العمل التطبيقي الأول: الإرتياب في القياس الفيزيائي

السنة الأولى علوم المادة | 2020/12/15

الجزء النظري

1 مقدمة

الفيزياء علم يعتمد على التجربة والقياس، لكنناعندما نقيس كمية فيزيائية فإننا لا نتوقع للقيمة المقاسة أن تكون مساوية بالضبط للقيمة الحقيقية. لهذا ينبغي أن نبين إلى أي حد يمكن أن تكون نتيجة القياس قريبة من القيمة الحقيقية، أي أن نبين مدى دقة القياس ومدى التعويل عليه ونفعل ذلك بأن نرفق النتيجة بمقدار الخطأ فيها. وتقديم الخطأ له أهمية عظيمة لأننا لا نستطيع من دونه أن نحصل على استنتاجات ذات معنى من النتائج العملية.

2 نوعا القياس الفيزيائي وطبيعة الخطأ

يمكننا التمييز بين نوعين من القياس

- القياس المباشر: وهو يتم مباشرة باستخدام أجهزة القياس كقياس طول باستخدام مسطرة، أو قياس زمن باستخدام كرونومتر...
- القياس غير المباشر: ويتم بالحساب من عدة مقادير فيزيائية، كحساب المساحة و الحجم بعد قياس الأبعاد، و حساب الطاقة الحركية بعد قياس الكتلة وحساب السرعة.

  تتميز القياسات التي تتم بعدم التعيين الدقيق، الناتج عن الأخطاء التي تنجم عن: المجرب، جهاز القياس، طريقة القياس ....، تقسم الأخطاء إلى نوعين:

- الأخطاء النظامية: هي الأخطاء التجريبية التي تعزى على وجه العموم إلى أسباب معروفة يمكن تقديرها وتفاديها. ومن أهمها ما يلي: - عدم دقة الجهاز ويمكن معالجة هذا المشكل بمعايرة الجهاز. - تجاهل مجال صحة النظرية كأن توجد عوامل و تأثيرات لم تؤخذ في الحسبان.
- الأخطاء العشوائية: هي أخطاء متغيرة (أو طارئة) ناتجة عن المجرب والجهاز. يمكن اكتشافها بتكرار القياس ومن ثم يمكن تقديرها بطرق احصائية.

3 الخطأ في القياس

نجري قياسا ما ولتكن X_mالقيمة المقاسة و X_R القيمة الحقيقية.

- الخطأ المطلق:هو الفرق بين القيمة المقاسة والقيمة الحقيقية وهو مقدار بري يمكن أن يكون موجبا أو سالبا. $\delta X = X_m - X_R$
- الخطأ النسبي:وهو النسبة بين الخطأ المطلق و القيمة المقاسة $\frac{\delta X}{X_m}$
- ملاحظة: يتعذر معرفة الخطأ المطلق والخطأ النسبي لأنه لا يمكن معرفة القيمة الحقيقة للمقدار المقاس، لذلك نلجأ إلى مفهوم الارتياب.

4 الارتياب في القياس

بمأن قيمة الخطأ (المطلق أو النسبي) تبقى مجهولة فإننا نذهب إلى تقدير الارتياب في القياس وهذا بإعطاء الطرق الرياضية لحسابه، لكن قبل ذلك نعرف كلا من الارتياب المطلق والارتياب النسبي.

- الارتياب المطلق: الارتياب المطلق للمقدار X نرمز له ΔXهو الحد الأعلى للقيمة المطلقة للخطأ المطلق. $|\delta X| \leq \Delta X$ وهو عدد موجب يأخذ وحدة المقدار X. نعبر عن القياس عندئذ كما يلي: $X=(x_m \pm \Delta X)[U]$
- الارتياب النسبي: وهو النسبة بين الارتياب المطلق والقيمة المقاسة$\frac{\Delta X}{X_m}$ وهو عدد حسابي بدون وحدة، يعطى أيضا على شكل نسبة مئوية. ويستعمل لتمييز دقة القياس.

5 الطرق الرياضية لحساب الارتياب

1) حالة القياس المباشر: نجري قياسات متكررة للمقدار X. يحدد الارتياب المطلق ΔX بأكبر فرق بالقيمة المطلقة بين القيمة المتوسطة X_{moy} والقيم المقاسةX_iأي:

$$\Delta X = max|X_{moy} - X_i|$$

تحسبX_{moy} كما يلي:

$$X_{moy} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} X_i}{n}$$

مثال: قمنا بقياس طول قطعة خشبية عدة مرات وسجلنا النتائج التالية بوحدة(cm):

X(cm)	20.0	19.9	20.1	20.2	20.0

نريد حساب الارتياب المطلق و النسبي على المقدار X .

حساب الارتياب المطلق:نبدأ بحساب القيمة الوسطى:

$$X_{moy} = \frac{\sum_{i=1}^{i=5} X_i}{5} = \frac{20.0+19.9+20.1+20.2+20.0}{5} = 20.04cm$$
$$\Delta X_1 = |X_{max} - X_{moy}| = |20.2-20.04| = 0.16cm$$
$$\Delta X_2 = |X_{moy} - X_{min}| = |20.04-19.9| = 0.14cm$$

إذن نأخذ أكبر فرق هو يمثل الارتياب المطلق ونكتب:

$$\Delta X = 0.16cm$$

نكتب القياس على الشكل التالي:

$$X = (20.04 \pm 0.16)cm$$

نحسب الارتياب النسبي:

$$\frac{\Delta X}{X_{moy}} = \frac{0.16}{20.04} = 0.0079$$

2) حالة القياس غير المباشر: إذا لم نتمكن من قياس مقدار فيزيائي مباشرة لأسباب ما، لكن يمكن استنتاجه من علاقة رياضية، فإن الارتياب المطلق يحدد كالتالي:

- طريقة التفاضل التام

ليكن المقدارXمقاس بطريقة غير مباشرة عن طريق قياس المقاديرx, y, z بطريقة مباشرة، حيث: $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ الارتيابات المطلقة للمقادير السابقة على الترتيب. نريد حساب الارتياب المطلق والنسبي للمقدار X حيث:
$X = f(x, y, z)$
يكتب التفاضل التام للمقدار X كما يلي:

$$dX = \frac{\partial X}{\partial x}dx + \frac{\partial X}{\partial y}dy + \frac{\partial X}{\partial z}dz$$

لحساب الارتياب المطلق نأخذ القيمة المطلقة لمعاملات الأخطاء، ونحولd إلى Δ في المعادلة السابقة:

$$\Delta X = |\frac{\partial X}{\partial x}|\Delta x + |\frac{\partial X}{\partial y}|\Delta y + |\frac{\partial X}{\partial z}|\Delta z$$

الارتياب النسبي:

$$\frac{\Delta X}{X} = |\frac{x}{X}\frac{\partial X}{\partial x}|\frac{\Delta x}{x} + |\frac{y}{X}\frac{\partial X}{\partial y}|\frac{\Delta y}{y} + |\frac{z}{X}\frac{\partial X}{\partial z}|\frac{\Delta z}{z}$$

- طريقة التفاضل اللوغاريتمي

- نأخذ الدالة السابقة نفسها $X = f(x, y, z)$
- ندخل اللوغاريتم على طرفيها ثم نقوم بمفاضلتها.
- نقوم بتحويل رمز التفاضل إلى رمز الارتياب ونعتبر جميع الحدود الجبرية موجبة.
- نحصل في الاخير على عبارة الارتياب النسبي التي يمكن أن نستنتج منها الارتياب المطلق.

<u>مثال:</u> أحسب بطريقة التفاضل التام و التفاضل اللوغاريتمي الارتياب النسبي للمقدار X حيث:

$$X(a, b, c) = \frac{a}{b-c}$$

<u>الإجابة:</u>

- طريقة التفاضل التام:

$$dX = \frac{\partial X}{\partial a}da + \frac{\partial X}{\partial b}db + \frac{\partial X}{\partial c}dc$$

لدينا

$$\frac{\partial X}{\partial a} = \frac{1}{b-c}, \frac{\partial X}{\partial b} = \frac{-a}{(b-c)^2}, \frac{\partial X}{\partial c} = \frac{a}{(b-c)^2}$$

اذن

$$dX = (\frac{1}{b-c})da + (\frac{-a}{(b-c)^2})db + (\frac{a}{(b-c)^2})dc$$

نقسم الطرفين على $X = \frac{a}{b-c}$ نجد:

$$\frac{dX}{X} = (\frac{da}{a}) + (\frac{-b}{b-c})\frac{db}{b} + (\frac{c}{b-c})\frac{dc}{c}$$

ومنه الارتياب النسبي

$$\frac{\Delta X}{X} = (\frac{\Delta a}{a}) + |\frac{-b}{b-c}|\frac{\Delta b}{b} + |\frac{c}{b-c}|\frac{\Delta c}{c}$$

- طريقة التفاضل اللوغاريتمي:

نأخذ لوغاريتم الطرفين فنجد:

$$\log X = \log(\frac{a}{b-c}) = \log a - \log(b-c)$$

نفاضل الطرفين:

$$d\log X = d\log a - d\log(b-c) \Rightarrow \frac{dX}{X} = \frac{da}{a} - \frac{d(b-c)}{b-c}$$
$$\Rightarrow \frac{dX}{X} = \frac{da}{a} - \frac{db}{b-c} + \frac{dc}{b-c}$$
$$\Rightarrow \frac{dX}{X} = \frac{da}{a} + \left(\frac{-b}{b-c}\right)\frac{db}{b} + \left(\frac{c}{b-c}\right)\frac{dc}{c}$$

نقوم باستبدال رمز التفاضل برمز الارتياب ونجعل الحدود الجبرية موجبة فنجد الارتياب النسبي:

$$\frac{\Delta X}{X} = \frac{\Delta a}{a} + \left|\frac{-b}{b-c}\right|\frac{\Delta b}{b} + \left|\frac{c}{b-c}\right|\frac{\Delta c}{c}$$