

Chapitre 1 – Les circuits Electrique

1.1 Introduction

1.2 Courant et tension dans les circuits électriques

1.3 Résistances et circuit équivalent.

1.4 Travail et puissance

1.5 Circuits électriques monophasé et triphasé.

1.1 Introduction

Un dipôle est un récepteur ou un générateur d'énergie électrique, susceptible de convertir l'énergie électrique en une énergie de type différent (chimique, mécanique, radiative, thermique). Il est relié à l'extérieur par deux bornes A et B (Fig. 2.1), le courant entrant par l'une est égal au courant sortant par l'autre. La tension u et le courant i sont des grandeurs algébriques.

Convention récepteur	Convention générateur
La puissance (absorbée, transformée) est positive : $ui > 0$	La puissance (fournie, produite) est positive : $ui > 0$

Fig. 2.1 Conventions récepteur et générateur

Dipôles passifs

- Pour un condensateur, la loi traduit le fait que le passage du courant i dans un condensateur, pendant un temps dt entraîne une variation de la tension électrique du qui va s'opposer à son passage.
- Pour une bobine linéaire, la loi traduit la difficulté qu'a l'intensité du courant i à changer dans un circuit inductif. Cela se traduit par l'apparition d'une tension électrique qui s'oppose à la variation du courant, c'est la loi de Lenz.

Le tableau suivant résume les différents types de dipôles passifs,

Composant	Symbole	Grandeur caractéristique et unité	Loi	Unités
Résistance (ou résistor)		R : Résistance en ohms (Ω)	$u = Ri$	$V = \Omega A$
Condensateur		C : Capacité en farads (F)	$i = C \frac{du}{dt}$	$A = F \frac{V}{s}$
Bobine		L : Inductance en henrys (H)	$u = L \frac{di}{dt}$	$V = H \frac{A}{s}$
Court-circuit			$\forall i, u = 0$	
Circuit ouvert			$\forall u, i = 0$	

Fig. 2.2 Dipôles passifs linéaires – Convention récepteur

c) Dipôles actifs

Sources : Lorsqu'ils sont utilisés dans des schémas équivalents, les symboles (Fig. 2.3) représentent toujours des sources idéales et non réelles. Une source réelle peut souvent être modélisée par une source de tension idéale, en série avec une résistance : c'est le modèle de Thévenin ; on peut aussi la modéliser par une source de courant idéale, en parallèle avec une résistance : c'est le modèle de Norton (voir § 2.2.4).

	Symbole	Grandeur caractéristique et unité	Loi
Source de tension		e : Tension en volts (V)	$\forall i, u = e$
Source de courant		j : Intensité en ampères (A)	$\forall u, i = j$

Fig. 2.3 Sources – Convention générateur

Exemple 2.1.3

La batterie de voiture est l'exemple type de la source de tension « presque idéale ». La charge qu'elle est capable de stocker se mesure usuellement en ampère × heure (Ah). Ainsi, une batterie de 12 V capable de stocker 60 Ah, peut délivrer pendant 6 h un courant de 10 A sous une tension de 12 V.

Question : Calculer l'énergie que peut délivrer la batterie de l'exemple précédent.

Réponse : $W = E = U.I.t = 12 \times 60 \times 3\,600 = 2\,592 \text{ kJ}$

Principales limites d'utilisation d'un dipôle

Les principales limites électriques et thermiques d'utilisation d'un dipôle sont : la tension maximale, le courant maximal et la puissance maximale. Ces limites dépendent du fonctionnement qui peut être : continu, alternatif, impulsionnel répétitif, impulsionnel non-répétitif, etc.

Point de fonctionnement d'un dipôle

Exemple 2.1.6

L'alimentation d'un dipôle récepteur (passif) par un dipôle générateur (actif) fixe le point de fonctionnement (Fig. 2.6).

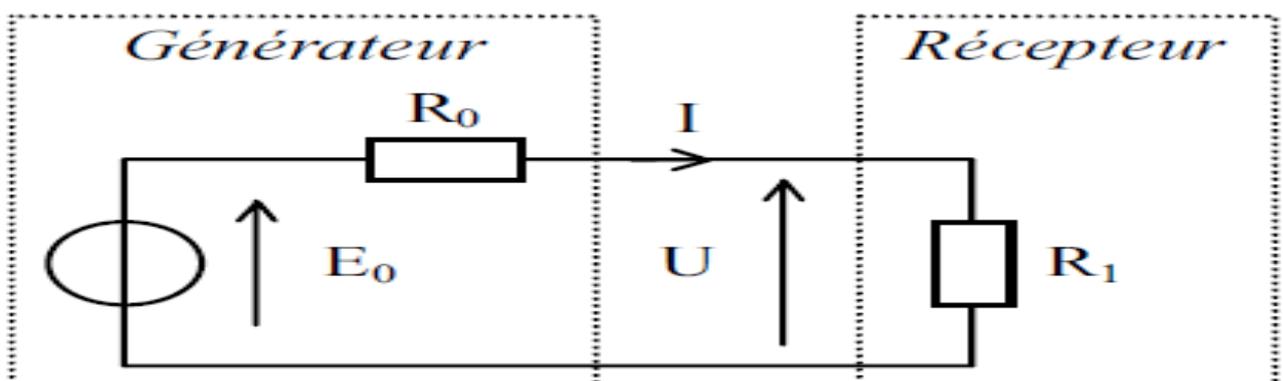


Fig. 2.6 Alimentation d'un récepteur par un générateur

THÉORÈMES SUR LES CIRCUITS ÉLECTRIQUES

I. Lois de Kirchhoff

Les Courants et la tension sont des grandeurs algébriques. Le sens positif n'étant pas connu *a priori*, on flèche arbitrairement courants et tensions. Un résultat négatif indique simplement que le sens « réel » d'un courant ou d'une tension est opposé à celui fléché sur le schéma.

I.1. Loi des nœuds

On peut la formuler de deux façons équivalentes :

1) La somme des courants qui arrivent à un nœud est égale à la somme des courants qui en partent.

$$\sum \mathbf{i} \text{ (arrivant au nœud)} = \sum \mathbf{i} \text{ (partant du nœud)}$$

2) La somme algébrique des courants aboutissant à un nœud est nulle.

Règle (arbitraire) d'attribution du signe : Le signe « + » est attribué à un courant qui arrive au nœud, et le signe « - » à un courant qui en part.

$$\sum \left(+\mathbf{i} \text{ (arrivant au nœud)} \quad \text{ou} \quad -\mathbf{i} \text{ (partant du nœud)} \right) = 0$$

Question : Écrire la loi des nœuds au nœud N (Fig. 2.10).

Réponse :

$$i_1 + i_2 = i_3 \quad \text{ou bien} \quad i_1 + i_2 + (-i_3) = 0$$

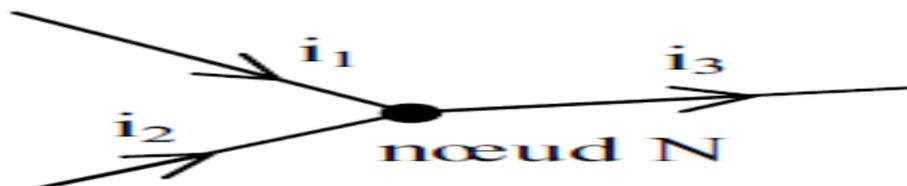


Fig. 2.10 Nœud N

I.2. Loi des mailles.

On peut la formuler de deux façons équivalentes :

1) La somme des tensions dans le sens de parcours de la maille est égale à la somme des tensions en sens inverse.

$$\sum \mathbf{u} \text{ (sens de parcours)} = \sum \mathbf{u} \text{ (sens inverse de parcours)}$$

2) La somme algébrique des tensions d'une maille est nulle.

Règle (arbitraire) d'attribution du signe : Le signe « + » est attribué à une tension dans le sens de parcours de la maille, et le signe (-) à une tension dans le sens inverse.

$$\sum \left(+\mathbf{u} \text{ (sens de parcours)} \quad \text{ou} \quad -\mathbf{u} \text{ (sens inverse de parcours)} \right) = 0$$

Question : Écrire la loi des mailles pour la maille M (Fig. 2.11).

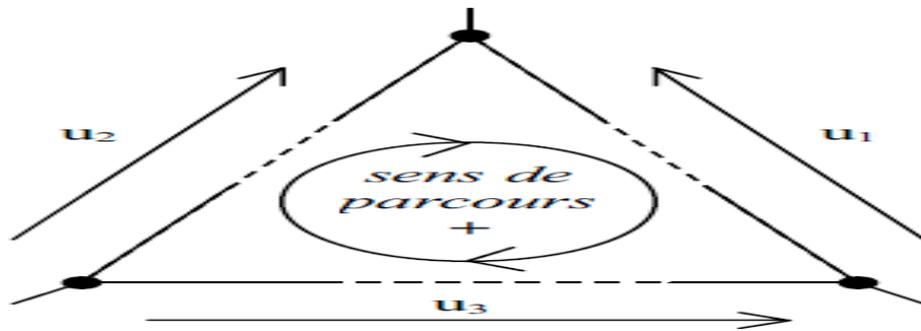


Fig. 2.11 Maille M

Méthode : On commence par orienter le sens de parcours de la maille.

Réponse :

$$u_2 = u_1 + u_3 \quad \text{ou bien} \quad u_2 + (-u_1) + (-u_3) = 0$$

Remarque : La loi des nœuds et la loi des mailles sont identiques dans leurs formes : somme de valeurs instantanées. En conséquence, dans le cas de signaux périodiques, ces lois s'appliquent aussi aux valeurs moyennes, MAIS PAS aux valeurs efficaces, NI aux valeurs maximales et minimales.

Exemple 2.2.9

Au nœud N (Fig. 2.10), on peut écrire : $I_1 \text{ Moy} + I_2 \text{ Moy} = I_3 \text{ Moy}$

Passivation d'une source

Méthode : D'une manière générale, rendre passive une source d'énergie « réelle », c'est la remplacer par sa résistance interne. Dans le cas des sources « idéales » définies au § 2.1.3, rendre passive une source de tension c'est la remplacer par un court-circuit, et rendre passive une source de courant c'est la remplacer par un circuit ouvert.

Théorème de superposition

Ce théorème résulte directement de la linéarité des dipôles actifs et passifs. Il est ici appliqué à un courant puis à une tension.

1) Dans un circuit linéaire, l'intensité du courant dans une branche est la somme algébrique des intensités des courants dus à chaque source indépendante prise séparément, les autres sources indépendantes étant rendues passives.

2) Dans un circuit linéaire, la tension entre deux bornes est la somme algébrique des tensions entre ces deux bornes dues à chaque source indépendante prise séparément, les autres sources indépendantes étant rendues passives.

Remarque : Les sources commandées ne doivent pas être rendues passives.

Question : Soit le circuit électrique à deux sources (Fig. 2.12). Exprimer la tension u et le courant i .

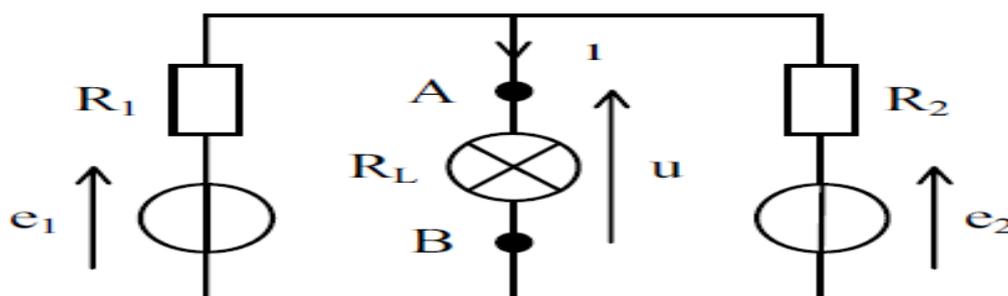


Fig. 2.12 Circuit à deux sources

Réponse :

1) Source 2 passivée (Fig. 2.13).

$$u_1 = \frac{R_2 R_L e_1}{R_2 R_L + R_1 (R_2 + R_L)} \quad \text{et} \quad i_1 = \frac{R_2 e_1}{R_2 R_L + R_1 (R_2 + R_L)}$$

2) Source 1 passivée (Fig. 2.13)

$$u_2 = \frac{R_1 R_L e_2}{R_1 R_L + R_2 (R_1 + R_L)} \quad \text{et} \quad i_2 = \frac{R_1 e_2}{R_1 R_L + R_2 (R_1 + R_L)}$$

3) D'où (Fig. 2.13)

$$u = u_1 + u_2 = \frac{R_L (R_2 e_1 + R_1 e_2)}{R_1 R_2 + R_L (R_1 + R_2)} \quad \text{et} \quad i = i_1 + i_2 = \frac{R_2 e_1 + R_1 e_2}{R_1 R_2 + R_L (R_1 + R_2)}$$

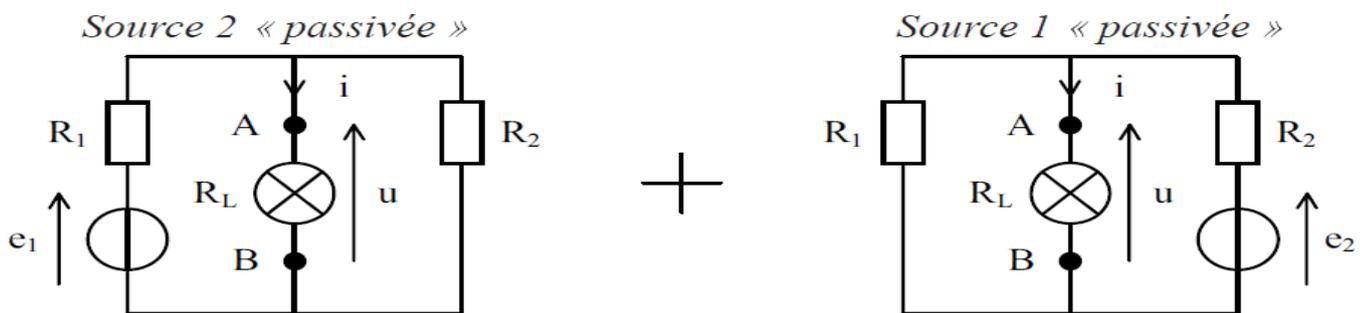


Fig. 2.13 Circuit à deux sources – Superposition des états

Théorèmes de Thevenin et de Norton

Tout dipôle actif linéaire AB, composé de résistances, de sources indépendantes et/ou commandées (voir § 2.1.3), peut être représenté (Fig. 2.14) par :

1) un schéma équivalent série (modèle de Thevenin) comprenant une source de tension e_0 et une résistance R_0 , ou

2) un schéma équivalent parallèle (modèle de Norton) comprenant une source de courant i_0 et une résistance R_0 ; où

→ e_0 est la tension à vide du dipôle AB, c'est à dire la tension qui serait présente en l'absence de charge entre les bornes A et B, soit $e_0 = u$ à $i = 0$,

→ i_0 est le courant de court-circuit du dipôle AB, c'est à dire le courant qui circulerait entre les bornes A et B en les court-circuitant, soit $i_0 = i$ à $u = 0$, et

→ Une résistance R_0 égale à la résistance équivalente vue des bornes A et B lorsque les sources non-commandées sont rendues passives.

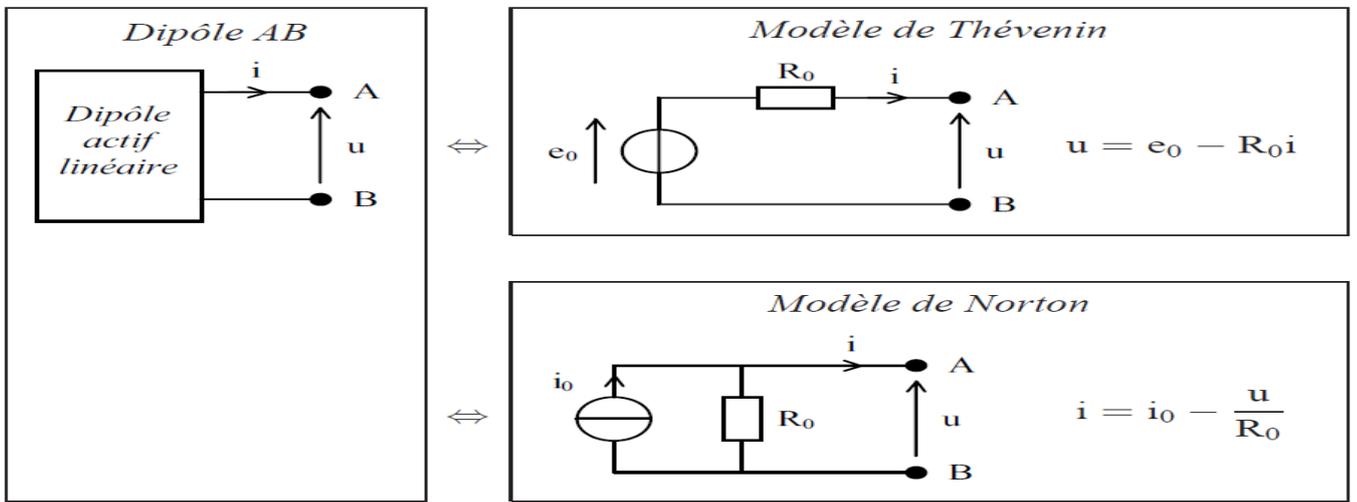


Fig. 2.14 Modèles de Thevenin et de Norton d'un dipôle

Méthode : Les modèles de Thevenin et de Norton sont équivalents : même tension u et même intensité i pour une charge donnée. Le passage de l'un à l'autre s'effectue par la relation : $e_0 = R_0 \cdot i_0$

Remarque : Pour la détermination de R_0 , seules les sources non-commandées (indépendantes) sont rendues passives, les sources commandées (liées) ne doivent pas être rendues passives.

Méthode : La première chose à faire est de bien délimiter le dipôle dont on cherche le modèle équivalent et de « déconnecter » la charge.

Question : Soit le circuit électrique à deux sources déjà étudié (voir Fig. 2.12).

Déterminer ses modèles de Thevenin et de Norton.

Réponse :

1) Expression de e_0 (Fig. 2.15) : C'est la tension à vide.

$$e_0 = u \text{ à } i = 0 \Rightarrow e_0 = \frac{R_2 e_1 + R_1 e_2}{R_1 + R_2}$$

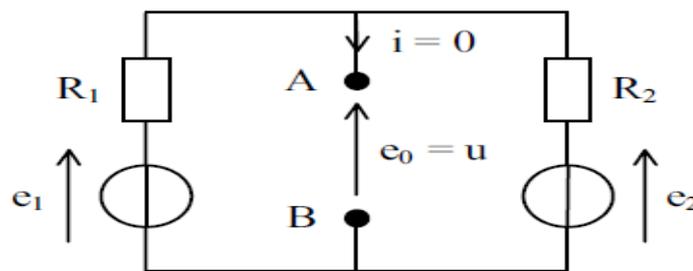


Fig. 2.15 Circuit à deux sources – Expression de e_0

2) Expression de i_0 (Fig. 2.16) : C'est le courant de court-circuit.

$$i_0 = i \text{ à } u = 0 \Rightarrow i_0 = \frac{e_1}{R_1} + \frac{e_2}{R_2}$$

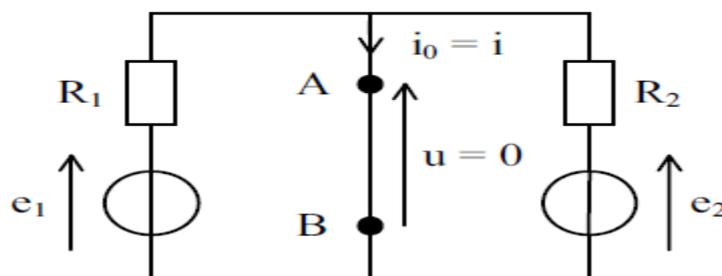


Fig. 2.16 Circuit à deux sources – Expression de i_0

3) Expression de R_0 (Fig. 2.17) : C'est la résistance vue entre A et B, les sources non-commandées étant rendues passives.

$$R_0 = \frac{u}{-i} = R_1 // R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

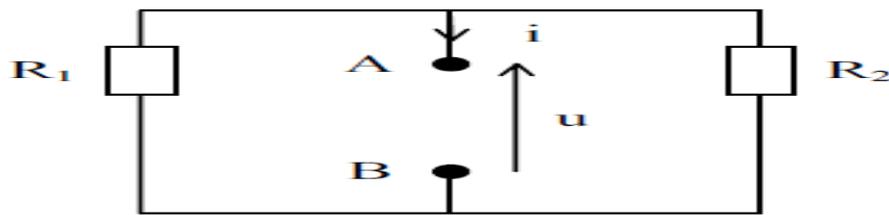


Fig. 2.17 Circuit à deux sources – Expression de R_0

4) Expression de u et de i : On établit le schéma équivalent de Thévenin ou de Norton (Fig. 2.18) et on ajoute la charge. Puis, à partir de l'un ou de l'autre des schémas, on en déduit :

$$u = \frac{R_L e_0}{R_0 + R_L} \quad \text{et} \quad i = \frac{R_0 i_0}{R_0 + R_L} \quad \text{avec} \quad e_0 = R_0 i_0$$

Et, finalement :

$$u = \frac{R_L (R_2 e_1 + R_1 e_2)}{R_1 R_2 + R_L (R_1 + R_2)} \quad \text{et} \quad i = \frac{u}{R_L} = \frac{R_2 e_1 + R_1 e_2}{R_1 R_2 + R_L (R_1 + R_2)}$$

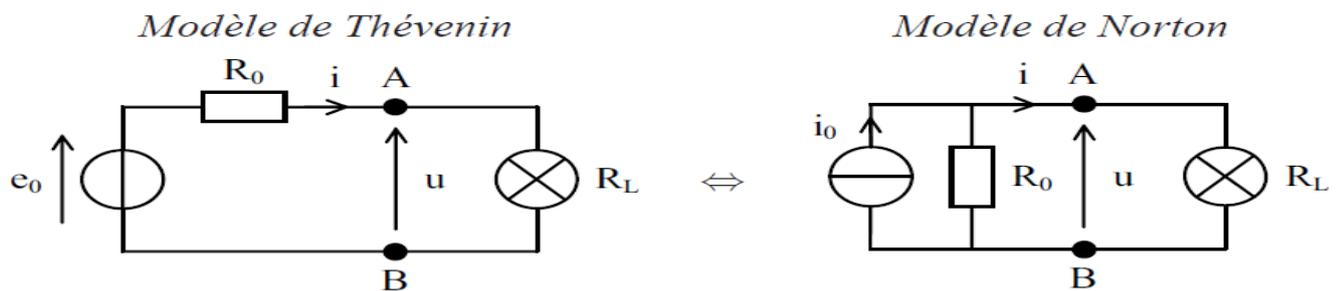


Fig. 2.18 Circuit à deux sources – Schémas équivalents avec la charge

Diviseur de tension – Diviseur de courant

Ces deux montages sont très utilisés (Fig. 2.22).

	Schéma	Relations
Diviseur de tension		$u_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} u_0$ $u_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u_0$
Diviseur de courant		$i_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i_0$ $i_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i_0$

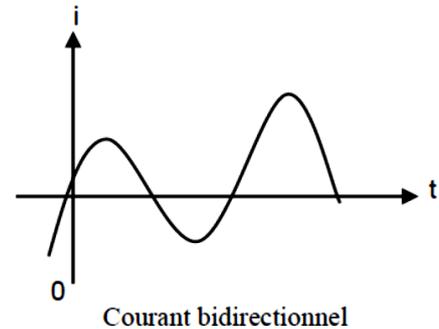
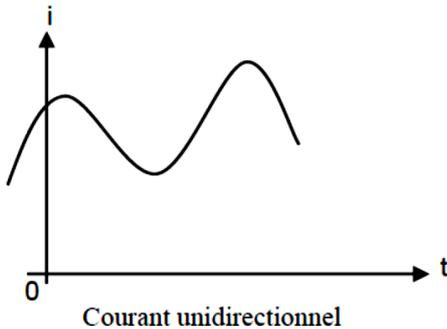
Fig. 2.22 Diviseur de tension – Diviseur de courant

Régime alternatif sinusoïdal

I. Différents formes de courants (et de tension)

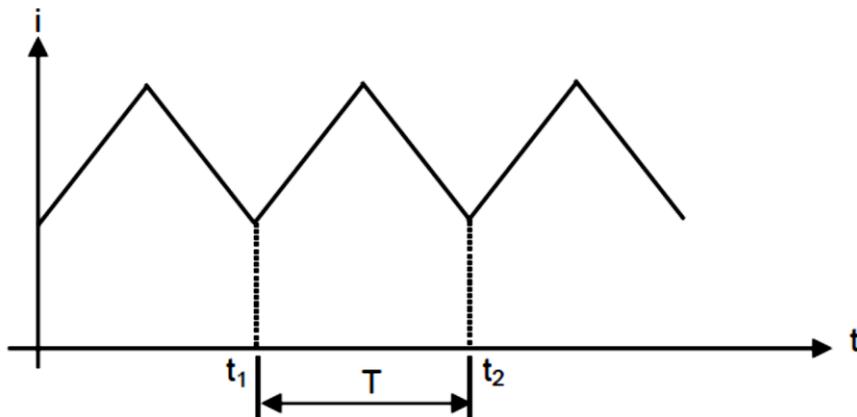
On peut distinguer plusieurs formes de courants (et de tensions):

- Les courants unidirectionnels ou bidirectionnels :



- Les courants périodiques ou non périodiques :

Un courant périodique reprend la même valeur à intervalles de temps égaux, ces intervalles de temps sont appelés périodes.



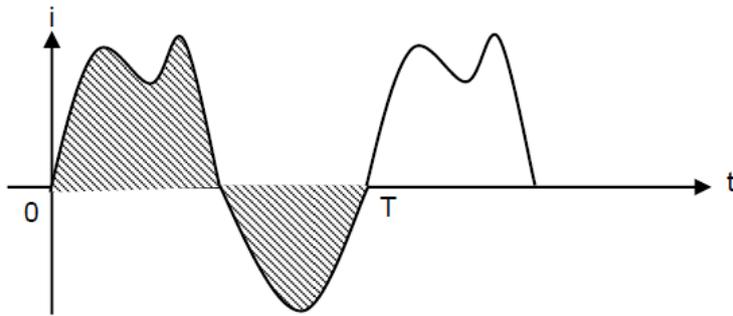
La période est une durée (un temps), elle s'exprime en seconde, son symbole est T .

La fréquence (f) d'un courant périodique est le nombre de fois que le courant se produit identiquement à lui-même en une seconde.

$$f = \frac{1}{T} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} T \text{ en seconde} \\ f \text{ en hertz} \end{cases}$$

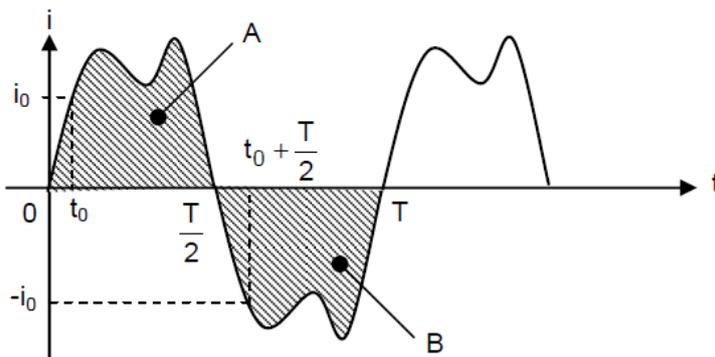
- Courant alternatif :

C'est un courant bidirectionnel et périodique dont la valeur moyenne est nulle.



- Courant alternatif symétrique :

C'est un courant alternatif comme précédemment mais en plus les deux alternances sont superposables.



II. Grandeur sinusoïdal :

II.1 définition :

C'est une grandeur alternative symétrique dont la forme est sinusoïdale, Cette grandeur est la plus importante, toute l'énergie électrique est produite sous cette forme.

Une grandeur sinusoïdale est définie par l'équation suivante :

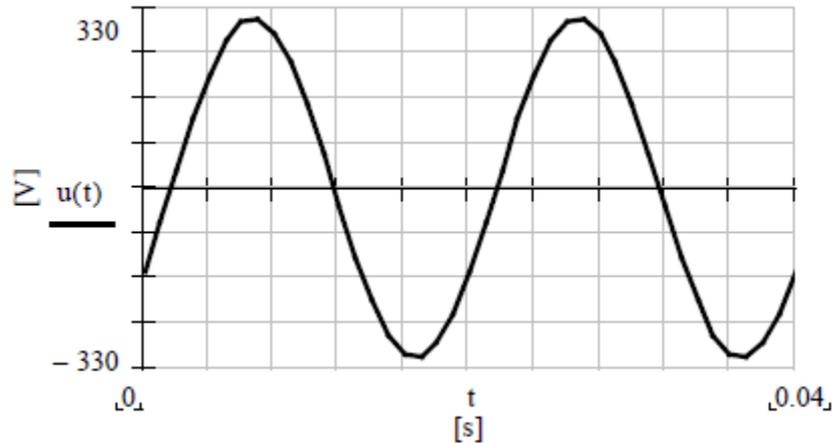
$$v(t) = V_m \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$$

- $v(t)$: valeur instantanée [volt]
- V_m : amplitude maximale [volt]
- $\omega \cdot t + \varphi$: phase instantanée [rad]
- ω : pulsation [rad/sec]
- φ : la phase [rad]
- t : le temps [sec]

La pulsation est calculée par la fréquence f ou la période T comme suit : $\omega = 2\pi \cdot f = 2\pi / T$

Exemple :

Donnez l'équation de la tension représentée par la courbe suivante :



II.2 Notion de déphasage :

Dans un circuit électrique alimenté par une tension alternative sinusoïdale de fréquence f , toutes les tensions aux bornes des différents dipôles ainsi que toutes les intensités qui circulent dans le circuit ont toutes la même fréquence f .

En retard :

En avance :

3 - Valeurs moyennes et efficaces du courant sinusoïdal

Soit : $i(t) = I_M \sin \omega t$

- Intensité moyenne :

$$I_{\text{moy}} = \frac{1}{T} \int_0^T i(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T I_M \sin \omega t dt = \frac{I_M}{T} \left[\frac{-\cos \omega t}{\omega} \right]_0^T = -\frac{I_M}{T\omega} [\cos \omega T - \cos 0] = -\frac{I_M}{2\pi} [1 - 1] = 0$$

- Intensité efficace :

La valeur efficace I_{eff} d'un courant sinusoïdal $i(t)$ représente un courant continu qui produit le même travail, dans la même résistance et durant le même intervalle de temps.

La valeur efficace d'un courant alternatif est définie comme la racine carrée de la moyenne du carré de l'intensité calculée sur une période.

$$I_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} i^2(t) dt = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} I_M^2 \sin^2 \omega t dt = \frac{2 \cdot I_M^2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} dt = \frac{2 \cdot I_M^2}{2 \cdot T} \left[t - \frac{\sin 2\omega t}{2\omega} \right]_0^{\frac{T}{2}}$$

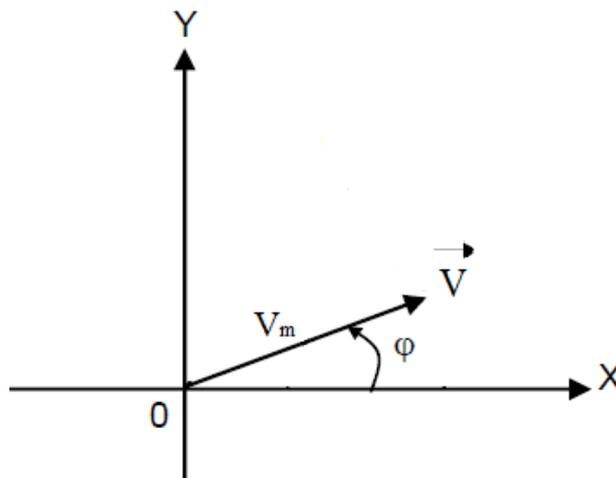
$$= -\frac{I_M^2}{T} \left[\left(\frac{T}{2} - \frac{1}{2\omega} \sin 2\omega \frac{T}{2} \right) - 0 \right] = I_M^2 \left[\frac{1}{2} \right] \Rightarrow I_{\text{eff}} = \frac{I_M}{\sqrt{2}}$$

4. Représentations vectorielles (Représentation de Fresnel)

Il est possible d'utiliser un diagramme vectoriel pour simplifier la représentation des valeurs sinusoïdales.

Soit le signal : $v(t) = V_m \cdot \sin(\omega t + \varphi)$

Ce signal peut être représenté par un vecteur \vec{V} de module V_m décalé par rapport à l'origine des phases par l'angle φ



Le vecteur \vec{V} tourne avec une vitesse ω constante dans le sens trigonométrique,

L'intérêt de la représentation de Fresnel c'est de séparer la partie temporelle (ωt) de la partie de phase (φ),

Exemple : Connaissant les expressions $u_1(t)$ et $u_2(t)$, trouver à l'aide de la représentation complexe et graphiquement celle de $u(t) = u_1(t) + u_2(t)$,

Avec : $U_1(t) = 8 \cdot \sin(\omega t)$ et $U_2(t) = 12 \cdot \sin(\omega t - \pi/2)$

5. Représentation complexe

Il est possible de représenter des grandeurs sinusoïdales par des nombres complexes.

Un signal $v(t) = V_m \cdot \sin(\omega t + \varphi)$, peut correspondre un nombre complexe \underline{V} de module V et d'argument φ , $V = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$ représente la valeur efficace de $v(t)$.

$$\underline{V} = \sqrt{2} \cdot V e^{i\varphi}$$

La notation complexe a permis de transformer une équation intégral-différentielle (6) en une équation algébrique linéaire

$$\bar{S}_1 = S_1 e^{j\varphi_1} = S_1 (\cos \varphi_1 + j \sin \varphi_1)$$

$$\bar{S}_2 = S_2 e^{j\varphi_2} = S_2 (\cos \varphi_2 + j \sin \varphi_2)$$

$$\bar{S} = \bar{S}_1 + \bar{S}_2 = S e^{j\varphi} = S (\cos \varphi + j \sin \varphi) = (S_1 \cos \varphi_1 + S_2 \cos \varphi_2) + j(S_1 \sin \varphi_1 + S_2 \sin \varphi_2)$$

• Module : $S^2 = (S_1 \cos \varphi_1 + S_2 \cos \varphi_2)^2 + (S_1 \sin \varphi_1 + S_2 \sin \varphi_2)^2 \Rightarrow S = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + 2 S_1 S_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$

• Phase : $\operatorname{tg} \varphi = \frac{S_1 \sin \varphi_1 + S_2 \sin \varphi_2}{S_1 \cos \varphi_1 + S_2 \cos \varphi_2} \Rightarrow \varphi = \operatorname{arctg} \left[\frac{S_1 \sin \varphi_1 + S_2 \sin \varphi_2}{S_1 \cos \varphi_1 + S_2 \cos \varphi_2} \right]$

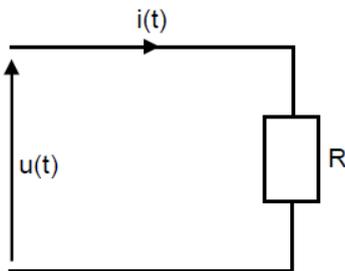
6. Loi d'ohm en alternatif

6.1. Définition de l'impédance Z

L'impédance Z est le rapport de la tension appliquée au circuit par le courant qu'elle produit : $\underline{Z} = \underline{U} / \underline{I}$

6.2. Circuit purement résistif :

6.2 - Circuit purement résistif

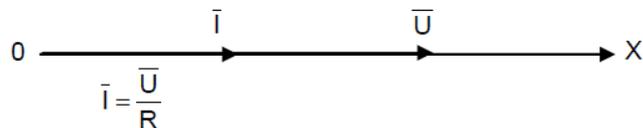


$$u(t) = U \sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow i(t) = I \sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi_1)$$

D'après la loi d'ohm : $u(t) = r i(t) \Rightarrow i(t) = \frac{U \sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi_0)}{R}$

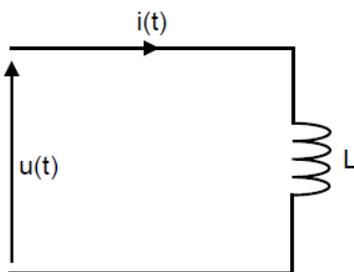
On déduit que le courant et la tension sont phase

$$\Delta \varphi = 0 \text{ car } \varphi_1 = \varphi_2 \text{ et que } Z = R, \text{ Donc : } \bar{U}_R = R \cdot \bar{I}$$



6.3 - Circuit purement inductif

Considérons une bobine d'inductance L et de résistance nulle,



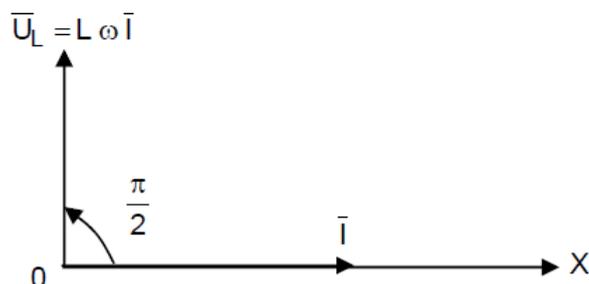
$$u(t) = U \sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$i(t) = I \sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi_1)$$

On a : $u(t) = L \frac{di}{dt} = L \omega I \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_1) = L \omega I \sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi_1 + \frac{\pi}{2})$

$$\bar{Z} = \frac{\bar{U}}{\bar{I}} = \frac{L \omega I \sqrt{2} e^{j(\varphi_1 + \frac{\pi}{2})}}{I \sqrt{2} e^{j\varphi_1}} = L \omega e^{j\frac{\pi}{2}} = L \omega (\cos \frac{\pi}{2} + j \sin \frac{\pi}{2}) = jL \omega$$

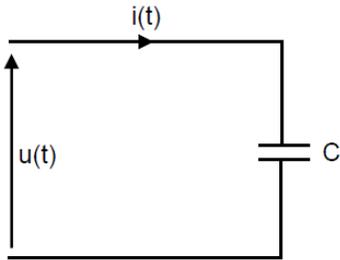
On déduit que la tension est en quadrature avant avec le courant ($\Delta \varphi = \frac{\pi}{2}$). Donc : $\bar{U}_L = jL \omega \bar{I}$



Remarque :

- Une bobine idéale traversée par un courant continu ($i(t) = \text{cte}$), elle se comporte comme un court-circuit ($Z = 0$ car $(\omega = 0)$),
- X_L s'appelle réactance inductive avec : $X_L = L\omega$ en Ω

6.4 - Circuit purement capacitif



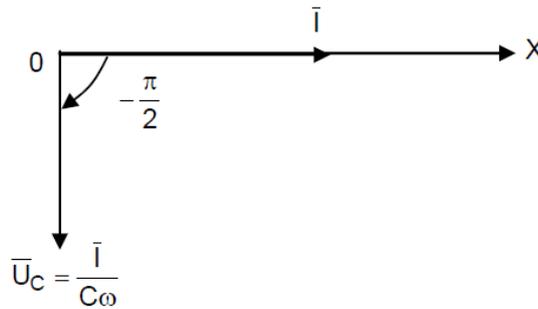
$$u(t) = U\sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$i(t) = I\sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi_1)$$

$$\text{On a : } i(t) = C \frac{du}{dt} = C\omega U\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_0) = C\omega U\sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2})$$

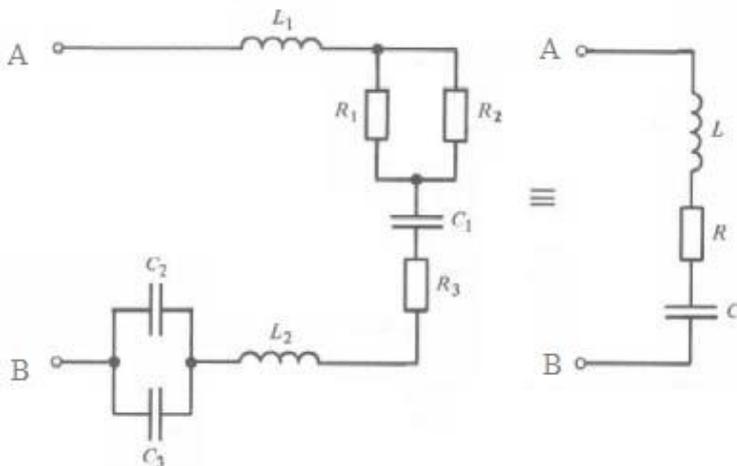
$$\bar{Z} = \frac{\bar{U}}{\bar{I}} = \frac{U\sqrt{2} e^{j\varphi_0}}{C\omega U\sqrt{2} e^{j(\varphi_0 + \frac{\pi}{2})}} = \frac{1}{jC\omega} = \frac{-j}{C\omega} = \frac{1}{C\omega} e^{-\frac{\pi}{2}}$$

On déduit que la tension est en quadrature arrière avec le courant ($\Delta\varphi = -\frac{\pi}{2}$). Donc : $\bar{U}_C = \frac{\bar{I}}{jC\omega}$



Exercice:

On considère le schéma représenté à la figure ci-dessous.



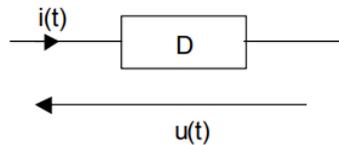
Trouver les éléments R, L, C du schéma équivalent.

7. La Puissance :

En régime alternatif sinusoïdal on peut distinguer plusieurs puissances :

7.1 La puissance instantanée :

Soit un dipôle suivant :



La tension aux bornes de ce dipôle est : $u(t) = U_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_u) = \sqrt{2} \cdot U \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_u)$

Et le courant circulant ce dipôle est : $i(t) = I_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_i) = \sqrt{2} \cdot I \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_i)$

La puissance instantanée reçue par le dipôle est :

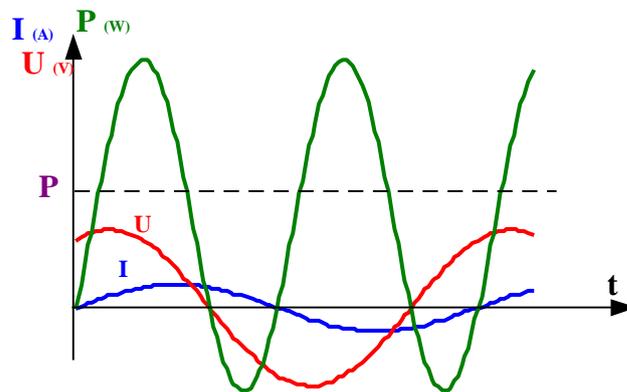
$$p(t) = u(t) \cdot i(t)$$

On a alors un signal sinusoïdal :

$$p(t) = 2 \cdot U \cdot I \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_u) \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_i)$$

On peut alors écrire :

$$p(t) = U \cdot I \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t + \varphi_u + \varphi_i) + U \cdot I \cdot \cos(\varphi_u - \varphi_i)$$



7.2 La puissance active désigne la puissance consommée par la charge. Elle est mesurée en watt (W) et son expression en courant sinusoïdal est donnée par l'équation suivante :

$$P = U \cdot I \cdot \cos(\varphi_u - \varphi_i)$$

7.3 La puissance réactive est liée à l'énergie emmagasinée puis restituée au réseau au cours d'une période. C'est une énergie qui n'est pas consommée par la charge, elle est définie par :

$$Q = U.I.\sin(\varphi_u - \varphi_i)$$

7.4 La puissance apparente est, par définition, égale au produit des valeurs efficaces de la tension et le courant.

$$S = U.I$$

S est mesurée en " volt-ampère " (VA)

7.5 Le facteur de puissance est définie comme $\cos(\varphi)$ avec $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$

Chapitre.2.Le circuit magnétique

$$\vec{U}_{AB} = \sqrt{2} \cdot 380 \cdot \cos(\omega t)$$

$$\vec{U}_{BC} = \sqrt{2} \cdot 380 \cdot \cos(\omega t + \frac{\pi}{3})$$

$$\vec{U}_{CA} = \sqrt{2} \cdot 380 \cdot \cos(\omega t - \frac{\pi}{3})$$

I - Matériaux et circuits magnétiques

I-1 - classification des matériaux de point de vue magnétique :

toutes les matériaux (milieux) ont des propriétés magnétiques mis en présence d'un champ magnétique \vec{H} , ils sont le siège d'une induction \vec{B}

Remarque : _____

\vec{B} , \vec{H} sont parallèles dans le vide.

- on sait que d'après le cours de physique que "le vide" a une perméabilité magnétique non nulle [$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$.] et on a écrit dans ce

cours sa loi constitutive sous forme $\vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{H}$

pour les autres milieux de l'espace, on suppose qu'on pourrait aussi écrire leur loi constitutive sous une forme similaire $\vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$ en introduisant leur perméabilité magnétique μ .

En fait compte tenu que les vecteurs \vec{B} et \vec{H} ne

sont pas toujours parallèles, il est plus précise de caractériser un milieu de point de vue magnétique par son "vecteur d'aimantation \vec{J} " réglé au champ \vec{H} par la relation $\vec{J} = \chi \cdot \vec{H}$

χ = "Kapp : susceptibilité magnétique du milieu"

. Leur les matériaux magnétiques dits "parfaits"

en considérant alors qu'un milieu se "superpose" au vide, on écrit sa loi constitutive sous la

$$\text{forme : } \vec{B} = \mu_0 \cdot (\vec{H} + \vec{J})$$

$$= \mu_0 (1 + \chi) \cdot \vec{H}$$

soit en posant $\mu = \mu_0 \cdot (1 + \chi) \Rightarrow \vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$

on voit que "la perméabilité relative d'un matériau"

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = 1 + \chi$$

en fonction de leur (χ = susceptibilité magnétique)

en distingue :

1) les matériaux dits : "paramagnétique" caractérisé par une χ constante positivement, et très faibles et positive [le même sens que le champ extérieur] (3)

Exp:

- L'air ($\chi = +3,5 \cdot 10^{-5}$).

- oxygène O_2 ($\chi = +2 \cdot 10^{-5}$).

- Al - le platine (pt).

b) Les matériaux dits "diamagnétiques"

qu'ils ont une χ négative pratiquement constante et très faible. [sens inverse de champ extérieur]

Exp:

- L'eau ($\chi = -9 \cdot 10^{-6}$)

- le Bismuth Bi, ($\chi = -1,5 \times 10^{-4}$).

- le Cuivre Cu.

c) Les matériaux dits "ferromagnétiques"

qu'ils ont une χ extrêmement grande et variable,

ces matériaux sont assez rares mais très importants en électrotechnique, ce sont :

- le fer Fe et la magnétite (Fe_3O_4)

- le cobalt Co.

- le nickel Ni.

- certains de leurs alliages (aciers feronickel, ferrites).

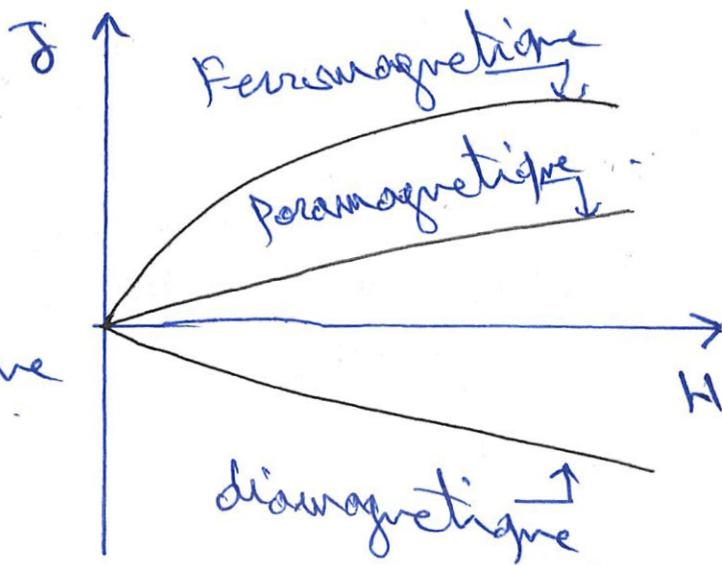
- la courbe ci-contre représente la courbe d'aimantation ($\vec{J} = \chi \cdot \vec{H}$).

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{J} + \vec{H})$$

$$= \mu_0 (1 + \chi) \cdot \vec{H}$$

μ : perméabilité magnétique absolue.

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$$



- pour les électrotechniciens la classification donne deux groupes :

- les matériaux amagnétiques (qui non ferromagnétique) qui ne s'aimantent pas et qui ont une

$$1 + \chi \approx 1$$

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} =$$

les matériaux ferromagnétiques (qui s'aimantent d'une façon importante).

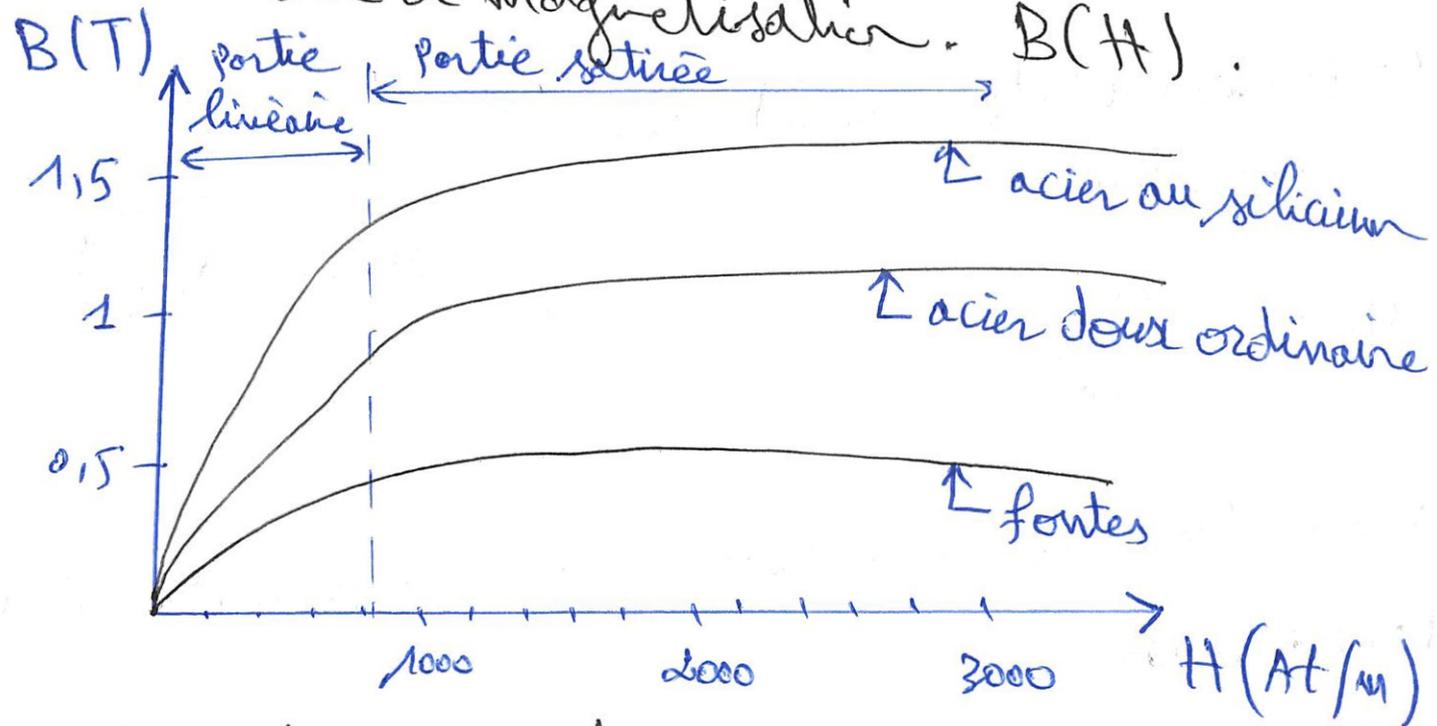
$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = 1 + \chi = \chi$$

μ_r - des matériaux ferromagnétiques atteignent couramment des valeurs de l'ordre de 5000

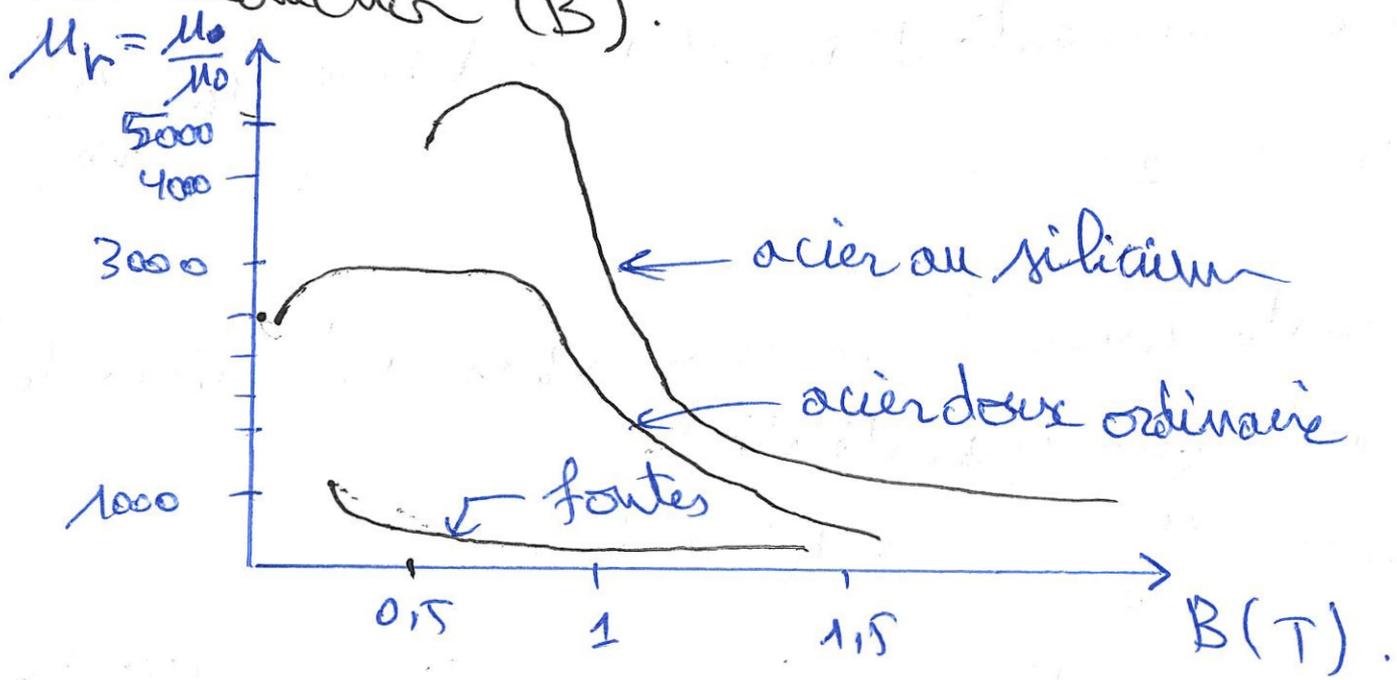
I-2 - Données numériques.

Les propriétés d'un matériau ferromagnétique sont généralement représentées par sa "courbe de magnétisation", $B(H)$, (ou $\phi(Mi)$)

Exp : Courbe de magnétisation. $B(H)$.



• Perméabilité magnétique relative en fonction de l'induction (B).



- Par exemple l'acier doux, $\mu_{r_{max}} = 2200$, $B = 0,13T$

$$H \approx \frac{B}{\mu_0 \mu_r} = 110 A/m.$$

- pour l'acier au silicium :

$$\mu_{r_{max}} = 5200, B = 0,4T, H \approx 60 A/m.$$

- Rq :

certain matériaux ont des perméabilités relatives maximales extrêmement élevées, par exemple :

- Fer électrolytique - $\mu_{r_{max}} = 15000$

- Ferronickels = $\mu_{r_{max}} = 80000$.

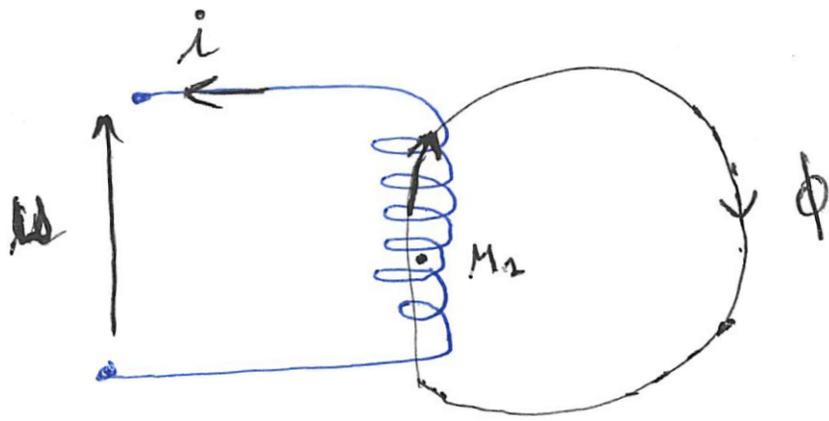
E-3) L'importance des matériaux ferromagnétiques en électrotechnique.

Proviens du fait qu'ils sont capables de, grâce à leur perméabilité μ , très élevée : de canaliser et de capter en leur sein (à l'intérieur) le flux magnétique de toute induction due à des courants situés dans leur voisinage et en particulier en rôles autour d'eux.

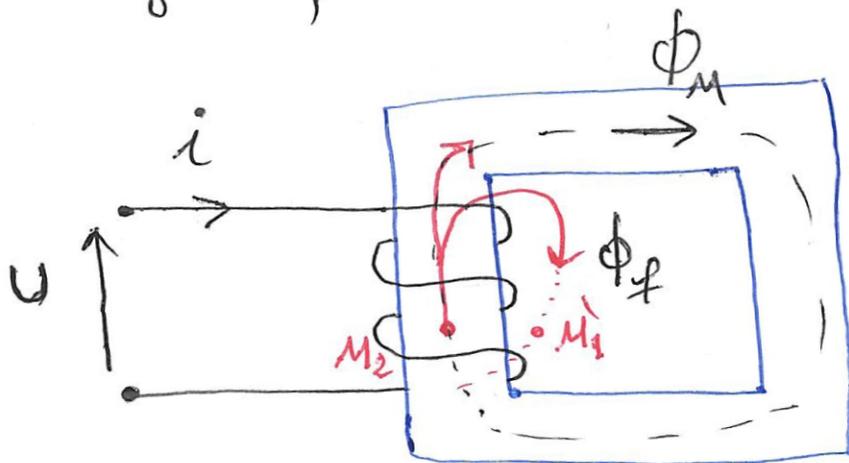
* Deux situations possibles :

1) circuit électrique bobiné dans l'air

(7)



b) circuit électrique bobiné autour d'un noyau de Fer Ferromagnétique.



- Dans les deux cas le champs H aux point M_1 et M_2 sont du même ordre ($H \cdot l = n \cdot I$) de grandeur.

- Mais considérons l'induction =

• En un point tels que M_2 ou M_1' dans l'air elle vaut = $B = \mu_0 \cdot H$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$

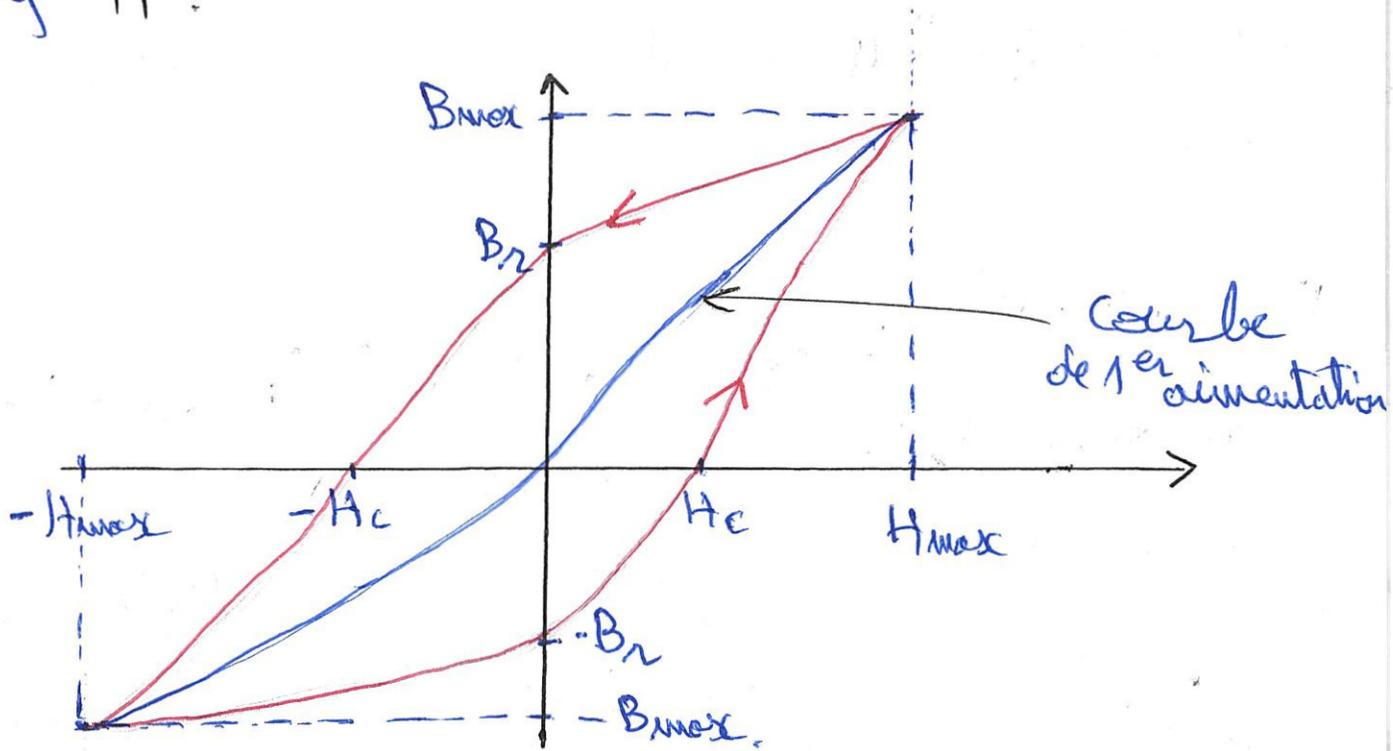
• En un point M_2 à l'intérieur du noyau elle vaut:

$$B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H$$

c.à.d, qu'elle est μ_r fois plus grande compte tenu que μ_r atteint facilement des valeurs de 1000

I-6) phénomène d'hystérésis :

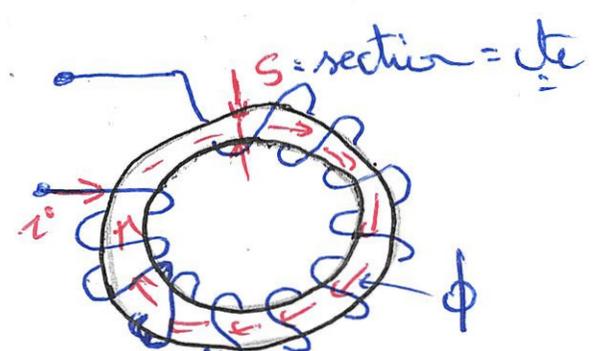
Lorsqu'on soumet un matériau ferromagnétique à un champ alternatif (variant entre deux valeurs opposées, avec une certaine fréquence) il se produit un "phénomène dit hystérésis" qui se manifeste sous forme d'un retard de variation de B (induction) par rapport aux variations du champ H .



B_r = induction résiduelle

H_c = Force (champ magnétique) coercitive

I-7) Formule de Boucherot :



* la force électromotrice induite (F.é.m) pour un flux sinusoïdal:

$$\text{Soit } \phi(t) = \phi_{\text{max}} \cdot \sin(\omega t)$$

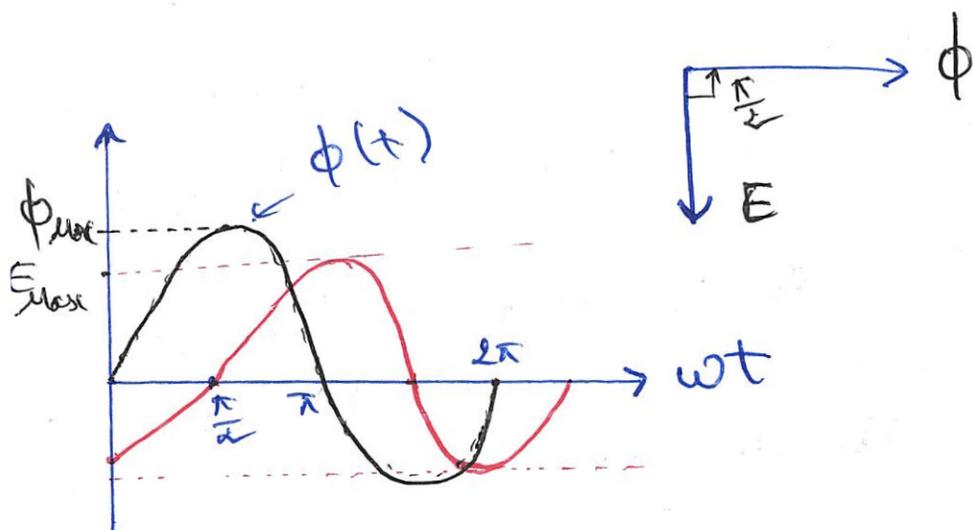
aux bornes d'une spire $e_1 = \frac{-d\phi}{dt}$ (loi de Lenz)
pour l'ensemble de la bobine:

$$e = N \cdot e_1 = -N \cdot \frac{d\phi}{dt}$$

$$e = -N \cdot \frac{d\phi}{dt} = -N \phi_{\text{max}} \cdot \omega \cdot \cos(\omega t)$$

$$e = N \cdot \phi_{\text{max}} \cdot \omega \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \left[\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = \cos(\alpha) \right]$$

- Représentation vectorielle:



- l'inductance $B = ?$

$$B = \frac{\phi}{S} = \frac{\phi_{\text{max}} \cdot \cos(\omega t)}{S}$$

$$B = B_{\text{max}} \cdot \cos(\omega t)$$

- valeur efficace de la f. é. m. induite :

$$E = \frac{E_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{N \cdot \Phi_{\max} \cdot \omega}{\sqrt{2}} = \frac{N \cdot 2\pi \cdot f \cdot \Phi_{\max}}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow E = 4,44 \cdot N \cdot f \cdot \Phi_{\max}$$

$$\left[\begin{array}{l} f = [\text{Hz}] \\ \Phi = [\text{wb}] \end{array} \right]$$

$$E = 4,44 \cdot N \cdot f \cdot S \cdot B_{\max}$$

$$\left[\begin{array}{l} S = [\text{m}^2] \\ B = [\text{T}] \\ f = [\text{Hz}] \end{array} \right]$$

I-8) les pertes dans le fer (P_{fer}).

Les pertes dans le fer d'un circuit magnétique à courant alternatif sont de deux types =

I-8-1 -) pertes par hystérésis (P_H):

lorsqu'un matériau magnétique est soumis à une induction variable, il décrit des cycles d'hystérésis.

Les pertes qui en résultent sont proportionnelles à l'aire du cycle ou nombre de cycle d'écrans et au volume du matériau, dans le cas où le phénomène est périodique les pertes peuvent être calculer par la formule de "Steinmetz"

$$P_H = k_1 \cdot V \cdot f \cdot B_{\max}^n$$

$V = [m^3]$: volume de matériau

$f = [Hz]$: fréquence.

$B_{max} = [T]$.

$P_H = [watt]$.

k_2 = le coefficient est déterminé expérimentalement sur un échantillon

$n = 2$: pour les tôles.

$n = 1,6$: pour un matériau massif.

I.8.2) pertes par courant de Foucault : (P_F):

Les courants de Foucault sont les courants induits dans les masses métalliques qui subissent l'action d'un champ variable. Pour une induction ~~variable~~ périodique la perte créée peut être traduite par la formule suivante :

$$P_F = k_2 \cdot V \cdot f^2 \cdot B_{max}^2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{pour le matériau} \\ \text{massif} \end{array} \right]$$

$$P_F = k_2 \cdot V \cdot f^2 \cdot e^2 \cdot B_{max}^2 \left[\begin{array}{l} \text{pour les matériaux} \\ \text{feuilletés (tôles)} \end{array} \right]$$

[e = épaisseur des tôles [m]]

Chapitre .03.Le transformateur

CH. II. Le Transformateur de puissance

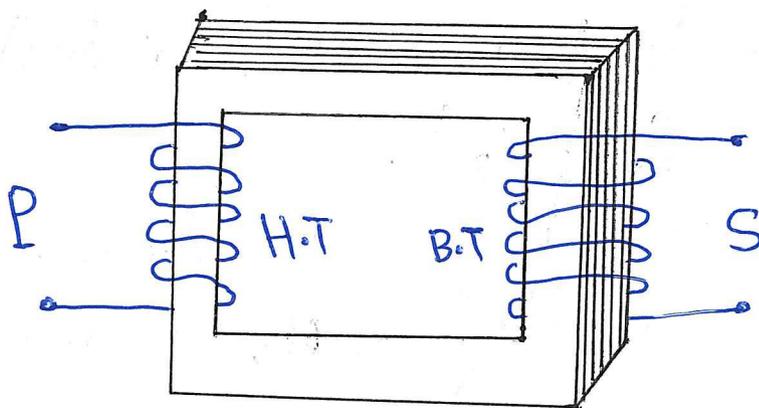
I-1) principe du transformateur :

Le transformateur est une machine électrique statique à courant alternatif qui permet d'obtenir à partir d'une tension et d'un courant alternatifs une autre tension et un autre courant alternatif de même fréquence, mieux adaptés au transport et à la distribution de l'énergie électrique.

Le transformateur de puissance comporte essentiellement deux enroulements =

- * le primaire (inducteur)
- * le secondaire (induit)

qui sont bobinés sur le même circuit magétique fermé, constituée par des toles feuilletées.

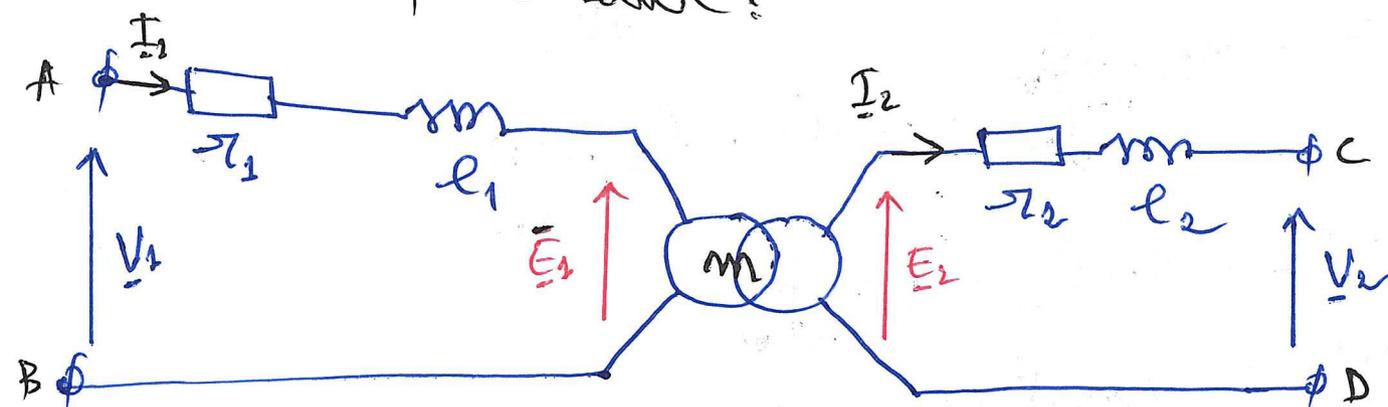


les f.é.m e_1 et e_2 s'appellent f.é.m de transformateur, leur rapport $\left(\frac{e_2}{e_1} = \frac{N_2 \cdot \frac{d\phi_m}{dt}}{N_1 \cdot \frac{d\phi_m}{dt}} \right)$ est égal au rapport des nombres de spires des deux enroulement du transformateur.

$$m = \frac{N_2}{N_1}$$

I-3) transformateur parfait :

Schemas équivalent :



$$\underline{V}_1 = \underline{E}_1' \quad \frac{\underline{E}_2}{\underline{E}_1} = m$$

$$\underline{V}_2 = \underline{E}_2' \quad \frac{\underline{E}_2}{\underline{E}_1} = m$$

$$\underline{E}_1 = j\omega N_1 \cdot \underline{\phi}_m$$

$$\underline{E}_2 = -j\omega \cdot N_2 \cdot \underline{\phi}_m$$

$$\begin{cases} \underline{V}_1 = r_1 \cdot \underline{I}_1 + j\omega l_1 \cdot \underline{I}_1 + jN_1 \cdot \omega \underline{\phi}_m \\ \underline{V}_2 = r_2 \cdot \underline{I}_2 + j\omega l_2 \cdot \underline{I}_2 + jN_2 \cdot \omega \underline{\phi}_m \\ N_1 \cdot \underline{I}_1 + N_2 \cdot \underline{I}_2 = R_c \cdot \underline{\phi}_m \end{cases}$$

(6)

$\underline{Z}_1 = r_1 + j l_1 \cdot \omega = \text{impédance de fuites primaires}$

$\underline{Z}_2 = r_2 + j l_2 \cdot \omega = \text{impédance de fuites secondaires}$

- En pratique l'impédance de fuites est très faible de sorte que $\underline{E}_1' \approx \underline{V}_1 \approx M_2 \omega \cdot \underline{\phi}_m$

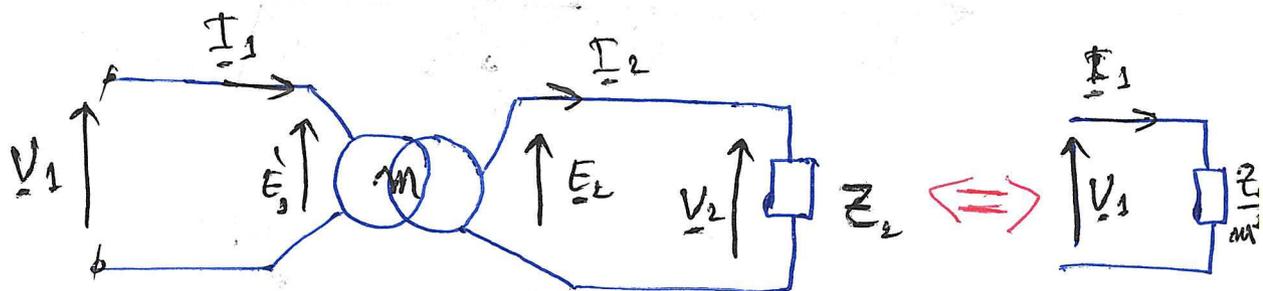
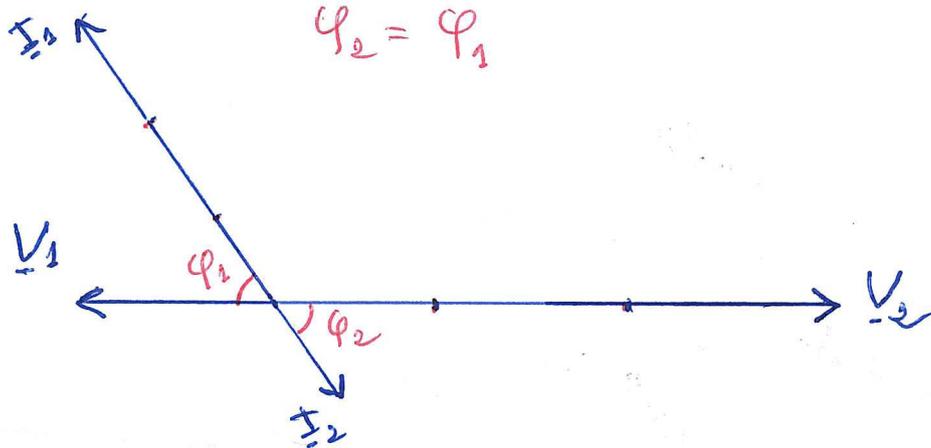
$$\Rightarrow \underline{\phi}_m \approx \frac{\underline{V}_1}{M_1 \cdot \omega}$$

$$\frac{\underline{V}_2}{\underline{V}_1} = \frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2} = \frac{M_2}{M_1} = m.$$

Diagramme Vectorielle d'un transformateur parfait

$$m = 3$$

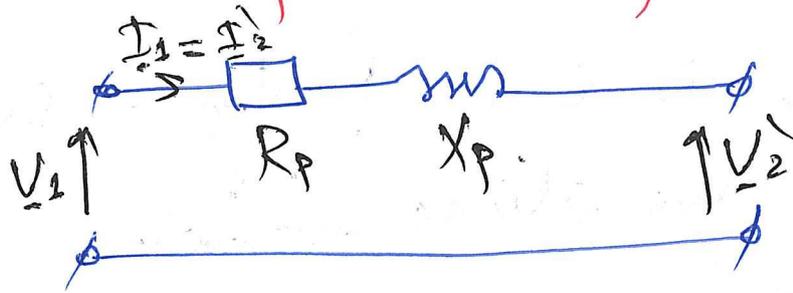
$$\varphi_2 = \varphi_1$$



$$\underline{I}_1 = -m \cdot \underline{I}_2 = -m \cdot \frac{\underline{V}_2}{\underline{Z}_2}$$

$$\underline{V}_1 = \underline{E}_1' = -\frac{\underline{V}_2}{m} = -\frac{\underline{I}_2 \cdot \underline{Z}_2}{m} \quad (7) \quad = \frac{\underline{Z}_2}{m} \left(-\frac{\underline{I}_1}{m} \right) = \frac{\underline{Z}_2}{m^2} \cdot \underline{I}_1$$

Schéma équivalent final :



- circuit électrique équivalent simplifié ramené au primaire.

$$R_p = r_1 + r_2' = r_1 + \frac{r_2}{M^2}$$

$$X_p = x_1 + x_2' = l_1 \cdot \omega + \frac{l_2 \cdot \omega}{M^2}$$

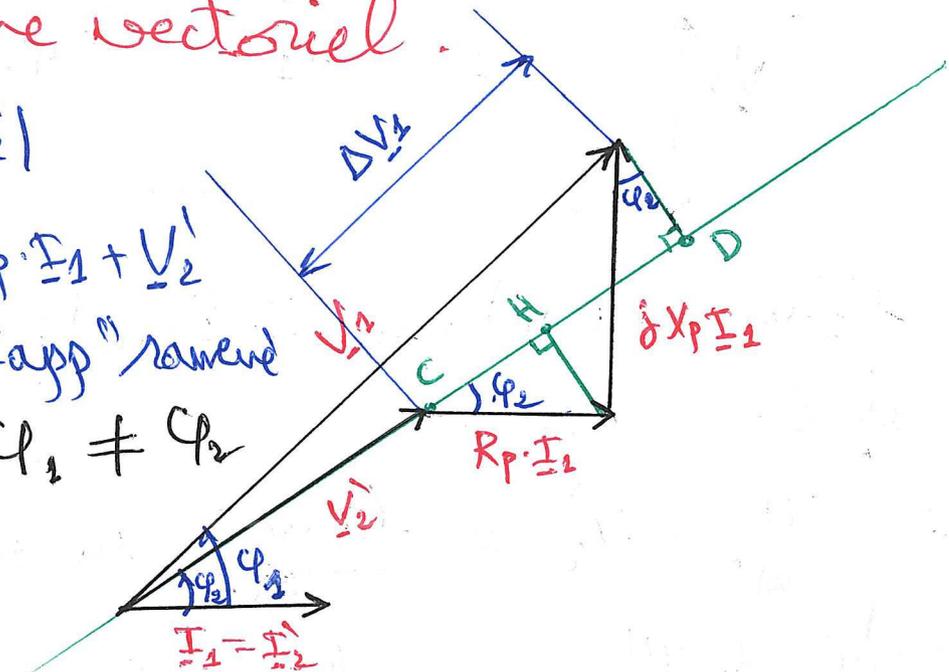
R_p et X_p sont la résistance et la réactance équivalentes raménées au primaire.

- Diagramme vectoriel.

$$\Delta V_1 = |V_1| - |V_2'|$$

$$V_1 = R_p \cdot I_1 + j X_p \cdot I_1 + V_2'$$

Diagramme de Kapp "ramené au primaire" $\varphi_1 \neq \varphi_2$



I-6-2) chute de tension de résistance et chute de tension de réactance.

* chute de tension de résistance :

$$V_{R_1} = R_p \cdot I_1$$

en partie à magnétiser le circuit

$$(E_2 \cdot I_{10} \cos \delta \neq E_1 \cdot I_{10})$$

- le terme $E_2 \cdot I_{10}$ est encore appelé puissance magnétisante et le courant I_{10} : courant magnétisant

$$r_1 \cdot I_1^2 + r_2 \cdot I_2^2 = \text{pertes Joule (variable)}$$

$$E_2 \cdot I_{10} \cos \delta = \text{pertes fer (constante)}$$

- Rendement des transformateurs.

$$\eta_{\text{industrielle}} = \eta_i = \frac{P_2}{P_2 + \sum \Delta P} = \frac{P_2 - \sum \Delta P}{P_1}$$

$$\eta_i = \frac{P_2}{P_2 + \sum \Delta P} = \frac{V_2 \cdot I_2 \cos \phi_2}{V_2 \cdot I_2 \cos \phi_2 + r_1 \cdot I_1^2 + r_2 \cdot I_2^2 + \Delta P_{\text{fer}}}$$

en tenant compte que pratiquement

$$I_1^2 \neq m^2 \cdot I_2^2, \text{ on a } =$$

$$\eta = \frac{V_2 \cdot \cos \phi_2}{V_2 \cdot \cos \phi_2 + (m^2 r_1 + r_2) I_2 + \frac{\Delta P_{\text{fer}}}{I_2}}$$

Rq1

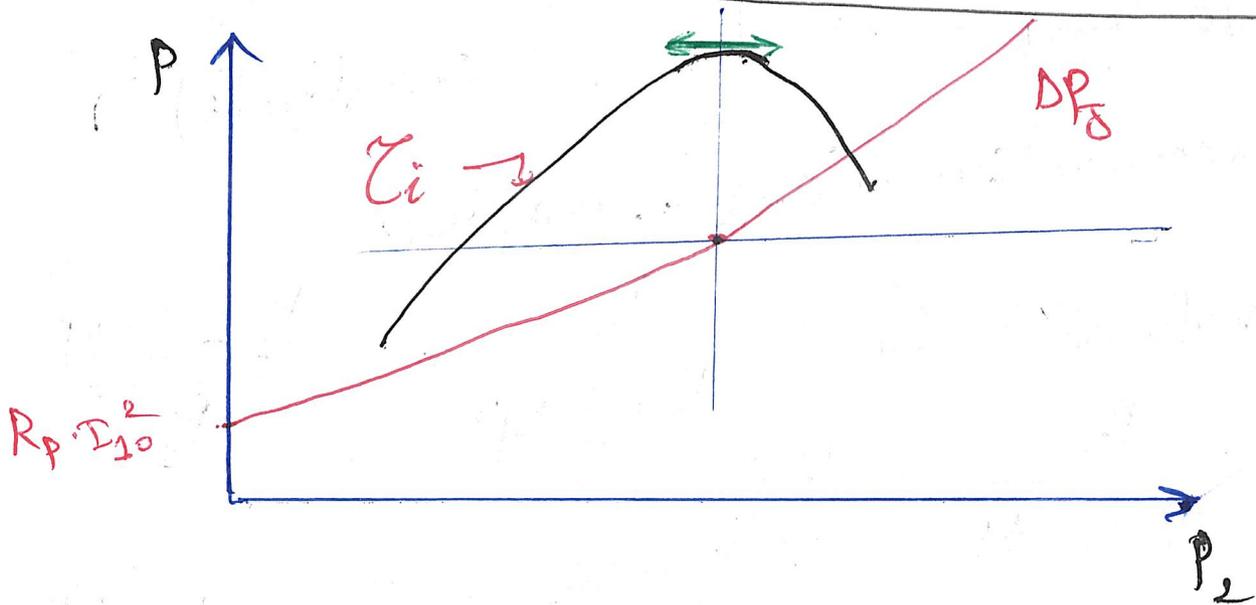
La somme des deux termes $(m^2 r_1 + r_2) I_2$ et $\frac{\Delta P_{\text{fer}}}{I_2}$ dont le produit est constant est minimum $\overline{I_2}$ lorsque ces deux termes sont égaux (Théorème)

Rq2

Le rendement maximum correspond à l'égalité des pertes dans le fer et dans le cuivre.

$$(M^2 R_1 + r_2) \cdot I_2 = R_s \cdot I_2 = \Delta P_{\text{fer}}$$

$$\Leftrightarrow R_s \cdot I_2^2 = \Delta P_{\text{fer}} \Rightarrow \zeta \rightarrow \text{est maximal.}$$



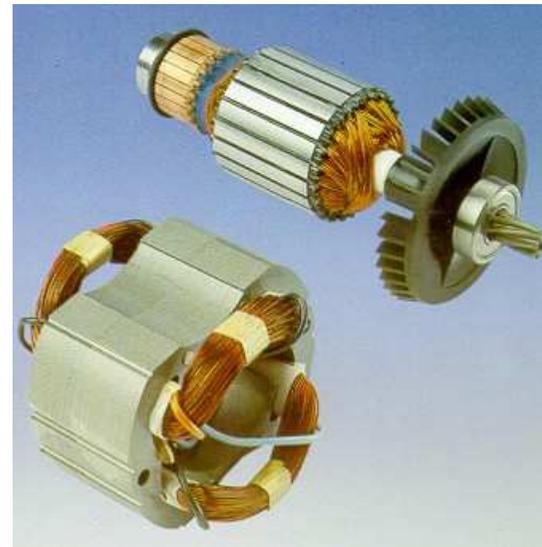
Chapitre IV

Machine à courant continu

1- Constitution

La machine à courant continu est constituée de trois parties principales :

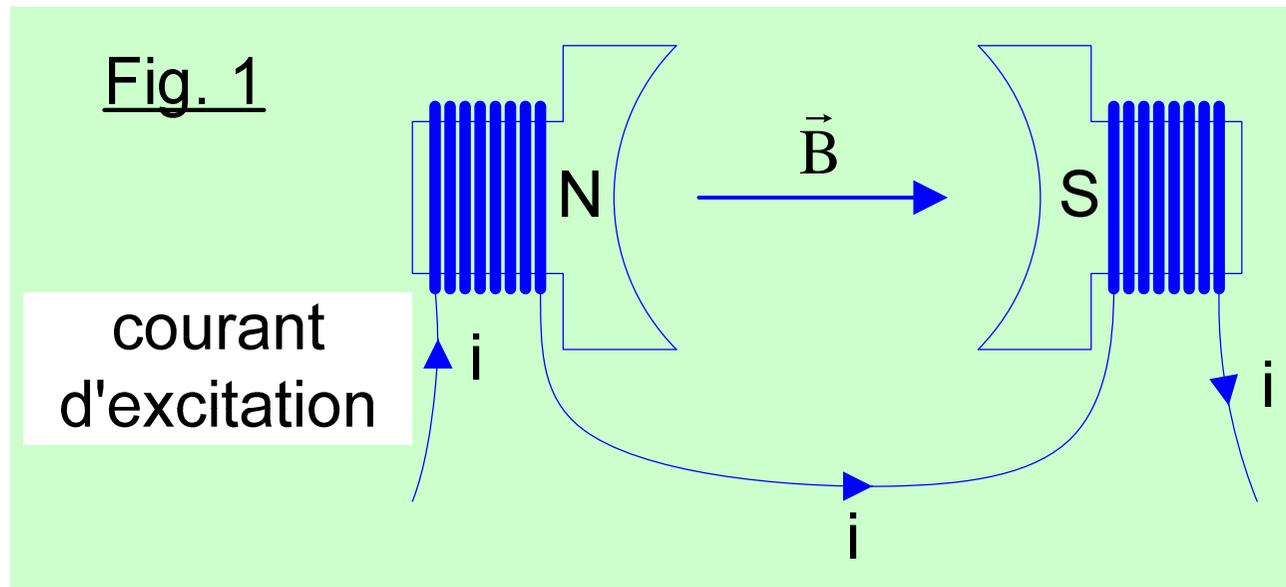
- l'inducteur
- l'induit
- le dispositif collecteur / balais



1-1- L'inducteur (ou circuit d'excitation)

C'est un aimant ou un électroaimant (bobinage parcouru par un courant continu i).

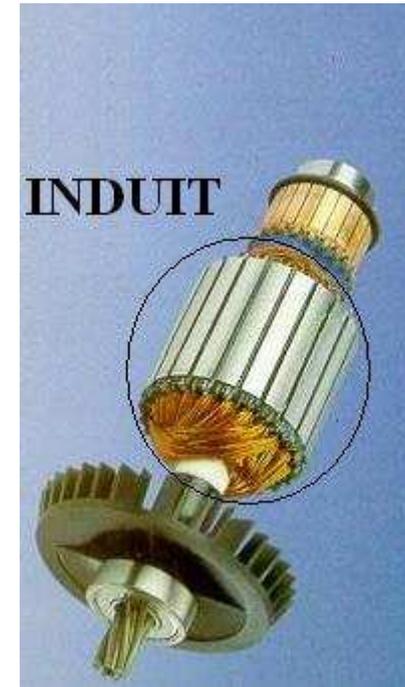
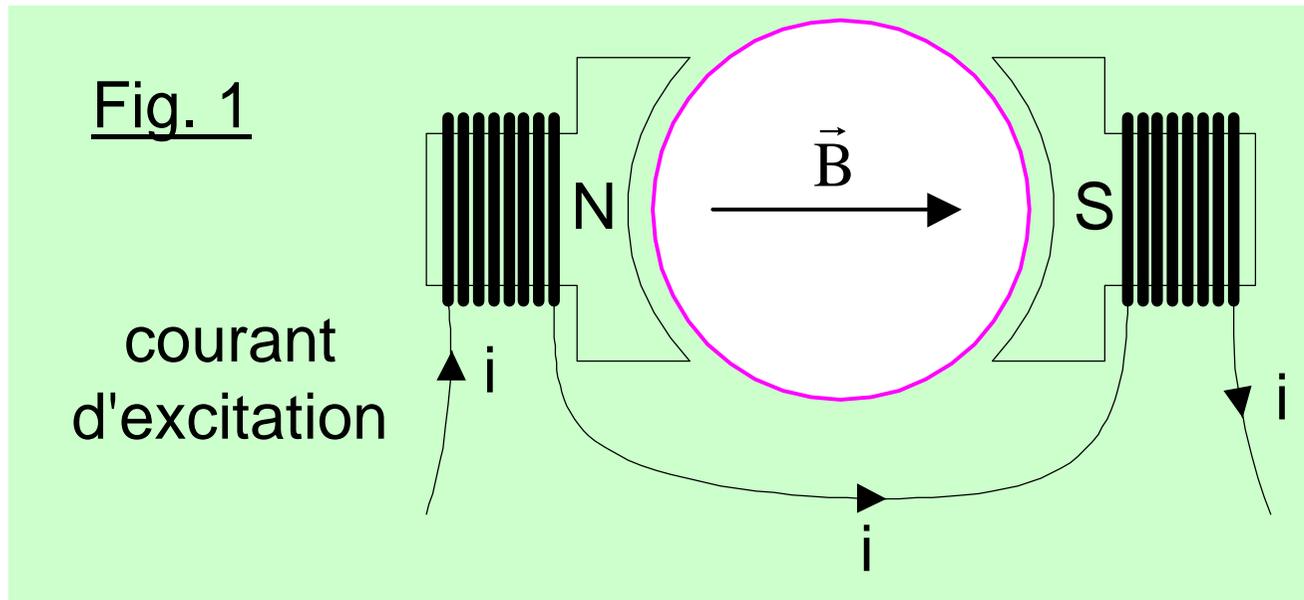
Il est situé sur la partie fixe de la machine (le stator) :



Il sert à créer un champ magnétique (champ "inducteur") dans le rotor.

1-2- L'induit (circuit de puissance)

L'induit est situé au rotor (partie tournante de la machine) :



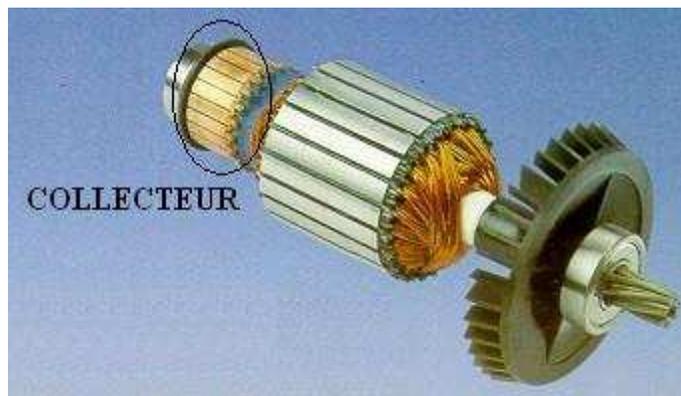
C'est un bobinage parcouru par un courant continu I (courant d'induit).

1-3- Le collecteur et les balais

Le collecteur est un ensemble de lames de cuivre où sont reliées les extrémités du bobinage de l'induit.

Les balais (ou charbons) sont situés au stator et frottent sur le collecteur en rotation.

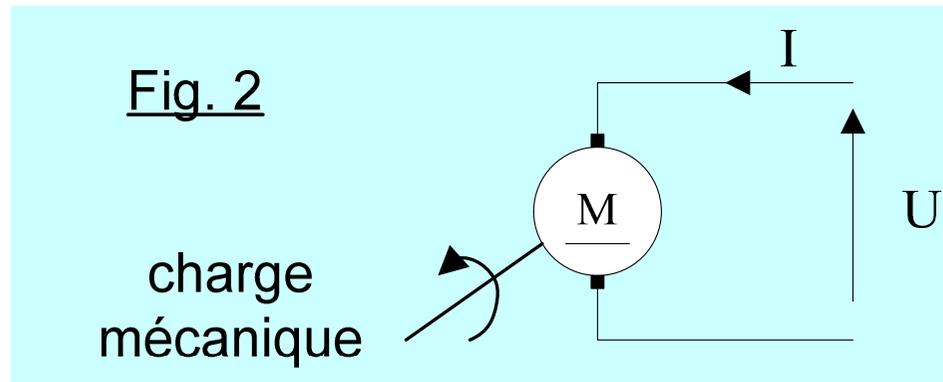
Le dispositif collecteur / balais permet donc de faire circuler un courant dans l'induit.



2- Principe de fonctionnement

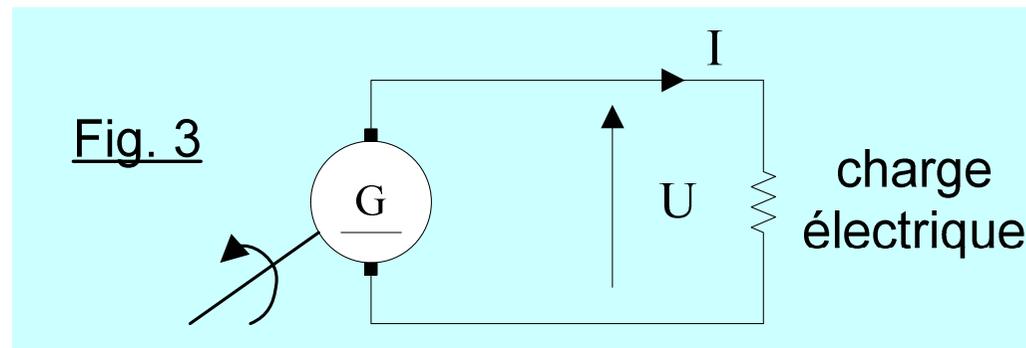
- Fonctionnement en moteur

Conversion d'énergie électrique en énergie mécanique :



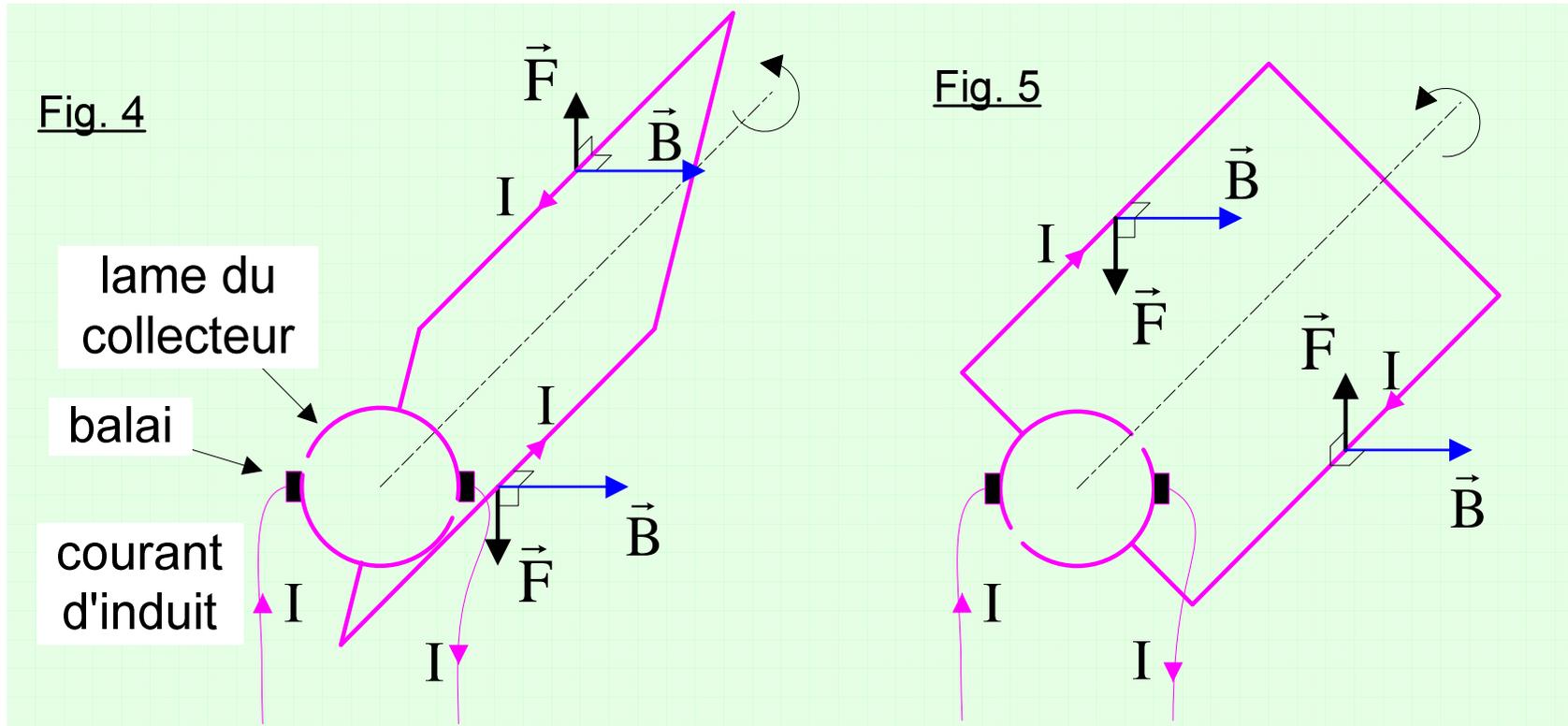
- Fonctionnement en génératrice (dynamo)

Conversion d'énergie mécanique en énergie électrique :



2-1- Fonctionnement en moteur

Soit une spire du bobinage d'induit :



champ magnétique inducteur \mathbf{B}

+ courant d'induit \mathbf{I}

\Rightarrow forces électromagnétiques (forces de Laplace)

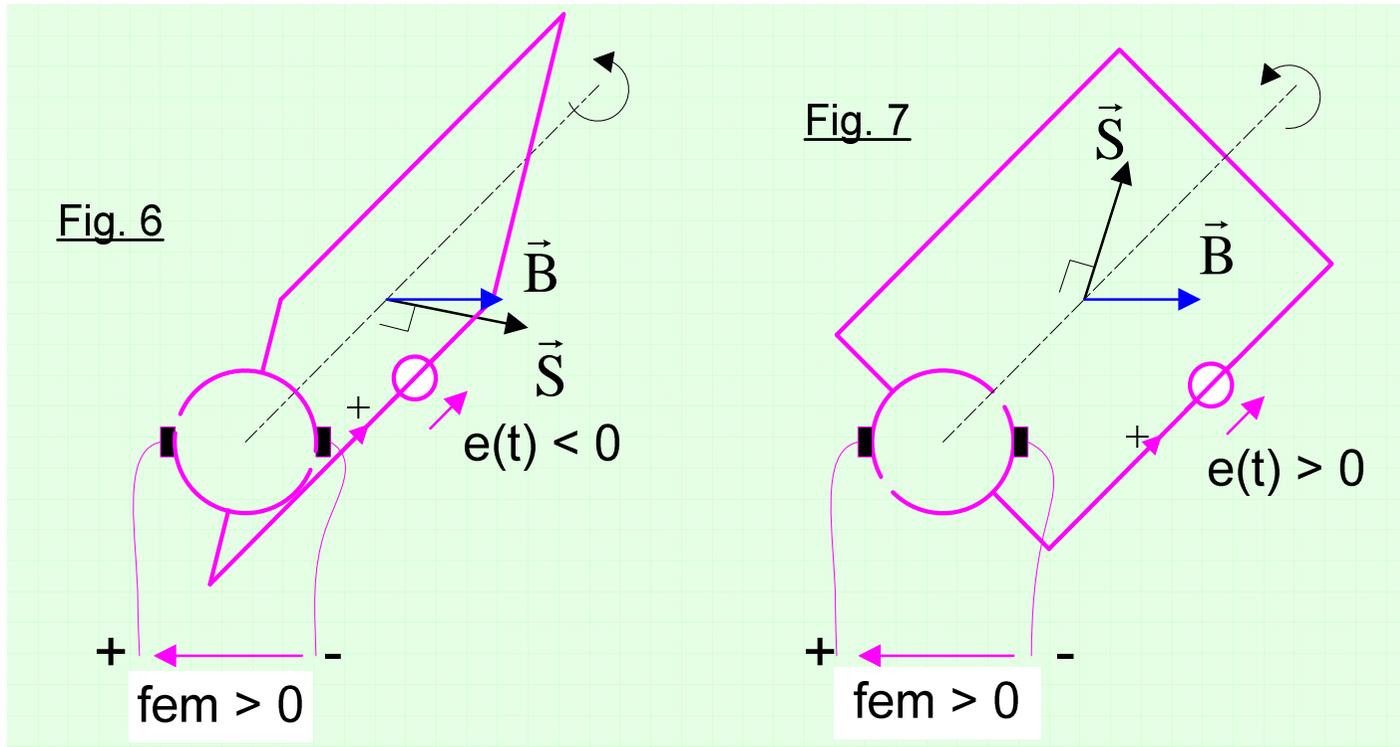
\Rightarrow couple électromagnétique

\Rightarrow rotation du rotor



2-2- Fonctionnement en génératrice

Le principe physique utilisé est le phénomène d'induction électromagnétique (loi de Faraday : $e = -d\Phi/dt$) :



champ inducteur + rotation de la spire

⇒ variation du flux magnétique $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S}$

⇒ création d'une fem induite (e) alternative

Le collecteur permet d'obtenir une fem de forme continue.

- Remarque

La machine à courant continu est réversible :
elle fonctionne aussi bien en moteur qu'en génératrice.

3- Schéma électrique équivalent

Les matériaux ferromagnétiques de la machine sont supposés linéaires (pas de saturation).

3-1- Expression de la fem induite

Loi de Faraday : $E = k \Phi \Omega$

E : fem induite (tension continue en V)

Φ : flux magnétique créé sous un pôle par l'inducteur (cf. fig. 1)

Ω : vitesse de rotation (en rad/s)

k : constante qui dépend de la machine considérée

3-2- Expression du couple électromagnétique

Loi de Laplace : $T_{em} = k' \Phi I$

T_{em} : couple électromagnétique (en Nm)

I : courant d'induit (en A)

k' : constante qui dépend de la machine

3-3- Conversion de puissance

La puissance électromagnétique P_{em} mise en jeu a deux formes :

- électrique $P_{em} = E I$
- mécanique $P_{em} = T_{em} \Omega$

Il vient :

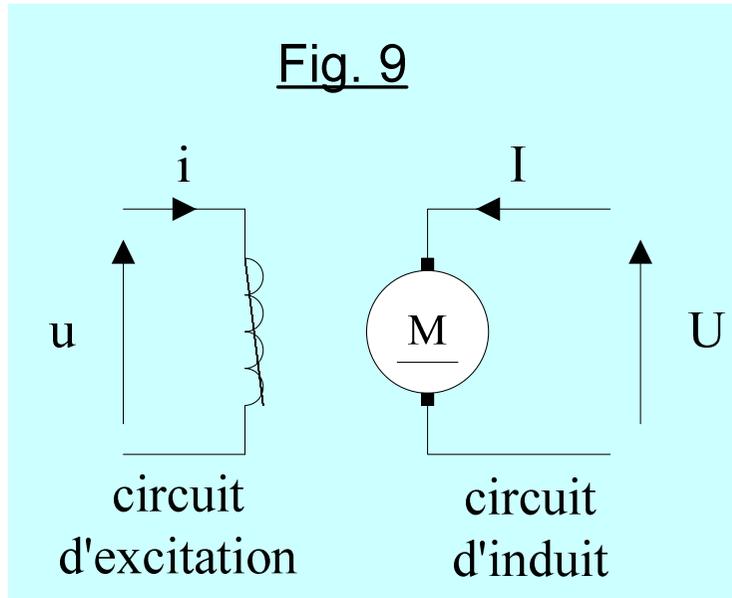
$$E I = T_{em} \Omega$$
$$(k \Omega \Phi) I = (k' \Phi I) \Omega$$
$$k = k'$$

En résumé :

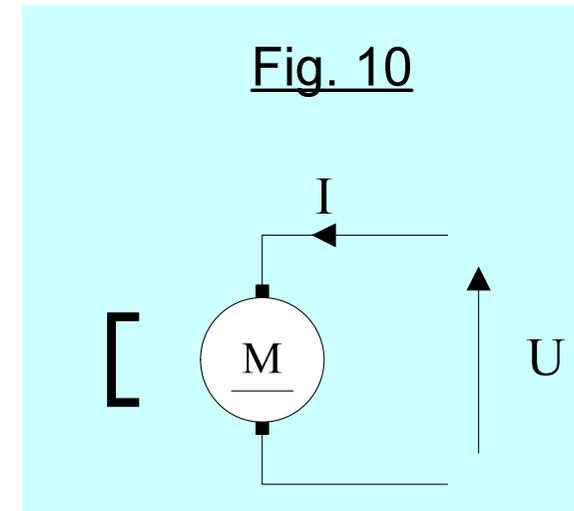
$$E = k \Phi \Omega$$
$$T_{em} = k \Phi I$$

4- Les différents types de machines à courant continu

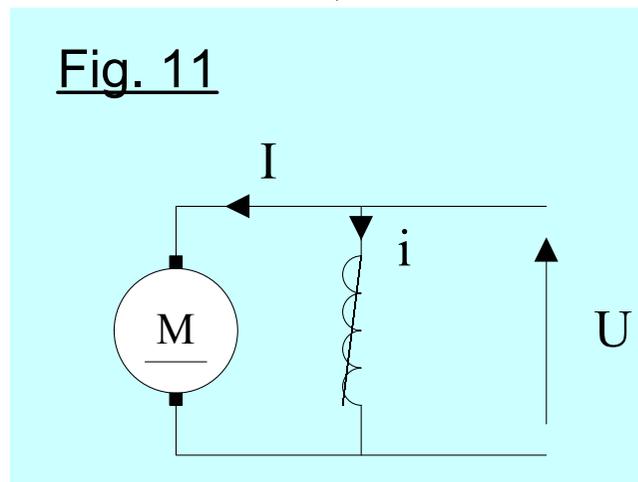
- Machine à excitation indépendante



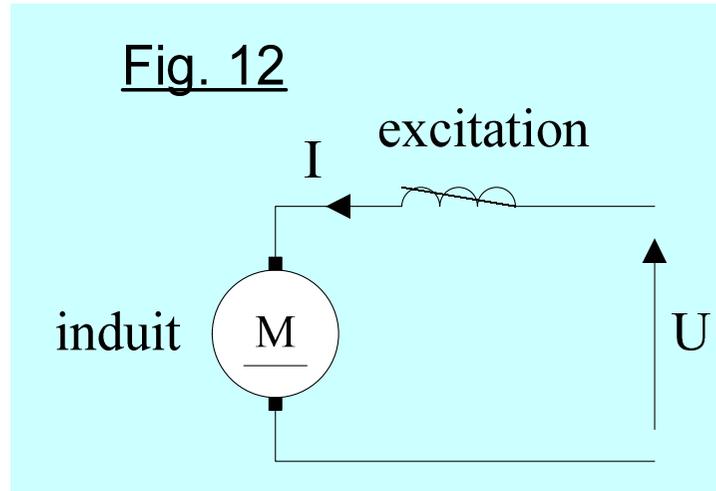
- Machine à aimants permanents



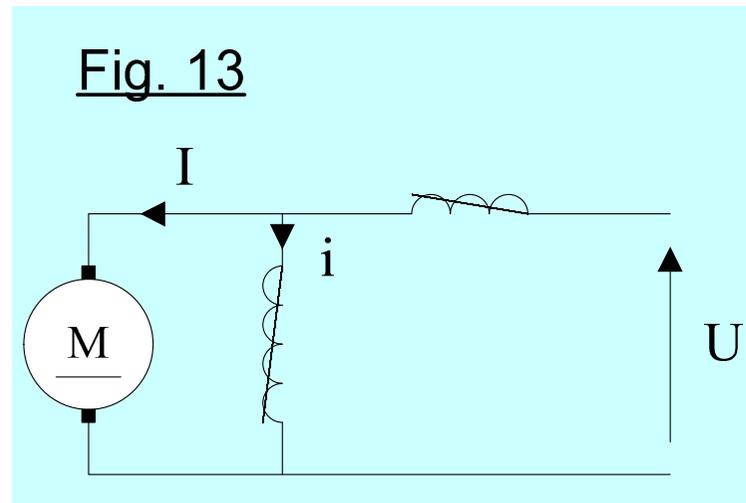
- Machine shunt (excitation en dérivation)



- Machine à excitation en série

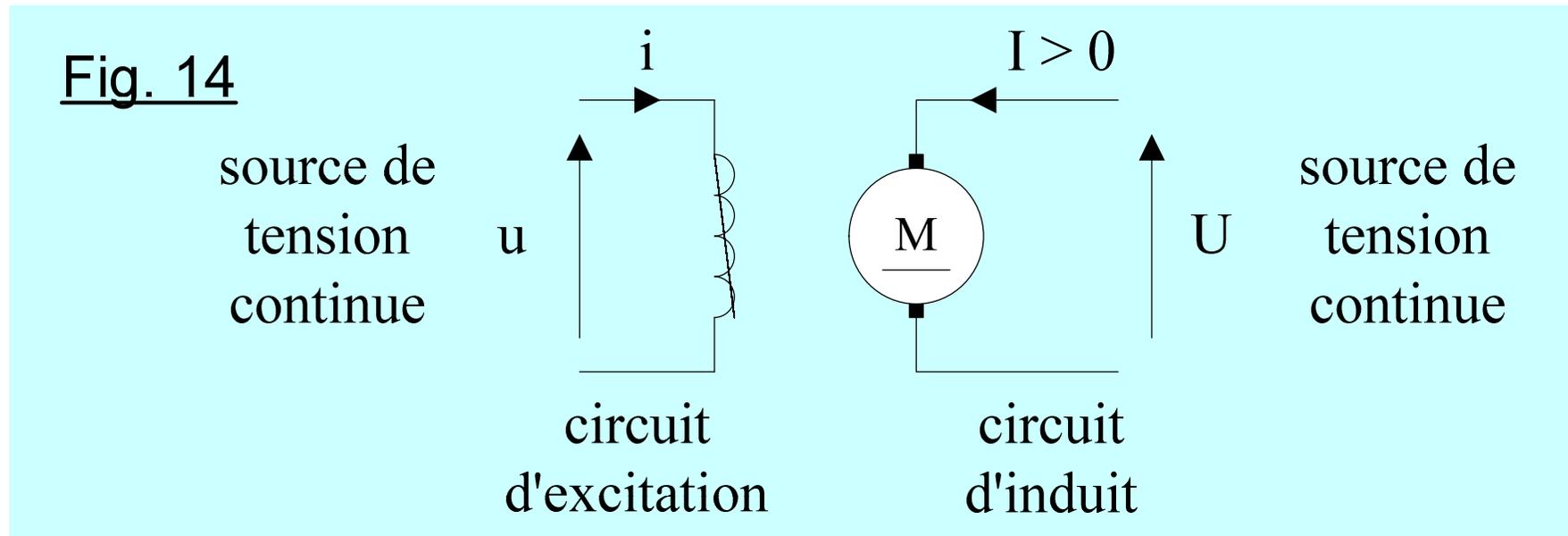


- Machine compound (excitation composée)

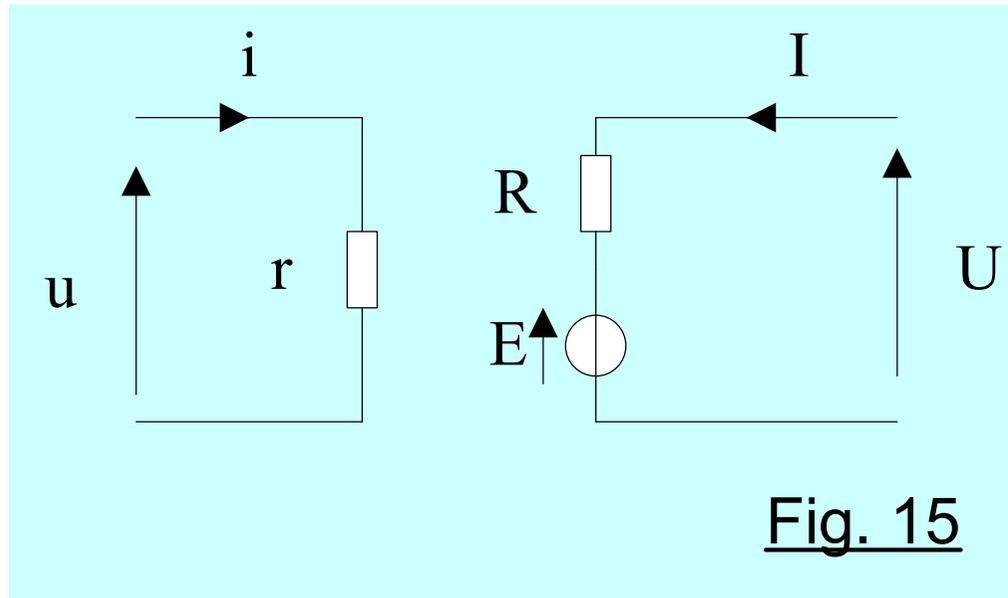


5- Moteur à excitation indépendante

On s'intéresse à la machine à excitation indépendante en fonctionnement moteur :



- Schéma électrique équivalent



Induit : $U = E + RI$

Excitation : $u = r i$ (r : résistance du bobinage de l'excitation)

En pratique : $r \gg R$

En charge : $I \gg i$

- Vitesse de rotation

$$E = k \Phi \Omega$$

d'où :

$$\Omega = \frac{U - RI}{k\Phi}$$

- Caractéristique $\Omega(i)$ à U constante

Charge \nearrow courant d'induit $I \nearrow$

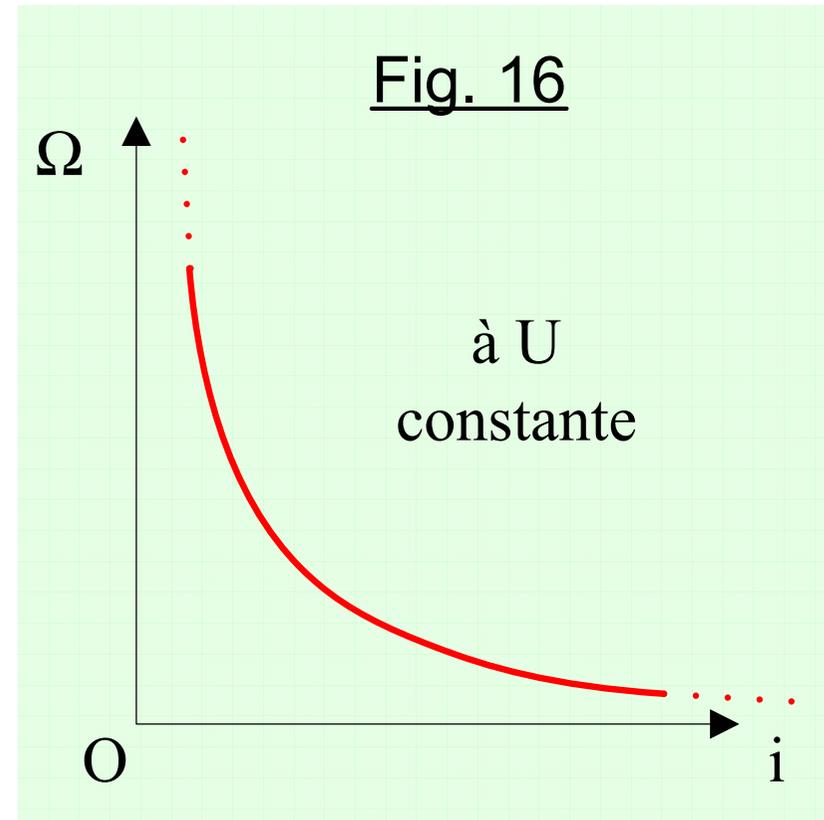
En pratique : $RI \ll U$

$$\Omega \approx \frac{U}{k\Phi}$$

$\Phi \propto i$

Finalement :

$$\Omega \propto \frac{1}{i}$$



Si on coupe accidentellement le courant d'excitation ($i = 0$),
la vitesse augmente très rapidement :
le moteur s'emballe ! 😞

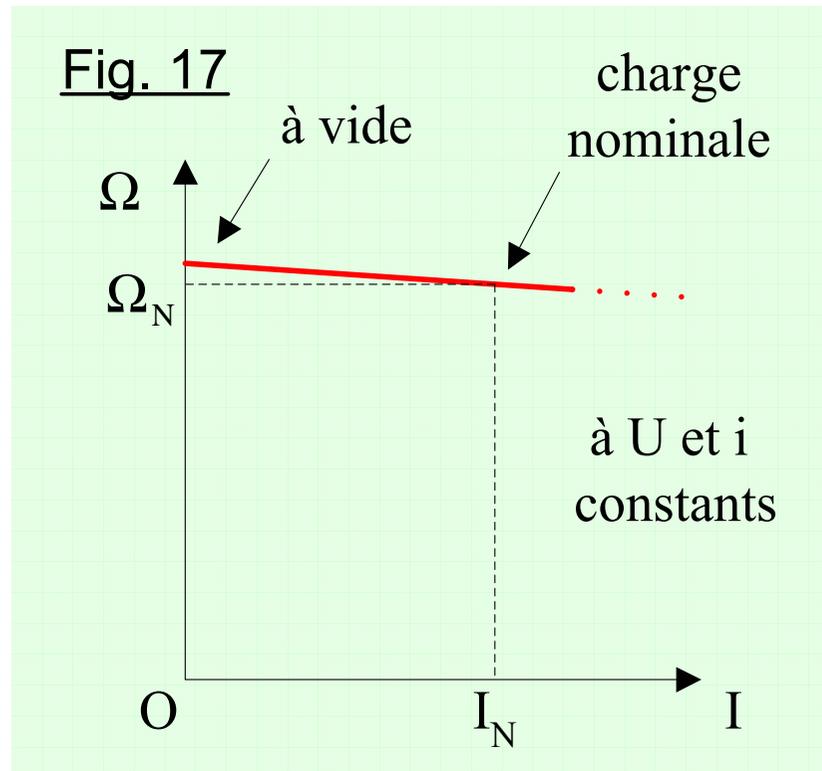


En marche, il ne faut jamais couper l'excitation d'un moteur à
excitation indépendante.

- Caractéristique $\Omega(I)$ en charge
à U constante et i constant (Φ constant)

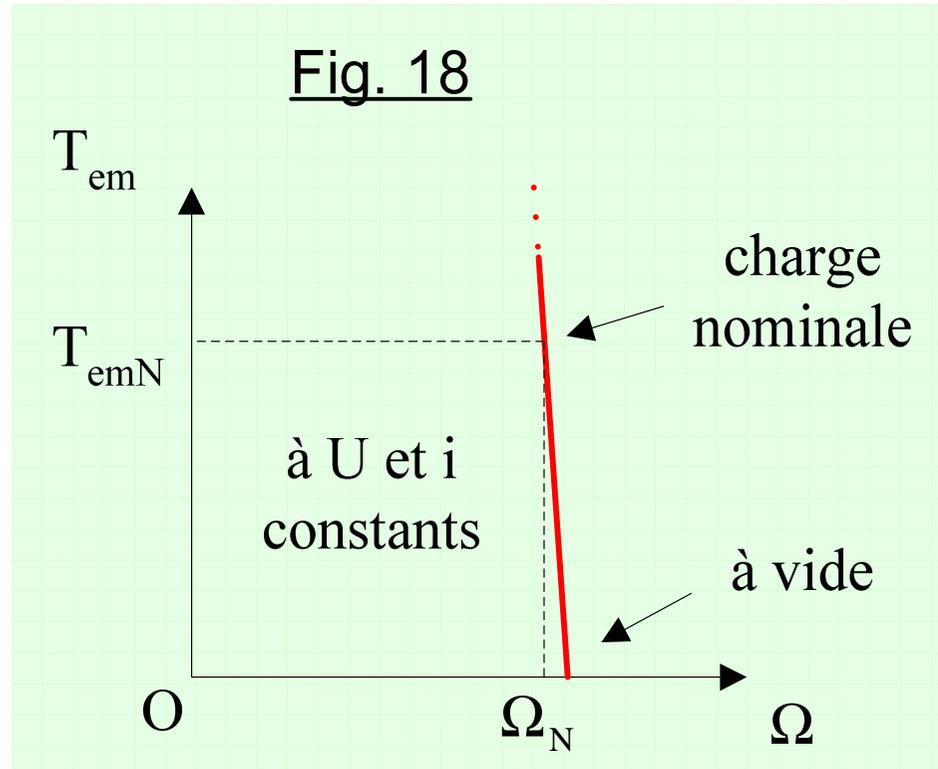
Charge ↗ courant d'induit I ↗ et vitesse de rotation ↘

$$\Omega = \frac{U - RI}{k\Phi}$$



La vitesse de rotation varie peu avec la charge 😊.

- Caractéristique mécanique $T_{em}(\Omega)$ à U constante et i constant



Le couple de démarrage ($\Omega = 0$) est important.

Le moteur démarre seul 😊.

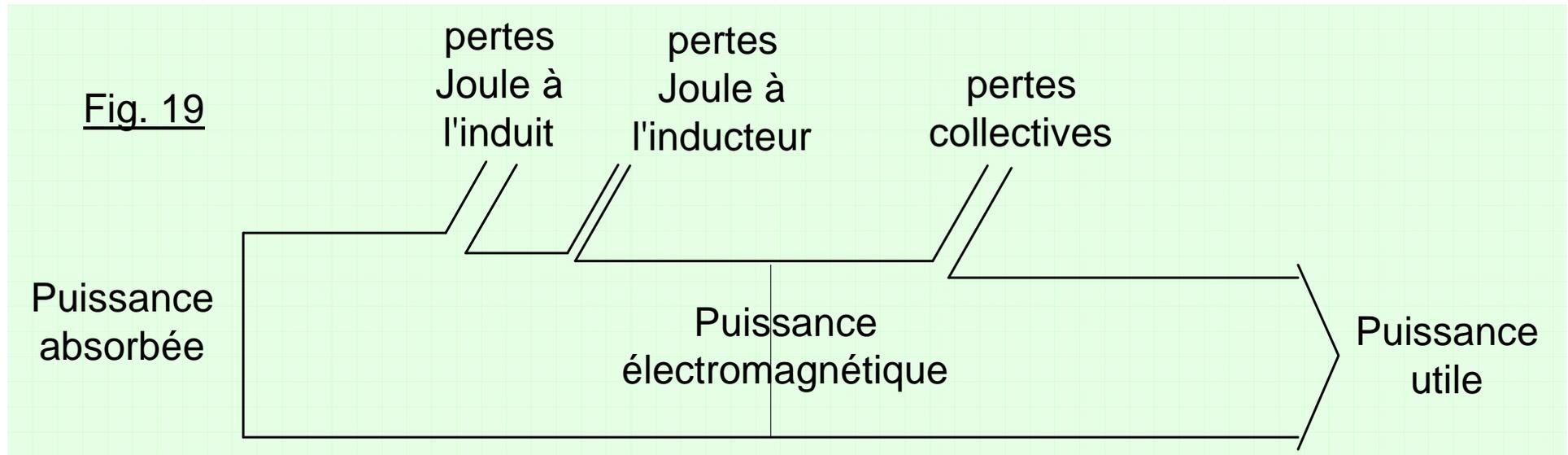
- Variation de vitesse

$$\Omega \approx \frac{U}{k\Phi}$$

A excitation constante : $\Omega \propto U$

En faisant varier U, on travaille sur une large plage de vitesse de rotation 😊.

- Bilan de puissance

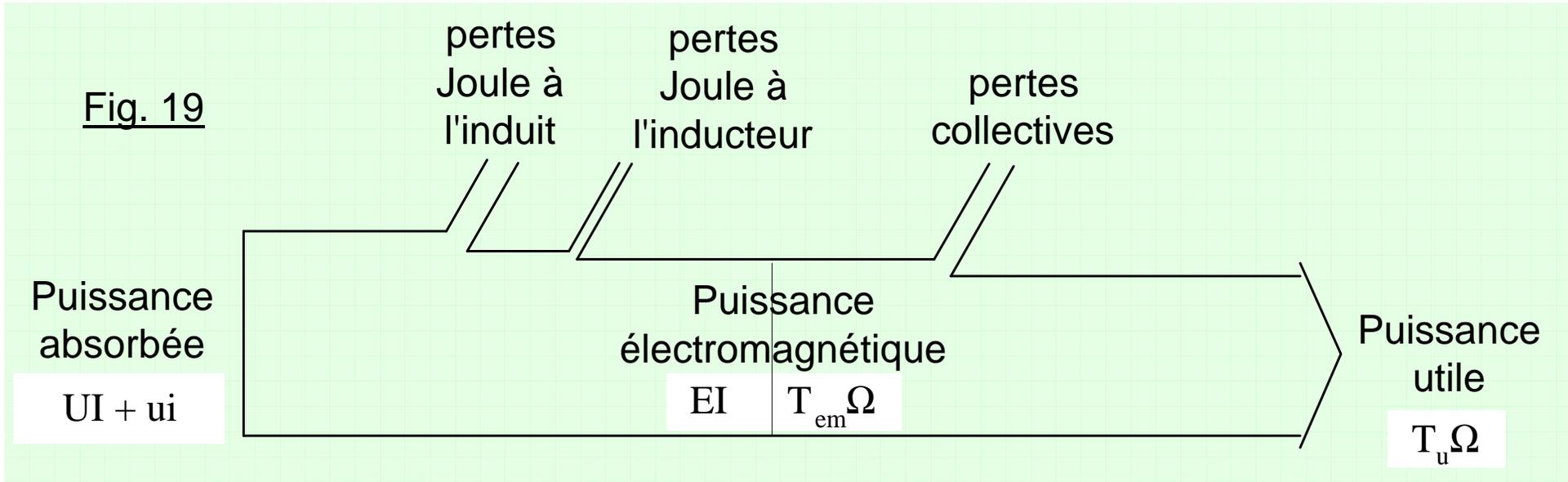


- Rendement

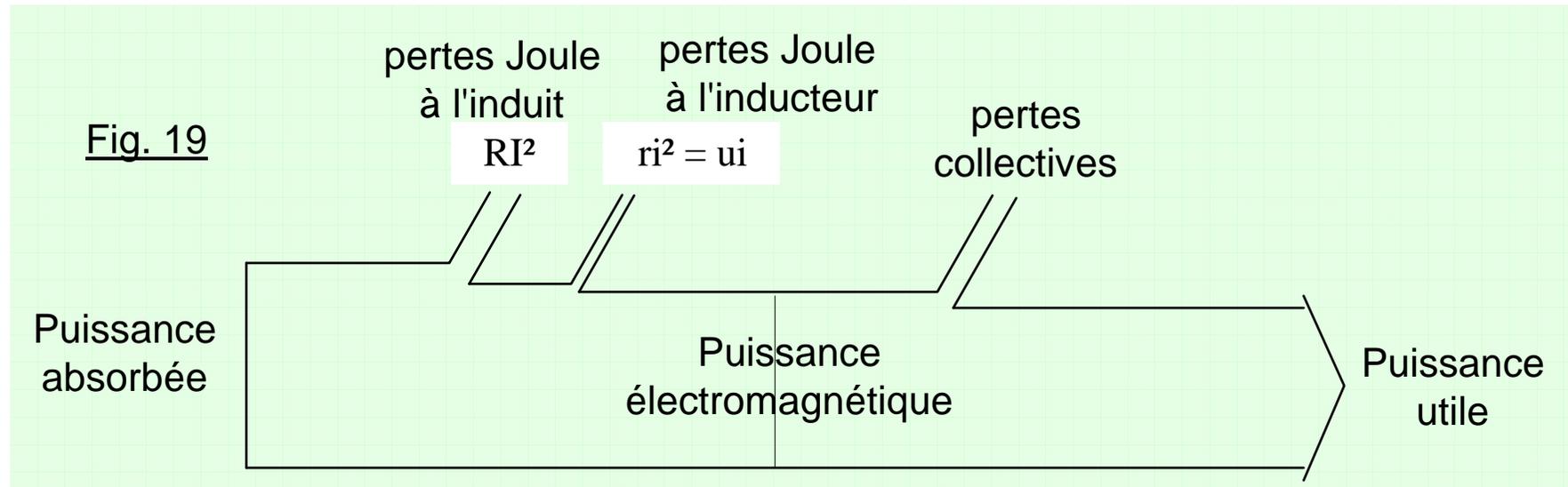
$$\eta = \frac{P_{\text{utile}}}{P_{\text{absorbée}}}$$

$$\eta = \frac{P_{\text{absorbée}} - \sum \text{pertes}}{P_{\text{absorbée}}} = \frac{P_{\text{utile}}}{P_{\text{utile}} + \sum \text{pertes}}$$

Fig. 19



- Puissance absorbée (électrique) : UI (induit) + u_i (inducteur)
- Puissance électromagnétique : $EI = T_{em}\Omega$
- Puissance utile (mécanique) : $T_{utile}\Omega$



- pertes Joule :

- à l'induit : RI^2
- à l'inducteur : $ri^2 (= u_i)$

- pertes collectives (ou “constantes”) :

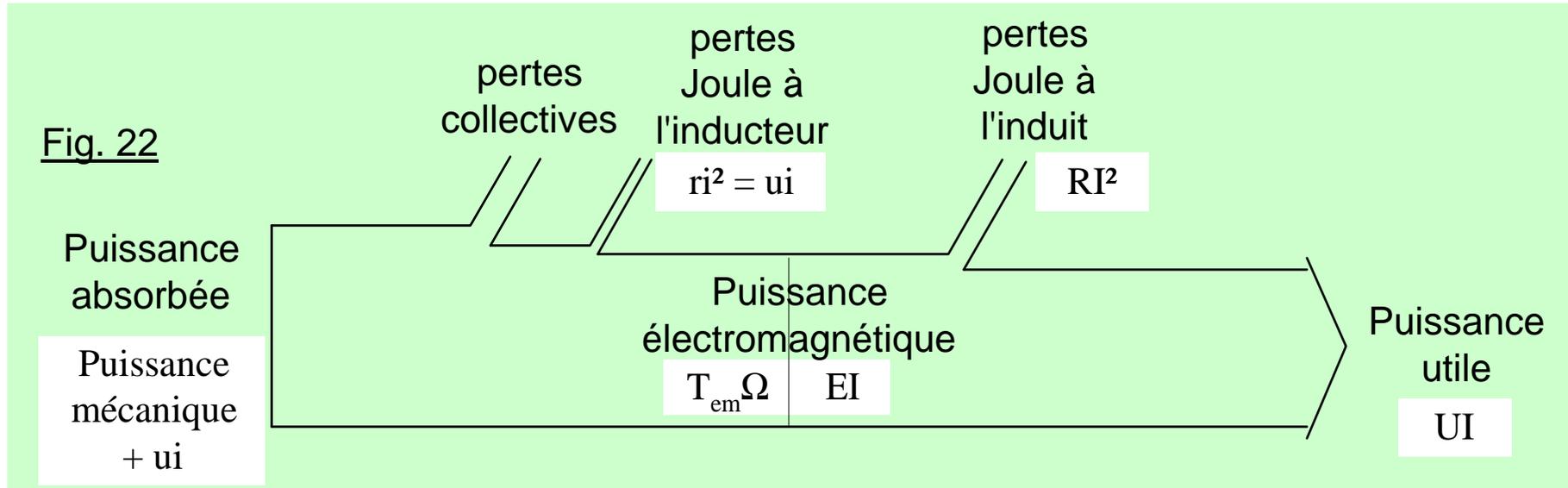
pertes mécaniques (frottements, vibrations, ventilation ...)
 + pertes “fer” (dues aux matériaux ferromagnétiques)

$$P_{\text{collectives}} = T_{\text{pertes collectives}} \Omega$$

$$T_{\text{pertes collectives}} = T_{\text{em}} - T_{\text{utile}}$$

7- Génératrice à courant continu (dynamo)

- Bilan de puissance de la génératrice à excitation indépendante



- Puissance absorbée :

puissance mécanique reçue

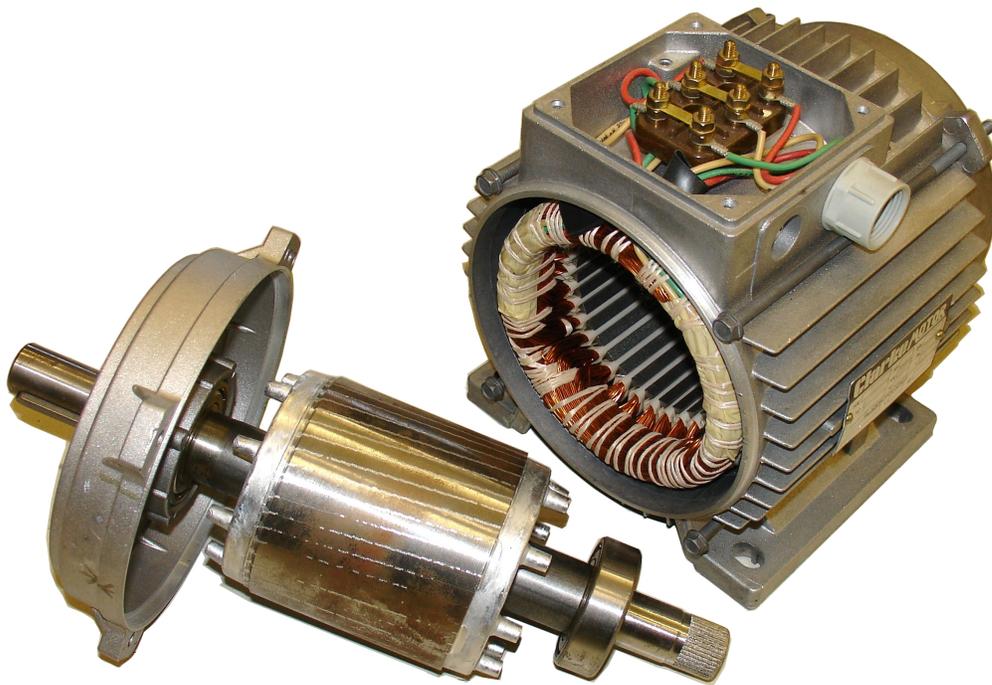
+ puissance consommée par l'inducteur : $u_i = ri^2$

- Puissance utile (électrique) : UI (induit)

• Rendement :

$$\eta = \frac{UI}{P_{\text{mécanique}} + u_i}$$

Chapitre.5.MACHINES ASYNCHRONES



Machines asynchrones

Les machines asynchrones sont très utilisées (on estime que 80% des moteurs de la planète sont des moteurs asynchrones) car leur coût est inférieur à celui des autres machines, de plus ces machines sont robustes . Comme les autres machines, la machine asynchrone est réversible et de très nombreuses génératrices asynchrones de puissance inférieure à quelques 5 MW fournissent un surplus d'énergie active aussi bien sur des réseaux terrestres qu'à bord des navires.

La gamme de puissance couverte par les machines asynchrones est très étendue : de quelques 5 W pour des moteurs asynchrones monophasés à bagues de déphasage aux 36,8 MW des moteurs à cage d'écureuil des futurs porte-avions britannique de la classe « HMS Queen Elisabeth », en passant par les 24 MW des moteurs asynchrones à cage d'écureuil assurant la propulsion de la série de paquebots « Norwegian Epic ».

1.1 Symboles

Voici les différents symboles employés pour représenter la machine asynchrone :

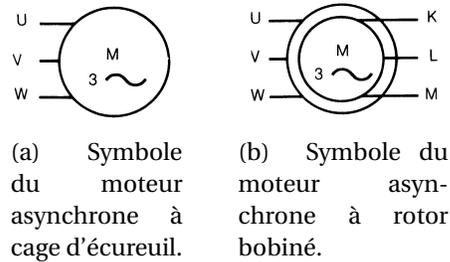


FIGURE 1.1 – Symboles du moteur asynchrone.

1.2 Structure - Principes de fonctionnement

1.2.1 Structure

Une machine asynchrone comprend généralement :

- un stator triphasé comportant p paires de pôles par phase, identique à celui d'une machine synchrone ;
- un rotor constitué de conducteurs mis en circuit fermé. On rencontre deux types de rotor :
 - rotor bobiné : l'enroulement, semblable à celui du stator, comporte p paires de pôles par phase ; les trois paires sont reliées à trois bagues qui permettent d'insérer un rhéostat dans le circuit rotorique. Ce moteur est aussi nommé moteur à bagues.
 - rotor à cage : le rotor est constitué de barreaux de cuivre ou d'aluminium reliés aux deux extrémités par deux couronnes conductrices. Ce modèle (en forme de cage d'écureuil) peu coûteux et très robuste est le plus répandu.

Afin d'éviter l'affaiblissement du champ magnétique statorique dû à une trop grande réluctance, le rotor est rempli de disques de tôles d'acier de faible épaisseur (2 à 3 dixième de millimètre) et isolés électriquement par traitement chimique de la surface (phosphatation). Pour mémoire, le fer est le matériau le moins réluctant.

Les enroulements du stator sont connectés aux phases d'alimentation par les branchements effectués sur la *plaque à bornes*. Les trois ensembles de p

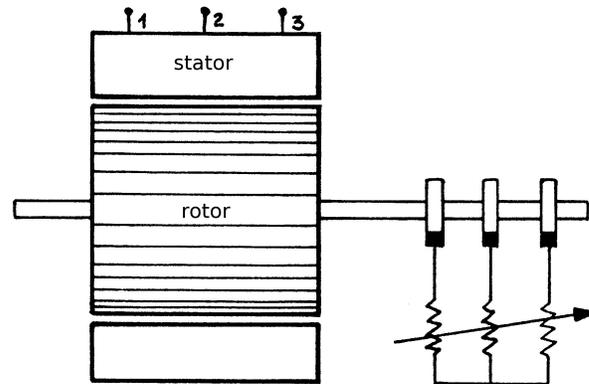


FIGURE 1.2 – machine asynchrone à rotor bobiné.

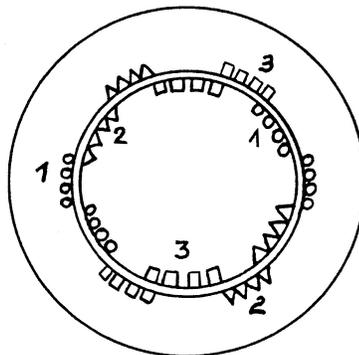


FIGURE 1.3 – machine asynchrone à rotor bobiné.

bobines par phase sont connectés aux 6 bornes de la plaque à bornes de la manière indiquée par la figure 1.8.

C'est au niveau de la plaque à bornes que l'on peut modifier le couplage de la machine. La figure 1.9 montre comment effectuer un couplage en étoile grâce aux barrettes de cuivre effectuant la liaison entre les six bornes. La figure 1.10 montre comment effectuer un couplage en triangle.

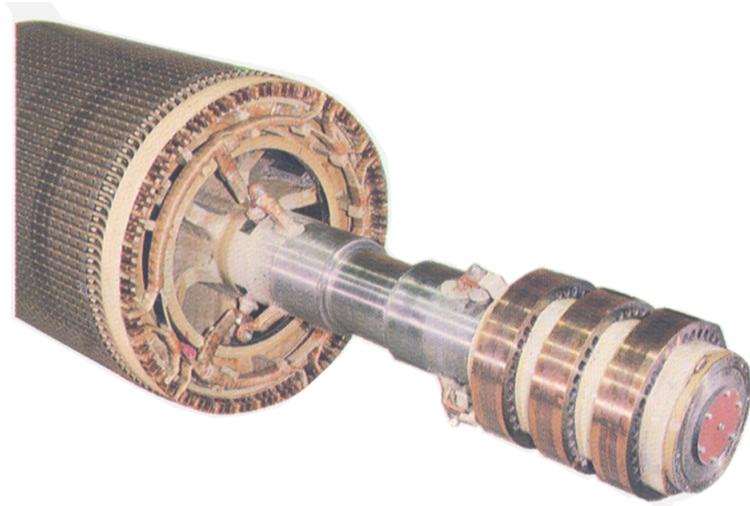


FIGURE 1.4 – les trois bagues de l'arbre moteur d'une machine asynchrone à rotor bobiné.

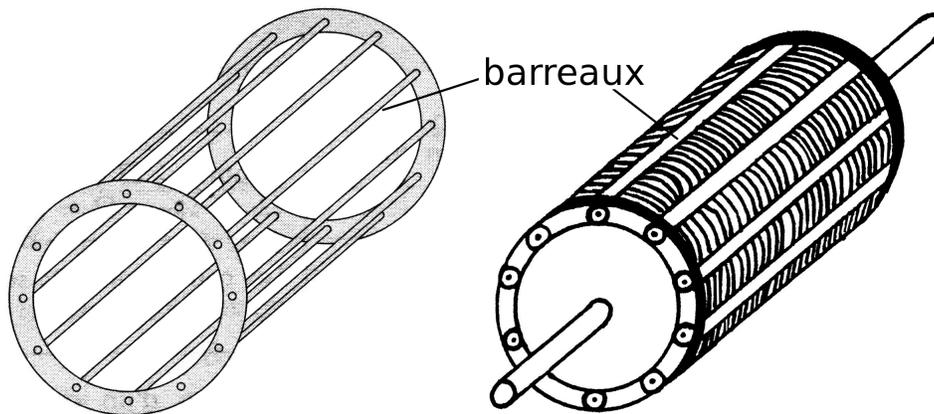


FIGURE 1.5 – rotor à cage d'écureuil, la cage vide de fer à gauche et emplie de rondelles de fer à droite.

1.2.2 Principes de fonctionnement

Le stator, alimenté par un réseau de fréquence f , crée une induction tournante B_S de vitesse N_S , telle que $N_S = \frac{f}{p}$.

Supposons le rotor immobile : il est balayé par cette induction et des forces

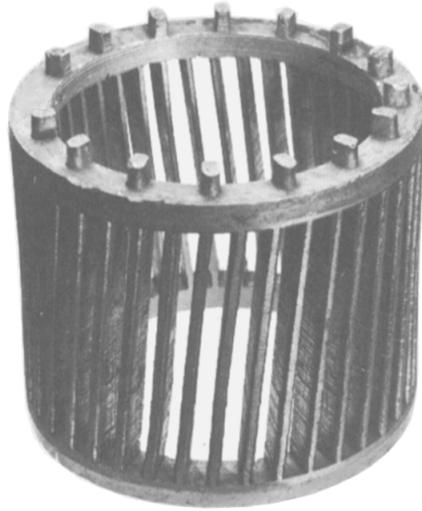


FIGURE 1.6 – rotor à cage d'écureuil, le rotor est en aluminium injecté et moulé sous pression sur les rondelles de fer ; celles-ci ont été éliminées avec de l'acide afin de rendre la cage d'écureuil parfaitement visible.

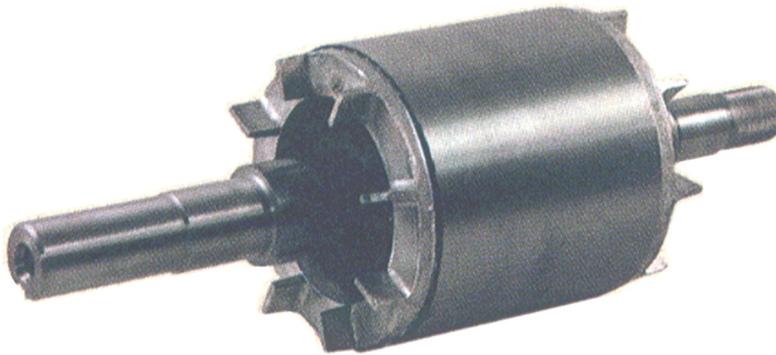


FIGURE 1.7 – L'aspect extérieur d'un rotor à cage ne permet pas de distinguer la cage d'écureuil pourtant bien présente à l'intérieur.

électromotrices sont engendrées dans les conducteurs (loi de Faraday $e = \frac{d\phi}{dt}$).

Comme les circuits rotoriques sont *fermés*, des courants rotoriques prennent naissance. Il apparaît des forces électromotrices dues à l'action de l'induction statorique sur les courants rotoriques. En vertu de la loi de Lenz, ces forces tendent à entraîner le rotor dans le sens des inductions tournantes. Il existe un *couple de démarrage*, le rotor se met à tourner si le couple est suffisant.

Disposition des enroulements du stator à partir de la plaque à bornes

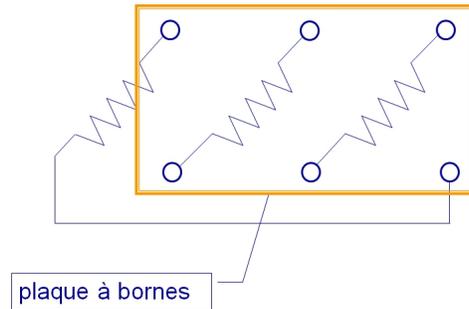


FIGURE 1.8 – Plaque à bornes d’une machine asynchrone triphasée.

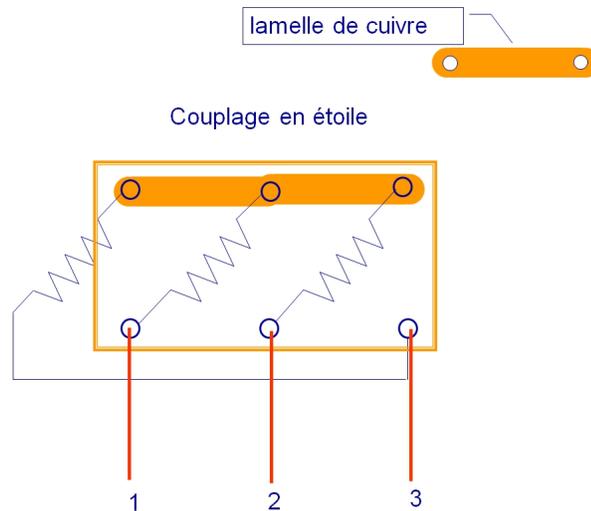


FIGURE 1.9 – Couplage du stator en étoile d’une machine asynchrone triphasée.

Pour qu’il y ait couple, il faut donc :

- que les circuits rotoriques soient fermés, sinon les courants rotoriques sont nuls ;
- que la vitesse N prise par le rotor soit différente de la vitesse N_S de l’induction. Si $N = N_S$, les conducteurs tournent à la vitesse de l’induction statorique, aucune f.é.m. n’est induite, et par conséquent aucun courant ne circule dans le rotor : il ne peut y avoir de couple.

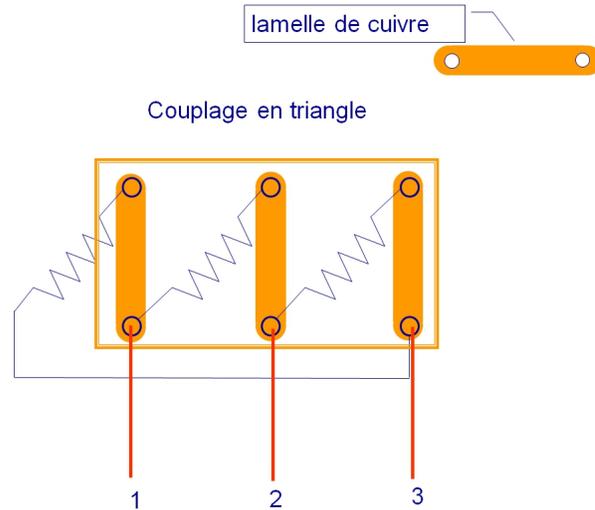


FIGURE 1.10 – Couplage du stator en triangle d’une machine asynchrone triphasée.

On obtient donc un résultat très différent de celui de la machine synchrone pour laquelle il n’y avait de couple qu’au synchronisme. Pour la machine synchrone :

- si $N < N_s$ couple moteur ;
- si $N = N_s$ couple nul ;
- si $N > N_s$ couple de freinage.

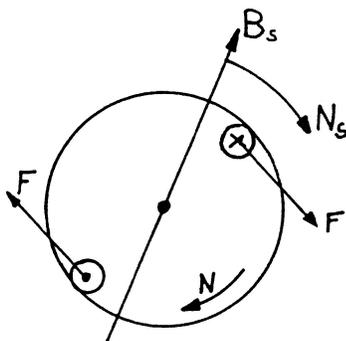


FIGURE 1.11 – Principe de fonctionnement d’une machine asynchrone.

REMARQUES :

- Le nombre de pôles doit être le même au rotor et au stator. Dans le cas de la cage d'écurueil, ce résultat est automatique. La répartition des f.é.m. dans les barreaux de la cage est imposée par les pôles de l'inducteur statorique fictif : deux barreaux distants de $180^\circ/p$ ont des f.é.m. opposées et constituent une « spire » dans laquelle circule le courant rotorique. Le nombre de pôles rotoriques est donc égal à p .
- Démarrage en asynchrone d'un moteur synchrone : on place souvent une cage d'écurueil sur l'inducteur d'un moteur synchrone. Cette cage s'oppose aux déplacements relatifs du rotor par rapport à l'induction tournante du stator et par suite amortit le mouvement de décalage du rotor lors des phénomènes transitoires dus aux variations brusques de couple (amortisseur Leblanc).

Comme pour le moteur asynchrone, le démarrage est alors possible en l'absence d'excitation continue. Si le moteur est à vide, il atteindra presque la vitesse de synchronisme et on pourra alors le synchroniser en l'excitant. Ce mode de démarrage, très simple, ne convient qu'aux moteurs synchrones de faible puissance en raison du courant et du couple élevés lors de la synchronisation.

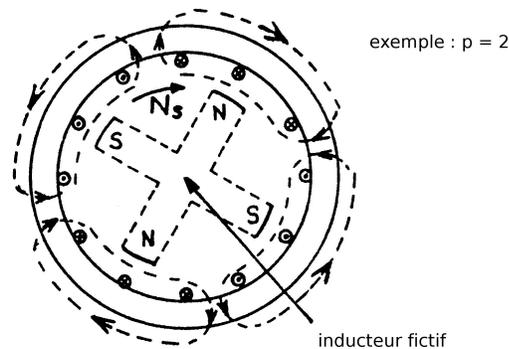


FIGURE 1.12 – Une machine asynchrone comporte le même nombre de pôles au rotor et pour une phase statorique.

1.2.3 Glissement - fréquences rotoriques

1.2.3.1 Glissement

L'origine des courants rotoriques réside dans la différence des vitesses N_S et N . On introduit une grandeur fondamentale, sans dimension, le glissement g défini par :

$$g = \frac{N_S - N}{N_S} = \frac{\Omega_S - \Omega}{\Omega_S}$$

Notons que :

$N = 0$	$g = 1$	démarrage
$N = N_S$	$g = 0$	synchronisme
$0 < N < N_S$	$0 < g < 1$	moteur
$N > N_S$	$g < 0$	génératrice

1.2.3.2 Fréquences rotoriques

La vitesse relative de l'induction statorique par rapport au rotor est :

$$N_S - N = g \cdot N_S$$

Par suite, le rotor ayant p paires de pôles, la fréquence des f.é.m. et des courants est donc :

$$f_R = p \cdot (g \cdot N_S) \text{ et comme } N_S = \frac{f}{p}$$

$$f_R = g \cdot f$$

La fréquence des grandeurs rotoriques est proportionnelle au glissement. En général, le glissement sera faible et la fréquence rotorique sera faible elle aussi (quelques hertz).

APPLICATION : On peut mesurer directement le glissement en mesurant la fréquence rotorique f_R . Comme g est faible, la précision obtenue est meilleure qu'en mesurant N_S , N et en faisant la différence. Dans le cas du moteur à rotor bobiné, il est facile d'accéder à une tension détectable (entre deux bagues

par exemple). Pour le moteur à cage, on peut, si nécessaire, détecter les faibles tensions induites entre les extrémités de l'arbre.

1.2.3.3 Inductions tournantes

Les courants rotoriques, de fréquence f_R , engendrent à leur tour une induction rotorique qui tourne à la vitesse $\frac{f_R}{p} = \frac{g \cdot f}{p} = g \cdot N_S$

L'induction rotorique tourne donc, elle aussi, à la vitesse N_S par rapport au stator :

$$g \cdot N_S + N = N_S$$

Quelle que soit la vitesse du rotor, les inductions statoriques et rotoriques ont toujours la vitesse N_S . De leur composition provient le couple électromagnétique C_e qui est produit à la vitesse N_S comme dans une machine synchrone et transmis au rotor. Les lois de la dynamique impliquent qu'en régime permanent ($N = \text{constante}$), ce couple soit égal au couple mécanique résistant C_m opposé au rotor.

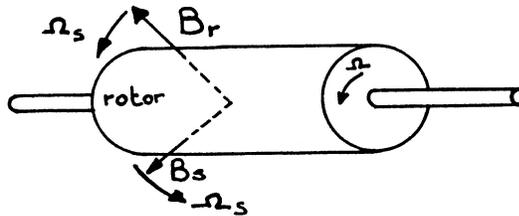


FIGURE 1.13 – Les champs rotoriques et statoriques d'une machine asynchrone tournent à la même vitesse.

1.2.3.4 Bilan de puissance

On peut regrouper sur un diagramme les diverses pertes de puissance active du moteur :

- Puissance absorbée : $P_a = 3V_1 I_1 \cos \varphi_1$.
- Pertes Joule du stator : si R_1 est la résistance d'une phase statorique, alors $P_{JS} = 3R_1 I_1^2$.

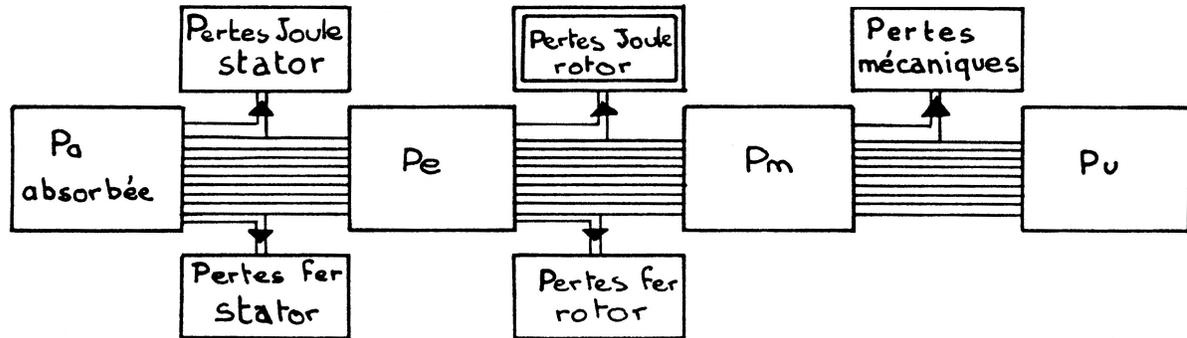


FIGURE 1.14 – Diagramme de bilan de puissance d'une machine asynchrone.

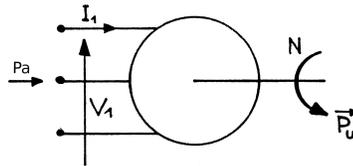


FIGURE 1.15 – Diagramme de bilan de puissance d'une machine asynchrone.

- Pertes fer stator : comme pour le transformateur, elles seront liées au carré de la tension : P_f .
- Puissance électromagnétique P_e , c'est la puissance transmise du stator au rotor par les inductions tournantes à la vitesse N_S : $P_e = C_e 2\pi N_S$.
- Pertes Joule rotor : si R_2 est la résistance d'une phase rotorique et I_2 le courant rotorique, on aura : $P_{JR} = 3R_2 I_2^2$. Pour une cage, on définit une résistance et un courant équivalent en assimilant la cage à un enroulement polyphasé.
- Pertes fer rotoriques : elles sont faibles en fonctionnement normal car la fréquence rotorique est petite. On les négligera en pratique devant les pertes joule dans les conducteurs du rotor.
- La puissance mécanique est fournie par le rotor à la vitesse N : $P_m = C_m 2\pi N = C_m \Omega$.
- Les pertes mécaniques correspondent à un couple de frottement C_f .
- La puissance utile, délivrée sur l'arbre de sortie du moteur, s'écrit en in-

roduisant le couple utile : $P_u = C_u 2\pi N = C_u \Omega$.

On a évidemment : $C_u = C_m - C_f$. L'équilibre dynamique du rotor implique l'égalité des couples C_e et C_m . Il en résulte une propriété remarquable du moteur :

$$P_e = C_e 2\pi N_S = P_m + P_{JR} = C_e 2\pi N + P_{JR}$$

$$P_{JR} = C_e 2\pi (N_S - N) = C_e 2\pi g N_S = g P_e$$

$$P_{JR} = g P_e = g C_e \Omega_S$$

En négligeant les pertes fer rotor, on voit que les pertes Joule rotor sont directement liées à la production de puissance électromagnétique. Si C_e n'est pas nul, comme g est nécessairement différent de zéro, il faut qu'il y ait des pertes Joule rotor. Cette constatation, spécifique des machines asynchrones, implique une incidence directe sur le rendement. On a :

$$\eta = \frac{P_u}{P_a} = \frac{P_u}{P_m} \times \frac{P_m}{P_e} \times \frac{P_e}{P_a} < \frac{P_m}{P_e}$$

$$\text{Or : } \frac{P_m}{P_e} = \frac{N}{N_S} = 1 - g$$

Nous obtenons donc un *majorant* du rendement, il ne s'agit pas d'une expression approché de celui-ci :

$$\eta < \frac{N}{N_S}$$

Le rendement est directement lié à la vitesse de rotation. Ainsi, par exemple :

- si $N = \frac{N_S}{2}$, le rendement sera inférieur à 0,5 ;
- si $N = 0,9 \cdot N_S$, le rendement sera inférieur à 0,9.

Il faudra donc, en pratique, limiter le fonctionnement du moteur aux faibles glissements, sinon le rendement devient faible et l'échauffement du rotor important.

chapitre.6.machine synchrone

Autrefois utilisés quasi exclusivement en alternateur, le développement de l'électronique de puissance et la généralisation des aimants comme inducteur permettent aujourd'hui d'employer les machines synchrones en tant que moteurs dans une large gamme de puissance. La machine synchrone dans la très grande majorité des cas est utilisé en triphasé.

1.CONSTITUTION

Comme tout moteur, la machine synchrone est constitué d'une partie mobile : le rotor et d'une partie fixe : le stator.

Stator :

Le stator est habituellement l'induit (siège de la transformation de puissance). Le stator est constitué d'un bobinage triphasé généralement couplé en étoile, découpé en p paire de pôles. Les bobinages sont insérés dans des encoches au sein de culasse en ferrite.

Rotor :

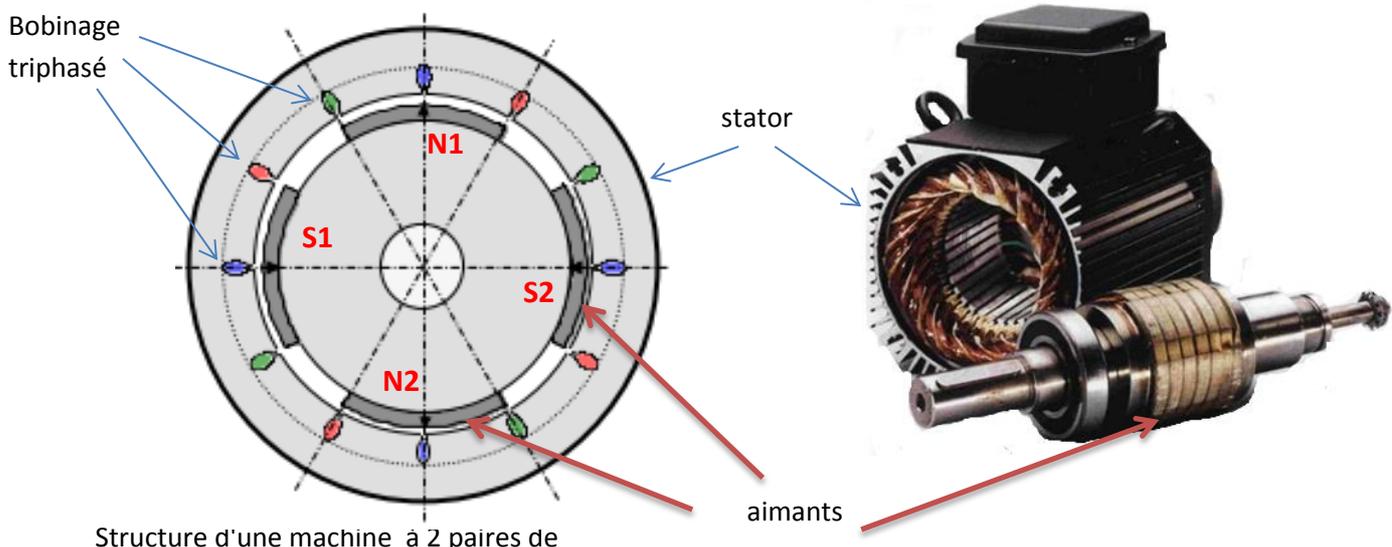
De la même manière, l'inducteur est généralement le rotor. Suivant la technologie utilisée, le champ magnétique est créé par des bobinages ou des aimants permanents. Lorsque que l'inducteur est bobiné, il est nécessaire de conserver des balais afin de l'alimenter (mais cette fois sans commutation).

Cette année, seule la machine synchrone brushless (sans balai, donc à aimants permanents) est au programme. Cette structure réserve plusieurs avantages :

- Pas de pertes au rotor
- Pas besoin de bobinage et de balais au rotor
- Un rotor plus léger (car aimants plus légers que les bobinages) -> servomoteurs à faible inertie donc très réactifs
- Pour les faibles dimensions, induction plus importante.

Autrefois, cette technologie ne permettait pas de réaliser des machines de très fortes dimensions (cout trop important) mais avec les progrès réalisés sur les aimants, on observe une montée en puissance de ces moteurs.

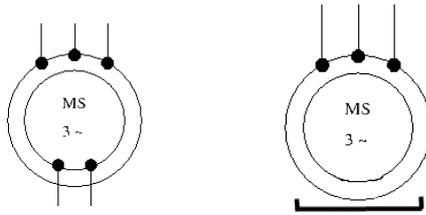
Les aimants utilisés sont généralement soit des ferrites (faible induction mais bon marché) ou du Samarium cobalt (forte induction mais couteux)



Structure d'une machine à 2 paires de

pôles

Symbole :



2. PRINCIPE :

Le stator alimenté par un système de tensions triphasé crée un champ tournant dans l'entrefer. Ce champ magnétique tourne à la vitesse de $\frac{f}{p}$ tours par secondes avec f fréquence d'alimentation des bobinages statoriques, et p le nombre de paires de pôles.

Le rotor composé de p aimants permanents va alors s'aligner avec le champ tournant. Le rotor tourne ainsi à la même que le champ tournant. La vitesse de rotation du rotor est donc :

$$\Omega = \frac{\omega}{p}$$

Rq 1 : Le synchronisme des champs magnétiques induit et inducteur impose une procédure spécifique de démarrage (de couplage au réseau en mode alternateur).

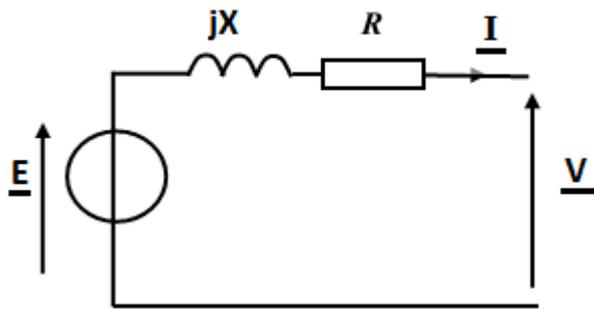
- En mode moteur : un moteur synchrone ne peut démarrer directement à pleine tension depuis le réseau de fréquence 50Hz (Car le rotor a une vitesse nulle au démarrage $\Omega \neq \frac{\omega}{p}$). Pour une alimentation directe en 50 Hz, il faudrait donc au préalable amener la charge à la vitesse nominale par un moteur auxiliaire puis connecter l'alimentation.
Pour les moteurs brushless, la solution consiste à utiliser un onduleur (système électronique recréant un système de tension triphasé de fréquence et d'amplitude voulu) . Autrefois, le rotor devait être lancé à la vitesse de synchronisme par un dispositif tierce et la variation de vitesse était impossible à réaliser.
- En mode alternateur (pour les machines à rotor bobiné essentiellement) : avant de connecter la machine synchrone au réseau, il faut lancer le rotor à la vitesse de synchronisme par un moteur annexe, puis en modulant le courant d'induction, amener la fem créée par l'alternateur à la même valeur que la tension du réseau.

Rq 2 : Le problème de ce mode de fonctionnement de la machine synchrone est son instabilité. Les constantes de temps électrique étant beaucoup plus faibles que les constantes de temps mécaniques, le moindre changement rapide de courant statorique entraîne le décrochage du champ magnétique créée par le rotor. Pour cette raison, le moteur synchrone, en pratique, ne peut fonctionner correctement qu'en étant asservi afin de maintenir en permanence les champs statoriques et rotoriques "en phase".

3. MODELE ELECTRIQUE :

La machine synchrone triphasée à aimants permanents peut être représentée par le schéma électrique page suivante (schéma équivalent monophasé) :

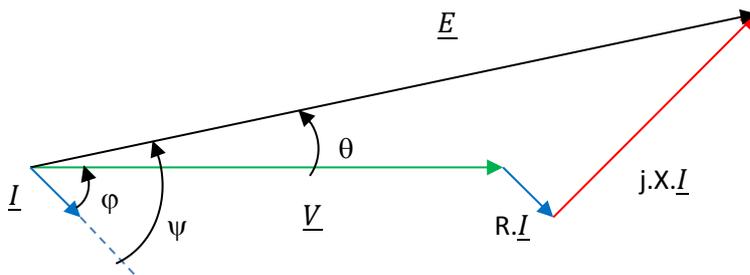
Diagramme de Behn Eschenburg: (machine à entrefer constant, pas de saturation magnétique)



- $i(t)$ est le courant de phase circulant dans les enroulements statoriques.
- $v(t)$ est la tension simple aux bornes d'un enroulement
- $e(t)$ est la force électro motrice à vide de la machine
 R_q : Selon la forme du bobinage statorique, la fem est trapézoïdale ou sinusoïdale.
- X est la réactance synchrone, R la résistance d'un enroulement

Du schéma ci-dessus, on sort la relation suivante :

$$\underline{E} = \underline{V} + R \cdot \underline{I} + j \cdot X \cdot \underline{I}$$



Rg 1 : Le module de la fem dépend du champ magnétique crée par l'inducteur.

On peut l'écrire sous la forme : $E = K \times N \times f \times \hat{\phi}$

avec : K , constante de Kapp dépendant de la machine

N : nombre de conducteurs dans un enroulement

f : fréquence d'alimentation

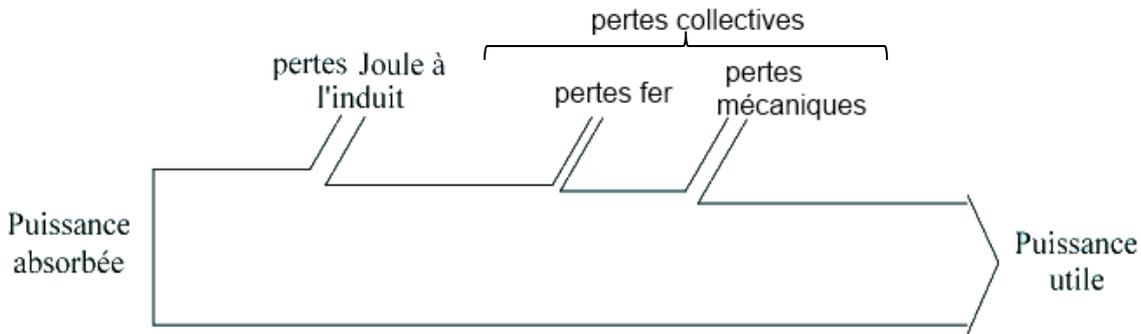
$\hat{\phi}$: flux max passant par une spire

Dans le cas de machine synchrone à rotor bobiné, en mode génératrice, en jouant sur le courant d'excitation, on peut faire varier E . On modifie ainsi le comportement de l'alternateur, qui peut être réglé de manière à fournir de l'énergie réactive (on parle alors de compensateur synchrone).

Rg 2 : Lorsque l'on étudie la machine synchrone, on peut avoir une convention différente pour le courant I mais l'étude procède de la même démarche.

4. BILAN DES PUISSANCES

En **mode moteur**, les pertes dans la machine synchrone se répartissent suivant la manière suivante :



On regroupe habituellement les pertes fer dans le stator (pertes par hystérésis et courants de Foucault) et les pertes mécaniques car sous la tension nominale, elles ne dépendent toutes deux que de la vitesse de rotation du moteur (ce qui devient faux lorsque l'onduleur commande le moteur en amplitude variable).

Les rendements des machines synchrones à aimants permanents sont généralement très bons. (meilleurs que pour les autres moteurs d'environ 1%) de l'ordre de 96% pour 100kW, 91% pour 6kW et 78% pour 1kW.

L'expression littérale du rendement s'écrit :

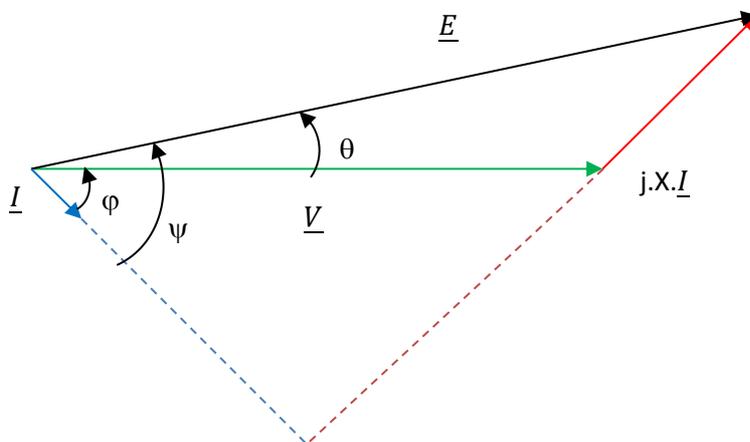
$$\eta = \frac{Cu \cdot \Omega}{\sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi} = \frac{Cu \cdot \Omega}{Cu \cdot \Omega + P_j + P_c}$$

Rq : Les alternateurs (à excitation bobinée) utilisés dans les centrales électriques peuvent avoir des puissances de l'ordre de 1000 MW. Même avec un rendement de 99%, il reste 10 MW de chaleur à évacuer !

5 . EXPRESSION DU COUPLE

On peut calculer simplement l'expression du couple dans la machine synchrone en faisant l'approximation d'une conversion de puissance parfaite, ce qui implique de négliger la résistance d'un enroulement.

Le diagramme de Fresnel vu en page précédente devient alors :



La puissance absorbée s'écrit : $P = 3 \cdot V \cdot I \cdot \cos \varphi$

7. CARACTERISTIQUES GENERALES DES MACHINES SYNCHRONES

Dans sa version à rotor bobiné, la machine synchrone triphasée est le convertisseur attitré pour la production d'électricité, ceci grâce à la possibilité de fournir de l'énergie réactive en modulant le courant d'excitation.

Pour des puissances inférieures à environ 50 kW, les moteurs synchrones à aimants permanents présentent des avantages certains :

- Une inertie (ou poids) plus faible qu'avec un rotor bobiné. On a alors une puissance massique plus importante que les autres moteurs électriques. Cela peut être intéressant lorsque le problème d'encombrement ou de poids est important (par exemple, la Toyota Prius est équipée d'un moteur synchrone à aimants permanents) ou lorsque l'on a besoin d'une dynamique importante (servomoteur en robotique)
- Un rendement amélioré grâce à l'absence de consommation dans le rotor
- Un entretien réduit dû à l'absence de balais.

Cependant, on observe quelques limitations :

- Coût plus élevé des aimants
- Induction non réglable (difficulté de réglage à forte vitesse sans des pertes plus importantes)
- Risque de démagnétisation des aimants et tenue en température réduite.

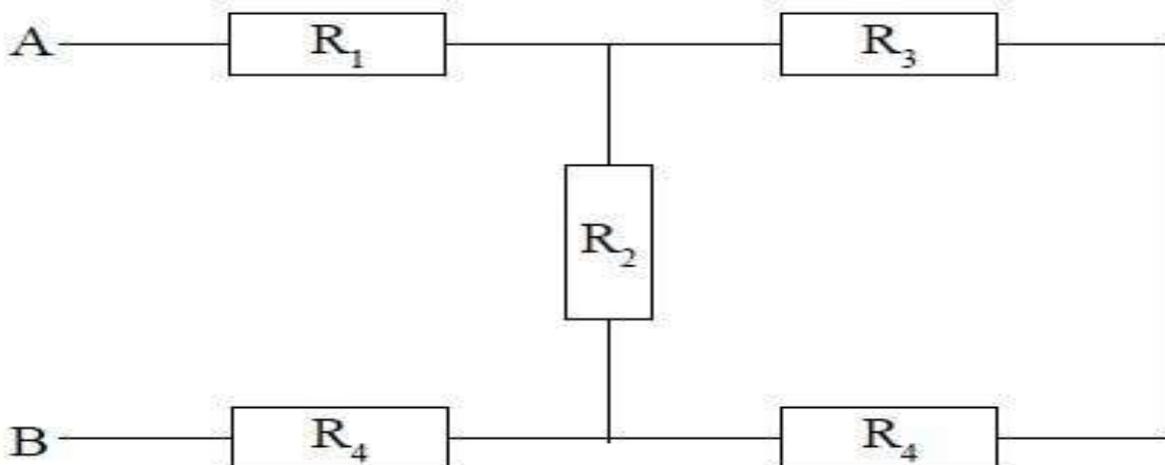
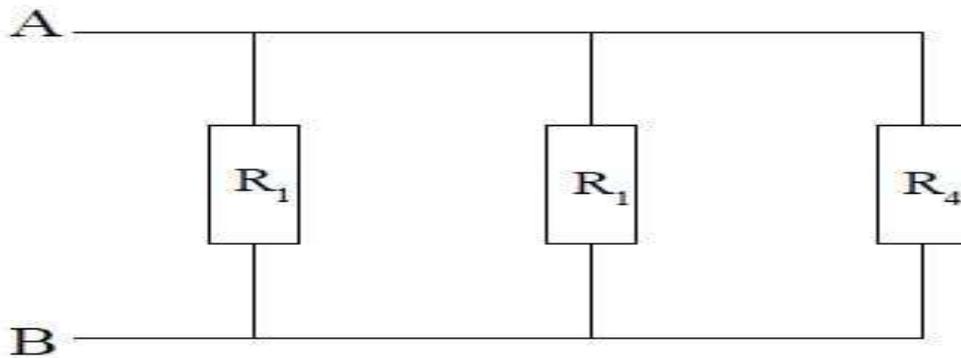
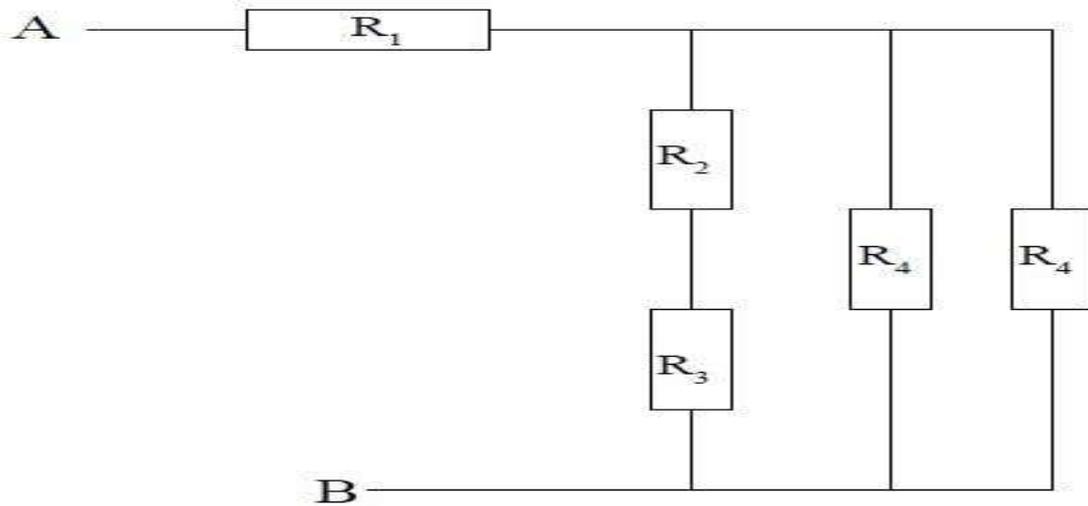
La commande relativement complexe de ces moteurs qui était autrefois un frein, ne pose plus actuellement de problème grâce à l'augmentation des performances de l'électronique (de puissance et de contrôle)

Evaluation du cours électricité industrielle

Exercice n°1 :

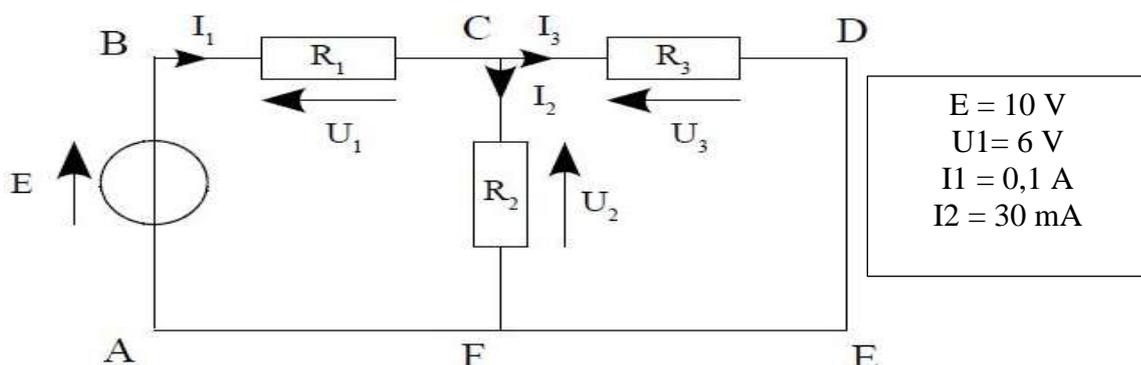
$R_1 = 100 \text{ W}$, $R_2 = 150 \text{ W}$, $R_3 = 100 \text{ W}$, $R_4 = 500 \text{ W}$

Calculer la résistance équivalente vue des points A et B pour les différents montages :



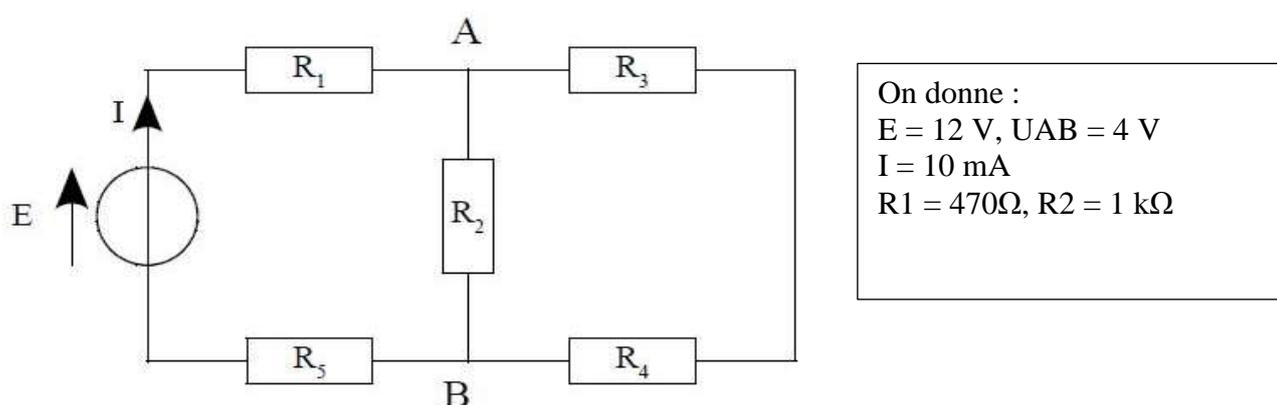
Exercice n°2

Soit le montage suivant :



- 1- Établir l'équation du nœud C.
- 2- En déduire l'expression de I_3 en fonction de I_1 et I_2 .
- 3- Calculer I_3 .
- 4- Établir l'équation de la maille (ABCFA).
- 5- En déduire l'expression de la tension U_2 .
- 6- Calculer U_2 .
- 7- Établir l'équation de la maille (CDEFC).
- 8- En déduire l'expression de U_3 .
- 9- Calculer U_3 .
- 10- Vérification de la loi des mailles. Établir l'expression de la maille (ABDEA) et montrer que $E = U_1 + U_3$.
- 11- Faire l'application numérique. La loi des mailles est-elle vérifiée?

Exercice n°3



- 1- Flécher et annoter les différentes tensions et intensités sur le schéma (convention récepteur).
Exemple : Aux bornes de R_1 , la tension sera notée U_1 et l'intensité qui la traverse sera notée I_1 .
- 2- Quelle est la valeur du courant qui traverse R_5 ?
- 3- Le courant qui traverse R_4 a pour valeur $I_4 = 6\text{mA}$. Calculer la valeur de l'intensité I_2 qui traverse R_2 .
- 4- La tension $U_1 = 4,7\text{ V}$. Calculer la tension U_5 aux bornes de la résistance R_5 .
- 5- En déduire la valeur de I_3 .

6- Établir l'expression de U_2 en fonction de U_3 et U_4 .

7- Calculer U_3 si $U_4 = 1,2 \text{ V}$.

Exercice 4

Un circuit magnétique de forme torique a les caractéristiques suivantes :

Longueur moyenne de circuit : $L=20,0 \text{ cm}$;

Section droite constante : $S=5,0 \text{ cm}^2$;

Perméabilité relative $\mu_r=1000$

1-Quelle est la réluctance \mathcal{R} du circuit ?

2-Calculer la force magnétomotrice ε qui permet d'obtenir à l'intérieur du circuit magnétique un flux ϕ de $6 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$.

Exercices 5

Un transformateur parfait branché sur un réseau moyenne tension $15\text{kV}-50\text{Hz}$ fournit au secondaire une tension

$U_2=220\text{V}$.son circuit magnétique a une section utile $\hat{B} = 1.0\text{T}$

$S=2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$, la valeur maximale du champ magnétique dans le fer est .

1. Quels sont les nombres de spires des enroulements du primaire et du secondaire ?

2. Quelle est la valeur efficace de l'intensité du courant traversant le primaire lorsque le secondaire débite un courant d'intensité efficace $I_2=200\text{A}$?

3. le débit précédent se faisant charge inductive ($\cos\phi_1=0.93$), quelles sont les différentes puissances au primaire et au secondaire ?

Solution des exercices

Exercice.1

$$R_{AB} = 225 \Omega$$

$$R_{AB} = 45,45\Omega$$

$$R_{AB} = 720 \Omega$$

Exercice .2

$$1- I_1 = I_2 + I_3.$$

$$2- I_3 = I_1 - I_2.$$

$$3- I_3 = 70 \text{ mA}$$

$$4- E - U_1 - U_2 = 0$$

$$5- U_2 = E - U_1$$

$$6- U_2 = 4 \text{ V}$$

$$7- - U_3 + U_2 = 0$$

$$8- U_3 = U_2$$

$$9- U_3 = 4 \text{ V}$$

$$10- E - U_1 - U_3 = 0 \text{ soit } E = U_1 + U_3$$

$$11- 6 + 4 = 10 \text{ V (CQFD)}$$

Exercice.3

- 2- $I_5 = I = 10 \text{ mA}$
- 3- $I_2 = 4 \text{ mA}$
- 4- $U_5 = 3,3 \text{ V}$
- 5- $I_3 = 6 \text{ mA}$
- 6- $U_2 = U_3 + U_4$
- 7- $U_3 = 2,8 \text{ V}$

Exercice.4

1. Réluctance \mathcal{R} du circuit magnétique

La réluctance d'un circuit magnétique sans entrefer, de section s constante et de longueur moyenne L s'exprime par la relation :

$$\mathcal{R} = \frac{L}{\mu s}$$

μ est la perméabilité magnétique absolue du matériau : $\mu = \mu_0 \mu_r$ d'où :

$$\mathcal{R} = \frac{0,20}{4\pi \times 10^{-7} \times 1000 \times 5 \times 10^{-4}}$$

$$\mathcal{R} = 3,18 \times 10^5 \text{ H}^{-1}$$

2-force magnétomotrice ε

Pour la calculer nous utilisant la relation :

$$\varepsilon = NI = \mathcal{R}\varphi = 31,8 \times 10^4 \times 6 \times 10^{-3}$$
$$\varepsilon = 1908 \text{ A}$$

Exercice.5

1. Nombre de spires des enroulements

Applications la formule de Boucherot au primaire :

D'où : $U_1 = E_1 = 4.44 N_1 f \widehat{B} S$

$$N_1 = \frac{U_1}{4.44 f \widehat{B} S}$$

Soit $\Rightarrow N_1 = 15.10^3 / (4.44 \times 50 \times 1 \times 2 \times 10^{-2})$ $N_1 \approx 3380$ spires

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} \quad \text{Donc :} \quad N_2 = N_1 \frac{U_2}{U_1} \quad \Rightarrow \quad N_2 = \frac{3380 \times 220}{15000}$$

$$\Rightarrow \quad \text{N}_2 \approx 50 \text{ spires}$$

2. intensité du courant primaire

Le rapport $\frac{I_1}{I_2}$ est égal au rapport de transformation.

Donc $\Rightarrow I_1 = I_2 \frac{N_2}{N_1}$ $I_1 = \left(200 \times \frac{50}{3380} \right)$ $I_1 \approx 3.0 \text{ A}$

3. puissances

Le transformateur est parfait, nous avons alors :

$$P_1 = P_2, Q_1 = Q_2 \text{ et } S_1 = S_2$$

$$\text{Soit : } P_1 = P_2 \sin \varphi_2$$

$$S_1 = S_2 = U_2 I_2$$

Application numérique :

$$P_1 = P_2 = 40.9 \text{ kW}$$

$$Q_1 = Q_2 = 16.2 \text{ kvar}$$

$$S_1 = S_2 = 44 \text{ kVA}$$