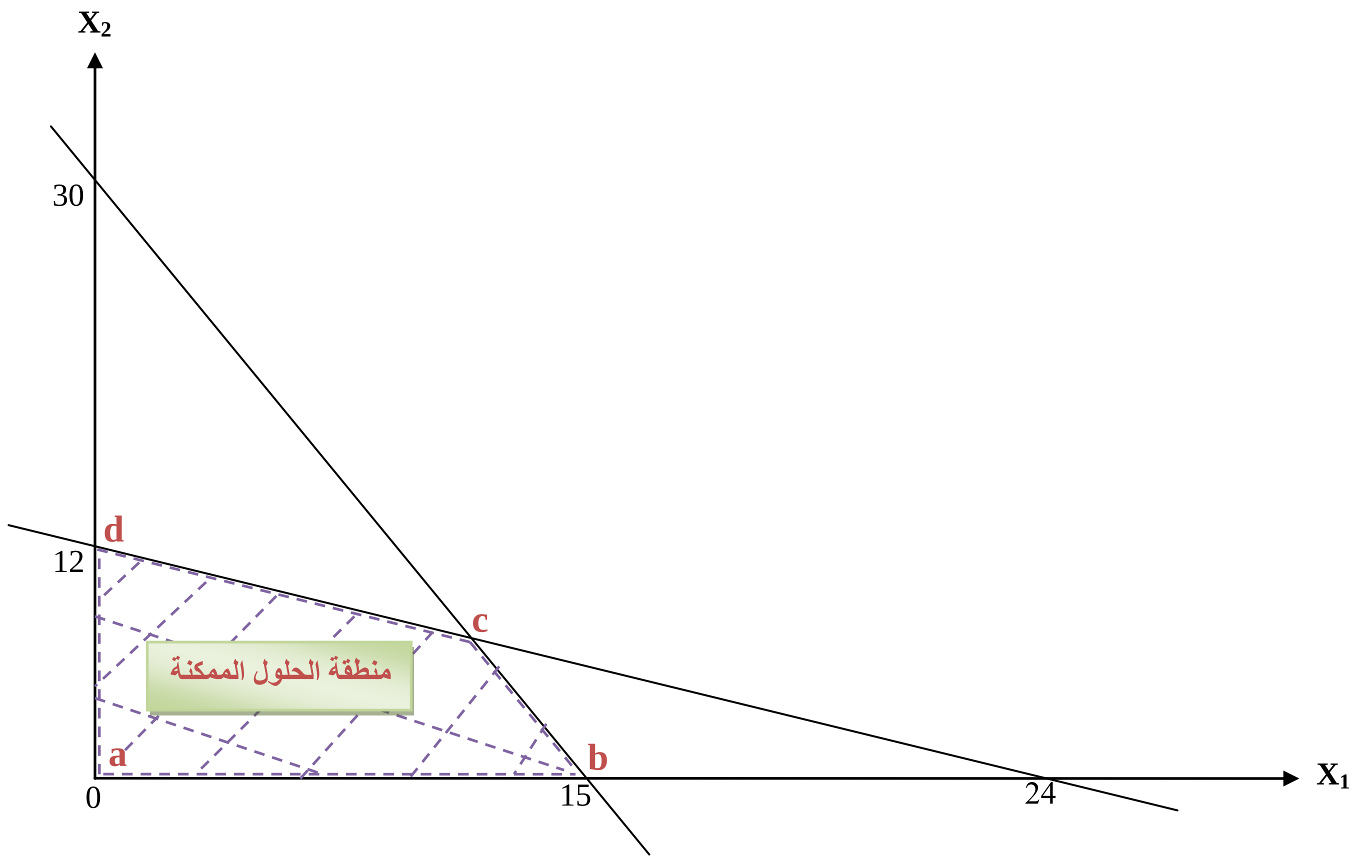
2- حل النموذج الرياضي بالطريقة البيانية:

تحويل القيود إلى معادلات وإيجاد نقاط التقاطع مع المحاور:

$4x_1 + 2x_2 = 60$ $(x_1=0, x_2=30)$ $(x_1=15, x_2=0)$

$2x_1 + 4x_2 = 48$ $(x_1=0, x_2=12)$ $(x_1=24, x_2=0)$

التمثيل البياني:



الدكتور عبد الرزاق حواس الدكتور إبراهيم وصيف غدير

حساب قيمة دالة الهدف عند النقاط المتطرفة من منطقة الحلول الممكنة:

عند النقطة a: $a(0.0)\Rightarrow Z_a = 800 \times 0 + 600 \times 0 = 0$

عند النقطة b: $b(0.0)\Rightarrow Z_b = 800 \times 15 + 600 \times 0 = 12000$

عند النقطة c: $c(12.6)\Rightarrow Z_c = 800 \times 12 + 600 \times 6 = 13200$

لإيجاد إحداثيات النقطة c نقوم بحل جملة معادلتي القيدين

كما يلي:

$$\begin{cases} 4X1 + 2X2 = 60 \ldots.. (1) \\ 2X1 + 4X2 = 48 \ldots.. (2) \end{cases}$$

بضرب المعادلة (2) في (2-) وجمعها مع المعادلة (1) نجد: $-6X2 = -36 \Rightarrow X2 = \frac{36}{6} = 6$

بالتعويض في المعادلة (1) نجد: $X1 = {60 - 2 \times 6}/_{4} = 12$

عند النقطة d: $d(0.12)\Rightarrow Z_d = 800 \times 0 + 600 \times 12 = 7200$

<u>الحل الأمثل</u>: عند النقطة c(12.6) وبذلك تكون خطة الإنتاج المثلى التي تعظم الربح هي إنتاج 12 طاولة و6 كراسي لتحقيق ربح قدره 13200 وحدة نقدية.

التمرين الثاني :

1- كتابة النموذج الرياضي للمسألة:

نقرض أن x_1: عدد الوحدات المنتجة من النوع الأول من السلع يوميا.

x_2: عدد الوحدات المنتجة من النوع الثاني من السلع يوميا.

Max Z $=80x_1 + 60\,x_2$

Subject to:

$x_1 + x_2 \leq 1600$

$x_1 \leq 800$

$x_2 \leq 1400$

$x_1, x_2 \geq 0$

2- حل النموذج الرياضي بالطريقة البيانية:

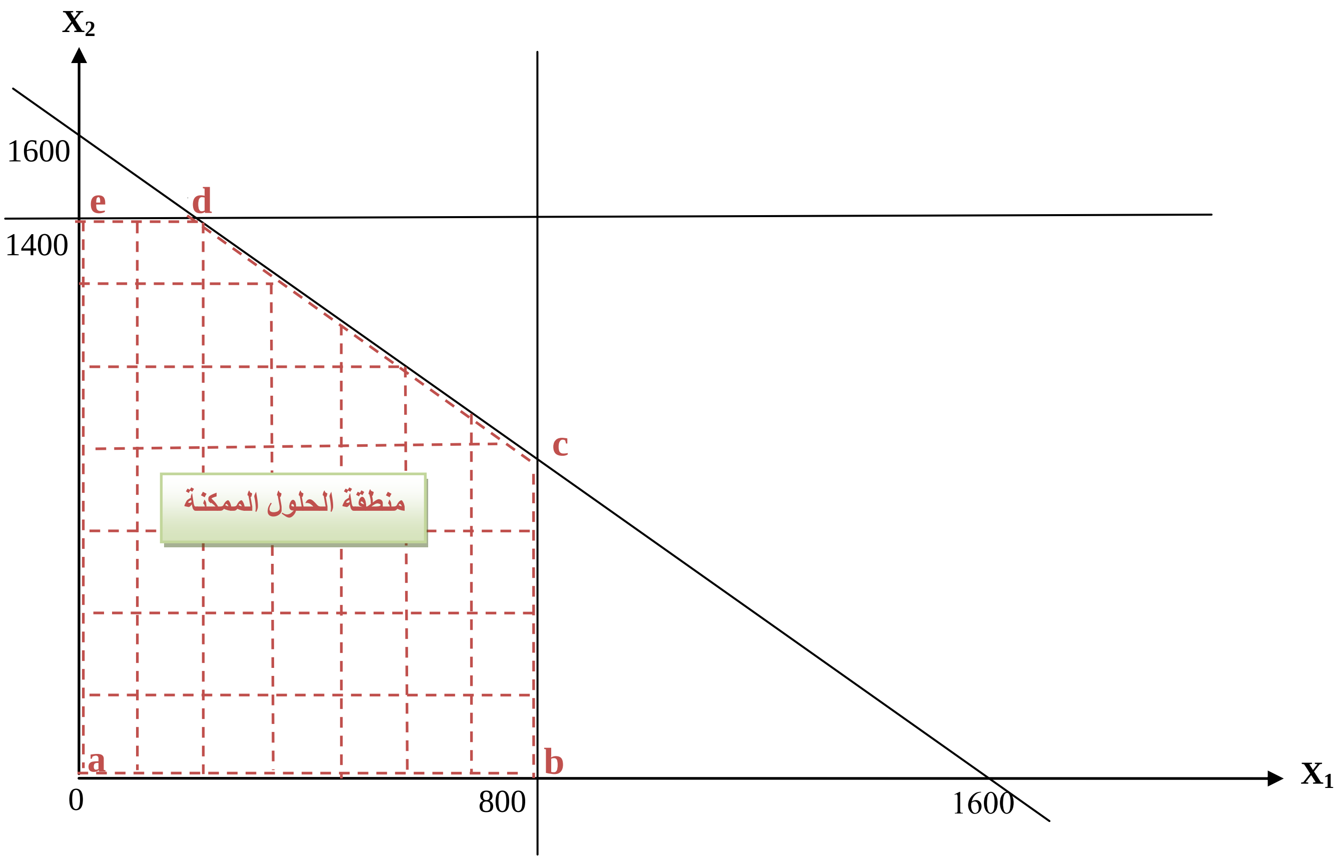
<u>تحويل القيود إلى معادلات وإيجاد نقاط التقاطع مع المحاور:</u>

$X_1 + X_2 = 1600$ $(x_1 = 0\,,\, X_2 = 1600)$ $(x_1 = 1600\,,\, X_2 = 0)$

$X_1 = 800$

$X_2 = 1400$

التمثيل البياني:



حساب قيمة دالة الهدف عند النقاط المتطرفة من منطقة الحلول الممكنة:

عند النقطة a: $a(0.0)\Rightarrow Z_a = 80\times 0 + 60\times 0 = 0$

عند النقطة b: $b(800.0)\Rightarrow Z_b = 80\times 800 + 60\times 0 = 6400$

عند النقطة c: $c\ (800.800)\Rightarrow Z_c = 80\times 800 + 60\times 800 = 112000$

لإيجاد إحداثيات النقطة c نقوم بحل جملة معادلتي القيدين الأول

والثاني كما يلي: $\begin{cases} X1 + X2 = 1600 \ldots\ldots(1) \\ X1 = 800 \ldots\ldots\ldots\ldots(2) \end{cases}$

من المعادلة (2): $X1 = 800$

بالتعويض عن X1 في المعادلة (1) نجد: $X2 = 1600 - 800 = 800$

$c\ (800.800)\Rightarrow Z_c = 80\times 800 + 60\times 800 = 112000$

عند النقطة d: لإيجاد إحداثيات النقطة d نقوم بحل جملة معادلتي القيدين الأول

والثالث كما يلي: $\begin{cases} X1 + X2 = 1600 \ldots\ldots(1) \\ X2 = 1400 \ldots\ldots\ldots(2) \end{cases}$

من المعادلة (2): $X2 = 1400$

بالتعويض عن X2 في المعادلة (1) نجد: $X1 = 1600 - 1400 = 200$

$$d(200.1400) \Rightarrow Z_d = 80 \times 200 + 60 \times 1400 = 100000$$

<u>الحل الأمثل</u>: عند النقطة $c(800.800)$ وبذلك تكون خطة الإنتاج المثلى هي إنتاج يوميا 800 وحدة من النوع الأول و800 وحدة من النوع الثاني لتحقيق ربح يومي قدره 112000 دينار.

التمرين الثالث :

1- كتابة النموذج الرياضي للمسألة:

نقرض أن x_1: عدد الحبوب التي يجب تعاطيها يوميا.

x_2: عدد الكبسولات التي يجب تعاطيها يوميا.

Min Z = $10x_1 + 30x_2$

$x_1 + 4x_2 \geq 48$

$5x_1 + x_2 \geq 50$

$x_1, x_2 \geq 0$

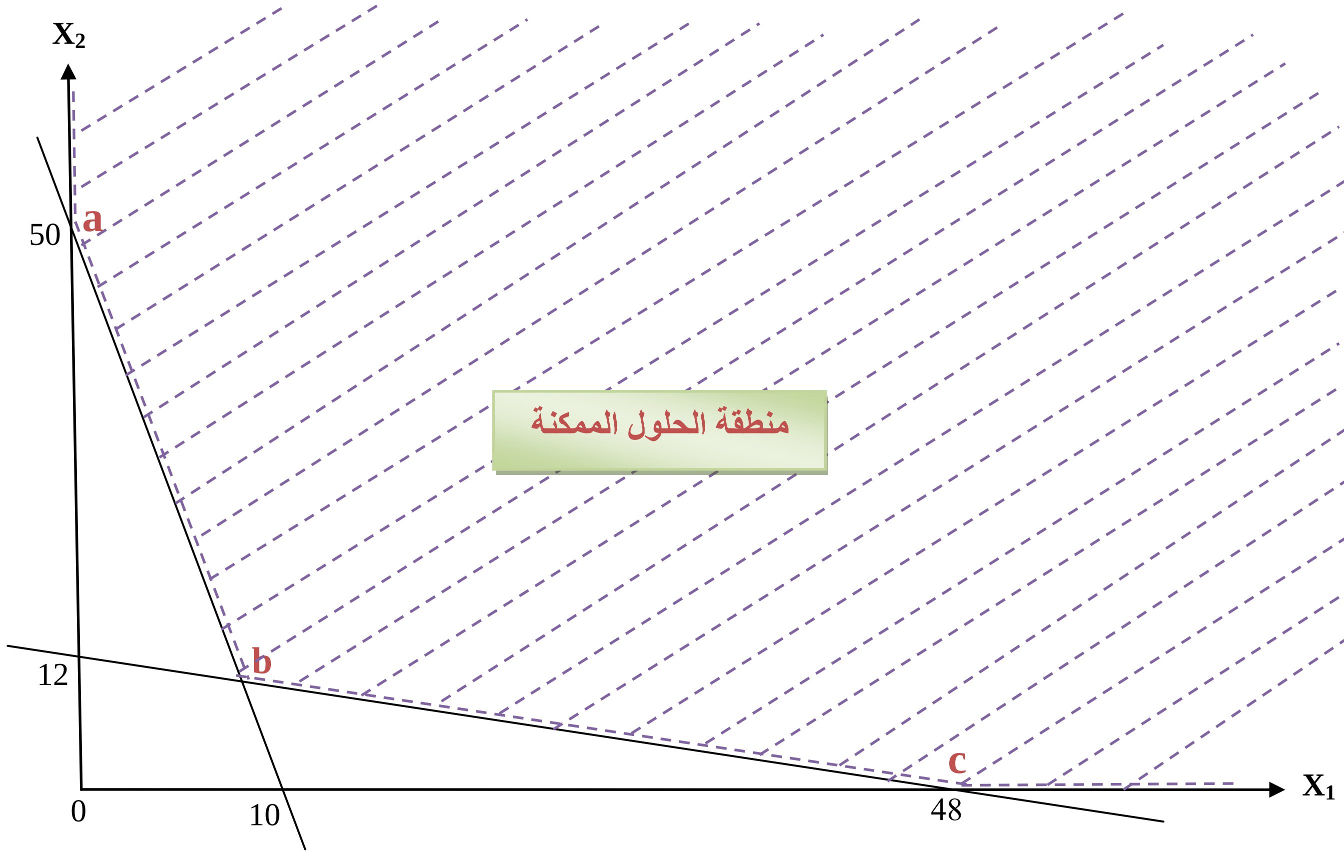
2- حل النموذج الرياضي بالطريقة البيانية:

<u>تحويل القيود إلى معادلات وإيجاد نقاط التقاطع مع المحاور:</u>

$x_1 + 4x_2 = 48$ $\quad (x_1=0 , x_2 =12)$ $(x_1=48 , x_2 =0)$

$5x_1 + x_2 = 50$ $\quad (x_1=0 , x_2 =50)$ $(x_1=10 , x_2 =0)$

<u>التمثيل البياني:</u>



...

حساب قيمة دالة الهدف عند النقاط المتطرفة من منطقة الحلول الممكنة:

عند النقطة a: $a(0.50) \Rightarrow Z_a = 10 \times 0 + 30 \times 50 = 1500$

عند النقطة b: $b(8.10) \Rightarrow Z_b = 10 \times 8 + 30 \times 10 = 380$

لإيجاد إحداثيات النقطة b نقوم بحل جملة معادلتي القيدين

كما يلي:
$$\begin{cases} X1 + 4X2 = 48 \ldots\ldots(1) \\ 5X1 + X2 = 50 \ldots\ldots(2) \end{cases}$$

بضرب المعادلة (1) في (-5) وجمعها مع المعادلة (2)

نجد: $-19X2 = -190 \Rightarrow X2 = {}^{-190}/_{19} = 10$

بالتعويض في المعادلة (1) نجد: $X1 = 48 - 4 \times 10 = 8$

$$b(8.10) \Rightarrow Z_b = 10 \times 8 + 30 \times 10 = 380$$

عند النقطة c: $c(48.0) \Rightarrow Z_c = 10 \times 48 + 30 \times 0 = 480$

الحل الأمثل: عند النقطة b(8.10) وبذلك تكون التشكيلة المثالية التي يجب تعاطيها يوميا لتنفيذ تعليمات الطبيب هي: 8 وحدات من الحبوب و 10 وحدات من الكبسولات والتي تكلفك أقل ما يمكن 380 دينار.

التمرين الرابع :

1- كتابة النموذج الرياضي للمسألة:

نفرض أن x_1: عدد الساعات اللازمة لتشغيل المنجم الأول.

x_2: عدد الساعات اللازمة لتشغيل المنجم الثاني.

Min Z = 2000 **(12)x_1 + 1600 (16) x_2**

$6x_1 + 2x_2 \geq 12$

$2x_1 + 2x_2 \geq 8$

$4x_1 + 12x_2 \geq 24$

$x_1, x_2 \geq 0$

2- حل النموذج الرياضي بالطريقة البيانية:

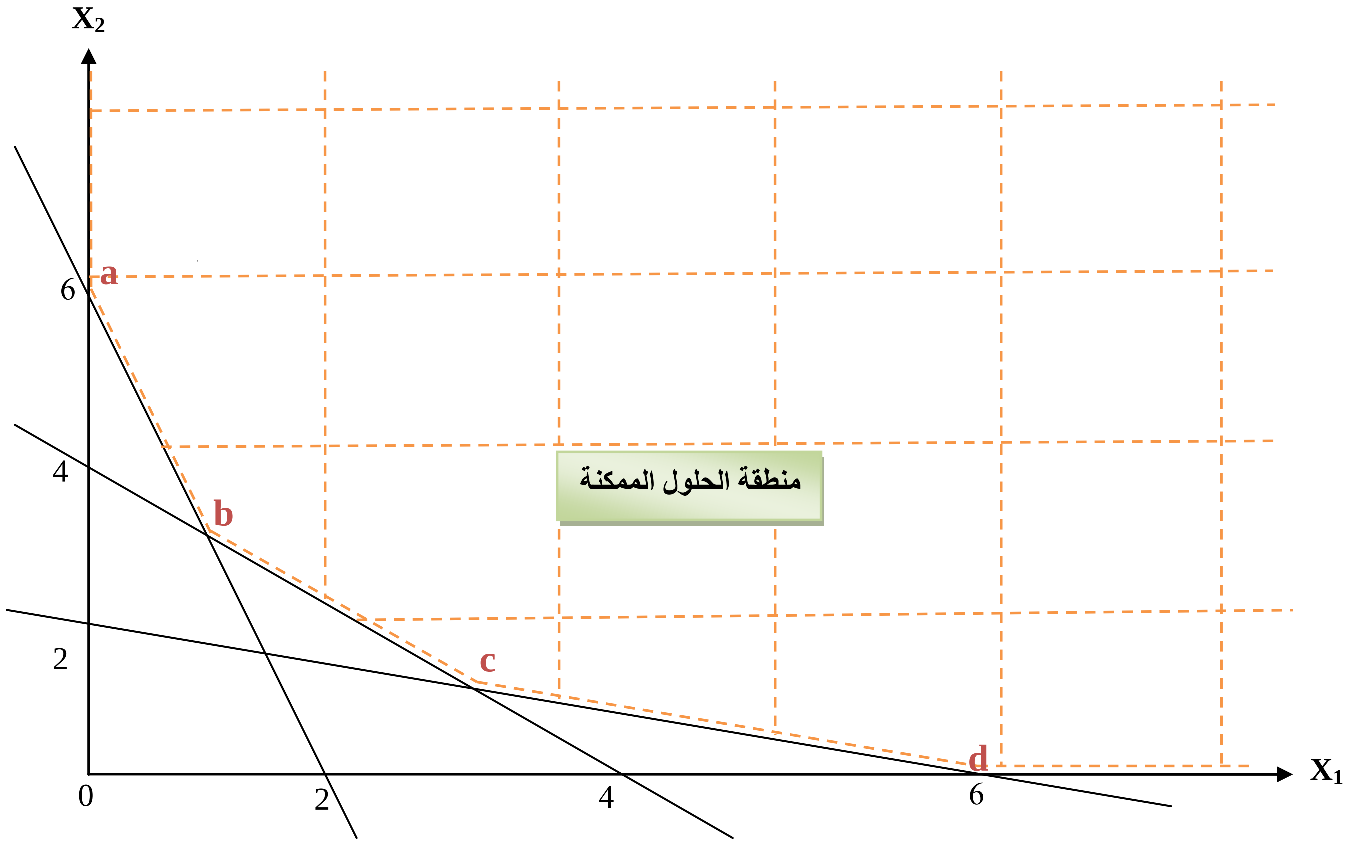
تحويل القيود إلى معادلات وإيجاد نقاط التقاطع مع المحاور:

$6x_1 + 2x_2 = 12$ ($x_1=0$, $x_2=6$) ($x_1=2$, $x_2=0$)

$2x_1 + 2x_2 = 8$ ($x_1=0$, $x_2=4$) ($x_1=4$, $x_2=0$)

$4x_1 + 12x_2 = 24$ ($x_1=0$, $x_2=2$) ($x_1=6$, $x_2=0$)

التمثيل البياني:



حساب قيمة دالة الهدف عند النقاط المتطرفة من منطقة الحلول الممكنة:

عند النقطة a: $a(0.6) \Rightarrow Z_a = 24000 \times 0 + 256000 \times 6 = 1536000$

عند النقطة b: لإيجاد إحداثيات النقطة b نقوم بحل جملة معادلتي القيدين الأول والثاني

كما يلي: $\begin{cases} 6X1 + 2X2 = 12 \ldots\ldots (1) \\ 2X1 + 2X2 = 8 \ldots\ldots (2) \end{cases}$

بضرب المعادلة (2) في (-3) وجمعها مع المعادلة (1) نجد: $-4X2 = -12 \Rightarrow X2 = \frac{-12}{-4} = 3$

بالتعويض في المعادلة (2) نجد: $X1 = {8 - 2 \times 3}/_{2} = 1$

$$b(1.3) \Rightarrow Z_b = 24000 \times 1 + 256000 \times 3 = 792000$$

عند النقطة c: لإيجاد إحداثيات النقطة c نقوم بحل جملة معادلتي القيدين الثاني والثالث

كما يلي: $\begin{cases} 2X1 + 2X2 = 8 \ldots\ldots\ldots (2) \\ 4X1 + 12X2 = 24 \ldots\ldots (3) \end{cases}$

من المعادلة (2) نجد: $X1 = {8 - 2X2}/_{2} = 4 - X2 \ldots\ldots\ldots (4)$

بالتعويض في المعادلة (3) نجد: $4(4 - X2) + 12X2 = 24 \Rightarrow X2 = 1$

نعوض في المعادلة (4) نجد: $X1 = 4 - X2 = 4 - 1 = 3$

$$c(3.1) \Rightarrow Z_c = 24000 \times 3 + 256000 \times 1 = 328000$$

عند النقطة d: $d(6.0) \Rightarrow Z_d = 24000 \times 6 + 256000 \times 0 = 144000$

الحل الأمثل: عند النقطة d(6.0) وبذلك تكون عدد الساعات اللازمة لتشغيل كل منجم لتلبية الالتزامات التعاقدية بأقل تكلفة هي تشغيل المنجم الأول 6 ساعات وعدم تشغيل المنجم الثاني.

السلسلة الثانية في مقياس رياضيات المؤسسة

التمرين الأول: في مؤسسة البركة يتم إنتاج أربع منتجات على آلتين، الوقت اللازم لإنتاج الوحدة من كل منتج والطاقة الإنتاجية لكل آلة موضحة في الجدول التالي:

الآلة	المنتج 1	المنتج 2	المنتج 3	المنتج 4	الطاقة الإنتاجية
الأولى	2 سا	3 سا	4 سا	2 سا	720 ساعة
الثانية	3 سا	2 سا	1 سا	2 سا	600 ساعة

تحسب تكاليف الإنتاج على أساس زمن تشغيل الآلات، تكلفة الساعة على الآلة الأولى هي 10 و.ن وعلى الآلة الثانية هي 15 و.ن؛ سعر بيع الوحدة من المنتجات (م 1، م 2، م 3، م 4) هي على التوالي (85 و.ن ، 90 و.ن ، 75 و.ن ، 65 و.ن).

المطلوب: أوجد حجم الإنتاج الأمثل الذي يعظم ربح المؤسسة.

التمرين الثاني : تقوم مؤسسة نفطال بتزويد مادة المازوت إلى ثلاث مناطق نائية A,B,C وبسبب اختلاف بعد هذه المناطق عن محطة التعبئة فان أجرة اللتر الموزع الواحد من المازوت هي 03 وحدات نقدية للمنطقة A و04 وحدات نقدية للمنطقة B و10 وحدات نقدية للمنطقة C؛ وقد تبين أن وقت تزويد البيت الواحد هو 04 دقائق في المنطقة A و08 دقائق في المنطقة B و12 دقيقة في المنطقة C، كما أنه لا يمكن العمل أكثر من عشر ساعات يوميا، ولا يمكن قضاء أكثر من ثماني ساعات يوميا في المنطقتين A و B معا.

بالإضافة إلى أن متوسط تزويد البيت الواحد يقدر بـ 25 لتر، ولا يمكن تزويد أكثر من 3000 لتر يوميا.

- ✓ حدد عدد البيوت التي يمكن تزويدها يوميا لكل منطقة ليكون الأجر الكلي أكبر ما يمكن.

التمرين الثالث : تنتج شركة كهربائية ثلاث أنواع من المنتوجات الكهربائية تمر بثلاث أقسام إنتاجية كما يوضحه الجدول التالي :

	ساعات العمل المطلوبة لإنتاج وحدة واحدة		
	قسم التصنيع	قسم التجميع	قسم الرقابة
أجهزة التكييف	5	5	10
أفران كهربائية	5	10	5
مجففات كهربائية	5	5	5
الساعات المتاحة	110	180	200

– أوجد حجم الإنتاج الأمثل من المنتجات الثلاث إذا كان هامش الربح الوحدوي لأجهزة التكييف 145 و.ن وللأفران الكهربائية 200 و.ن وللمجففات الكهربائية 185 و.ن.

حل السلسلة الثانية

التمرين الأول:

1- كتابة النموذج الرياضي للمسألة:

نقرض أن x_1: عدد الوحدات المنتجة من المنتج الأول.

x_2: عدد الوحدات المنتجة من المنتج الثاني.

x_3: عدد الوحدات المنتجة من المنتج الثاني.

x_4: عدد الوحدات المنتجة من المنتج الثاني.

$$\text{Max } Z = (85-65)\, x_1 + (90-60)\, x_2 + (75-55)\, x_3 + (65-50)\, x_4$$

Subject to:

$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 \leq 720$$

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 \leq 600$$

$$\mathbf{x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0}$$

2- حل النموذج الرياضي بالطريقة المبسطة:

- تحويل النموذج إلى الشكل المعياري:

$$\text{Max } Z = 20\, x_1 + 30\, x_2 + 20\, x_3 + 15\, x_4 + 0S_1 + 0S_2$$

$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 + S_1 = 720$$

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 + S_2 = 600$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, S_1, S_2 \geq 0$$

- جدول الحل الأولي:

		20	30	20	15	0	0	RHS	
T_0		X_1	X_2	X_3	X_4	S_1	S_2		
0	S_1	2	3	4	2	1	0	720	720/3=240
0	S_2	3	2	1	2	0	1	600	600/2=300
Z		0	0	0	0	0	0	0	
Z - C		-20	-30	-20	-15	0	0		

شرط الامثلية غير محقق، ننتقل إلى جدول جديد

X_2 هو المتغير الداخل للأساس.

S_2 هو المتغير الخارج من الأساس.

(2) هو عنصر الدوران.

- الجدول الثاني:

		20	30	20	15	0	0	RHS
T_2		X_1	X_2	X_3	X_4	S_1	S_2	
30	X_2	2/3	1	4/3	2/3	1/3	0	240
0	S_2	5/3	0	-5/3	2/3	-2/3	1	220
Z		20	30	40	20	10	0	7200
Z - C		0	0	20	5	10	0	

شرط الامثلية محقق، الحل الأمثل هو: إنتاج 240 وحدة من المنتج الثاني ويكون الربح أعظميا وقدره 7200 و.ن.

التمرين الثاني :

1- كتابة النموذج الرياضي للمسألة:

نقرض أن x_1: عدد البيوت المزودة بمادة المازوت يوميا في المنطقة A.

x_2: عدد البيوت المزودة بمادة المازوت يوميا في المنطقة B.

x_3: عدد البيوت المزودة بمادة المازوت يوميا في المنطقة C.

$\text{Max } Z = (3X25)\ x_1 + (4X25)\ x_2 + (10X25)\ x_3$

Subject to:

$4x_1 + 8x_2 + 12x_3 \leq (10X60)$

$4x_1 + 8x_2 \leq (8X60)$

$25x_1 + 25x_2 + 25x_3 \leq 3000$

$\mathbf{x_1, x_2, x_3 \geq 0}$

2- حل النموذج الرياضي بالطريقة المبسطة:

- تحويل النموذج إلى الشكل المعياري:

$\text{Max } Z = 75\ x_1 + 100\ x_2 + 250\ x_3 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3$

$4x_1 + 8x_2 + 12x_3 + S_1 = 600$

$4x_1 + 8x_2 + S_2 = 480$

$25x_1 + 25x_2 + 25x_3 + S_3 = 3000$

$x_1, x_2, x_3, x_4, S_1, S_2, S_3 \geq 0$

- جدول الحل الأولي:

		75	100	250	0	0	0	RHS	
T_0		X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3		
0	S_1	4	8	12	1	0	0	600	600/12=50
0	S_2	4	8	0	0	1	0	480	///////
0	S_3	25	25	25	0	0	1	3000	3000/25=120
Z		0	0	0	0	0	0	0	
Z - C		-75	-100	-250	0	0	0		

شرط الامثلية غير محقق، ننتقل إلى جدول جديد

X_3 هو المتغير الداخل للأساس.

S_1 هو المتغير الخارج من الأساس.

(12) هو عنصر الدوران.

- الجدول الثاني:

		75	100	250	0	0	0	RHS
T_0		X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	
250	X_3	1/3	2/3	1	1/12	0	0	50
0	S_2	4	8	0	0	1	0	480
0	S_3	50/3	25/3	0	-25/12	0	1	1750
Z		250/3	500/3	250	250/12	0	0	12500
Z - C		25/3	200/3	0	250/12	0	0	

شرط الامثلية محقق، الحل الأمثل هو: تزويد 50 بيت في المنطقة C ويكون الأجر اليومي أعظميا وقدره 12500 دينار.

التمرين الثالث :

1- كتابة النموذج الرياضي للمسألة:

نفرض أن x_1: عدد أجهزة التكييف المنتجة.

x_2: عدد الأفران الكهربائية المنتجة.

x_3: عدد المجففات الكهربائية المنتجة.

Max Z = 145 x_1 **+ 200** x_2 **+ 185** x_3

Subject to:

$5x_1 + 5x_2 + 5x_3 \le 110$

$5x_1 + 10x_2 + 5x_3 \le 180$

$10x_1 + 5x_2 + 5x_3 \le 200$

$x_1, x_2, x_3 \ge 0$

2- حل النموذج بالطريقة المبسطة:

- تحويل النموذج إلى الشكل المعياري:

$\text{Max } Z = 145x_1 + 200x_2 + 185x_3 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3$

$5x_1 + 5x_2 + 5x_3 + S_1 = 110$

$5x_1 + 10x_2 + 5x_3 + S_2 = 180$

$10x_1 + 5x_2 + 5x_3 + S_3 = 200$

$x_1, x_2, x_3, x_4, S_1, S_2, S_3 \ge 0$

- جدول الحل الأولي:

		145	200	185	0	0	0	RHS	
T_0		X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3		
185	S_1	5	5	5	1	0	0	110	110/5=22
200	S_2	5	10	5	0	1	0	180	180/10=18
0	S_3	10	5	5	0	0	1	200	200/5=40
Z		0	0	0	0	0	0	0	
Z - C		-145	-200	-185	0	0	0		

شرط الامثلية غير محقق، ننتقل إلى جدول جديد

X_2 هو المتغير الداخل للأساس.

S_2 هو المتغير الخارج من الأساس.

(10) هو عنصر الدوران.

- الجدول الثاني:

		145	200	185	0	0	0	RHS	
T_1		X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3		
0	S_1	5/2	0	5/2	1	-1/2	0	20	20x2/5=8
200	X_2	1/2	1	1/2	0	1/10	0	18	18x2=36
0	S_3	15/2	0	5/2	0	-1/2	1	110	110x2/5=44
Z		100	200	100	0	20	0	3600	
Z - C		-45	0	-85	0	20	0		

شرط الامثلية غير محقق، ننتقل إلى جدول جديد

X_3 هو المتغير الداخل للأساس.

S_1 هو المتغير الخارج من الأساس.

(5/2) هو عنصر الدوران.

- الجدول الثالث:

		145	200	185	0	0	0	RHS
T_2		X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	
185	X_3	1	0	1	2/5	-1/5	0	8
200	X_2	0	1	0	-1/5	1/5	0	14
0	S_3	5	0	0	-1	0	1	90
Z		185	200	185	34	3	0	4280
Z - C		40	0	0	34	3	0	

شرط الامثلية محقق، الحل الأمثل هو: لكي تحقق الشركة أعظم ربح يقدر بـ 4280 و.ن يجب إنتاج 14 فرن كهربائي و8 مجففات كهربائية.

السلسلة الثالثة في مقياس رياضيات المؤسسة

التمرين الأول: حل النماذج التالية بطريقة السمبلاكس.

1	2	3	4
Min $Z= 5x_1+3x_2$ **S/T** $3x_1 + 2x_2 \geq 20$ $6x_1 + x_2 \geq 30$ $x_1 , x_2 \geq 0$	**Min $Z= 5x_1+3x_2$** **S/T** $x_1 + 2x_2 \geq 2$ $2x_1 + x_2 \leq 3$ $x_1 \leq 1$ $x_1 , x_2 \geq 0$	**Max $Z= 3x_1+5x_2$** **S/T** $x_1 \leq 4$ $2x_2 = 12$ $3x_1 + 2x_2 \geq 18$ $x_1 , x_2 \geq 0$	**Min $Z=6x_1+3x_2+5x_3$** **S/T** $6x_1 + 6x_2 + x_3 \geq 20$ $3x_1 + 4x_2 \geq 16$ $x_1 , x_2 , x_3 \geq 0$

التمرين الثاني : أوجد النموذج المقابل لكل نموذج من النماذج السابقة واستنتج حلها.

التمرين الثالث : ليكن لديك النموذج الخطي التالي :

$$\text{Max } Z_P= 15 x_1+20 x_2 +24 x_3$$
$$S/T$$
$$3x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 120$$
$$x_1 + 5x_2 + 2x_3 \leq 60$$
$$x_1 , x_2 , x_3 \geq 0$$

المطلوب : - أكتب النموذج المقابل لهذا النموذج الخطي.

- حل النموذج المقابل بالطريقة البيانية.
- من قيم الحل الأمثل للنموذج المقابل أوجد قيم الحل الأمثل للنموذج الأولي.

حل السلسلة الثالثة

التمرين الأول: حل النماذج بطريقة السمبلاكس.

النموذج رقم 1:

$\text{Min } Z = 5x_1 + 3x_2$

S/T

$3x_1 + 2x_2 \geq 20$

$6x_1 + x_2 \geq 30$

$x_1, x_2 \geq 0$

- تحويل النموذج إلى الشكل المعياري:

$\text{Min } Z = 5x_1 + 3x_2 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3 + MA_1 + MA_2$

$3x_1 + 2x_2 - S_1 + A_1 = 110$

$6x_1 + x_2 - S_2 + A_2 = 180$

$x_1, x_2, x_3, x_4, S_1, S_2, A_1, A_2 \geq 0$

- جدول الحل الأولي:

		5	3	0	0	M	M	RHS	
T_0		X_1	X_2	S_1	S_2	A_1	A_2		
M	A_1	3	2	-1	0	1	0	20	20/3=6.33
M	A_2	6	1	0	-1	0	1	30	30/6=5
Z		9M	3M	-M	-M	M	M	50M	
Z - C		9M-5	3M-3	-M	-M	0	0		

شرط الامثلية غير محقق، ننتقل إلى جدول جديد

X_1 هو المتغير الداخل للأساس.

A_2 هو المتغير الخارج من الأساس.

(6) هو عنصر الدوران.

- الجدول الثاني:

		5	3	0	0	M	M	RHS	
T_1		X_1	X_2	S_1	S_2	A_1	A_2		
M	A_1	0	3/2	-1	1/2	1	-1/2	20	20X2/3
5	X_1	1	1/6	0	-1/6	0	1/6	5	5X6=30

Z	5	3/2M+5/6	-M	1/2M-5/6	M	-1/2M+5/6	30+5M
Z - C	0	3M-3	-M	1/2M-5/6	0	-3/2M+5/6	

شرط الامثلية غير محقق، ننتقل إلى جدول جديد

X_2 هو المتغير الداخل للأساس.

A_1 هو المتغير الخارج من الأساس.

(3/2) هو عنصر الدوران.

- الجدول الثالث:

		5	3	0	0	M	M	RHS
T_1		X_1	X_2	S_1	S_2	A_1	A_2	
3	X_2	0	1	-2/3	1/3	2/3	-1/3	10/3
5	X_1	1	0	1/9	-7/24	-1/9	2/9	40/9
Z		5	3	-13/9	-11/24	13/9	1/9	290/9
Z - C		0	0	-13/9	-11/24	-M+13/9	-M+1/9	

شرط الامثلية محقق، الحل الأمثل هو: $X_1= 40/9$; $X_2= 10/3$; $Z=290/3$

النموذج رقم 2:

Min $Z= 5x_1+3x_2$

S/T

$x_1 + 2x_2 \geq 2$

$2x_1 + x_2 \leq 3$

$x_1 \leq 1$

$x_1 , x_2 \geq 0$

- تحويل النموذج إلى الشكل المعياري:

Min $Z = 5x_1+3x_2+0S_1+0S_2+ 0S_3 +MA_1$

$x_1 + 2x_2 - S_1+A_1 = 2$

$2x_1 + x_2 + S_2 = 3$

$x_1 + 2x_2 + S_3 = 1$

$x_1, x_2, x_3, x_4, S_1, S_2, S_3, A_1, A_2 \geq 0$

- جدول الحل الأولي:

		5	3	0	0	M	M	RHS	
T_0		X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	A_1		
M	A_1	1	2	-1	0	0	1	2	20/3=6.33
0	S_2	2	1	0	1	0	0	3	30/6=5

0	S_3	1	0	0	0	1	0	1
Z		M	2M	-M	0	0	M	2M
Z - C		M-5	2M-3	-M	0	0	0	

شرط الامثلية غير محقق، ننتقل إلى جدول جديد

X_2 هو المتغير الداخل للأساس.

A_1 هو المتغير الخارج من الأساس.

(2) هو عنصر الدوران.

- الجدول الثاني:

		5	3	0	0	M	M	RHS
T_1		X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	A_1	
3	X_2	1/2	1	-1/2	0	0	1/2	1
0	S_2	3/2	1	1/2	1	0	-1/2	2
0	S_3	1	0	0	0	1	0	1
Z		3/2	3	-3/2	0	0	3/2	3
Z - C		-1/2	0	-3/2	0	0	-M+3/2	

شرط الامثلية محقق، الحل الأمثل هو: $X_1= 0$; $X_2=1$; $X_3=0$; $Z=3$

النموذج رقم 3:

Max $Z= 3x_1+5x_2$

S/T

$x_1 \leq 4$

$2x_2 = 12$

$3x_1 + 2x_2 \geq 18$

$x_1 , x_2 \geq 0$

- تحويل النموذج إلى الشكل المعياري:

Max $Z = 3x_1+5x_2+0S_1+ 0S_3 - MA_2- MA_3$

$x_1 + S_1 = 4$

$2x_2 +A_2 = 12$

$3x_1 + 2x_2 - S_3 +A_3 = 18$

$x_1, x_2,x_3,x_4,S_1,A_2,A_3 \geq 0$

- جدول الحل الأولي:

		3	5	0	0	- M	- M	RHS	
T_0		X_1	X_2	S_1	S_3	A_2	A_3		
0	S_1	1	0	1	0	0	0	4	//////
- M	A_2	0	2	0	0	1	0	12	12/2=6
- M	A_3	3	2	0	-1	0	1	18	18/2=9
Z		- 3M	- 4M	0	M	- M	- M	-30M	
Z - C		-3M-3	-4M-5	0	M	0	0		

شرط الامثلية غير محقق، ننتقل إلى جدول جديد

X_2 هو المتغير الداخل للأساس.

A_2 هو المتغير الخارج من الأساس.

(2) هو عنصر الدوران.

- الجدول الثاني:

		3	5	0	0	- M	- M	RHS	
T_0		X_1	X_2	S_1	S_3	A_2	A_3		
0	S_1	1	0	1	0	0	0	4	4/1=4
5	X_2	0	1	0	0	2/1	0	6	//////
- M	A_3	3	0	0	-1	-1	1	6	6/3=2
Z		- 3M	5	0	M	2/5+M	- M	-6M+30	
Z - C		-3M-3	0	0	M	2/5+2M	0		

شرط الامثلية غير محقق، ننتقل إلى جدول جديد

X_1 هو المتغير الداخل للأساس.

A_3 هو المتغير الخارج من الأساس.

(3) هو عنصر الدوران.

- الجدول الثالث:

		3	5	0	0	- M	- M	RHS	
T_0		X_1	X_2	S_1	S_3	A_2	A_3		
0	S_1	0	0	1	1/3	1/3	-1/3	2	
5	X_2	0	1	0	0	1/2	0	6	//////
3	X_1	1	0	0	-1/3	-1/3	1/3	2	//////
Z		3	5	0	-1	3/2	1	36	
Z - C		0	0	0	-1	3/2+M	1+M		

شرط الامثلية غير محقق، ننتقل إلى جدول جديد

S_3 هو المتغير الداخل للأساس.

S_1 هو المتغير الخارج من الأساس.

(1/3) هو عنصر الدوران.

		3	5	0	0	- M	- M	RHS
T_0		X_1	X_2	S_1	S_3	A_2	A_3	
0	S_3	0	0	3	1	1/2	-1	6
5	X_2	0	1	0	0	0	0	6
3	X_1	1	0	1	0	5/2	0	4
Z		3	5	3	0	3/2	0	42
Z - C		0	0	3	0	5/2+M	M	

شرط الامثلية محقق، الحل الأمثل هو: $X_1= 4$; $X_2=6$; $Z=42$

التمرين الثاني : إيجاد النموذج المقابل لكل نموذج من النماذج السابقة واستنتاج حله.

النموذج رقم 1:

Min $Z= 5x_1+3x_2$

S/T

$x_1 + 2x_2 \geq 203$

$x_1 + x_2 \geq 306$

$x_1 , x_2 \geq 0$

النموذج المقابل هو:

$Max\ Z_d= 20U_1+ 30U_2$

S/T

$3U_1+ 6U_2 \leq 5$

$2U_1+ U_2 \leq 3$

$U_1, U_2 \geq 0$

الحل الأمثل للنموذج المقابل هو: $U_1= 13/9, \quad U_2= 1/9, \quad Z_d= 290/9$

النموذج رقم 2:

$Min\ Z= 5x_1+3x_2$

S/T

$x_1 + 2x_2 \geq 2$

$x_1 + x_2 \leq 3$

$x_1 \quad \leq 1$

$x_1 , x_2 \geq 0$

بما أن صيغة دالة الهدف تقليل فان جميع القيود يجب أن تكون (≥)، وبذلك سيتم تحويل إشارة القيدين الثاني والثالث ليكون شكل النموذج كما يلي:

$Min\ Z= 5x_1+3x_2$

S/T

$x_1 + 2x_2 \geq 2$

$- x_1 - x_2 \geq -3$

$- x_1 \quad \geq -1$

$x_1 , x_2 \geq 0$

النموذج المقابل هو:

$Max\ Z_d= 2U_1 - 3U_2 - U_3$

S/T

$U_1 - U_2 - U_3 \leq 2$

$2U_1 - U_2 + 0U_3 \leq 3$

$U_1, U_2, U_3 \geq 0$

الحل الأمثل للنموذج المقابل هو: $U_1 = 3/2, \quad U_2 = 0, \quad U_3 = 0 \quad Z_d = 3$

النموذج رقم 3: قيد المساواة يقابله متغير حر، القيد الثالث يجب تحويل إشارته ليكون شكل النموذج كما يلي:

Max $Z = 3x_1 + 5x_2$

S/T

$x_1 \leq 4$

$2x_2 = 12$

$-3x_1 - 2x_2 \leq -18$

$x_1, x_2 \geq 0$

النموذج المقابل هو:

Min $Z_d = 14U_1 + 12U_2 - 18U_3$

S/T

$U_1 + 0U_2 - U_3 \geq 3$

$0U_1 + 2U_2 - 2U_3 \geq 5$

متغير حر U_2 ,$U_1, U_3 \geq 0$

الحل الأمثل للنموذج المقابل هو: $U_1 = 3, \quad U_2 = 5/2, \quad U_3 = 0, \quad Z_d = 42$

التمرين الثالث : - كتابة النموذج المقابل لهذا النموذج الخطي.

Min $Z_d = 120U_1 + 60U_2$

S/T

$3U_1 + U_2 \geq 15$

$U_1 + 5U_2 \geq 20$

$3U_1 + 2U_2 \geq 24$

$U_1, U_2 \geq 0$

- حل النموذج المقابل بالطريقة البيانية.

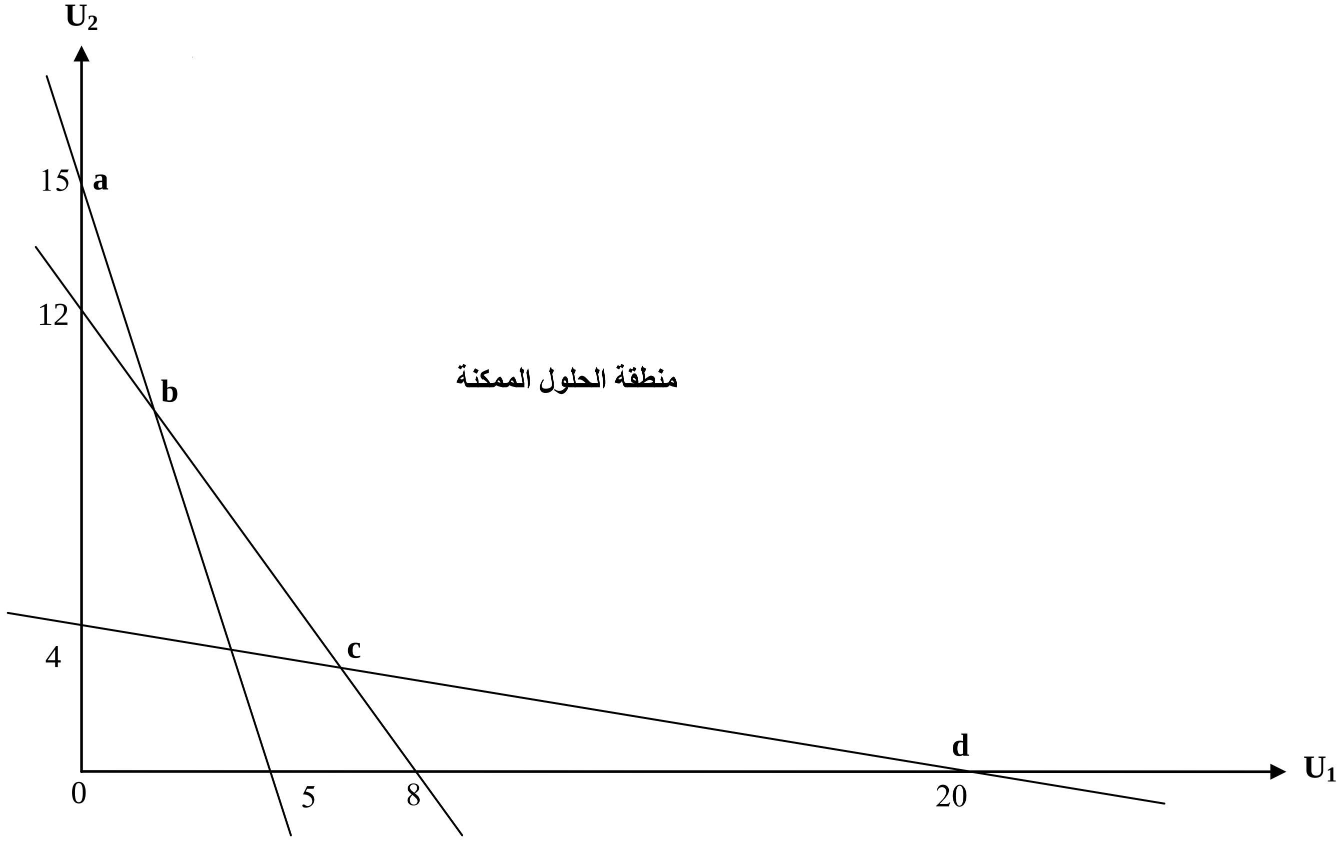
تحويل القيود إلى معادلات وإيجاد نقاط التقاطع مع المحاور:

$3U_1 + U_2 = 15 \quad (U_1=0, U_2=15) \; (U_1=5, U_2=0)$

$U_1 + 5U_2 = 20 \quad (U_1=0, U_2=4) \; (U_1=20, U_2=0)$

$3U_1 + 2U_2 = 24$ $(U_1=0 , U_2 =12)$ $(U_1=8 , U_2 =0)$

<u>التمثيل البياني:</u>



<u>حساب قيمة دالة الهدف عند النقاط المتطرفة من منطقة الحلول الممكنة:</u>

عند النقطة a: $a(0.15)\Rightarrow Z_a = 120 \times 0 + 60 \times 15 = 900$

عند النقطة b: $b(2.9)\Rightarrow Z_b = 120 \times 2 + 60 \times 9 = 780$

لإيجاد إحداثيات النقطة b نقوم بحل جملة معادلتي القيدين الأول والثالث

كما يلي:

$$\begin{cases} 3U1 + U2 = 15 \ldots\ldots(1) \\ 3U1 + 2U2 = 24 \ldots\ldots(3) \end{cases}$$

بضرب المعادلة (1) في (-1) وجمعها مع المعادلة (3) نجد: $U2 = 24 - 15 = 9$

بالتعويض في المعادلة (1) نجد: $U1 = {}^{15-9}/_{3} = 2$

عند النقطة c: $c(36/13.80/13)\Rightarrow Z_c = 120 \times 36/13 + 60 \times 80/13 = 11760/13$

لإيجاد إحداثيات النقطة c نقوم بحل جملة معادلتي القيدين الثاني والثالث

كما يلي:

$$\begin{cases} U1 + 5U2 = 20 \ldots\ldots\ldots(2) \\ 3U1 + 2U2 = 24 \ldots\ldots(3) \end{cases}$$

من المعادلة (2) نجد: $U1 = 20 - 5U2 \dots \dots \dots (4)$

بالتعويض في المعادلة (3) نجد: $3(20 - 5U2) + 2U2 = 24 \Rightarrow U2 = 36/13$

نعوض في المعادلة (4) نجد: $36U1 = 20 - 5 \times 36/13 = 80/13$

عند النقطة d: $d(20.0) \Rightarrow Z_d = 120 \times 20 + 60 \times 0 = 2400$

<u>الحل الأمثل</u>: الحل الأمثل للنموذج عند النقطة C(2.9) وهو: $U_1 = 2, \quad U_2 = 9, \quad Z_d = 780$

- إيجاد قيم الحل الأمثل للنموذج الأولي من قيم الحل الأمثل

للنموذج المقابل

$$\begin{cases} 3U1 + U2 + t1 = 15 \\ U1 + 5U2 + t2 = 20 \\ 3U1 + 2U2 + t3 = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t1 = 0 \\ t2 = 27 \\ t3 = 0 \end{cases}$$

$$U1 = 2 \neq 0 \Rightarrow S1 = 0$$
$$U2 = 9 \neq 0 \Rightarrow S2 = 0$$
$$U3 = 0 \Rightarrow S1 \neq 0$$
$$t1 = 0 \Rightarrow X1 \neq 0$$
$$t2 = 27 \neq 0 \Rightarrow X2 = 0$$
$$t3 = 0 \Rightarrow X3 \neq 0$$

$$\begin{cases} 15\,X1 + 20\,X2 + 24\,X3 = 780 \\ 3X1 + X2 + 3X3 + S1 = 120 \\ X1 + 5X2 + 2X3 + S1 = 60 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 15\,X1 + 24\,X3 = 780 \dots\dots (1) \\ 3X1 + 3X3 = 120 \dots \dots (2) \\ X1 + 2X3 = 60 \dots \dots (3) \end{cases}$$

نضرب المعادلة (3) في (15-) ونجمعها مع المعادلة (1) نجد: $X3 = 20$

نعوض في المعادلة (2) نجد: $X1 = 20$

إذن قيم الحل الأمثل للنموذج الأولي هي: $X1 = 20, \quad X2 = 0, \quad X3 = 20, \quad Zp = 780$

<u>جامعة الشهيد حمه لخضر الوادي</u>

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير **السداسي الثالث : 2020 / 2021**

السنة الثانية علوم تسيير

<u>السلسلة الرابعة في مقياس رياضيات المؤسسة</u>

<u>التمرين الأول:</u> لديك جدول الحل الأمثل للبرنامج الخطي التالي :

$$\text{Max } Z_P = 6x_1 + 4x_2 + 10x_3$$

S/T

$$3x_1 + x_2 \le 400$$

$$x_2 + 2x_3 \le 240$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 \le 360$$

$$x_1, x_2, x_3 \ge 0$$

Max		6	4	10	0	0	0	
T_2		X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	RHS
			1/4			3/4	-3/2	
			a			1/2	0	
			1/4			b	1/2	
Z			13/2			7/2		
Z-C		0		0	0			

المطلوب:- أكمل الجدول:

1- متغيرات الأساس ومعاملاتها.2- قيم أعمدة المتغيرات X_1 ، X_3، S_1.3- قيم كل من a و b. 4- عناصر عمود الموارد **RHS**. 5- عناصر السطر **Z**. 6- عناصر سطر التقييم.

- حدد طبيعة الموارد والأنشطة.
- ما هو مجال التغير المسموح به في الموارد النادرة الذي يبقي على الحل أمثلا.
- ما هو مجال التغير المسموح به في معاملات الأنشطة المربحة الذي يبقي على الحل أمثلا.
- ما أثر تغير المورد الثاني إلى 300 وحدة و المورد الثالث إلى 400 وحدة على حل البرنامج الأصلي وقيمة دالة الهدف.
- ما أثر تغير دالة الهدف إلى الشكل التالي : $\text{Max } Z_P = 5x_1 + 5x_2 + 15x_3$

على قيم الثنائية المثلى وقيمة دالة الهدف.

<u>التمرين الثاني:</u> تقوم مؤسسة صناعية بإنتاج ثلاث أنواع من الكوابل (A; B; C)، وتريد في سنة 2021 إنتاج 11000 وحدة: 3000 وحدة من A و3600 وحدة من B و4400 وحدة من C.

يتم إنتاج الكوابل في ثلاث ورشات إنتاجية، الطاقة الإنتاجية لكل ورشة هي: 2000 وحدة للورشة الأولى، 5000 وحدة للورشة الثانية، 4000 وحدة للورشة الثالثة. تكاليف إنتاج الكوابل في مختلف الورشات تظهر في الجدول التالي:

	A	B	C
الورشة الأولى	40	20	160
الورشة الثانية	140	80	60

الورشة الثالثة	120	40	80

المطلوب : – أكتب النموذج الرياضي لهذه المسألة.

– توزيع إنتاج الكوابل على مختلف الورشات. (الحل الأولي يكون بمختلف الطرق).

التمرين الأول:

- إكمال الجدول:

1- متغيرات الأساس ومعاملاتها.

متغيرات الأساس هي: X_1، X_3، S_1

S_1: مكانه الأول في الأساس كما وضع في الجدول T_0 ومعامله 0.

X_3: وهو المتغير الذي دخل للأساس في الجدول T_1 لأن معامله في دالة الهدف هو الأكبر (10)، ولكن هل دخل في مكان S_2 أو S_3؟

نحسب حاصل قسمة قيم الطرف الأيمن على معاملات X_3 المقابلة لها في القيدين الثاني والثالث:

$$240/2=120;\ 360/1=360$$

$120 < 360$ إذن X_3 دخل في مكان S_2 ومكانه الثاني في الأساس. ويبقى المكان الثالث للمتغير X_1.

معاملات X_1 ، X_3 هي على التوالي 6 ، 10.

2- قيم أعمدة المتغيرات X_1 ، X_3، S_1 وهي أعمدة متغيرات الأساس عبارة عن أشعة وحدة.

3- قيم كل من a و b

$$(0 \times 1/4) + (10 \times a) + (6 \times 1/4) = 13/2 \ \Rightarrow a = 1/2$$

$$(0 \times 3/2) + (10 \times 1/2) + (6 \times b) = 7/2 \ \Rightarrow b = -1/4$$

4- عناصر عمود الموارد **RHS**.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3/4 & -3/2 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & -1/4 & 1/2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 400 \\ 240 \\ 360 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 \\ 120 \\ 120 \end{pmatrix}$$

5- عناصر السطر **Z**.

$$Z_1 = (0 \times 0) + (10 \times 0) + (6 \times 1) = 6$$
$$Z_3 = (0 \times 0) + (10 \times 1) + (6 \times 0) = 10$$
$$Z_4 = (0 \times 1) + (10 \times 0) + (6 \times 0) = 0$$
$$Z_6 = (0 \times (-3/2)) + (10 \times 0) + (6 \times 1/2) = 3$$
$$Z = (0 \times 40) + (10 \times 120) + (6 \times 120) = 1920$$

5- عناصر السطر **Z-C**.

$$(Z - C)_1 = 13/2 - 4 = 5/2$$
$$(Z - C)_5 = 7/2 - 0 = 7/2$$
$$(Z - C)_6 = 3 - 0 = 3$$

Max	6	4	10	0	0	0	

T_2		X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	RHS
0	S_1	0	1/4	0	1	3/4	-3/2	40
10	X_3	0	1/2	1	0	1/2	0	120
6	X_1	1	1/4	0	0	-1/4	1/2	120
Z		6	13/2	10	0	7/2	3	1920
Z-C		0	5/2	0	0	7/2	3	

- تحديد طبيعة الموارد والأنشطة:

- المورد الأول متوفر (S_1=40)، المورد الثاني نادر (S_2=0)، المورد الثالث نادر (S_3=0).

- النشاط X_1 مربح (X_1=120)، النشاط غير مربح (X_2=0)،النشاط X_3 مربح (X_3=120).

- مجال التغير المسموح به في الموارد النادرة الذي يبقي على الحل أمثلا.

مجال التغير المسموح به في المورد الثاني:

قيم عمود RHS	قيم عمود S_2	حاصل القسمة
40	3/4	160/3
120	1/2	240
120	-1/4	-480

$$240 - 160/3 \leq \Delta b_2 \leq 240 + |-480|$$
$$560/3 \leq \Delta b_2 \leq 720$$

مجال التغير المسموح به في المورد الثالث:

قيم عمود RHS	قيم عمود S_3	حاصل القسمة
40	-3/2	-80/3
120	0	/
120	1/2	240

$$360 - 240 \leq \Delta b\_3 \leq 360 + |-80/3|$$
$$120 \leq \Delta b\_3 \leq 1160/3$$

- مجال التغير المسموح به في معاملات الأنشطة المربحة الذي يبقي على الحل أمثلا.

مجال التغير المسموح به في معامل النشاط X_1:

قيم السطر Z-C	0	5/2	0	0	7/2	3
سطر المتغير X_1	1	1/4	0	0	-1/4	1/2
حاصل القسمة	0	10	/	/	-14	6

$$6 - 6 \leq \Delta C_1 \leq 6 + |-14|$$
$$0 \leq \Delta C_1 \leq 20$$

مجال التغير المسموح به في معامل النشاط X_3:

قيم السطر Z-C	0	5/2	0	0	7/2	3
سطر المتغير X_3	0	1/2	1	0	1/2	0
حاصل القسمة	/	5	/	/	7	$+\infty$

$$10 - 5 \leq \Delta C_3$$
$$5 \leq \Delta C_3$$

- أثر تغير المورد الثاني إلى 300 وحدة و المورد الثالث إلى 400 وحدة على حل البرنامج الأصلي وقيمة دالة الهدف.

- وبالتطبيق على المثال: ما هو اثر زيادة ساعات العمل في قسم التجميع بـ 20 ساعة وانخفاض ساعات عمل قسم التصنيع الى 100 ساعة على التشكيلة المثلى للإنتاج.

$$\begin{pmatrix} s_1 \\ x_3 \\ x_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3/4 & -3/2 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & -1/4 & 1/2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 400 \\ 300 \\ 400 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 25 \\ 150 \\ 125 \end{pmatrix}$$

إذن هذا التغير في الموارد يغير قيم الحل الأمثل إلى: $S1 = 25, \quad X3 = 150, \; X1 = 125$

$$Z_P = 6\,(125) + 4\,(0) + 10\,(150) = 2250$$

- أثر تغير دالة الهدف إلى الشكل التالي : $\text{Max } Z_P = 5\,x_1 + 5\,x_2 + 15\,x_3$

على قيم الثنائية المثلى وقيمة دالة الهدف

$$(\,U_1 \quad U_2 \quad U_3) = (0 \quad 10 \quad 6) \times \begin{pmatrix} 1 & 3/4 & -3/2 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & -1/4 & 1/2 \end{pmatrix} = (\,0 \quad 25/4 \quad 5/2)$$

$$U1 = 0, \quad U2 = 25/4, \qquad U3 = 5/2$$
$$Z_d = 400(0) + 240(25/4) + 360(5/2) = 2400$$
$$Z_P = 5\,(120) + 5\,(0) + 15\,(120) = 2240$$

التمرين الثاني: - كتابة النموذج الرياضي لهذه المسألة.

	A	B	C	الطاقة الإنتاجية
الورشة 1	40	20	160	2000
الورشة 2	140	80	60	5000
الورشة 3	120	40	80	4000
الإنتاج المخطط	3000	3600	4400	11000 / 11000

$$\text{Min } Z = 40X_{11} + 20X_{12} + 160X_{13} + 140X_{21} + 80X_{22} + 60X_{23}$$
$$+120X_{31} + 40X_{32} + 80X_{33}$$

$$X_{11}+X_{12}+X_{13}=2000$$
$$X_{21}+X_{22}+X_{23}=5000$$
$$X_{31}+X_{32}+X_{33}=4000$$
$$X_{11}+X_{21}+X_{31}=3000$$
$$X_{12}+X_{22}+X_{32}=3600$$
$$X_{13}+X_{23}+X_{33}=4400$$
$$X_{11}, X_{12}, X_{13}, \dots\dots\dots\dots, X_{33} \geq 0$$

- اوجد خطة الإنتاج بأقل تكلفة (الحل الأولي يكون بمختلف الطرق).

- إيجاد الحل الأولي بطريقة الزاوية الشمالية الغربية.

في البداية يجب التأكد من شرط التوازن: مجموع العرض = مجموع الطلب

	A	B	C	الطاقة الإنتاجية
الورشة 1	40 2000	20	160	2000 0
الورشة 2	140 1000	80 3600	60 400	5000 4000 400 0
الورشة 3	120	40	80 4000	4000 0
الإنتاج المخطط	3000 1000 0	3600 0	4400 4000 0	11000 11000

التكلفة الإجمالية للإنتاج هي:

Z = 40(2000)+140(1000)+80(3600)+60(400)+80(4000)=852000

- إيجاد الحل الأولي بطريقة اقل التكاليف.

	A	B	C	الطاقة الإنتاجية
الورشة 1	40	20 2000	160	2000 0
الورشة 1	140 600	80	60 4400	5000 4400 0
الورشة 1	120 2400	40 1600	80	4000 1600 0

الإنتاج المخطط	3000 2400 0	3600 1600 0	4400 0	11000 11000

التكلفة الإجمالية للإنتاج هي:

$$Z = 20(2000)+140(600)+60(4400)+120(2400)+40(1600)=740000$$

- إيجاد الحل الأولي لمشكلة النقل فوقل التقريبية.

	A	B	C	الطاقة الإنتاجية			
~~الورشة 1~~	40 2000	20	160	2000 0	20		
الورشة 2	140 600	80	60 4400	50000 4400 0	20	20	80
الورشة 3	120 400	40 3600	80	4000 3600 0	40	40	40
الإنتاج المخطط	150	180	220				
	80	20	20				
	20	40	20				
	20		20				

التكلفة الإجمالية للإنتاج هي:

$$Z = 40(2000)+140(600)+60(4400)+120(400)+40(3600)=620000$$

- اختبار أمثلية الحل الأولي.

عدد الخلايا المملوءة = عدد المراكز+ عدد المصادر- 1 (الحل الأولي أساسي)

- حساب الرقم القياسي لكل صف U_i ولكل عمود V_j:

	A	B	C	الطاقة الإنتاجية	
الورشة 1	40	20 2000	160	2000	$U_1=0$
الورشة 2	140 600	80	60 4400	5000	$U_2=40$

الورشة 3	120 2400	40 1600	80	4000	$U_3=20$
الإنتاج المخطط	3000	3600	4400	11000 / 11000	
	$V_1=100$	$V_2=20$	$V_3=20$		

التكلفة الإجمالية للإنتاج هي:

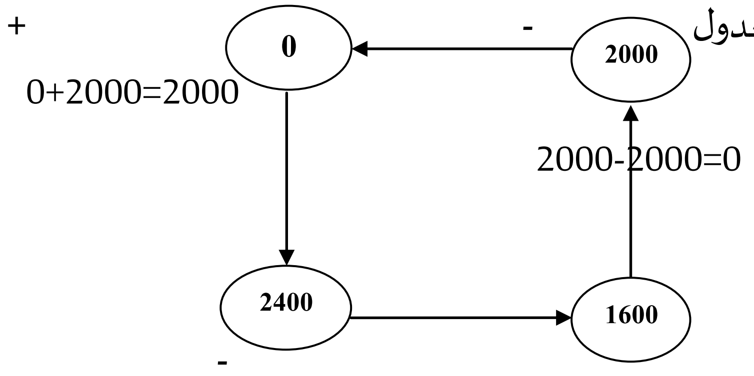
$$Z=20(2000)+140(600)+60(4400)+120(2400)+40(1600)=740000$$

- تقييم الخلايا الفارغة:

الخلية	$\sigma_{ij}=C_{ij}-U_i-V_j$
و1،A	40-0-100= - 60
و1،C	160-0-20=140
و2،B	80-40-20=20
و3،C	80-20-20=40

الخلية(و1،A) شغلها سيؤدي إلى تخفيض تكاليف النقل.

- المسار المغلق للخلية (و1،A): موضح في الجدول



Min (2000, 2400) =2000

+

1600+2000=3600

2400-2000=400

- تعديل الجدول:

	A	B	C	الطاقة الإنتاجية	
الورشة 1	40 2000	20	160	2000	$U_1=0$

الورشة 2	140 600	80	60 4400	5000	$U_2=100$
الورشة 3	120 400	40 3600	80	4000	$U_3=80$
الإنتاج المخطط	3000	3600	4400	11000 11000	
	$V_1=40$	$V_2=-40$	$V_3=-40$		

التكلفة الإجمالية للنقل هي:

Z =40(2000)+140(600)+60(4400)+120(400)+40(3600)=620000

- إعادة الخطوات السابقة: (اختبار أمثلية الحل الجديد)

عدد الخلايا المملوءة = عدد المراكز+ عدد المصادر- 1 (الحل أساسي)

- حساب الرقم القياسي لكل صف U_i ولكل عمود V_j: (موضحة في الجدول أعلاه)

- تقييم الخلايا الفارغة:

الخلية	$\sigma_{ij} = C_{ij} - U_i - V_j$
B،1و	20-0-(-40)= 60
C،1و	160-0-(-40)=200
B،2و	80-100-(-40)=20
C،3و	80-80-(-40)=40

بما أن التكاليف المباشرة لجميع الخلايا الفارغة موجبة فان الجدول السابق يعطي خطة النقل المثلى وهي:

- تنتج الورشة الأولى 2000 وحدة من A
- تنتج الورشة الثانية 600 وحدة من A و 4400 وحدة من C
- تنتج الورشة الثالثة 400 وحدة من A و 3600 وحدة من B

التكلفة الإجمالية للانتاج هي: 620000 وحدة نقدية.

جامعة الشهيد حمه لخضر الوادي

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير السداسي الثالث : 2020 / 2021

السنة الثانية علوم تسيير

واجب منزلي رقم 01

التمرين الأول: يمتلك مزارع 200 بقرة تستهلك كل بقرة كيلوغرام واحد من غذاء خاص يوميا، ويتم إعداد هذا الغذاء من خليط من الذرة وفول الصويا بالمكونات التالية :

نوع الحبوب	كمية العنصر في الكيلوغرام الواحد			التكلفة (دولار/كيلوغرام)
	كالسيوم	بروتين	ألياف	
الذرة	0.001	0.09	0.02	2
فول الصويا	0.002	0.60	0.06	4

ويشترط أن يحتوي الغذاء اليومي للبقرة على : 1 % على الأكثر كالسيوم. 30 % على الأقل بروتين. 5 % على الأكثر ألياف.

المطلوب : أوجد البرنامج الخطي الذي يحدد خلطة الغذاء اليومية بأقل تكلفة.

التمرين الثاني: سوق تجاري يعمل 24 ساعة يحتاج الأعداد التالية من عاملي الخزينة كحد أدنى، وتتبع الفترة رقم 6 الفترة رقم 1 مباشرة، ويعمل كل عامل خزينة 8 ساعات متتالية ابتداء من أي فترة من الفترات الست.

الفترة	6	5	4	3	2	1
الوقت من اليوم	23 - 3	19 - 23	15 -19	11 -15	7 - 11	3 - 7
العدد المطلوب كحد أدنى	5	10	20	14	20	7

- أوجد البرنامج الخطي الذي يحرر ورقة تشغيل موظفين يومية بأقل عدد ممكن وتفي بالمتطلبات.

التمرين الثالث: لدى شركة مرتبتان للمفتشين : المرتبة1 والمرتبة2، والمطلوب إسناد مهمة ضبط الجودة لهم، وينبغي على الأقل تدقيق 1800 قطعة يومياً خلال 8 ساعات عمل.

يستطيع مفتشو المرتبة الأولى تدقيق القطع بمعدل 25 قطعة/ساعة وبدقة 98 %، أما مفتشو المرتبة الثانية فيستطيعون تدقيق القطع بمعدل15 قطعة/ساعة وبدقة 95 %.

- إذا علمت أن أجرة مفتش المرتبة الأولى هو 4 دولار في الساعة و أن أجرة مفتش المرتبة الثانية هو 3 دولار في الساعة، وفي كل مرة يخطئ المفتش تتكلف الشركة 2 دولار؛ ويتوافر لدى الشركة لأغراض التفتيش 8 مفتشين من المرتبة الأولى و10 من المرتبة الثانية وترغب الشركة في تعيين الإسناد الأمثل لجعل كلفة التفتيش الكلية أصغريه.

جامعة الشهيد حمه لخضر الوادي

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير — السداسي الثالث : 2020 / 2021

السنة الثانية علوم تسيير

واجب منزلي رقم 02

التمرين الأول: قرر مجلس المالية لمؤسسة صناعية معينة استثمار مبلغ 600000 دج وذلك لشراء آلات إنتاجية وقد تم اختيار ثلاث أنواع من الآلات A,B,C والجدول التالي يوضح كافة المعلومات الخاصة بالآلات :

نوع الآلة	تكلفة شراء الآلة الواحدة (دج)	مدة تشغيل الآلة في اليوم (بالساعة)	إنتاج الآلة الواحدة في الساعة	عدد العمال المطلوبين لكل آلة
A	6000	8	10	1
B	8000	7	15	1
C	10000	6	30	2

ويوجد لدى المؤسسة 100 عامل يمكن استخدامهم على مختلف الآلات، كما أن المصنع لا يستطيع شراء أكثر من 80 آلة إضافية.

- كيف يمكن لهذه المؤسسة أن تحدد الأنواع الثلاثة من الآلات لتحقيق اكبر طاقة إنتاجية ممكنة؟

التمرين الثاني: لديك جدول الحل الأمثل لنموذج البرمجة الخطية التالي:

$$\begin{aligned} &\text{Max } Z_P = 100x_1 + 200x_2 \\ &\text{S/T} \\ &x_1 + x_2 \le 150 \\ &4x_1 + 2x_2 \le 440 \\ &x_1 + 4x_2 \le 480 \\ &x_1 \le 90 \\ &x_1, x_2 \ge 0 \end{aligned}$$

Max		100	200	0	0	0	0	RHS
T_2		X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	S_4	
100	X_1	1	0	4/3	0	-1/3	0	40
0	S_2	0	0	-14/3	1	2/3	0	60
200	X_2	0	1	-1/3	0	1/3	0	110
0	S_4	0	0	-4/3	0	1/3	1	50
Z		100	200	200/3	0	100/3	0	26000
Z-C		0	0	200/3	0	100/3	0	

المطلوب : - حدد طبيعة الموارد والأنشطة.

- أوجد النموذج المقابل واستنتج حله.

- ما هو مجال التغير المسموح به في الموارد النادرة الذي يبقي على الحل أمثلا.
- ما هو مجال التغير المسموح به في معاملات الأنشطة المربحة الذي يبقي على الحل أمثلا.