محاضرات ميكانيك الكم 1

د. أحميم رشيد د.عسكري سهيلة

الفهرس

1 مدخل إلى ميكانيك الكم **2**

1.1 مقدمة 2

2.1 إستقرار الذرات 2

3.1 إشعاع الجسم الأسود 2

4.1 الفعل الكهروضوئي 4

5.1 مفعول كومتون 6

6.1 تداخل الجسيمات 7

1.6.1 تجربة دافيسون ـ جرمر 7

2.6.1 تجربة شقي يونغ 7

3.6.1 أمواج لوي دبروي 8

الفصل 1
مدخل إلى ميكانيك الكم

1.1 مقدمة:

سادت مفاهيم الفيزياء الكلاسيكية (الميكانيك الكلاسيكي، النظرية الكهرومغناطيسية، الإحصاء الكلاسيكي،.....إلخ) حتى القرن التاسع عشر وكانت كافية لفهم وتفسير الظواهر الفيزيائية المعروفة آنذاك، حتى أُعْتقد بأن الاكتشافات العلمية قد تم إنجازها ولم يبقى إلا بعض المسسائل البسيطة التي تحتاج إلى مزيد من التوضيح، غير أنه في نهايات القرن التاسع عشر وبدايات القرن العشرون ظهرت ظواهر فيزيائية أخرى لم يتمكن العلماء من فهمهم وتفسير نتائجها التجريبية المتحصل عليها بالإسستناد إلى مفاهيم الفيزياء الكلاسسيكية مما جعلهم يفكرون في مفاهيم و أدوات جديدة تمكنهم من ربط النتائج التجريبية المتحصل عليها بالنتائج النظرية لفهم وتفسير ما يحدث.

من أهم هذه الظواهر هي ظاهرة إستقرار الذرات و ظاهرة إشعاع الجسم الأسود و ظاهرة الفعل الكهروضوئي و ظاهرة مفعول كومتون و أخيرا ظاهرة تداخل الجسيمات.

2.1 إستقرار الذرات:

من المعلوم أن الذرات مسستقرة في الطبيعة ومعلوم أيضا أنها تملك إلكترونات تتحرك متسارعة حول النواة، وبناءا على مفاهيم الفيزياء الكلاسيكية (الإكترودينامك الكلاسيكي) فإن الشحنات الكهربائية المتسارعة تفقد طاقة في شكل إشعاع، أي أن الإلكترونات ستفقد كل طاتها مع مرور الزمن وبالتالي ستقع على النواة أي تنهار الذرات وهذا الأمر لا يحدث، فهو دليل على عجز المفاهيم الكلاسيكية على تفسير وفهم ما يحدث.

3.1 إشعاع الجسم الأسود :

نلاحظ أنه عند تسخين قطعة معدنية ما بأن لونها يتغير بتغير درجة الحرارة، أي أن الطول الموجي أو التواتر للإشعاع الصادر يتعلق بدرجة الحرارة وهذا ما نشاهده من خلال تغير اللون فنقول بأن الإشعاع

الصادر من هذا الجسم يبدأ بتواترات منخفظة ويزداد التواتر بإزدياد درجة الحرارة، أي أن الطاقة المشعة تتعلق بالتواتر (أو الطول الموجي) ودرجة الحرارة.

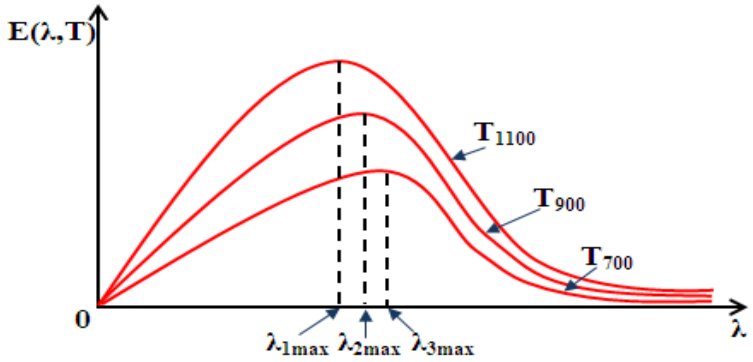
إن طيف تواتر الإشعاع الصادر من جسم ما يعتمد على طبيعة الجسم نفسه، لذا سنهتم هنا فقط بالجسم الأسود.

إن الجسم الأسود هو الجسم الذي يمتص كل الأشعة التي تسقط عليه ثم يصدرها كلها فهو بالتالي جسم مثالي.

من الأمثلة الطبيعية على الأجسام السوداء هي الأرض، فالأرض تمتص كل الأشعة التي تسقط عليها ثم تصدرها كلها بعد فترة وهذا ما نلاحظه، محققة بذلك التوازن الحراري بينها وبين الوسط الذي يحيط بها.

و من الأمثلة المصنعة في المختبر هو التجويف (cavity) والذي هو عبارة عن كرة معدنية مجوفة بها ثقب صغير.

يبين الشكل (3.1)منحنيات كثافة طاقة إشعاع الجسم الأسود المتحصل عليها تجريبيا عند درجات حرارة مختلفة بدلالة الطول الموجي.



شكل 1.1: كثافة طاقة إشعاع الجسم الأسود

من المنحنيات التجريبية نلاحظ مايلي:

1. هناك تناسب بين الطاقة المشعة ودرجة الحرارة.
2. إنزياح ذروة المنحنيات (القيمة القصوى لكثافة الطاقة) نحو الأطوال الموجية الصغيرة أو التواترات العالية.

لقد تنبه فيان إلى هذه الأخيرة وأستنتج مايعرف بقانون الإنزياح لفيان والذي يكتب :

$$\lambda_{1max}T_1 = \lambda_{2max}T_2 = \lambda_{3max}T_3 = ... = b \quad /b = \text{ثابت} \qquad (1.1)$$

ووجد كذلك جوزيف ستيفن 1879 تجريبيا أن الطاقة الكلية التي يصدرها جسم أسود متناسبة مع T^4 وكتب:

$$E(T) = aT^4 \qquad /a = 7.5643 \star 10^{-16} Jm^{-3}k^{-4} \qquad (2.1)$$

والتي أثبتها لاحقا بالإعتماد على الحسابات النظرية ولتزمان و أصبحت تعرف بقانون ستيفن ـ بولتزمان.

كل هذه النتائج التجريبية لم تفهم و تفسر بالإعتماد على مفاهيم الفيزياء الكلاسيكية (الميكانيك الكلاسيكي، النظرية الكهرومغناطيسية، الإحصاء الكلاسيكي،.....إلخ). حتى قام العالم الألماني ماكس بلانك (1858 ـ 1947) بإقتراح سنة 1900 مفاده أن ذرات الجسم الأسود هي عبارة عن هزازات توافقية لا تمتص و لا تصدر إلا طاقة متوافقة مع تواترها أي أنه لا يمتص و لا يصدر إلا طاقة على شكل كمات قدرها $h\nu$ حيث h هو ثابت أساسي جديد للطبيعة و يسمى ثابت بلانك.

إذن كتب بلانك كثافة طاقة إشعاع الجسم الأسود بدلالة التواترات كالآتي:

$$E(\nu,T)=\frac{8\pi h}{c^3}\frac{\nu^3}{\exp\left(\frac{h\nu}{KT}\right)-1} \tag{3.1}$$

و بدلالة الأطوال الموجية كالتالي:

$$E(\lambda,T)=\frac{8\pi hc}{\lambda^5}\frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda KT}\right)-1} \tag{4.1}$$

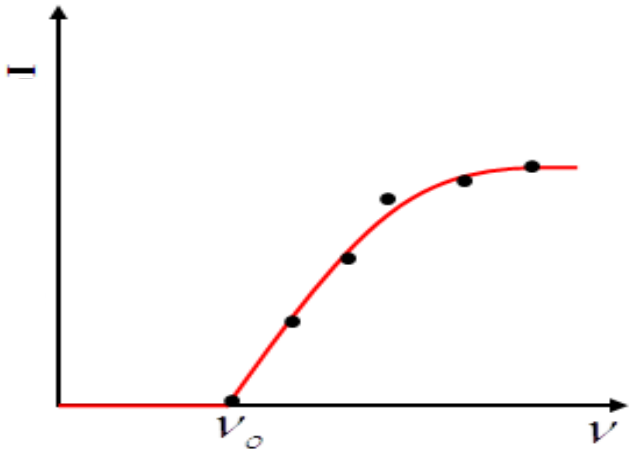
4.1 الفعل الكهروضوئي:

الفعل الكهروضوئي هو عبارة عن إنبعاث إلكترونات من معدن ما أثناء سقوط أشعة ضوئية عليه.

إن الأشعة الضوئية هي أمواج كهرومغناطيسية، حيث أن حقلها الكهربائي يعرض إلكترونات المعدن إلى قوة بإمكانها قذف بعض الإلكترونات مانحة إياها طاقة حركية تتعلق بالطاقة التي تكتسبها من الموجة الكهرومغناطيسية أي:

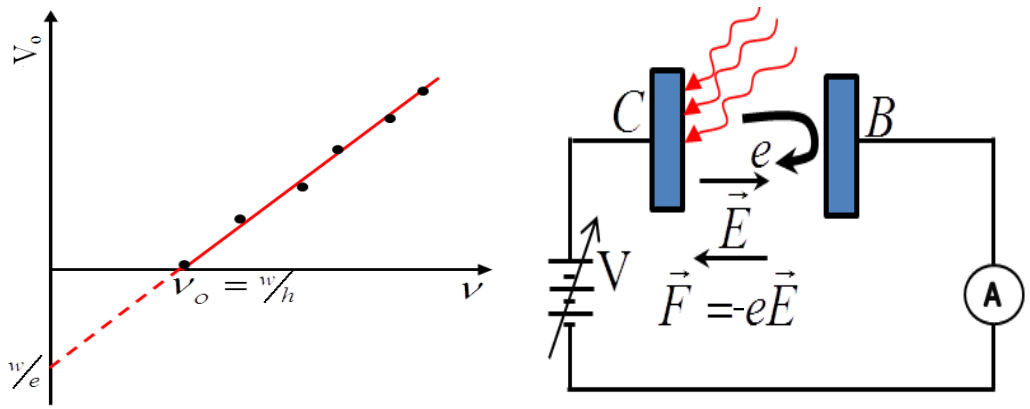
$$E_c=E-W \tag{5.1}$$

كلاسيكيا يُتوقع بأن تزداد الطاقة الحركية بإزدياد شدة الضوء، لكن تجريبيا لوحظ إستقلال الطاقة الحركية للإلكترونات عن شدة الضوء الساقط عليها، في حين أنها تزداد خطيا مع تواتره ν مع العلم أن الذي يزداد بإزدياد شدة الضوء هو عدد الإلكترونات المنبعثة في وحدة الزمن.



شكل 2.1: تيار الفعل الكهروضوئي كدالة للتيار

الطاقة الحركية القصوى يمكن قياسها من خلال الطريقة الموضحة في الشكل (??).



شكل 3.1: فرق كمون الكبح

عند تطبيق فرق كمون V بين النقطتين B و C يمكن التقليل من سرعة الإلكترونات و بالتالي التقليل من طاقتها الحركية.

عند فرق كمون مميز V_0 التيار الكهربائي الذي نقيسه من خلال الآمبير متر يصبح معدوما، مما يعني أنه لا يوجد إلكترونات تصل الأنود B عندئذ نكتب:

$$E_{c_{max}} = eV_0 \tag{6.1}$$

يسمى الكمون V_0 بكمون الكبح.

كلاسيكيا يُتوقع بأن يتعلق كمون الكبح بشدة الضوء لكن تجريبيا لوحظ أن هذا الكمون يتناسب خطيا مع التواتر ν .

لحل هذه المشكلة أُعتمد على إفتراض بلانك و أُعتبر بأن طاقة الحزمة الضوئية وحيدة اللون تصل على شكل كمات قدرها $h\nu$ تسمى الفوتونات، حيث طاقة الفوتون تُكتب:

$$E = h\nu = \hbar w \tag{7.1}$$

وبذلك يكون تفسير الفعل الكهروضوئي كمايلي:

عندما يسقط الضوء على المعدن يكون الفوتون هو المسؤول عن إنبعاث الإلكترون نتيجة تفاعله معه، أي أن الطاقة التي يحملها الفوتون تتحول إلى الإلكترون.

إن هذه الطاقة يصرف جزء منها لتحرير الإلكترون من المعدن و الجزء الآخر يمنح للإلكترون المتحرر على شكل طاقة حركية، أي:

$$E_c = E - W = h\nu - W. \tag{8.1}$$

بما أن الإلكترونات لا تحتاج كلها إلى نفس الطاقة للتحرر من المعدن (مثلا إلكترونات السطح تحتاج طاقة أقل من الإلكترونات الداخلية للتحرر)، إذن الطاقة الدنيا التي يحملها الفوتون لتحرير إلكترون تحقق:

$$0 = h\nu_0 - W \quad \Rightarrow \quad W = h\nu_0 = W_0. \tag{9.1}$$

حيث أن W_0 تسمى دالة العمل للمعدن وهي موافقة لأقل طاقة لازمة لتحرير إلكترون، مع العلم بإنها طاقة (مقدار) مميزة لكل معدن.

ν_0 هو تواتر العتبة وهو أقل تواتر لازم لتحرير إلكترون.

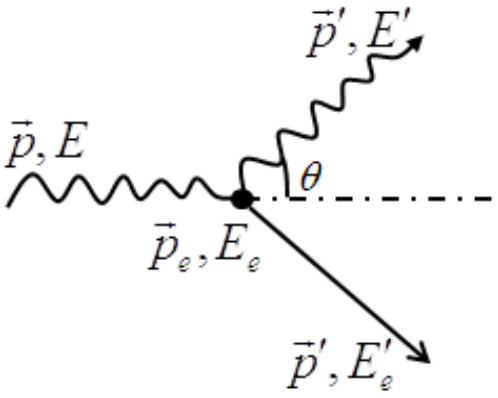
5.1 مفعول كومتون:

لقد لوحظ بأنه عند إرسال أشعة X (أمواج كهرومغناطيسية) نحو سطح المعدن تظهر الموجة المرسلة مع موجة أخرى حول المعدن طول موجتها أكبر من طول الموجة المرسلة ويتعلق الفرق بين الطولين الموجيين بزاوية تشتت الفوتون θ ، الأمر الذي لم يكن متوقعا حسب مفاهيم الفيزياء الكلاسيكية، وتسمى هذه الظاهرة بمفعول كومتون.

لقد فسر كومتون هذه الظاهرة بإفتراض أن أشعة X تتصرف وكأنها جسيمات، حيث تمثل هذه الجسيمات الفوتونات . إن هذه الفوتونات (الجسيمات) تتصادم مع الكترونات ذرات المعدن، وهذا ما اعتمده كومتون أثناء دراسته لهذه الظاهرة مستعملا قوانين التصادم (إنحفاظ الدفع الخطي والطاقة الكلية)، أي:

$$\begin{cases} \vec{p} + \vec{p}_e & = \vec{p}' + \vec{p}'_e \qquad \vec{p}_e = 0 \\ E + E_e & = E' + E'_e \end{cases} \tag{10.1}$$

بما أن الفوتونات تتحرك بسرعة الضوء فإن الدفع الخطي و الطاقة الكلية تكتب في إطار النسبية الخاصة أي:



شكل 4.1: ظاهرة كومتون

$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = \sqrt{c^2 p^2 + m_0^2 c^4} \tag{11.1}$$

$$\vec{p} = m\vec{v} = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}\vec{v} \qquad /m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \tag{12.1}$$

حيث $\beta = \frac{v}{c}$ و m_0 هي الكتلة السكونية. ووجد أن:

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta) \tag{13.1}$$

$$\lambda' - \lambda = \lambda_c(1 - \cos\theta) = 2\lambda_c \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \tag{14.1}$$

حيث λ_c هو طول موجة كومتون للإلكترون.

نتيجة: الفوتون إضافة إلى كونه موجة كهرومغناطيسية هو أيضا جسيم ذو كتلة معدومة، إذن:

$$E = \sqrt{c^2p^2 + \cancel{m_0^2}^{0} c^4} = cp = h\nu = \hbar w$$

$$\Longrightarrow p = \frac{h}{2\pi}.\frac{w}{c} = \frac{h}{\cancel{2\pi}}.\frac{\cancel{2\pi}\,\cancel{c}}{\cancel{c}\,\lambda} \Rightarrow \boxed{p = \frac{h}{\lambda}} \tag{15.1}$$

$$p = \hbar\frac{w}{c} = \hbar k \Rightarrow \boxed{\vec{p} = \hbar\vec{k}} \tag{16.1}$$

حيث $k = \frac{w}{c}$ وهو العد الموجي.

الملاحظ من خلال العلاقتين الأخيرتين 15.1 و 16.1 أنه قمنا بربط الطبيعة الموجية بالطبيعة الجسيمية الأمر الذي يعتبر غريبا بالنسبة للفيزياء الكلاسيكية.

6.1 تداخل الجسيمات:

لقد توصلنا بأنه للفوتونات الطبيعة الموجية والطبيعة الجسيمية في آن واحد. فالسؤال الذي يطرح الآن هو:

هل يمكن أن تكون للجسيمات الطبيعة الموجية؟

إن الإجابة عن هذا السؤال ستكون من خلال التجربتين المواليتين:

1.6.1 تجربة دافيسون ـ جرمر :

أُكتشف الطبيعة الموجية للإلكترونات عام 1927 من خلال التجربة التي أجراها العالمان دافيسون و جرمر حيث تم في هذه التجربة إثبات حيود الإلكترونات وحساب الطول الموجي لها الذي كان متوافقا مع فرضية دبروي.

2.6.1 تجربة شقي يونغ :

تجربة شقي يونغ هي أحد أهم التجارب الفيزيائية التي ساهمت في الكشف عن الطبيعة الموجية للضوء، ثم أُستخدمت لإثبات وجود الطبيعة الموجية للجسيمات المادية مثل الإلكترونات و غيرها.

نعلم أنه عند إرسال أشعة ضوئية على شقي يونغ يمكن ملاحظة الأهداب المضيئة و الأهداب المظلمة على اللوح خلف الشقين كما أنه يمكن ملاحظة هذه الظاهرة إذا أُستبدلت الأشعة الضوئية بحزمة من الإلكترونات مثلا.

3.6.1 أمواج لوي دبروي :

إن إثبات الطبيعة المزدوجة للفوتونات جعلت لوي دبروي يفترض أنه لكل جسيم مادي طاقته E و دفعه الخطي $\vec{p}$ مرفق بموجة تواترها ν و شعاع عددها الموجي $\vec{k}$ كمايلي:

$$\vec{p} = \hbar\vec{k} \qquad , E = \hbar w = h\nu$$
$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{p}\hbar = \frac{h}{p}$$

وهذا ما أثبتته التجارب التي قمنا بذكرها.

لفتة هامة : نفترض أنه لدينا موجة موصوفة بالدالة ابلموجية التالية:

$$\psi(x,t) = C\ e^{i(k_x x - wt)} \tag{17.1}$$

1. إذا قمنا بالتأثير على الدالة $\psi(x,t)$ بـ

$$\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x} \tag{18.1}$$

فإننا نتحصل على

$$\frac{\hbar}{i}\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial x} = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}\left(C\ e^{i(k_x x - wt)}\right) = \frac{\hbar}{i}(ik_x)\psi(x,t) \tag{19.1}$$

$$\Rightarrow \frac{\hbar}{i}\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial x} = \hbar k_x\psi(x,t) = p_x\psi(x,t) \tag{20.1}$$

2. إذا قمنا بالتأثير على الدالة $\psi(x,t)$ بـ $\frac{\hbar^2}{i^2}\frac{\partial^2}{\partial x^2}$ فإننا نتحصل على :

$$-\hbar^2\frac{\partial^2\psi(x,t)}{\partial x^2} = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\hbar}{i}\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial x}\right) = \frac{\hbar}{i}p_x\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial x} \tag{21.1}$$

$$= p_x^2\psi(x,t) \tag{22.1}$$

$$\Rightarrow -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x,t)}{\partial x^2} = \frac{\hbar^2}{2m}p_x^2\psi(x,t) = E\psi(x,t) \tag{23.1}$$

حيث E هي طاقة جسيم حر $(E_p = 0)$.

3. إذا قمنا بالتأثير على الدالة $\psi(x,t)$ بـ $i\hbar\frac{\partial}{\partial t}$ فإننا نتحصل على :

$$i\hbar\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial t} = i\hbar(-iw)\psi(x,t) = \hbar w\psi(x,t) = E\psi(x,t) \tag{24.1}$$

$$i\hbar\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial t} = E\psi(x,t) \tag{25.1}$$