CHAPITRE 1 : INTRODUCTION A LA MECANIQUE DES FLUIDES

1. Introduction
2. Définitions
    - 2.1 Fluide parfait
    - 2.2 Fluide réel
    - 2.3 Fluide incompressible
    - 2.4 Fluide compressible
3. Caractéristiques physiques ……………………………….Chapitre 1 dispensé
    - 3.1 Masse volumique
    - 3.2 Poids volumique
    - 3.3 Densité
    - 3.4 Viscosité

……………………………………………………Fin du chapitre 1………………………………………………………………

TD1…………………………………………………………….TD 1 dispensé

CHAPITRE 2 : STATIQUE DES FLUIDES

1. INTRODUCTION………………………………………………………...Cours dispensé

2. NOTION DE PRESSION EN UN POINT D'UN FLUIDE………. Cours dispensé

3. RELATION FONDAMENTALE DE L'HYDROSTATIQUE…… Cours dispensé

4 .THEOREME DE PASCAL

Ce théorème stipule que toute variation de pression en A (ou en B) provoque la même variation de pression en B (ou en A).

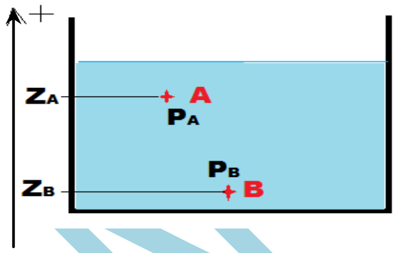


Fig. 2.1

Preuve : La relation fondamentale de l'hydrostatique (RFH) entre A et B s'écrit : $P_B - P_A = \varpi(Z_A - Z_B)$…………………(2.1)

Si la pression en A varie tel que P_A devient $P_A+\Delta P_A$, dans ce cas la pression en B devient $P_B+\Delta P_B$ et la RFH s'écrit :

$$(P_B+\Delta P_B) - (P_A+\Delta P_A) = \varpi(Z_A - Z_B) \text{……….}(2.2)$$

La soustraction : (2)-(1) prouve que : $\boldsymbol{\Delta P_A = \Delta P_B}$

5 . POUSSEE D'UN FLUIDE SUR UNE PAROI VERTICALE

5.1 Problématique :

La plaque circulaire sur la figure 2.2 fait partie d'un électro vanne. Cette dernière s'oppose à l'eau. elle est donc, sujette à des forces de pression appliquées par l'eau du coté gauche la pression atmosphérique du coté droit .

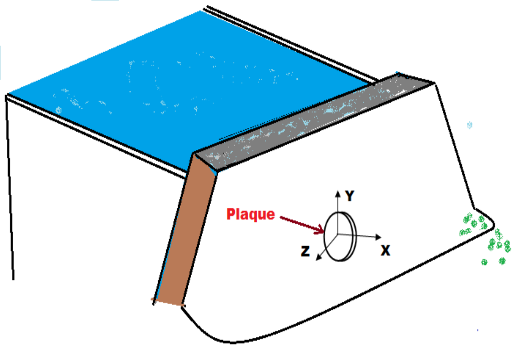


Fig. 2.2

La RFH prouve que la résultante des forces de pression appliquée sur la moitié de dessous de la plaque est plus forte que celle appliquée sur la moitié de dessus. Cette inégalité des forces appliquées sur les deux moitiés de la plaque prouve que l'eau provoque un moment autour de l'axe GZ passant par la centre de surface G.

Dans ce cas, si cette plaque doit être motorisée, il est nécessaire de savoir la résultante des forces de pression et la position d'un axe en dessous de GZ où le moment doit être nul. Sur la Figue 2.3, c'est bien l'axe qui passe par G_0 et distant de GG_0 qui convient comme arbre motorisé.

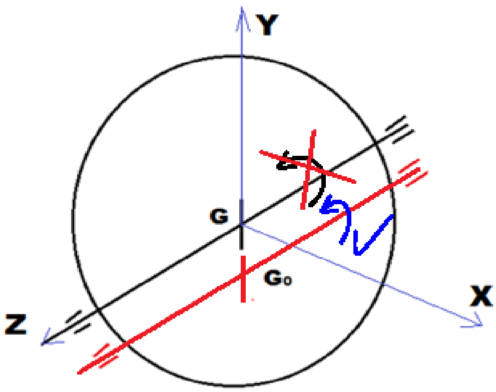


Fig. 2.3

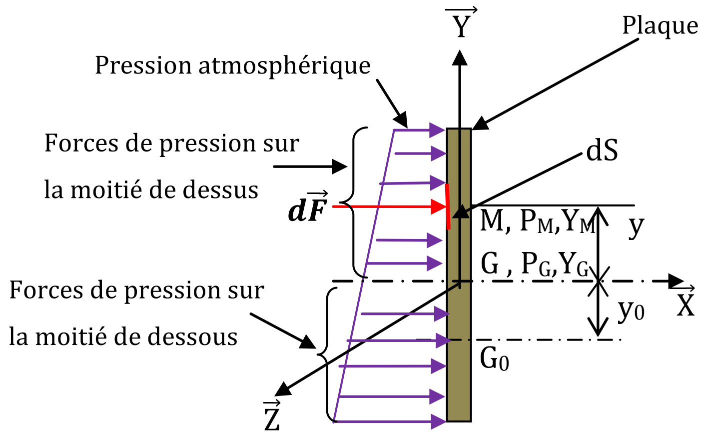


Fig. 2.4

5.2 Eléments de réduction du torseur des forces de pression

Les éléments du torseur sont la force résultante et le moment induit.

5.2.1 Calcul de la force résultante

Prenons un élément de surface dS sur la plaque et $\boldsymbol{d\vec{F}}$ est une force élémentaire appliquée en son centre M. Si la pression P_G au point G est connue, la pression P_M en M est déterminée par la RFH : $P_M - P_G = \varpi\,(Y_G - Y_M)$ où ϖ est le poids volumique du fluide.

Dans le repère $(G, \vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$ associé à la plaque, fig.2.4 : $Y_G = 0$ et $Y_M = y$, d'où : $P_M = P_G - \varpi y$.

La force élémentaire $\overrightarrow{dF}$ est donnée par $\overrightarrow{dF} = (P_G - \varpi y).dS.\vec{X}$

La résultante des forces de pression $\vec{R}$ est alors :

$$\vec{R} = \int_{(S)} \overrightarrow{dF} = \int_{(S)} (P_G - \varpi y).dS.\vec{X} = \int_{(S)} P_G\,.dS.\vec{X} - \int_{(S)} \varpi y.dS.\vec{X} = P_G\,.S.\vec{X} - \varpi \int_{(S)} y.dS.\vec{X}$$

Avec $\int_{(S)} y.dS = y_G.S = 0$. C'est le moment statique de S par rapport à l'axe GZ.

d'où : $\vec{\mathbf{R}} = \mathbf{P_G\,.S.}\,\vec{\mathbf{X}}$ ....(2.3)

5.2.2 Calcul du moment induit

$$\overrightarrow{M_G} = \int_{(S)} \overrightarrow{GM} \wedge \overrightarrow{dF} = \int_{(S)} y\,\vec{Y} \wedge (P_G - \varpi y).dS.\vec{X}$$

$$\overrightarrow{M_G} = [P_G \underbrace{\int_{(S)} ydS}_{=0} - \varpi \underbrace{\int_{(S)} y^2 dS}_{=I_{\overrightarrow{GZ}}}]\underbrace{(\vec{Y} \wedge \vec{X})}_{= -\vec{Z}}$$

On sait que :

1. $\int_{(S)} ydS = y_G S = 0$, c'est le moment statique de S par rapport à G .
2. $\int_{(S)} y^2 dS = I_{\overrightarrow{GZ}}$, c'est le moment quadratique de S par rapport à $\overrightarrow{GZ}$.

3. $\vec{Y} \wedge \vec{X} = -\vec{Z}$, produit vectoriel des vecteurs unitaires .

Finalement : $$\overrightarrow{\mathbf{M_G}} = \boldsymbol{\varpi}.\mathbf{I}_{\overrightarrow{GZ}}(\vec{\mathbf{Z}}) \quad \text{.....................(2.4)}$$

5.3 Centre de poussée

Comme c'est expliqué dans la problématique, on cherche la position de l'axe qui passe par le point G_0 , c'est l'axe autour duquel le moment résultant des forces de pression est nul. C'est à dire : $\overrightarrow{M_{G0}} = \vec{0}$. Ce point est dit centre de poussée.

La somme des moments par rapport à l'axe passant par G_0 est :

$$\overrightarrow{M_{G0}} = \overrightarrow{M_G} + \overrightarrow{G_0G} \wedge \vec{R} \quad \text{d'où :} \quad \overrightarrow{M_G} + \overrightarrow{G_0G} \wedge \vec{R} = \vec{0} \Longrightarrow \overrightarrow{M_G} = -\overrightarrow{G_0G} \wedge \vec{R}$$

$$\overrightarrow{M_G} = \overrightarrow{GG_0} \wedge \vec{R} = y_0\, \vec{Y} \wedge P_G\,.S.\, \vec{X} = y_0.\, P_G\,.S\,(\vec{Y} \wedge.\, \vec{X}) = y_0.\, P_G\,.S\,(-\vec{Z})$$

D'après la relation (2.4), on a : $\overrightarrow{M_G} = \varpi.\, I_{GZ}\,(\vec{Z})$

Et finalement : $$\mathbf{y_0} = -\frac{\boldsymbol{\varpi}.\mathbf{I}_{\overrightarrow{GZ}}}{\mathbf{P_G}\,.\boldsymbol{S}} \quad \text{..............................(2.5)}$$

6. THEOREMED'ARCHMEDE

6.1 Rappel de l'énoncé du principe d'Archimède :

« Tout corps plongé dans un fluide reçoit une poussée verticale, dirigée du bas vers le haut, de norme égale au poids du volume de fluide déplacé.» [2]

$$\overrightarrow{\boldsymbol{F_A}} = -\rho \boldsymbol{V_i}\, \vec{\boldsymbol{g}} \quad \text{.......................(2.6)}$$

où : F_A= Valeur de la force de poussée en N;
- ρ = masse volumique du fluide en kg/m² ;
- V_i = Volume immergé en m³
- g= accélération de la pesanteur en m/s²

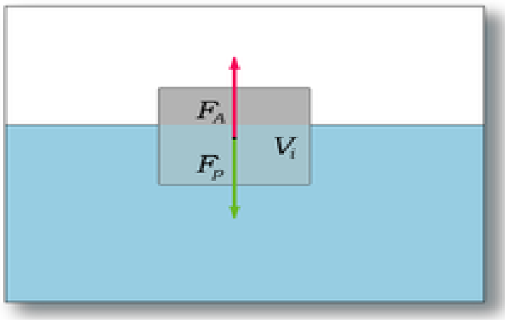


Fig.2.5. [5]

Fin du chapitre 2

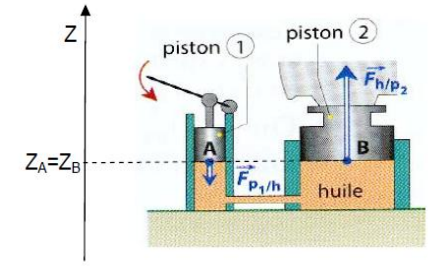
Travail Dirigé 2

Exercice N°1 : [1]

La figure ci-contre représente un cric hydraulique formé de deux pistons 1 et 2 de sections circulaires. En agissant sur le levier, le piston 1 agit, au point A, par une force de pression $F_{p1/h}$ sur l'huile. L'huile agit, au point B sur le piston 2 par une force $F_{h/p2}$. On donne :

- Diamètres des pistons : D_1=12 mm ; D_2 = 120 mm.
- Intensités des forces en A : $F_{p1/h}$ = 140 N.

1) Calculer la pression P_A de l'huile au point A.
2) Calculer la pression P_B .
3) Déduire la valeur de la force de pression $F_{h/p2}$.Tirer une conclusion.



[1]

REP.

1) Pression P_A de l'huile au point A : $P_A=4\ F_{p1/h}/(\pi\ D_1^2)$ **<u>A.N.</u>** $P_A=4x\ 140/(3.14x\ 144x10^{-6})= 1.23.\ 10^6$ Pa
2) La RFH entre A et B : $P_A- P_B= \varpi(Z_B - Z_A)$ avec $Z_B = Z_A$ d'où $P_B=P_A$ **<u>A.N.</u>** $P_B=P_A=$ Pa
3) La force de pression en B : $F_{h/p2} = P_B.(\pi\ D_2^2)/4$ **<u>A.N.</u>** $F_{h/p2} = 1.23.\ 10^6\ x(\pi.14400.10^{-6})/4= 13903.92$ N

<u>Conclusion :</u> Ce système présente un multiplicateur de force Le coefficient de multiplication est égal au rapport des diamètres des pistons : D_2/D_1

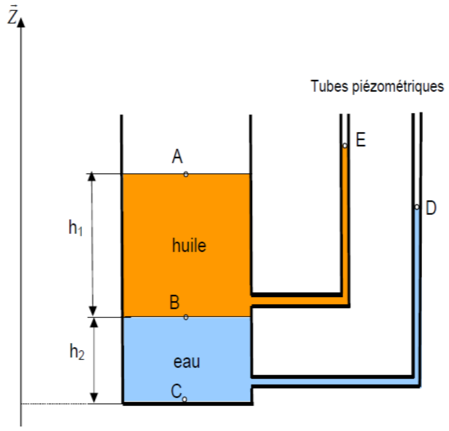
Exercice N°2 : [1]

La figure ci- contre représente un réservoir ouvert, équipé de deux tubes piézométriques et rempli avec deux liquides non miscibles :

- L'huile de masse volumique ρ_h=850 kg/m³ sur une hauteur h_1=6 m,
- L'eau de masse volumique ρ_{eau}=1000 kg/m³ sur une hauteur h_2=5m.
- A est un point de la surface libre de l'huile, B est un point sur l'interface entre les deux liquides, C est un point appartenant au fond du réservoir, D et E sont les points représentants les niveaux dans les tubes piézométriques, (O,Z) est un axe vertical tel que Z_C=0.

Appliquer la RFH entre les points :

1) B et A. En déduire la pression P_B (en bar) au point B.
2) A et E. En déduire le niveau de l'huile Z_E dans le tube piézométrique.
3) C et B. En déduire la pression P_C (en bar) au point C.
4) C et D. En déduire le niveau de l'eau Z_D dans le tube piézométrique.



[1]

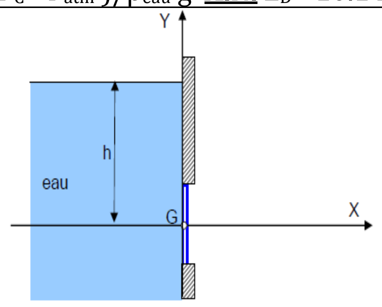
REP.

1) La RFH entre B et A : $P_B - P_A = \rho_h\ g\ (Z_A - Z_B)$ avec $P_A=P_{atm}$ et $Z_A-Z_B=h_1$ d'où $P_B = P_{atm} + \rho_h\ g\ h_1$ **<u>A.N.</u>** P_B =1.5 bars
2) La RFH entre A et E : $P_A - P_E = \rho_h\ g\ (Z_E - Z_A)$ avec $P_A= P_E = P_{atm}$ Donc $Z_E = Z_A= h_1 +$ **<u>A.N.</u>** Z_E = 11 m
3) La RFH entre C et B : $P_C - P_B = \rho_{eau}\ g\ (Z_B - Z_C)$ avec $Z_B - Z_C = h_2$ Donc $P_C = P_B + \rho_{eau}\ g\ h_2$ **<u>A.N.</u>** P_C = 2 bars
4) La RFH entre C et D : $P_C - P_D = \rho_{eau}\ g\ (Z_D - Z_C)$ avec $P_D= P_{atm}$; $Z_C = 0$ d'où $Z_D =(P_C - P_{atm})/\rho_{eau}\ g$ **<u>A.N.</u>** Z_D =10.1 m

Exercice N°3 : [1]

Une vanne de vidange est constituée par un disque de diamètre ***d=1m*** pivotant autour d'un axe horizontal (G, *Z*). Le centre ***G*** du disque est positionné à une hauteur h=15 m par rapport au niveau d'eau. On donne : P_{atm} = 1 bar, g=9,81 m/s², ρ_{eau} =1000 kg/m³. Déterminer :

1) Le poids volumique de l'eau.
2) La pression P_G de l'eau au point G.
3) L'intensité de la poussée *R* sur le disque.
4) Le moment quadratique $I_{(G,Z)}$ du disque par rapport à l'axe (G, *Z*).
5) Le moment M_G des forces de pression agissant sur le disque.
6) La position du centre de poussée y_0.



[1]

REP.

1) $\varpi= \rho_{eau}\ g$;
A.N. ϖ = 1000.9.81= 9810 N/m³

2) $P_G - P_{atm} = \varpi.h$ d'où : $P_G = P_{atm} + \varpi.h$;
A.N. P_G =247150 Pa = 2.47bars.

3) $R = P_G \dfrac{\pi d^2}{4}$; $A.N. \|R\| = 194012.75 N$

4) $I_{GZ} = \dfrac{\pi d^4}{64}$ $A.N.$ $I_{GZ} = 0.04906\ m^4$

5) $M_G = \varpi.I_{GZ}$ $A.N.$ $M_G = 481.2786\ N.m$

6) $y_C = -\dfrac{\varpi.I_{GZ}}{\|R\|} = -\dfrac{M_G}{\|R\|}$; $A.N.$ $y_C = -2.48x10^{-3}\ m$

CHAPITRE 3 : DYNAMIQUE DES FLUIDES INCOMPRESSIBLES PARFAITS

1. INTRODUCTION

Ce chapitre traite les fluides en mouvement. On va s'intéresser aux vitesses d'écoulement, énergies cinétiques et potentielles d'une veine de fluide en mouvement. Pour cela, on va travailler avec les théorèmes de :

1. Conservation de la masse, ceci nous permettra de d'évoquer l'équation de continuité
2. Conservation de l'énergie, ceci nous permettra d'établir le théorème de Bernoulli.
3. Conservation de la quantité de mouvement, ceci nous permettra d'évoquer le théorème d'Euler.

2. ECOULEMENT PERMANENT

On dit qu'un fluide parfait incompressible est en écoulement permanent si la vitesse des particules est considérée constante.

3. EQUATION DE CONTINUITE

La veine du fluide (Fig.3.1) de masse volumique ρ est en écoulement permanent.

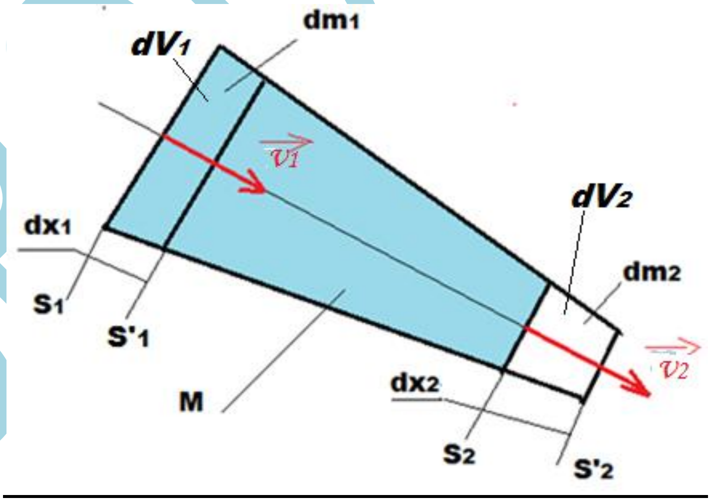


Fig.3.1

Dans un état initial, le fluide compris entre les sections S_1 et S_2 est mis en mouvement, c'est l'instant t.

Dans un état final, le fluide atteint la section S'_2, Il est compris entre les sections S'_1 et S'_2, c'est l'instant t'=t+dt.

Les déplacements des sections S_1 et S_2 sont respectivement dx_1 et dx_2 .

Les vitesses d'écoulement des sections du fluide S_1 et S_2 sont respectivement v_1 et v_2.

dV_1 est l'élément de volume entre les sections S_1 et S'_1

dV_2 est l'élément de volume entre les sections S_2 et S'_2,

La masse élémentaire dm_1 comprise entre les sections S_1 et S'_1 est donnée par : $dm_1=\rho.dV_1$

La masse élémentaire dm_2 comprise entre les sections S_2 et S'_2 est donnée par : $dm_2=\rho.dV_2$

M : C'est la masse comprise entre S'_1 et S_2, elle est commune pour les deux instants t et t'.

A l'instant t, la masse du fluide entre S_1 et S_2 est : $(dm_1+ M)$.

A l'instant t+dt, la masse du fluide entre S'_1 et S'_2 est : $(M+ dm_2)$.

Le principe de la conservation de la masse stipule que la masse entrante est égale à celle sortante. On peut écrire : $dm_1+ M = M+ dm_2$ d'où : $\mathbf{dm_1 = dm_2}$

donc : $\rho_1.dV_1 = \rho_2.dV_2$ ou encore : $\boldsymbol{\rho_1 S_1 dx_1 = \rho_2 S_2 dx_2}$

En divisant par dt, on abouti à : $\rho_1 S_1 \frac{dx_1}{dt} = \rho_2 S_2 \frac{dx_2}{dt}$

d'où : $$\boldsymbol{\rho_1 S_1 v_1 = \rho_2 S_2 v_2} \text{ ....(3.2)}$$

Si le fluide est incompressible, alors : $\rho_1 = \rho_2$, on peut simplifier et aboutir à l'équation de continuité suivante : $$\boldsymbol{S_1 v_1 = S_2 v_2} \text{ ....(3.3)}$$

4. NOTION DE DEBIT

4.1 Débit massique

Définition : Le débit massique q_m d'une veine fluide est définit par la limite du rapport de la masse élémentaire dm sur l'intervalle de temps dt.

$$q_m = \lim_{dt \to 0} \frac{dm}{dt}$$

C'est la masse du fluide par unité de temps qui traverse une section droite de la conduite. Il est exprimé en kg/s.

$$\boldsymbol{q_m = \frac{dm}{dt}} \text{ ....(3.4)}$$

En tenant compte des équations précédentes, on obtient :

$$q_m = \frac{dm}{dt} = \rho_1 S_1 \frac{dx_1}{dt} = \rho_2 S_2 \frac{dx_2}{dt}$$

Avec : $\frac{dx_1}{dt} = v_1 = \|\overrightarrow{v_1}\|$ =Vitesse moyenne d'écoulement de la veine fluide à travers S_1

$\frac{dx_2}{dt} = v_2 = \|\overrightarrow{v_2}\|$ =Vitesse moyenne d'écoulement de la veine fluide à travers S_2

Le débit massique q_m à travers les sections S_1 et S_2 est :

$$\boldsymbol{q_m = \rho_1 S_1 v_1 = \rho_2 S_2 v_2} \text{ ....(3.5)}$$

Dans la général, si un fluide traverse une section S avec une vitesse moyenne v, son débit massique est : $\boldsymbol{q_m = \rho.S.v}$.. (3.6)

4.2 Débit volumique

Définition : Le débit massique q_m d'une veine fluide est définit par la limite du rapport de la masse élémentaire dm sur l'intervalle de temps dt.

$$q_V = \lim_{dt \to 0} \frac{dV}{dt}$$

C'est le volume du fluide par unité de temps qui traverse une section droite de la conduite. Il est exprimé en m^3/s.

$$\boldsymbol{q_V = \frac{dV}{dt}} \quad \text{...(3.7)}$$

Avec $dV = \frac{dm}{\rho}$, les relations 3.7 et 3.6 permettent d'écrire :

$$\boldsymbol{q_V = \frac{dm}{\rho.dt} = \frac{q_m}{\rho} = \frac{\rho.S.v}{\rho}}$$

d'où : $\boldsymbol{q_V = S.v}$ ....(3.8)

4.3 Relation entre débit massique et débit volumique

A partir des relations 3.6 et 6.8, on peut lier le débit massique q_m au débit volumique q_V soit : $\boldsymbol{q_m = \rho.q_V}$...................(3.9)

5. THEOREME DE BERNOULLI - CAS D'UN ECOULEMENT SANS ECHANGE DE TRAVAIL

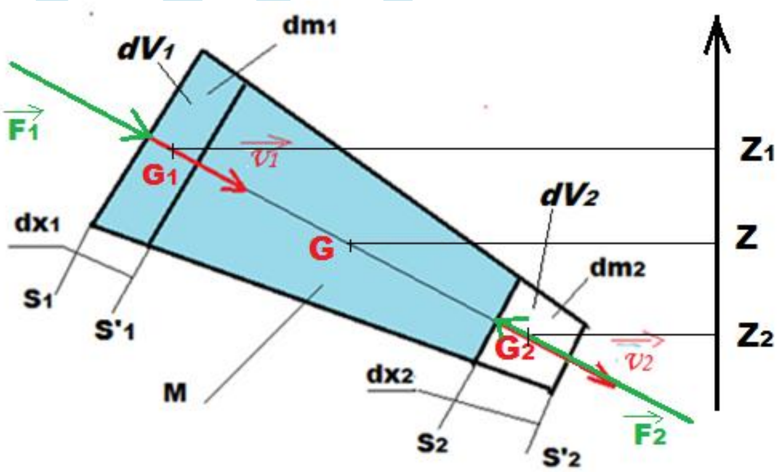


Fig.3.2

Sur la figure 3.2, on désigne par Z_1, Z_2 et Z respectivement les altitudes des centres de gravité G_1, G_2 et G des masses dm_1 , dm_2 et M.

F_1 et F_2 sont les forces de pression du fluide agissant sur les sections S_1 et S_2.

A l'instant t, le fluide compris entre S_1 et S_2 a une masse (dm_1+ M). Son énergie mécanique est :

$$E_{mec} = E_{pot} + E_{cin} = dm_1 Z_1 g + MgZ + \frac{1}{2} dm_1 v_1^2 + \frac{1}{2} M v^2$$

A l'instant t'=(t+dt), le fluide compris entre S'_1 et S'_2 a une masse (M+dm_2). Son énergie mécanique est : $E'_{mec} = E'_{pot} + E'_{cin} = MgZ + dm_2 g. Z_2 + \frac{1}{2} M v^2 + \frac{1}{2} dm_2 v_2^2$

Le théorème de l'énergie mécanique entre les instants t et t' stipule que : *La variation de l'énergie mécanique est égale à la somme des travaux des forces extérieures.*

$$\boldsymbol{E'_{mec} - E_{mec} = W_{Fext}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3.10)$$

$$E'_{mec} - E_{mec} = dm_2 . g . Z_2 + \frac{1}{2} dm_2 v_2^2 - dm_1 . g . Z_1 - \frac{1}{2} dm_1 v_1^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3.11)$$

$$W_{Fext} = F_1 dx_1 - F_2 dx_2 = P_1 S_1 dx_1 - P_2 S_2 dx_2 = P_1 dV_1 - P_2 dV_2$$

avec $dV_1 = \frac{dm_1}{\rho_1}$ et $dV_2 = \frac{dm_2}{\rho_2} \Rightarrow W_{Fext} = P_1 \frac{dm_1}{\rho_1} - P_2 \frac{dm_2}{\rho_2}$ ....(3.12)

La substitution de 3.11 et 3.12 dans 3.10 permet d'écrire :

$$dm_2 . g . Z_2 + \frac{1}{2} dm_2 v_2^2 - dm_1 . g . Z_1 - \frac{1}{2} dm_1 v_1^2 = P_1 \frac{dm_1}{\rho_1} - P_2 \frac{dm_2}{\rho_2} \quad \ldots\ldots\ldots (3.13)$$

Par conservation de la masse : $dm_1 = dm_2 = dm$

$$g . Z_2 + \frac{1}{2} v_2^2 - g . Z_1 - \frac{1}{2} v_1^2 = \frac{P_1}{\rho_1} - \frac{P_2}{\rho_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3.14)$$

et puisque le fluide est incompressible : $\rho_1 = \rho_2 = \rho$, on aboutie à l'équation de Bernoulli :

$$\boldsymbol{\frac{1}{2}(v_2^2 - v_1^2) + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + g(Z_2 - Z_1) = 0} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3.15)$$

L'unité de chaque terme de la relation (3.15) est le joule par kilogramme (J/kg)

D'après la relation (3.15) on peut l'équation de Bernoulli sous cette forme :

$$\frac{v_2^2}{2} + \frac{P_2}{\rho} + gZ_2 = \frac{v_1^2}{2} + \frac{P_1}{\rho} + gZ_1$$

ou encore sous la forme :

$$\frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho g} + Z_2 = \frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} + Z_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{ en (m)}$$

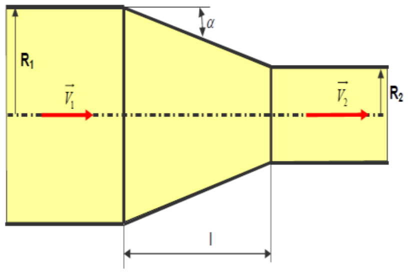
Travail Dirigé 3

Exercice N°1 : [1]

Sur la figure ci contre le fluide parfait circule dans une conduite de rayon R_1=50 mm à la vitesse V_1, passe par un convergent d'angle α = 15°et sort par la conduite de rayon R_2 à la vitesse $V_2=4V_1$

1) Calculer le rapport des rayons (R_1/R_2).

2) Calculer ($R_1 - R_2$) en fonction de l et α. En déduire la longueur l.



[1]

Constatation : *La dimunition de la section de la conduite a provoquée une augmentation de la vitesse du fluide.*

REP.

1)

$V_1.S_1 = V_2.S_2$ ou encore $\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{V_2}{V_1}$ or $S_1 = \pi.R_1^2$ et $S_2 = \pi.R_2^2$ d'où $\boxed{\dfrac{R_1}{R_2} = \sqrt{\dfrac{V_2}{V_1}} = 2}$

2)

$tg\alpha = \dfrac{R_1 - R_2}{l}$ donc $\boxed{l = \dfrac{R_1 - R_2}{tg\alpha}}$ or $R_2 = \dfrac{R_1}{2}$ donc $l = \dfrac{R_1}{2.tg\alpha}$ A.N.: $\boxed{L = 93{,}3\ mm}$.

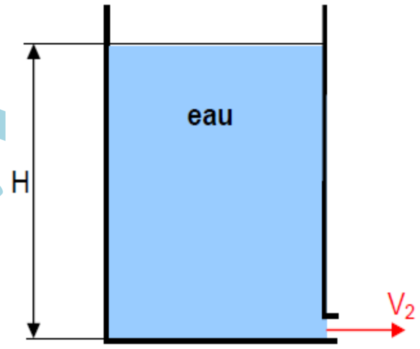
Exercice N°2 : [1]

Le réservoir remplie d'eau (voir figure ci-contre) a une hauteur H= 3 m, ayant un orifice de diamètre d= 10 mm.

1) Calculer la vitesse V_2 si on suppose que V_1 est quasi nulle.

2) En déduire le débit volumique Q_v en (l/s) en sortie de l'orifice.

Prendre : g=9,81 m/s².



[1]

REP.

1) On applique le théorème de Bernoulli avec les hypothèses suivantes : $V_1 \approx 0$ car le niveau dans le réservoir varie lentement et $P_1=P_2=P_{atm}$,

$\dfrac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \dfrac{P_2 - P_1}{\rho} + g.(Z_2 - Z_1) = 0$ On obtient : $\boxed{V_2 = \sqrt{2.g.H}}$ A.N. $\boxed{V_2 = \sqrt{2.9{,}81.3} = 7{,}67\ m/s}$

2)

$\boxed{Q_V = V_2.S}$ or $S = \dfrac{\pi.d^2}{4} = \dfrac{\pi.(10.10^{-3})^2}{4} = 7{,}87.10^{-2}\ m^2$ A.N. $\boxed{Q_V = 0{,}6\ L/s}$

Exercice N°3 : [1]

Le vérin représenté sur la figure ci-contre comporte un piston coulissant sans frottement dans le cylindre de section S_1 et de diamètre d_1=40 mm remplit d'un fluide parfait de masse volumique ρ=1000 kg/m³. Le piston est poussé par une force F d'intensité 62,84 N à une vitesse V constante. Le fluide peut s'échapper vers l'extérieur par un cylindre de section S_2 et de diamètre d_2 = 10 mm à une vitesse V_2 et une pression P_2= P_{atm} =1 bar.

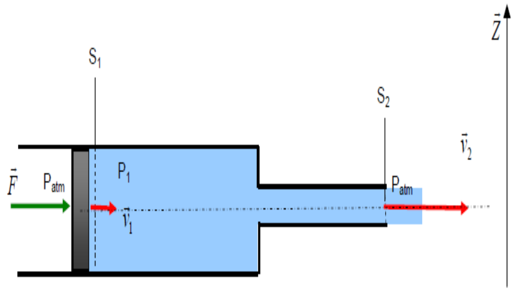
Prendre : g=9,81 m/s², ρ_{eau} =1000 kg/m³.

1) Appliquer le principe fondamental de la dynamique au piston et déterminer la pression P_1 du fluide au niveau de la section S_1 en fonction de F, P_{atm} et d_1.

2) Ecrire l'équation de continuité et déterminer l'expression de la vitesse V_1 en fonction de V_2.

3) Appliquer l'équation de Bernoulli et déterminer la vitesse d'écoulement V_2 en fonction de P_1, P_{atm} et ρ. (le vérin est disposé horizontalement : $Z_1=Z_2$)

4) En déduire le débit volumique Q_v.



[1]

REP.

1) $$\mathrm{F} + \mathrm{P}_{\mathrm{atm}}.\mathrm{S}_1 = \mathrm{P}_1.\mathrm{S}_1 = \mathrm{P}_1.\frac{\pi.d_1^2}{4} ==> \mathrm{P}_1 = \frac{4\mathrm{F}}{\pi.d_1^2} + \mathrm{P}_{\mathrm{atm}}. \quad A.N: \ \mathrm{P}_1 = 150031\, Pa = 1.5\, bars$$

2)

$$V_1.\mathrm{S}_1 = V_2.\mathrm{S}_2 \quad ==> \mathrm{V}_1 = \frac{V_2.\mathrm{S}_2}{\mathrm{S}_1} ==> \mathrm{V}_1 = V_2.\left(\frac{\mathrm{d}_2}{\mathrm{d}_1}\right)^2. \quad AN: \mathrm{V}_1 = V_2.\left(\frac{0.01}{0.04}\right)^2 = V_2.\left(\frac{1}{16}\right)$$

3)

$$\frac{1}{2}\rho\left(V_2^2 - V_1^2\right) + \rho g\,(z_2 - z_1) + \left(P_2 - P_1\right) = 0$$

Avec $z_1=z_2$ et $P_2=P_{atm}$ d'où :

$$\left(V_2^2 - V_1^2\right) + \frac{2.\left(P_{atm} - P_1\right)}{\rho} = 0 \Rightarrow V_2^2 - V_2^2.\frac{1}{256} = \frac{2.\left(P_{atm} - P_1\right)}{\rho} \Rightarrow V_2^2\,\frac{255}{256} = \frac{2.\left(P_{atm} - P_1\right)}{\rho} \Rightarrow V_2 = \sqrt{\frac{256.2.\left(P_{atm} - P_1\right)}{255.\rho}}$$

A.N: $V_2 = 10.02$ m/s

4)

$$\mathrm{q}_v = \mathrm{S}_2.\mathrm{V}_2 = \mathrm{V}_1.\frac{\pi.d_2^2}{4}. \quad A.N: \ \mathrm{q}_v = 10.02.\frac{3.14}{4}.(0.01)^2 = 0.0008\, m^3/s$$