

Faculté : Technologie

Département : ██████████

TP 01

But TP:

Nous allons étudier rapidement quelques commandes et fonctions de bases concernant

- la manipulation des vecteurs
- la manipulation des matrices
- les représentations graphiques

1- Vecteur

Effectuer les commandes Matlab suivantes, recopier le résultat affiché et commenter les résultats obtenus :

Commandes	résultats	commentaires
» $x = [1\ 2\ 3\ 4]$		
» $y = [-1, 0, -6, 2]$		
» $z = y'$		
» $u = 3 * x - y + 2$		
» <code>size(x)</code>		
» <code>size(y)</code>		
» <code>size(z)</code>		
» <code>size(u)</code>		
» $x - z$		
» $y./x$		
» $x./y$		
» $x * x'$		
» $x' * x$		
» x/y		
» $(x * y') / (y * y')$		
» $x.^2$		
» <code>sin(x)</code>		
» <code>who</code>		
» <code>whos</code>		

2- Matrices

Commandes	résultats	commentaires
<pre> » A = [4 -1 2 0 ; 1 5 1 -2 ; -2 2 6 1 ; 1 0 -3 5] </pre>		
<pre> » A * x » A * x' </pre>		
<pre> » B = inv(A) » B * A » B * x' </pre>		
<pre> » size(A), size(B), size(x), size(x') </pre>		
<pre> » A(1, 1) » A(1, 1 : 2) » A(1 : 2, :) </pre>		
<pre> » A^2 » A.^2 </pre>		

3- Représentation graphique

Effectuer les commandes Matlab suivantes et commenter les résultats obtenus :

Commandes	résultats	commentaires
<pre> » x=-1 :0.1 :1 </pre>		
<pre> » y=sin(x) </pre>		
<pre> » plot(x,y) </pre>		
<pre> » title('exemple de graphique 2D') </pre>		
<pre> » xlabel('axe x') </pre>		
<pre> » ylabel('axe y') </pre>		
<pre> » grid on </pre>		
<pre> » hold on </pre>		
<pre> » plot(x,cos(x),'+r') </pre>		



TP N°2.
Méthodes numériques (Résolution de l'équation $f(x)=0$)
La Méthode de bisection (de dichotomie)

La méthode de bisection (de dichotomie) est, en mathématiques, un algorithme de recherche d'un zéro d'une fonction f continue sur l'intervalle $[a, b]$ qui consiste à répéter des partages d'un intervalle en deux parties ($[a, m]$ et $[m, b]$ où $m = (a+b)/2$) puis à sélectionner le sous-intervalle dans lequel existe un zéro de la fonction.

I. L'algorithme de la méthode de bisection

Cette méthode est utilisée pour calculer les zéros d'une fonction continue $f(\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R})$ dans un intervalle $[a, b]$:

1. Si $f(a) \cdot f(b) > 0$, alors la méthode termine (pas de zéros).
2. Sinon si $f(a) \cdot f(b) < 0$, on sait alors qu'il existe au moins un zéro \bar{x} de f dans l'intervalle $[a, b]$.
3. Tant que $|b - a| > tol$:
 - a) Soit $m = \frac{(a+b)}{2}$;
 - b) Si $f(m) = 0$, alors $\bar{x} = m$ et la méthode termine.
 - c) Sinon si $f(a) \cdot f(m) < 0$ on pose $b = m$;
 - d) Sinon si $f(m) \cdot f(b) < 0$, on pose $a = m$;

fin si
affichez : (\bar{x} et $f(\bar{x})$ pour chaque itération)
fin tant que
fin si

II. Application

1. Implémenter la méthode de la bisection sous forme d'une fonction de Matlab:

```
function [xzero, iter, err, fzzero] = bisection(a, b, tol);
```

Avec

les arguments d'entrée	les arguments de sortie
a, b : les limites de l'intervalle $[a, b]$.	$xzero$: La racine trouvée par la méthode.
tol : L'erreur tolérée par le résultat.	$iter$: Le nombre d'itérations effectuées
	err : Valeur absolue de l'erreur finale ($abs(a-b)$ finale).
	$fzzero$: l'image de zéro à trouver dans la fonction

2. Appliquer la fonction produite pour trouver le zéro de la fonction suivante :
 $f(x) = x^3 + x^2 - 3x - 3$ dans l'intervalle $[1, 2]$.
3. Produire le tableau des valeurs progressives ($x, f(x)$) jusqu'au zéro.
4. Tracer cette fonction en indiquant dans le graphe le zéro trouvé.

RM

Pour définir une fonction courte il est possible d'utiliser les fonctions *inline* et les fonctions anonymes.

La création d'une fonction inline suit la syntaxe suivante :

```
nom_fonction = inline('expression mathematique de la fonction')
```

Par exemple pour définir la fonction : $2x^3 - 4x^2 + x - 3$, on écrit :

```
>> f = inline('2*x^3-4*x^2+x-3','x') Ou >> f = inline('2*x^3-4*x^2+x-3')
```

Pour calculer $f(3)$ on écrit :

```
>> f(3)
```

```
ans = 18
```

```
function [xzero,iter,err,fzero]=bissection(a,b,tol);
%la fonction de dichotomie
%-----
f=inline('x^3+x^2-3*x-3');% définition la fonction f(x):
a0=a;b0=b;% enregistrement les limites initiale pour la partie graphique
iter=0;
fa=f(a);
fb=f(b);
if fa*fb>0
    disp('pas de zero dans cet intervalle');
elseif fa*fb<0
    while abs(b-a)>tol
        m=(a+b)/2;
        fzero=f(m);
        if fzero ==0
            a=m; b=m;
            err=(a+b)/2;
        elseif f(a)*fzero<0
            b=m;
        elseif f(b)*fzero<0
            a=m;
        end
        str=['zero=',num2str(m),'fzero=',num2str(fzero)];
        disp(str)
        iter=iter+1;
    end
end
%le zero et leur image:
xzero=(a+b)/2;
fzero=f(xzero);
err=abs(b-a);
%la partie graphique:
fplot(f,[a0 b0]);
xlabel('x')
ylabel('la fonction f(x)')
text(xzero,fzero,'le zero calculé');
hold on
plot(xzero,fzero,'o')
grid on
```

Exécution :

```
>>[ xzero,iter,err,fzero]=bissection(1,2,1e-5);
```

Les questions :

Considérant l'équation : $f(x) = x^3 + x^2 - 3x - 3$

1. Dessinez la courbe de $f(x)$ sur l'intervalle $[-2, 2]$, puis trouvez des intervalles convenables pour appliquer la méthode de bisection.
2. Pour chaque intervalle (un pour chaque racine), appliquez la fonction Matlab 'bissection.m' sur $f(x)$, en considérant : $tol = 0.001$.

Solution :

Dessiner la courbe

```
>> f= inline ('x^3+x^2-3*x-3','x'); >> fplot (f,[-2,2]), grid on
```

Choisir les intervalles : (Chaque intervalle $[a,b]$ est choisie tel que $f(a).f(b)<0$)

Il existe 3 racines, donc on choisit 3 intervalles

$I_1 = [-2, -1.5]$ Pour la première racine

```
>> [Xzero, N, E, fzero] = bissection (-2,-1.5,0.001)
```

$I_2 = [-1.5, -0.5]$ Pour la deuxième racine

```
>> [Xzero, N, E, fzero] = bissection (-1.5,-0.5,0.001)
```

$I_3 = [1.5, 2]$ Pour la troisième racine

```
>> [Xzero, N, E, fzero] = bissection (1.5,2,0.00000001)
```