جامعة حمه لخضر بالود

كلية العلوم الدقيقة

قسم الرياضيات سلسلة تمارين رقم -3-4- الاولى رياضيات جبر -2- 2020/2019

التمرين 1) ليكن Vفضاء شعاعيا على الحقلIR بعده منتهي ويساوي 2 نعرف التطبيقين g وf كما يلي :

$$f(e_1)=e_1-e_2 \quad ,f(e_2)=e_1+4e_2 : g(e_1)=2e_1-3e_2\ ,g(e_2)=e_1-e_2$$

1) اوجد المصفوفات المرفقة لكل من التطبيقات.حيث M_f مصفوفة f ولتكن مصفوفة g هي M_{g}

2) احسب $M_f\times Mg.$, M_f+M_g , M_f^2 و M_{f0g} .

التمرين2) احسب قيم المحددات التالية .

$$\Delta=\begin{vmatrix}1 & 4\\ 2 & -2\end{vmatrix},\ \rho=\begin{vmatrix}2 & 0 & 2\\ -1 & 1 & -3\\ 3 & 0 & 1\end{vmatrix}\ ,\ \tau=\begin{vmatrix}2 & -2 & 1 & 2\\ 0 & 2 & -3 & 1\\ 1 & 0 & -3 & 0\\ -1 & 3 & 0 & 3\end{vmatrix}$$

التمرين 3) ليكن $B_1=\{(1,2,0),\ (1,-1,0),(0,0,1)\}$اساس للفضاء الشعاعي$IR^3$ على الحقلIR ولتكن $B_2=\{(1,1,1),(1,1,0),(1,0,0)\}$ اساس ثاني لهدا الفضاء

اوجد مصفوفة العبور P من الاساس B_1 الى B_2 هل

التمرين 4) ليكن $B_1=\{$ e_1, e_2, e_3 $\}$الأساس النظامي للفضاء ألشعاعيIR^3 على الحقلIR ولتكن $B_2=\{(1,1,1),(1,1,0),(1,0,0)\}$ اساس ثاني لهدا الفضاء.

❶ اوجد مصفوفة العبور P من الاساس B_1 الى B_2 ومصفوفة العبورP^{-1} من الاساس B_2 الى B_1

❷ليكن $f;IR^3\rightarrow IR^3$التطبيق الخطي المعرف كما يلي :

$$\forall(x,y,z)\in R^3 \ / \quad f(x,y,z)=\ (2y+z,x-4y,3x\ )$$

❸ اوجد المصفوفة M_f المرفقة للتطبيق f بالنسبة للاساس B_1.

❹ اوجد باستعمال المصفوفات M_f, P,P^{-1} المصفوفة M_f^*المرفقة للتطبيق f بالنسبة للأساسينB_1وB_2.

التمرين 5) ليكن المصفوفتين B ,A من النوع (p , q) و (q , p) على التوالي على الحقل K .

اثبت ان

Trace (AB)= trace(BA)

جامعة حمه لخضر بالود

كلية العلوم الدقيقة

قسم الرياضيات   سلسلة تمارين رقم -3-4-   الاولى رياضيات   جبر -2-   2020/2019

التمرين6) ليكن Eفضاء شعاعيا على الحقلK بعده منتهي و $f \in \mathcal{L}(E)$ و $g \in \mathcal{L}(E)$

ادا كان $g \circ f = f \circ g$ فان

1) الفضاء الشعاعي الذاتي ل f مستقر ($stable$) بالنسبة ل f يكون مستقر بالنسبة ل g .
2) $kerf$ و Imf يكونان مستقران بالنسبة ل g .

التمرين 7) '1) عين القيمة المحدد الحقيقية للمصفوفة Aان وجدت حيث $A = \begin{pmatrix} cos\theta & -sin\theta \\ sin\theta & cos\theta \end{pmatrix}$

3) احسب قيمة المحددات للمصفوفة التالية $A = \begin{pmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & y & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ و $B = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 11 \\ 0 & -1 & 2 \\ -3 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

التمرين8)لتكن المصفوفة $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. و f التطبيق المرفق بالمصفوفة .

1) عين صورة الشعاع $M = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ وفق التطبيق المرفق بالمصفوفة A ثم اوجد .سس
2) ثم اوجد صيغة التطبيق .اوجد اساس ل $kerf$.
3) اعطي اساس $\mathbb{R}^4$.

التمرين 9) اوجد حلول الجمل التالية باستعمال طريقة كرامر .

$$\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \qquad \begin{cases} x - 2y + z = 0 \\ 3x + 4z = 1 \\ -x + 3y + 2z = -1 \end{cases}$$

التمربن 10) ناقش حسب قيم الوسيط a حلول الجملة التالية -.استعمال طريقة كرامر-.

$$\begin{cases} ax + y - 2z = 3 \\ x - ay + z = a \\ -x - az - y = 2a \end{cases}$$

جامعة حمه لخضر بالود

كلية العلوم الدقيقة

قسم الرياضيات   سلسلة تمارين رقم -3-4-   الاولى رياضيات   جبر -2-   2020/2019

شرح كيفية استعمال طريقة كرامر

1) نكتب المعادلات على شكل مصفوفات .
2) نحسب المحددات . Δ , Δx , Δy و Δz كما يلي في المثال.
3) ونوجد قيم المجاهيل.

Exemple; $\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = d_1 \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = d_2 \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = d_3 \end{cases}$

1) $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{pmatrix}$

2) $\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ $\quad \Delta x = \begin{vmatrix} d_1 & a_{12} & a_{13} \\ d_2 & a_{22} & a_{23} \\ d_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ $\quad \Delta y = \begin{vmatrix} a_{11} & d_1 & a_{13} \\ a_{21} & d_2 & a_{23} \\ a_{31} & d_3 & a_{33} \end{vmatrix}$

$\Delta z = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & d_1 \\ a_{21} & a_{22} & d_2 \\ a_{31} & a_{32} & d_3 \end{vmatrix}$.

3) $x = \frac{\Delta x}{\Delta}$, $y = \frac{\Delta y}{\Delta}$, $z = \frac{\Delta z}{\Delta}$

ملاحظة ليست قيم المجاهيل دوما موجودة ولكن حسب قيم المحددات وخاصة عندما

$\Delta = 0$

ارجع للدرس