

**Chapitre 2 :**

## Les signaux déterministes à temps continu

**I. Introduction**

Le lien entre la représentation temporelle d'un signal et sa représentation fréquentielle est la décomposition en Série de Fourier (DSF), pour les signaux périodique ou la Transformée de Fourier (TF) pour les signaux non périodiques.

**II. Propriétés temporelles****II.1. Énergie et Puissance des signaux**

Toute transmission d'information est liée à un transfert d'énergie. Comment mesure t'on l'énergie d'un signal?

Soit un signal  $x(t)$  défini sur  $[-\infty, +\infty]$ , et  $T_0$  un intervalle de temps.

✓ **Énergie de  $x(t)$  :**

$$E = \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} |x(t)|^2 dt$$

✓ **Puissance moyenne de  $x(t)$ :**

$$P = \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} |x(t)|^2 dt$$

✓ **Puissance moyenne des signaux périodiques de période  $T$  :**

$$P = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |x(t)|^2 dt$$

## II.2 Fonction d'auto corrélation et d'inter corrélation

Pour comparer deux signaux entre eux, ou faire ressortir une caractéristique d'un signal noyé dans le bruit, on compare le signal  $x(t)$  pris à un instant «  $t$  », à un signal  $y(t)$  pris à un instant «  $t' = t - \tau$  ».

### II.2.1 L'inter corrélation

L'inter corrélation compare deux signaux réels  $x(t)$  et  $y(t)$  retardée, elle traduit la ressemblance de de forme entre eux :

$$C_{x,y}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot y(t - \tau) dt$$

Pour les signaux complexes :  $C_{x,y}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot y^*(t - \tau) dt$  (avec (\*)  $\equiv$  conjugué)

Exemple : Si  $y(t)$  est une version retardée de  $t_0$  de  $x(t)$ , donc  $C_{x,y}(t)$  sera maximale pour  $t = -t_0$  ; en examinant son temps de pic, on peut estimer le décalage entre  $x$  et  $y$  (Application en radar)

### II.2.2 L'auto corrélation

L'auto corrélation réalise une comparaison entre un signal  $x(t)$  et ses copies retardées

Pour les signaux réels :  $C_{x,x}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot x(t - \tau) dt$

### II.2.3 Propriétés de corrélation

- ✓  $C_{x,x}(t)$  est maximale pour  $t = 0$ .
- ✓  $C_{x,y}(t) = C_{x,y}(-t)$  : c'est une fonction paire.
- ✓  $C_{x,y}(t) = x(t) * y(-t)$  et  $C_{x,x}(t) = x(t) * x(-t)$ .

## III. Produit de Convolution

### III.1. Définition

Soit le système ci-dessous, ayant pour entrée une impulsion de Dirac  $\delta(t)$  et de sortie la réponse impulsionnelle  $h(t)$ .

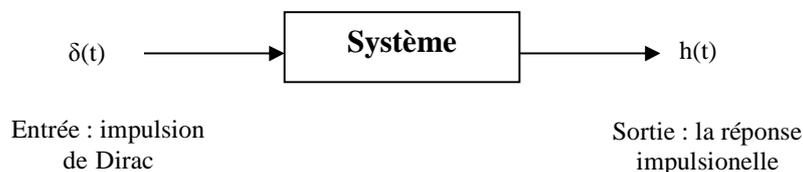


Figure (2.1): La réponse impulsionnelle du système.

Un système linéaire est modélisé par sa réponse impulsionnelle.

La réponse  $y(t)$  d'un système à une entrée  $x(t)$  est une superposition de réponses impulsionnelle amplifié par des valeurs instantanées de  $x(t)$  ; cette opération appelé : convolution de  $x$  par  $h$  ; noté (\*).

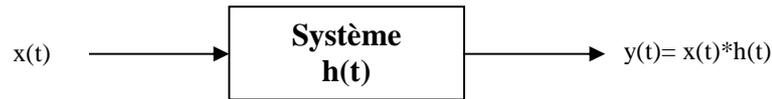


Figure (2.2): La réponse du système.

Equation générale de convolution :

$$\mathbf{Y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t - \tau).h(\tau).d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau).h(t - \tau).d\tau}$$

### III.2. Propriétés du produit de convolution

Soit les trois signaux continus :  $f_1[t]$ ,  $f_2[t]$  et  $f_3[t]$  .

*a- La commutativité :*

$$f_1[t] * f_2[t] = f_2[t] * f_1[t]$$

*b- La distributivité*

$$(f_1[t] + f_2[t]) * f_3[t] = (f_1[t] * f_3[t]) + (f_2[t] * f_3[t])$$

*c- L'associativité*

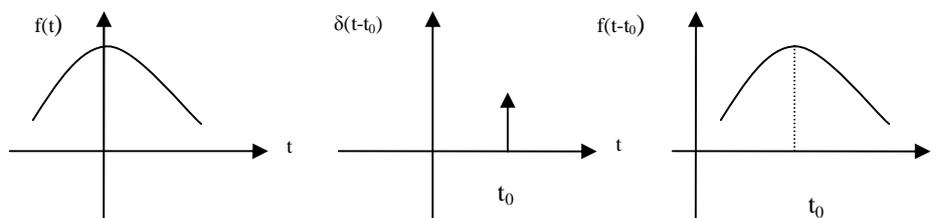
$$f_1[t] * f_2[t] * f_3[t] = f_1[t] * (f_2[t] * f_3[t]) = (f_1[t] * f_2[t]) * f_3[t]$$

*d- L'élément neutre*

$$f[t] * \delta[t] = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau).\delta(t - \tau).d\tau = f[t]$$

*e-*

Soit le signal d'entrée  $f(t)$ ,  $s(t)$  est la réponse du système tel que :  $f(t) * \delta(t-t_0) = s(t) = f(t - t_0)$

Figure (2.3) : La réponse du système à  $t_0$ .

- Le signal de sortie d'un système linéaire causal invariant dans le temps est donné par le produit de convolution du signal d'entrée et d'une fonction  $h(t)$  appelée **réponse impulsionnelle**.

La valeur du signal de sortie à l'instant  $t$  est ainsi obtenue par la sommation des valeurs passées du signal d'excitation, pondérées par la réponse du système.

### III.2. Application

#### Exemple 1 :

Soit les signaux continus  $h(t)$  et  $x(t)$ :

$$h(t) = 2 \text{ pour } 0 \leq t \leq 2 \text{ sinon } h(t) = 0 \quad \& \quad x(t) = 2.e^{-t} \text{ pour } t \geq 0$$

a- Représenter les deux signaux.

b- Déterminer le produit de convolution  $y(t) = x(t) * h(t)$ .

➤ Correction :

a-

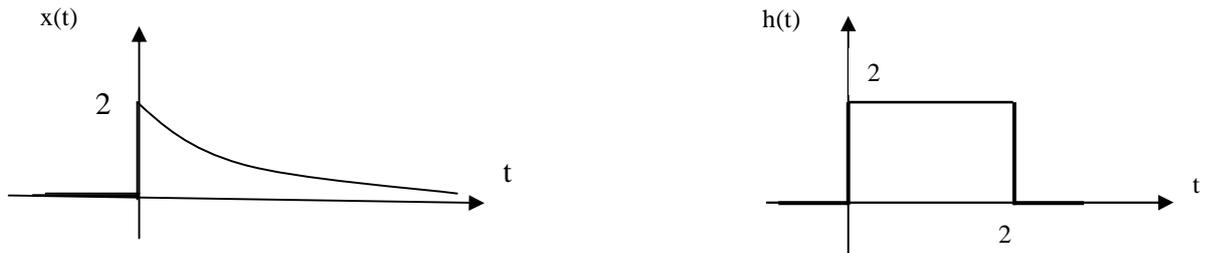
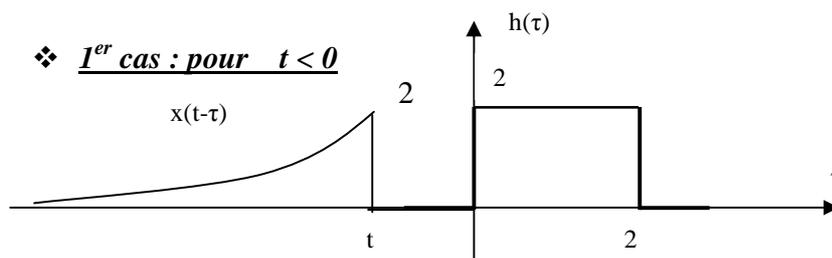


Figure (2.4) : La représentation temporelle des signaux  $x(t)$  et  $h(t)$ .

b- le produit de convolution  $y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t-\tau).h(\tau).d\tau$



Figure(2.5) : La représentation des signaux pour  $t < 0$ .

Pas d'intersection entre les deux signaux d'où  $y(t) = 0$ .

❖ 2<sup>er</sup> cas : pour  $0 < t < 2$

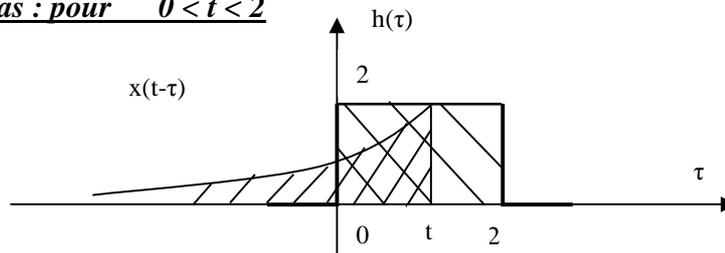


Figure (2.6) : La représentation des signaux pour  $0 < t < 2$ .

$$\begin{aligned} y(t) = x(t) * h(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} x(t-\tau).h(\tau).d\tau = \int_0^t 2.2. e^{-(t-\tau)} d\tau = 4 \int_0^t e^{-t}. e^{\tau}. d\tau \\ &= 4e^{-t} \int_0^t e^{\tau}. d\tau = 4. e^{-t} [e^t - 1] \end{aligned}$$

$$y(t) = 4. e^{-2t} - 4.e^{-t} \text{ pour } 0 < t < 2$$

❖ 3<sup>ème</sup> cas : pour  $t > 2$

$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t-\tau) \cdot h(\tau) \cdot d\tau = \int_0^2 4 \cdot e^{-(t-\tau)} d\tau = 4 \int_0^t e^{-t} \cdot e^{\tau} \cdot d\tau$$

$$= 4e^{-t} \int_0^2 e^{\tau} \cdot d\tau = 4 \cdot e^{-t} [e^2 - 1] \text{ d'où } \underline{y(t) = 4 \cdot e^{2-t} - 4 \cdot e^{-t} \text{ pour } t > 2}$$

### Exemple 2 :

Soit un système « S », caractérisé par sa réponse impulsionnelle  $h(t)$ .

Si on excite ce système par un signal  $x(t)$ , on aura une réponse  $y(t)$ .

Soient les deux signaux continus  $x(t)$  et  $h(t)$  telle que :

$$x(t) = 1 \text{ pour } 0 \leq t \leq 4 \text{ sinon } x(t) = 0 \quad \& \quad h(t) = 1 \text{ pour } -2 \leq t \leq 2 \text{ sinon } h(t) = 0$$

a - Déterminer le produit de convolution  $y(t) = x(t) * h(t)$ .

b - Représenter le produit de convolution  $y(t)$ .

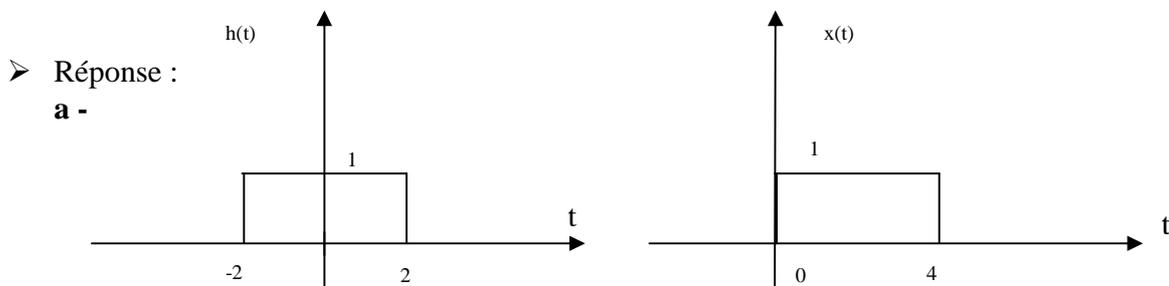


Figure (2. 7): La représentation temporelle des signaux  $x(t)$  et  $h(t)$ .

Le produit de convolution  $y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t-\tau) \cdot h(\tau) \cdot d\tau$

❖ 1<sup>er</sup> cas : pour  $t < 0$

Pas d'intersection entre les deux signaux d'où  $y(t) = 0$ .

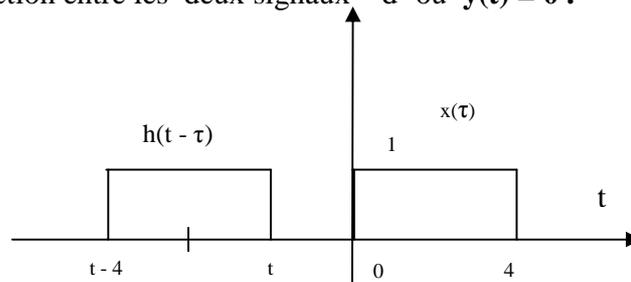


Figure (2. 8) : La représentation de  $x(\tau)$  et  $h(t-\tau)$  pour  $t < 0$ .

❖ 2<sup>ème</sup> cas : pour  $0 < t < 4$

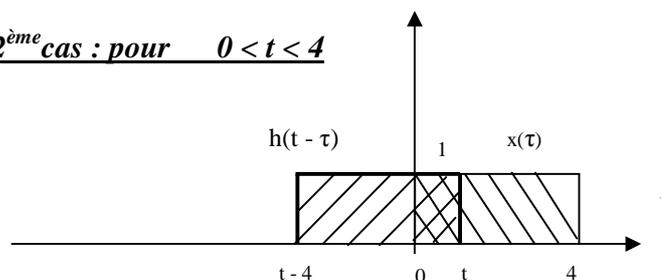


Figure (2. 9) : La représentation de  $x(\tau)$  et  $h(t-\tau)$  pour le 2<sup>ème</sup> cas .

$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t-\tau).h(\tau).d\tau = \int_0^t 1 d\tau = t$$

$$y(t) = t \text{ pour } 0 < t < 4$$

❖ 3<sup>ème</sup> cas : pour  $t > 4$  et  $t-4 < 4$  d'où  $4 < t < 8$

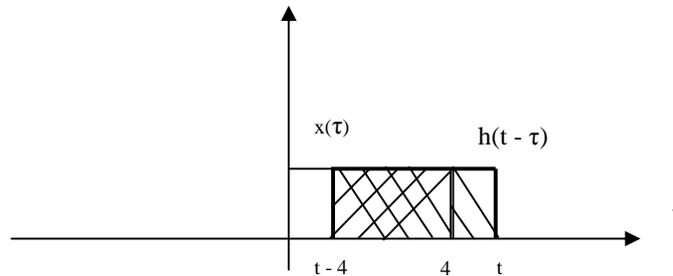


Figure (2.10) : La représentation de  $x(\tau)$  et  $h(t-\tau)$  pour le 3<sup>ème</sup> cas .

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t-\tau).h(\tau).d\tau = \int_{t-4}^4 1 d\tau = 4 - t + 4 = -t + 8$$

$$y(t) = -t + 8 \text{ pour } 4 < t < 8$$

❖ 4<sup>ème</sup> cas : pour  $t-4 > 4$  d'où  $t > 8$

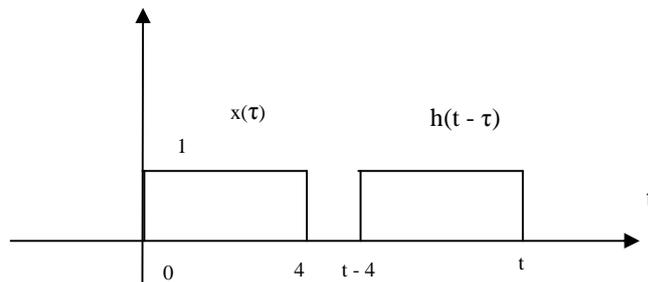


Figure (2.11) : La représentation de  $x(\tau)$  et  $h(t-\tau)$  pour le 4<sup>ème</sup> cas .

Pas d'intersection entre les deux signaux d'où  $y(t) = 0$ .

b-

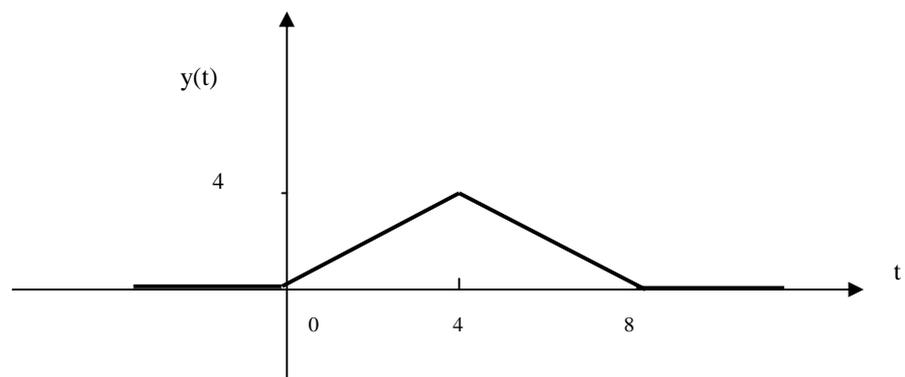


Figure (2.12) : La représentation temporelle du produit de convolution.

## IV . Propriétés fréquentielles

### IV.1. Transformation de Fourier des fonctions périodiques : Série de Fourier

L'introduction de la transformée et de la Série de Fourier permet de donner une autre représentation des signaux très intéressante pour la théorie de l'information et du signal .Cette décomposition exponentielle ou trigonométrique permet d'exprimer le signal en fonction de ses harmoniques.

#### IV.1.1. Décomposition sous une forme trigonométrique

Un signal périodique  $s(t)$  de période  $T$ , continu par morceaux et vérifiant les condition de Dirichlet , peut être décomposé en Série de Fourier selon la Décomposition trigonométrique suivante :

Pour tout signal  $s(t)$  réel où  $s(t) = s(t + T_0)$ , on peut écrire :

$$s(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \cos(n2\pi F_0 t) + B_n \sin(n2\pi F_0 t)] \quad (1)$$

Avec

$$A_0 = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} s(t) dt$$

$$A_n = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} s(t) \cdot \cos(n2\pi F_0 t) dt \quad \text{pour } n \geq 1$$

$$B_n = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} s(t) \cdot \sin(n2\pi F_0 t) dt \quad \text{pour } n \geq 1$$

$A_0$  est la valeur moyenne de  $s(t)$ .

#### Remarque :

- ✓ Si  $s(t)$  est paire  $\Rightarrow B_n = 0$  pour  $n \in \mathbb{N}^*$
- ✓ Si  $s(t)$  est impaire  $\Rightarrow A_n = 0$  pour  $n \in \mathbb{N}$  ( $A_0 = 0$ ).

L'expression (1) peut s'écrire :

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cdot \cos(2 \pi F_0 n t + \varphi_n) \quad (2)$$

avec :  $C_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2}$  et  $\varphi_n = \text{Artgan} \left( -\frac{b_n}{a_n} \right)$

#### IV.1.1.1 Spectre du signal périodique

Le spectre en fréquence d'un signal périodique est constitué de la composante continue avec à la fréquence nulle d'amplitude  $A_0$ , du fondamental à la fréquence  $F_0$  d'amplitude  $C_1$  et des différents harmoniques situés aux fréquences  $f = nF_0$  d'amplitude respectives  $C_n$ .

Le spectre d'une fonction périodique, de période  $T_0$  avec  $T_0 = 1/F_0$ , est discontinu et composé de raies dont l'écart minimum est, sur l'axe des fréquences,  $F_0$ .

##### ➤ Représentation spectrale unilatéral

A partir de l'expression (2), on peut construire la représentation spectrale du signal dans un plan amplitude – fréquence.

C'est la succession de pics ou raies **d'amplitude  $C_n$**  et positionnés aux fréquences  **$nF_0$** .

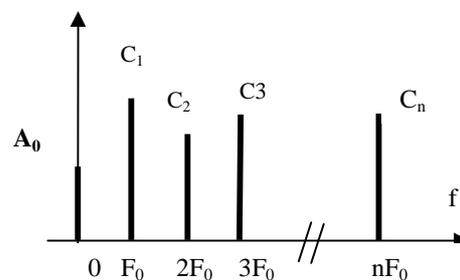


Figure (2.13) : Représentation spectrale du signal  $s(t)$ .

#### IV.1.2. Décomposition sous une forme exponentielle

Un signal périodique  $s(t)$  de période  $T_0$ , continu par morceaux, peut être décomposé en Série de Fourier selon la Décomposition exponentielle suivante :

L'expression (1) peut se mettre sous la forme complexe suivante :

$$s(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} S_n(nF_0) e^{jn2\pi F_0 t}$$

Avec 
$$S(nF_0) = \frac{1}{2}(a_n - jb_n) = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} s(t) e^{-jn2\pi F_0 t} dt \quad \text{pour } n \geq 1 \quad \text{et} \quad S(0) = a_0$$

Les valeurs négatives de  $n$  sont introduites dans un but de simplification,  $s(t)$  étant réel d'où nous avons :

$$a_{-n} = a_n \quad \text{et} \quad b_{-n} = -b_n$$

$S(nF_0)$  représente les composantes du spectre en fréquence de  $s(t)$ , grandeur en général complexe, qui a pour :

- module :  $|S(nf_0)| = \frac{1}{2} \sqrt{a_n^2 + b_n^2} = \frac{c_n}{2}$
- phase :  $\varphi(nF_0) = \text{Arctan}(-b_n / a_n)$

L'expression du spectre  $S(f)$  est :

$$S(f) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} S(nF_0) \cdot \delta(f - nF_0) \text{ avec } S(nF_0) = |S(nF_0)| \cdot e^{j \varphi(nF_0)}$$

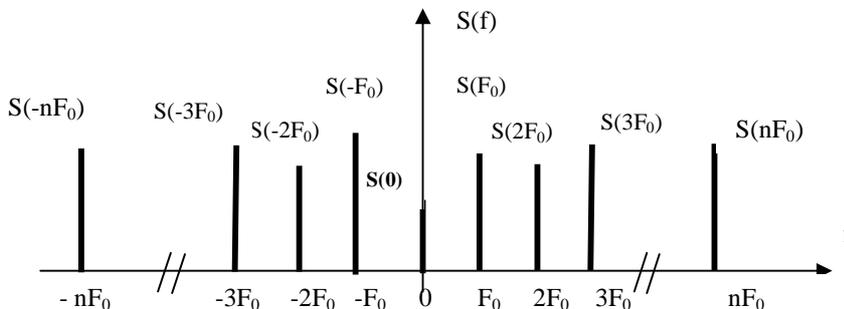


Figure (2.14) : Représentation bilatérale du spectre d'un signal périodique.

**IV.1.3. Propriétés**

- Si  $s(t)$  est paire  $\Rightarrow B_n = 0$  et  $S_n = S_{-n}$
- Si  $s(t)$  est impaire  $\Rightarrow A_n = 0$  et  $S_n = -S_{-n}$

**IV.1.4. Application**

Décomposer en série de Fourier le signal représentée sur la figure suivante:

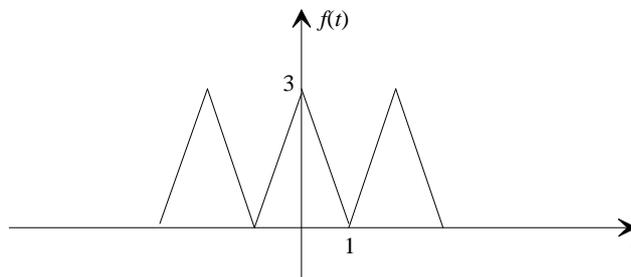


Figure (2.15) : Représentation temporelle du signal périodique  $f(t)$ .

➤ **Correction :**

La période est :  $T = 2$  s ; La pulsation est :  $\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi$  ;  $f$  est une fonction paire :  $B_n = 0$ .

La valeur moyenne est :

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_{-1}^1 v(t) dt = \frac{1}{2} \int_{-1}^0 v(t) dt + \frac{1}{2} \int_0^1 v(t) dt$$

$$\forall t \in [-1, 0] \quad v(t) = at + b \Rightarrow v(t) = 3t + 3 \quad \text{et} \quad \forall t \in [0, 1] \quad v(t) = -3t + c \Rightarrow v(t) = -3t + 3$$

D'où :

$$\frac{1}{2} \int_{-1}^0 (3t + 3) dt = \frac{1}{2} \left[ \frac{3}{2} t^2 + 3t \right]_{-1}^0 = \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{2} \int_0^1 (-3t + 3) dt = \frac{1}{2} \left[ -\frac{3}{2} t^2 + 3t \right]_0^1 = \frac{3}{4}$$

$$A_0 = 3/4 + 3/4 = 3/2 \quad \underline{A_0 = 3/2}$$

$$A_n = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} s(t) \cdot \cos(n2\pi F_0 t) dt \quad \Rightarrow \quad A_n = \frac{2}{T} \int_{-1}^1 f(t) \cos(n\pi t) dt$$

$$A_n = \int_{-1}^0 (3t + 3) \cos(n\pi t) dt + \int_0^1 (-3t + 3) \cos(n\pi t) dt$$

$$\text{En intégrant par partie, on trouve } A_n = \frac{3}{(n\pi)^2} [1 - (-1)^n] + \frac{3}{(n\pi)^2} [1 - (-1)^n]$$

$$\text{D'où } \underline{A_n = \frac{6}{(n\pi)^2} [1 - (-1)^n]}$$

## IV.2. Transformation de Fourier des fonctions

La transformée de Fourier permet d'obtenir une représentation en fréquence (représentation *spectrale*) des signaux déterministe, continus et non périodique. Elle exprime la répartition fréquentielle de l'amplitude, de la phase et de l'énergie (ou de la puissance) des signaux considérés.

### IV.2.1 Définition

Soit  $x(t)$  un signal déterministe non périodique, sa transformée de Fourier est :



$$X(f) = \text{T F}\{x(t)\}$$

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot e^{-j2\pi ft} dt$$

$X(f)$  indique quelle "quantité" de fréquence  $f$  est présente dans le signal  $x(t)$  sur l'intervalle  $]-\infty, +\infty[$

✓  $X(f)$  est une fonction de  $f$ , généralement complexe :

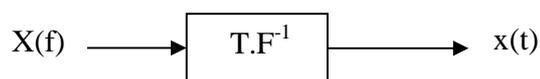
$$\begin{aligned} X(f) &= \text{R}\{X(f)\} + j \cdot \text{I}\{X(f)\} = |X(f)| \cdot e^{j\varphi(f)} \\ &= |X(f)| \cos(\varphi(f)) + j |X(f)| \sin(\varphi(f)) \end{aligned}$$

-le module est l'amplitude du spectre :

$$|X(f)| = \sqrt{R[X(f)]^2 + I[X(f)]^2}$$

-L'argument  $\varphi(f) = \arg(x(f)) = \text{Arctg}\left(\frac{I[X(f)]}{R[X(f)]}\right)$

✓ La transformation inverse est donnée par :



$$x(t) = \text{TF}^{-1}\{X(f)\}$$

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f) \cdot e^{j2\pi ft} \cdot dt$$

#### IV.2.2 Application:

1. Calculer la transformée de Fourier de  $x(t) = \text{rect}_T(t)$  ;
2. Représenter le spectre de  $x(t)$ .

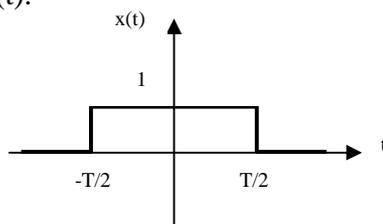


Figure (2. 16) : Représentation temporelle d'un signal rectangulaire.

➤ **Correction :**

$$\begin{aligned} 1. X(f) = \text{TF}\{x(t)\} &= \int_{-\infty}^{+\infty} \text{rect}_T(t) \cdot e^{-j2\pi ft} \cdot dt \\ &= \int_{-T/2}^{T/2} 1 \cdot e^{-j2\pi ft} \cdot dt = -\frac{1}{j2\pi f} [e^{-j\pi fT} - e^{j\pi fT}] \end{aligned}$$

$$\text{or } \sin \alpha = \frac{1}{2j} [e^{j\alpha} - e^{-j\alpha}] \quad \text{et} \quad \text{sinc } \alpha = \frac{\sin(\pi \alpha)}{\pi \alpha}$$

$$\text{D'où } X(f) = \frac{1}{\pi f} \cdot \sin(\pi fT) = T \cdot \frac{1}{\pi fT} \cdot \sin(\pi fT) = T \cdot \text{sinc}(fT)$$

$$\text{D'où } \underline{X(f) = T \cdot \text{sinc}(fT)}$$

2. représentation de  $X(f)$  :

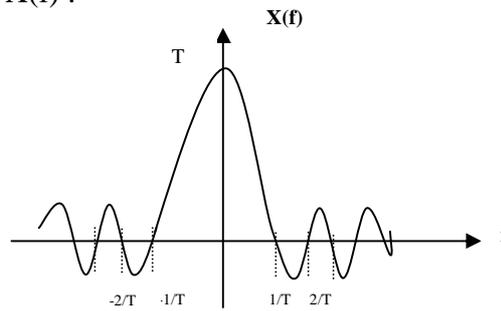


Figure (2.17) : Représentation spectrale d'un signal rectangulaire.

#### IV.2.3. Propriétés de la TF

Soit les deux signaux analogiques  $s(t)$  et  $r(t)$

	$s(t)$	$S(f)$
<b>Linéarité</b>	$\alpha.s(t) + \beta.r(t)$	$\alpha.S(f) + \beta.R(f)$
<b>Translation</b>	$s(t-t_0)$	$e^{-2j\pi f t_0} S(f)$
	$e^{2j\pi f_0 t} s(t)$	$S(f-f_0)$
<b>Conjugaison</b>	$s^*(t)$	$S^*(-f)$
<b>Dérivation</b>	$\frac{d^n s(t)}{dt^n}$	$(j2\pi f)^n S(f)$
<b>Dilatation</b>	$s(at)$ avec $a \neq 0$	$\frac{1}{ a } S\left(\frac{f}{a}\right)$
<b>Convolution</b>	$s(t) * r(t)$	$S(f) \cdot R(f)$
	$s(t) \cdot r(t)$	$S(f) * R(f)$
<b>Dualité</b>	$S(t)$	$s(-f)$

#### IV.2.4. Cas particulier : Transformée de Fourier de Dirac

Le signal : $s(t)$	Transformée de Fourier Du signal : $S(f)$
$\delta(t)$	<b>1</b>
$\delta(t - \tau)$	$e^{-j2\pi f\tau}$
$e^{-j2\pi f_0 t}$	$\delta(f + f_0)$

#### IV.2.5. Application :

Calculer et représenter la transformée de Fourier d'un signal sinusoïdale  $s(t)$  d'amplitude  $S$  et de fréquence  $f_0$  telle que :  $s(t) = S \cdot \cos(2\pi f_0 t)$

➤ Correction :

$$S(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) e^{-j2\pi f t} dt = S \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \cos(2\pi f_0 t) e^{-j2\pi f t} dt$$

$$\text{or } \cos(2\pi f_0 t) = \frac{e^{j2\pi f_0 t} + e^{-j2\pi f_0 t}}{2}$$

$$S(f) = S \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \frac{e^{j2\pi f_0 t} + e^{-j2\pi f_0 t}}{2} \right) e^{-j2\pi f t} dt = \frac{S}{2} \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} e^{j2\pi f_0 t} \cdot e^{-j2\pi f t} dt + \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-j2\pi f_0 t} \cdot e^{-j2\pi f t} dt \right]$$

$$= \frac{S}{2} \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} e^{j2\pi(f_0 - f)t} dt + \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-j2\pi(f_0 + f)t} dt \right] = \frac{S}{2} \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-j2\pi(f - f_0)t} dt + \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-j2\pi(f + f_0)t} dt \right]$$

$$S(f) = \frac{S}{2} [\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0)]$$

$$TF[S \cdot \cos(2\pi f_0 t)] = \frac{S}{2} [\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0)]$$

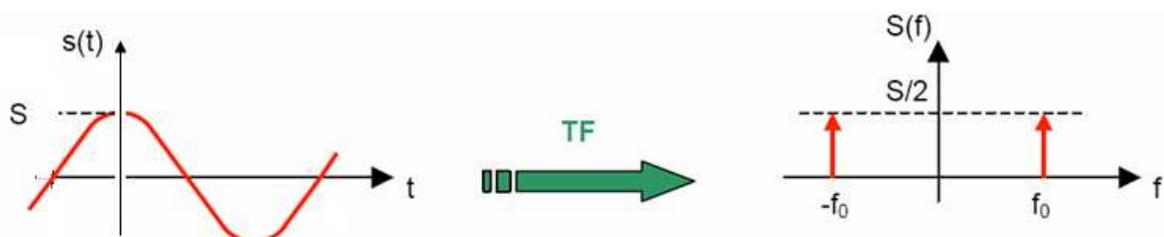


Figure (2.18) : représentation temporelle et fréquentielle du signal cosinus.

➤ **Remarque :**

- La transformée de Fourier d'une fonction cosinus de fréquence  $f_0$  et d'amplitude  $S$ , est la somme de deux impulsions de Dirac centrée sur les fréquences  $-f_0$  et  $+f_0$ ; et d'amplitude la moitié de celle du signal :  $S/2$ .
- La transformée de Fourier d'une fonction sinus de fréquence  $f_0$  et d'amplitude  $S$ , est la somme de deux impulsions de Dirac centrée sur les fréquences  $-f_0$  avec une amplitude  $S/2$  et sur  $+f_0$  avec une amplitude  $-S/2$ .

### IV.3. Transformée de Fourier du produit de convolution

$$TF[a(t) * b(t)] = A(f).B(f)$$

**Remarque :**

$$TF[h(t) * \delta(t)] = TF[h(t)]TF[\delta(t)] = TF[h(t)] = H(f)$$