

Support de cours

« *Robotique Industrielle* »

(3^{eme} année Maintenance Industrielle)

Programme détaillé du module

Chapitre 01 : Description des Robots.

Chapitre 2 : Matrice de Transformations Homogènes.

Chapitre 3 : Modèle Géométrique Direct d'un Robot .

Chapitre 4 : Modèle Géométrique Inverse d'un Robot.

Chapitre 5 : Actionneurs et Capteurs utilisés.

**Cours préparé par
MEZIANE.Assia**

Chapitre 1 : Description des Robots

1. Définitions

Un robot est un système mécanique poly-articulé mû par des actionneurs et commandé par un calculateur qui est destiné à effectuer une grande variété de tâches.

"Un appareil automatique qui peut effectuer des *fonctions normalement effectuées par des humains*." Traduit du dictionnaire Webster's.

"Appareil automatique capable de manipuler des objets ou d'exécuter des opérations selon un programme fixe ou modifiable." Petit Larousse.

"Un manipulateur reprogrammable multifonctionnel conçu pour déplacer des matériaux, des outils, des pièces ou des composants spécialisés à travers une série de mouvements programmés pour effectuer une tâche précise." Robot Institut de robotique d'Amérique, 1979.

"A robot is a machine designed to execute one or more tasks *repeatedly, with speed and precision*." *whatis.com*

Définitions :

" Manipulateur commandé en position, reprogrammable, polyvalent, à plusieurs degrés de liberté, capable de manipuler des matériaux, des pièces, des outils et des dispositifs spécialisés, au cours de mouvements variables et programmés pour l'exécution d'une variété de tâches. Il a souvent l'apparence d'un ou plusieurs bras se terminant par un poignet. *Son unité de commande utilise, notamment, un dispositif de mémoire et éventuellement de perception et d'adaptation à l'environnement et aux circonstances*. Ces machines polyvalentes ont généralement été étudiées pour effectuer la même fonction de façon cyclique et peuvent être adaptées à d'autres fonctions sans modification permanente du matériel." AFNOR Association Française de Normalisation

2. Robotique des manipulateurs

Robots séries



Kuka

Robots Hybrides (parallèle/série)



Tricept, Neos

Robots parallèles



Delta, ABB

Robots à câbles



Système à retour d'effort (Haptic)



3. Domaines d'expertises

- ✓ Mécanique
- ✓ Automatique
- ✓ Informatique
- ✓ Mathématique appliquée
- ✓ Analyse numérique, Optimisation,
- ✓ Géométrie algébrique, Algorithmique,
- ✓ Vision par ordinateur, Traitement d'images,
- ✓ Intelligence artificielle,
- ✓ Mécatronique,
- ✓ Psychologie , Expertise Médicale
- ...

4. Domaines d'applications de la robotique industrielle

Pour une grande majorité des robots ...

- ✓ tâche simple
- ✓ tâche répétitive (grande série)
- ✓ qualité sur la tâche (vitesse, précision)
- ✓ pénibilité de la tâche (peinture, charge lourde, environnement hostile, ...).
- ✓ tâche complexe
- ✓ interaction avec l'environnement
- ✓ module de décision (+ sécurité)

4.1. La robotique industrielle

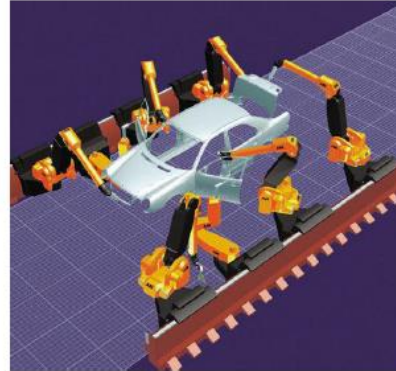
Automobile



Robot soudeur



Chaîne d'assemblage



Robot peintre



4.2. Chaîne de production (industrie)



Chaîne de production (ABB)



Manipulateur fonderie (ABB)



Manipulateur rapide (ABB)



4.3. Environnement hostile

Nucléaire



Figure: Robot décontamineur



Figure: Robot adapté au milieu

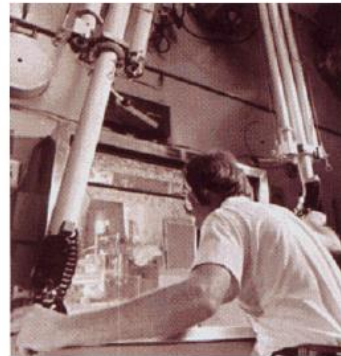
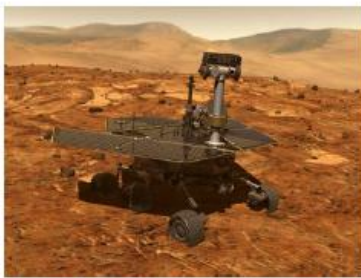


Figure: Téléopération



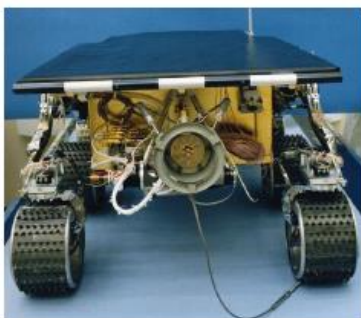
Exploration spatiale



Spirit, NASA, 2003 sur Mars



Canadarm 1 et 2



Sojourner, NASA, 1997 sur Mars



Beagle 2

Exploration sous-marine



Robot sous-marin

Agriculture



Tracteur autonome



Récolte de concombre

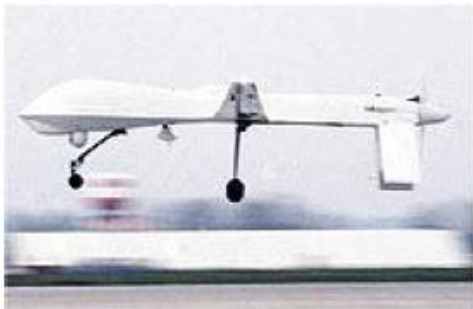


Robot pour planter les melons

Sécurité, Militaire



Robot reconnaissance Irak 2003



Drone Predator General atomics



Demineur

Médicale



Manipulateur pharmaceutique



Manipulateur hospitalié

5. Liaisons entre deux solides

5.1. Liaison

Une *liaison* entre 2 solides indéformables (en théorie) limite le *d.d.l.* d'un solide par rapport à l'autre. On appelle *d.d.l.* de la liaison le nombre de paramètres indépendants permettant de définir la localisation (position et orientation) d'un solide par rapport à l'autre dans tout déplacement (compatible avec la liaison).

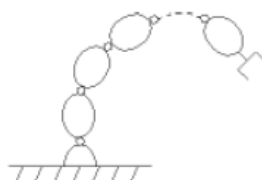
Exemples :

- Un cube sur un plan a 3 *d.d.l.* : 2 pour fixer les coordonnées d'un point dans le plan, 1 pour déterminer son orientation dans le plan.
- Une sphère sur un plan a 5 *d.d.l.* : 2 pour fixer les coordonnées d'un point dans le plan, 3 pour déterminer son orientation dans le plan.
- Une porte par rapport au mur a 1 *d.d.l.*

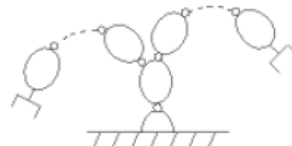
5.2. Mécanismes

On appelle *mécanisme* un ensemble de solides reliés 2 à 2 par des liaisons. On distingue 2 types de *mécanismes* :

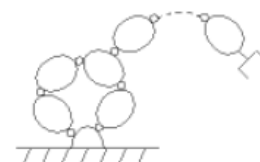
- Les *mécanismes en chaîne simple ouverte* (ou *en série*). Lorsque l'on parcourt le mécanisme, on ne repasse jamais 2 fois sur la même liaison, ou sur le même solide. Ce type de système est le plus répandu.
- Les *mécanismes en chaîne complexe, i.e.*, tout ce qui n'est pas *en série* (au moins un solide avec plus de 2 liaisons). De tels systèmes se subdivisent en 2 groupes : les *chaînes structurées en arbre*, et les *chaînes fermées* (dont l'avantage est d'être *a priori* plus rigide, plus précis, capable de manipuler de lourdes charges). Pour représenter un mécanisme, on dispose de 2 méthodes :
- Le schéma cinématique⁸ : On utilise la représentation normalisée des liaisons pour représenter le mécanisme, soit en perspective, soit en projection.
- Le graphe, non normalisé. A titre d'exemples, considérons quelques mécanismes :



chaîne simple ouverte



chaîne structurée en arbre

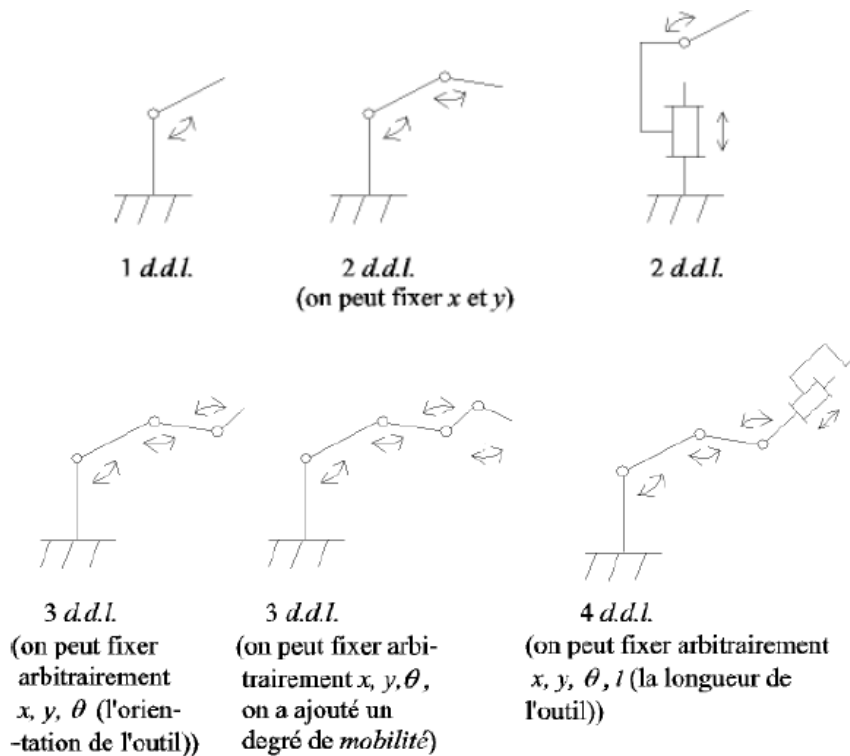


chaîne fermée

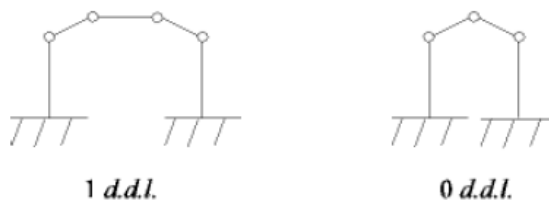
Définition (degré de liberté, d.d.l.) : Le nombre de *d.d.l.* d'un mécanisme est le nombre de paramètres *indépendants* qui permettent de définir la position du *mécanisme* à un instant donné du mouvement.

Exemples :

_ Chaînes simples ouvertes



➤ **Chaînes complexes**



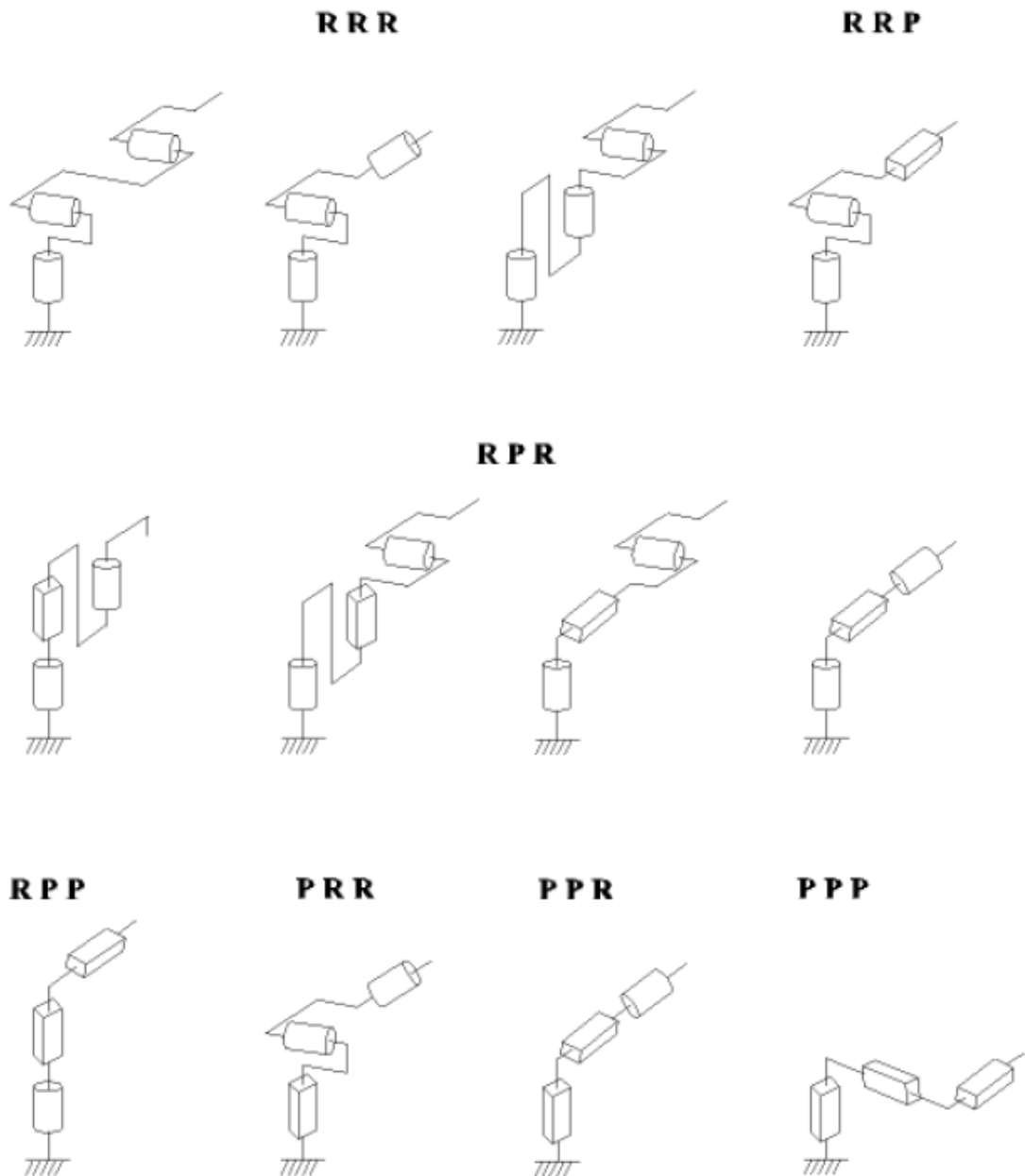
5.3. Morphologie des robots manipulateurs

Ce paragraphe est relatif aux chaînes ouvertes simples. Afin de dénombrer les différentes architectures possibles, on ne considère que 2 paramètres : le type d'articulation (rotoïde (R) ou prismatique (P)) et l'angle que font deux axes articulaires successifs (0° ou 90° ; sauf cas très particulier, les axes consécutifs d'un robot sont soit parallèles, soit perpendiculaires).

On convient d'appeler les 3 premiers *d.d.l.* le **porteur du robot**. Les *d.d.l.* résiduels forment le **poignet**,

caractérisé par des dimensions beaucoup plus petites et une plus faible masse.

Sont schématisées dans la figure qui suit les 12 morphologies possibles de porteur .

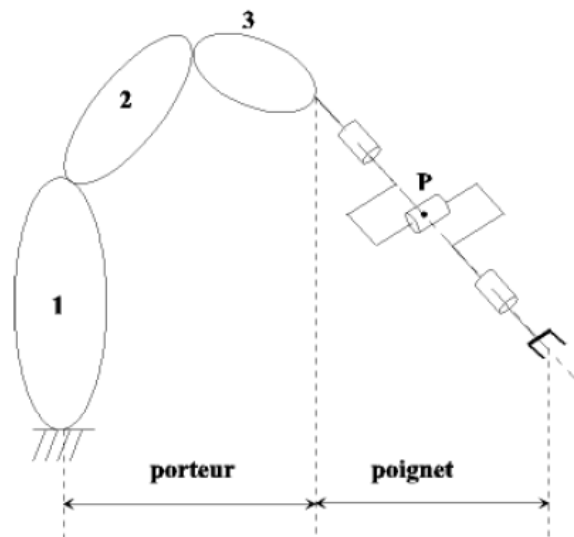


Dans la pratique, le *poignet* de type rotule est très répandu. Le robot, obtenu en lui associant un porteur à 3 *d.d.l.*, est la structure la plus classique à 6 *d.d.l.*. Elle permet d'assurer un découplage entre la position et l'orientation de l'organe terminal :

- Le porteur a pour rôle de fixer la position du point d'intersection, noté *P*, des axes des 3 dernières articulations (centre du poignet) ; cette position (*P*) ne dépend que de la configuration des solides (corps) 1, 2 et 3 (*i.e.*, du porteur),

- Le poignet est destiné à l'orientation de l'organe terminal (pince, outil).

Voir la figure suivante.



Cette structure de robot à poignet de type rotule correspond à celle des robots Staubli RX-90.

Chapitre 2 : Matrice de Transformations Homogènes

2-1 Matrice de transformation homogène

La présence conjointe de produits et de sommes dans l'équation vectorielle

$\overrightarrow{O_0 P_{/0}} = \overrightarrow{O_0 O_{1/0}} + R_{01} \times \overrightarrow{O_1 P_{/1}}$ est peu commode pour effectuer des calculs systématiques, dus par exemple à des changements successifs de repères. On lui préfère une représentation matricielle de dimension 4, basée sur les coordonnées homogènes.

La représentation en coordonnées homogènes consiste à doter toute notation vectorielle d'un facteur d'échelle en introduisant une coordonnée supplémentaire. Soit par exemple, un point M de l'espace, rapporté à trois axes rectangulaires, donné par la relation :

$$\overrightarrow{OM} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix},$$

alors la représentation du point M à l'aide de coordonnées homogènes est faite avec un quaternion, *i.e.*,

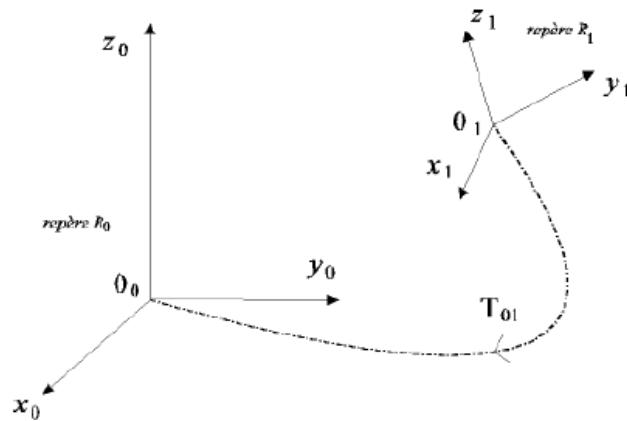
$$\overrightarrow{OM} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix}, \text{ avec } a = \frac{x}{w}, b = \frac{y}{w}, c = \frac{z}{w}.$$

Soit la matrice de transformation homogène ${}_{01}T$ correspondant à la matrice partitionnée suivante :

$${}_{01}T = \begin{pmatrix} R_{01(3,3)} & t_{01(3,1)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad \begin{array}{l} \text{rotation} \\ \text{translation} \end{array}$$

Remarquons que le facteur d'échelle est unitaire ($w = 1$).

La matrice ${}_{01}T$ représente la transformation permettant de passer du repère R_1 au repère R_0 .

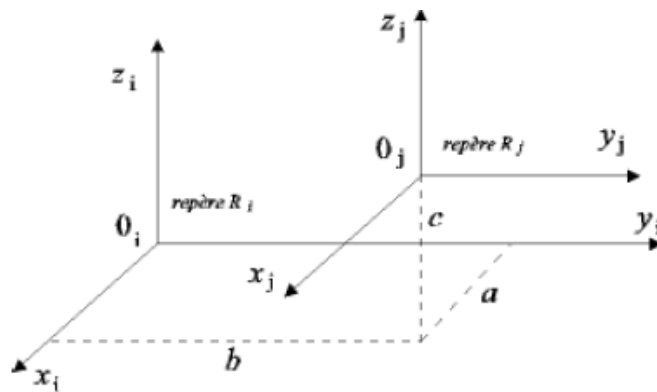


En effet, elle permet d'exprimer dans le repère R_0 les coordonnées d'un vecteur exprimées dans le repère R_1 . Autrement dit, on a :

$$\begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \\ 1 \end{pmatrix} = T_{01} \begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Cas de transformations homogènes

D'une simple translation On note $Trans(x,a)$ la matrice de transformation homogène correspondant à une translation de a selon l'axe x .



On a : $T_{\vec{y}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

On a : $T_{\vec{y}} = \text{Trans}(x_i, a) \times \text{Trans}(y_i, b) \times \text{Trans}(z_i, c)$

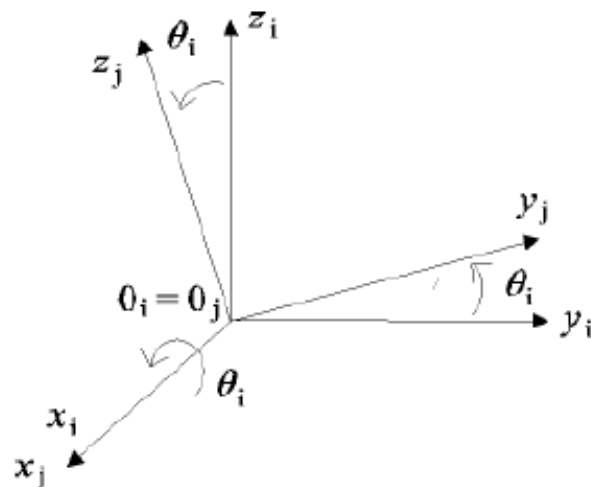
$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Soit $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ les coordonnées d'un point M dans le repère R_j (c-à-d : $\overrightarrow{O_j M}_{/j} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$), alors les

coordonnées du point M dans le repère R_i sont : $T_{\vec{y}} \times M_{/j} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+a \\ y+b \\ z+c \\ 1 \end{pmatrix}$.

- D'une simple rotation

On note $Rot(x, \theta)$ la matrice de rotation d'un angle θ autour de l'axe \vec{x} .



$$\text{On a : } T_{\bar{y}} = \text{Rot}(x_i, \theta_i) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) & 0 \\ 0 & \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{i,j}(x_i, \theta_i) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Soit $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ les coordonnées d'un point M dans le repère R_j , alors les coordonnées du point M dans

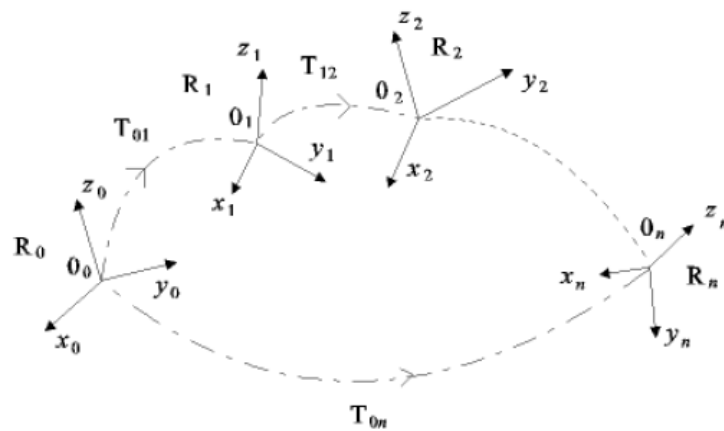
$$\text{le repère } R_i \text{ sont : } T_{\bar{y}} \times M_{/j} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) & 0 \\ 0 & \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ \cos(\theta_i) y - \sin(\theta_i) z \\ \sin(\theta_i) y + \cos(\theta_i) z \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Une matrice de transformation peut se décomposer en 2 matrices de transformation :

$$T = \begin{pmatrix} A_{(3,3)} & t_{(3,1)} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I & t_{(3,1)} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} A_{(3,3)} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

translation rotation

Remarque : Le produit de matrices de transformation homogène n'est pas commutatif, du fait de la non commutativité de la rotation.



$$\text{On a : } T_{0n} = T_{01} \times T_{12} \times \dots \times T_{n-1, n}.$$

Soit $\overline{O_n M}_{/n} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, alors $T_{0n} \times \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ exprime les coordonnées du point M dans le repère R_0 (c-à-d :

$$\overline{O_0 M}_{/0} = T_{0n} \times \overline{O_n M}_{/n}.$$

Chapitre 3 :Modèle Géométrique Direct d'un Robot

3-1 Obtention du modèle géométrique direct

On s'intéresse à la relation liant l'espace articulaire associé aux différentes liaisons du robot avec l'espace opérationnel dans lequel est définie la situation de l'organe terminal. Cette relation s'exprime à l'aide de l'équation suivante :

$$X = f(q) .$$

La méthode proposée utilise les matrices de transformation homogène. On associe un repère à chaque solide du robot, en commençant par le socle. Si une articulation a plusieurs degrés de libertés (*d.d.l.*), on introduit des solides fictifs (de masse et de longueur nulles). La situation de l'organe terminal par rapport au socle correspond au produit des matrices de transformation homogène des différents repères associés au solide du robot. Notons que l'écriture des matrices de transformation homogène n'est pas unique (il existe une infinité de façon de lier une repère à un solide).

3-2 Paramètres de Denavit-Hartenberg

Les paramètres de Denavit-Hartenberg permettent de disposer d'un paramétrage des liaisons tel que les matrices de passage aient toutes la même forme littérale, ce qui facilite les calculs.

La méthode qui suit s'applique lorsque le robot correspond à une chaîne simple ouverte et que ses articulations sont rotoïdes, ou prismatiques (ce qui est le cas en général). Les corps constituant le robot sont supposés parfaitement rigides et connectés par des articulations idéales (pas de jeu mécanique, pas d'élasticité).

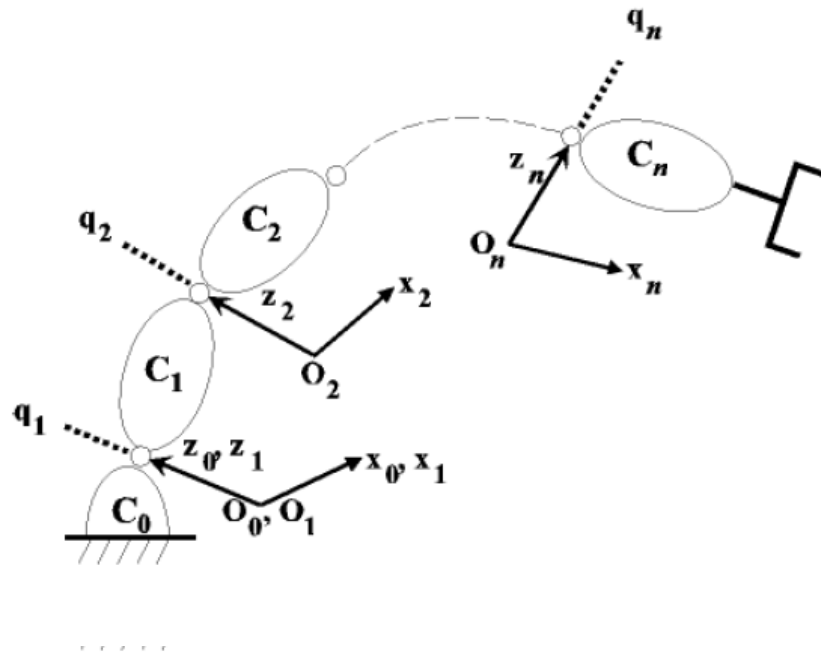
3-3 Notations :

On numérote les solides par ordre croissant en partant du socle. Ainsi le robot est composé de $n + 1$ corps, notés C_0, C_1, \dots, C_n , et de n articulations ($n - 1$). Le corps

C_0 désigne le socle (la base) du robot, le corps C_n le corps portant l'organe terminal.

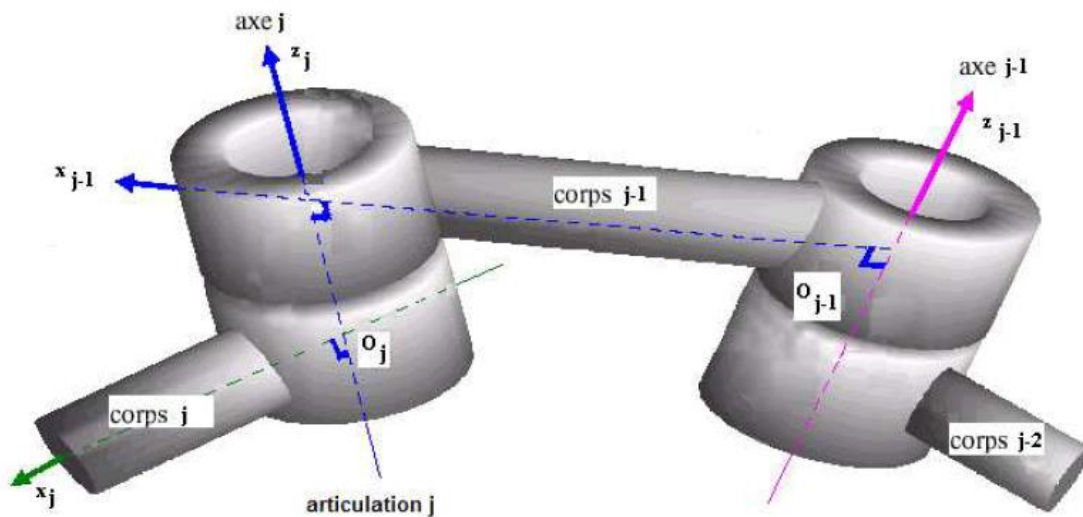
Le repère R_j est lié au corps C_j du robot.

La variable de l'articulation j , qui lie le corps C_j au corps C_{j-1} , est notée q_j .



Détermination du repère R_j (lié au corps C_j) :

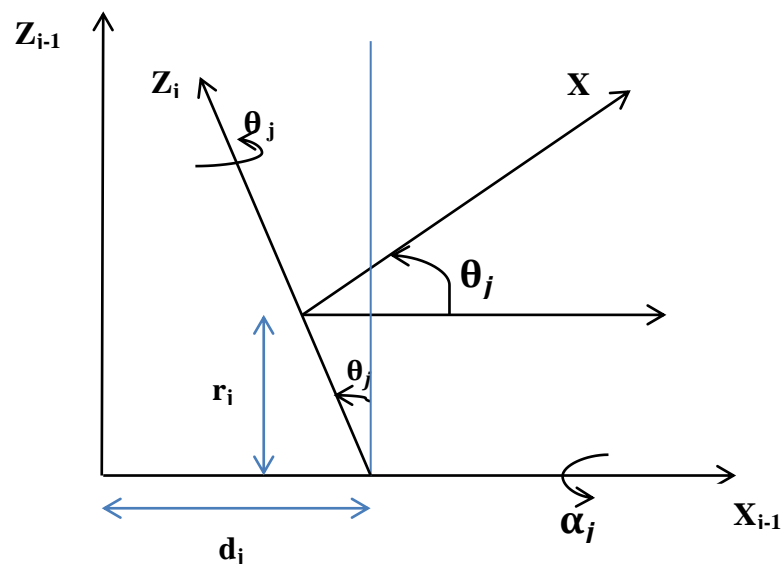
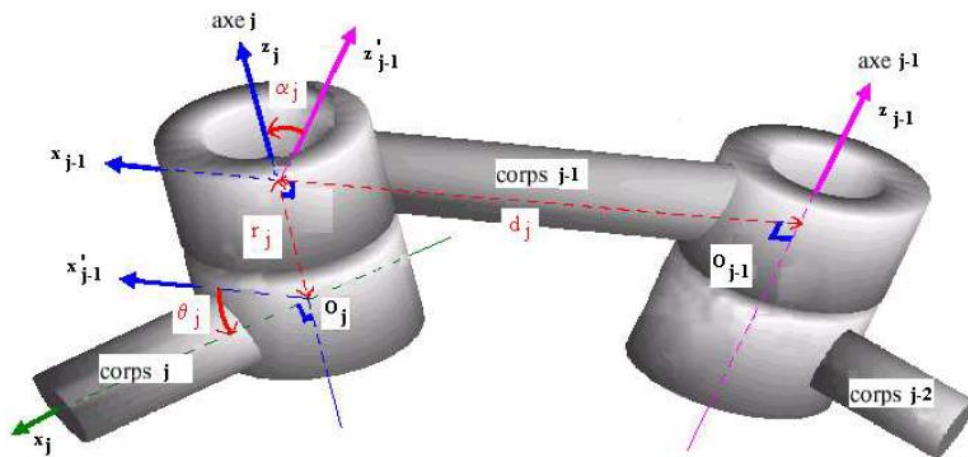
- L'axe $\overrightarrow{o_j z_j}$ est porté par l'axe de rotation, ou de translation, de l'articulation j .
- L'axe $\overrightarrow{o_j x_j}$ est porté par la perpendiculaire commune aux axes $\overrightarrow{o_j z_j}$ et $\overrightarrow{o_{j+1} z_{j+1}}$. Si les axes $\overrightarrow{o_j z_j}$ et $\overrightarrow{o_{j+1} z_{j+1}}$ sont parallèles, le choix de $\overrightarrow{o_j x_j}$ n'est pas unique, il est alors dicté par des considérations de symétrie ou de simplicité.



Passage du repère R_{j-1} au repère R_j , détermination des paramètres de Denavit-Hartenberg

Le passage du repère R_{j-1} au repère R_j s'exprime en fonction des 4 paramètres suivants :

- On note α_j l'angle de rotation entre les axes \vec{z}_{j-1} et \vec{z}_j autour de l'axe \vec{x}_{j-1} ,
- On note d_j la distance entre \vec{z}_{j-1} et \vec{z}_j mesurée le long de l'axe \vec{x}_{j-1} ,
- On note θ_j l'angle de rotation entre les axes \vec{x}_{j-1} et \vec{x}_j autour de l'axe \vec{z}_j ,
- On note r_j la distance entre \vec{x}_{j-1} et \vec{x}_j mesurée le long de l'axe \vec{z}_j .



Remarque : La variable articulaire q_j , associée à l'articulation j , est soit θ_j , soit r_j , selon que cette articulation est respectivement de type rotoïde ou prismatique, ce qui se traduit par la relation :

$$q_j = (1 - \sigma_j) \theta_j + \sigma_j r_j$$

avec $\sigma_j = 0$ si l'articulation j est rotoïde et $\sigma_j = 1$ si elle est prismatique.

Autrement dit, si l'articulation est une *rotation* alors $\begin{cases} q_j = \theta_j \text{ est variable} \\ \alpha_j, d_j, r_j \text{ sont constants} \end{cases}$

Si l'articulation est une *translation* alors $\begin{cases} q_j = r_j \text{ est variable} \\ \alpha_j, d_j, \theta_j \text{ sont constants} \end{cases}$

Bien souvent, la rotation d'angle α_j est multiple de $\frac{\pi}{2}$.

Le passage du repère R_{j-1} au repère R_j se fait à travers 4 étapes :

- Une rotation d'angle α_j autour de l'axe $\overrightarrow{x_{j-1}}$,
- Une translation de distance d_j mesurée le long de l'axe $\overrightarrow{x_{j-1}}$,
- Une rotation d'angle θ_j autour de l'axe $\overrightarrow{z_j}$,
- Une translation de distance r_j mesurée le long de l'axe $\overrightarrow{z_j}$.

Il en résulte la matrice de transformation homogène $T_{j-1,j}$ suivante :

$$\begin{aligned} T_{j-1,j} &= Rot(x_{j-1}, \alpha_j) \times Trans(x_{j-1}, d_j) \times Rot(z_j, \theta_j) \times Trans(z_j, r_j) \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha_j) & -\sin(\alpha_j) & 0 \\ 0 & \sin(\alpha_j) & \cos(\alpha_j) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & d_j \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \cos(\theta_j) & -\sin(\theta_j) & 0 & 0 \\ \sin(\theta_j) & \cos(\theta_j) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & r_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos(\theta_j) & -\sin(\theta_j) & 0 & d_j \\ \cos(\alpha_j) \sin(\theta_j) & \cos(\alpha_j) \cos(\theta_j) & -\sin(\alpha_j) & -r_j \sin(\alpha_j) \\ \sin(\alpha_j) \sin(\theta_j) & \sin(\alpha_j) \cos(\theta_j) & \cos(\alpha_j) & r_j \cos(\alpha_j) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

3-4 Obtention des modèles géométriques direct

Le modèle géométrique direct est l'ensemble des relations qui permettent d'exprimer la situation de l'organe terminal, les coordonnées opérationnelles, du robot en fonction de ses coordonnées articulaires. Dans la cas d'une chaîne simple ouverte, il peut être représenté par la matrice ${}^n T_0$, qui se calcule par :

$$T_{0,n} = T_{0,1}(q_1) \times T_{1,2}(q_2) \times \dots \times T_{n-1,n}(q_n).$$

Le modèle géométrique direct du robot peut se représenter aussi par la relation :

$$X = f(q)$$

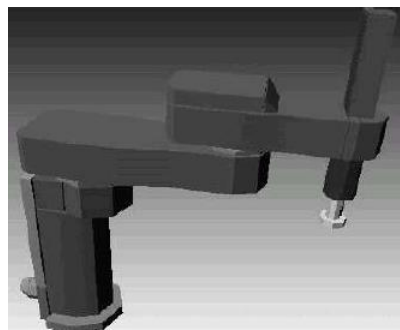
où X est le vecteur des coordonnées opérationnelles exprimées dans le repère de référence R_0 , et q les variables articulaires.

La matrice ${}^n T_0$, représente la position et l'orientation, exprimées dans le repère de référence R_0 , de l'organe terminal du robot.

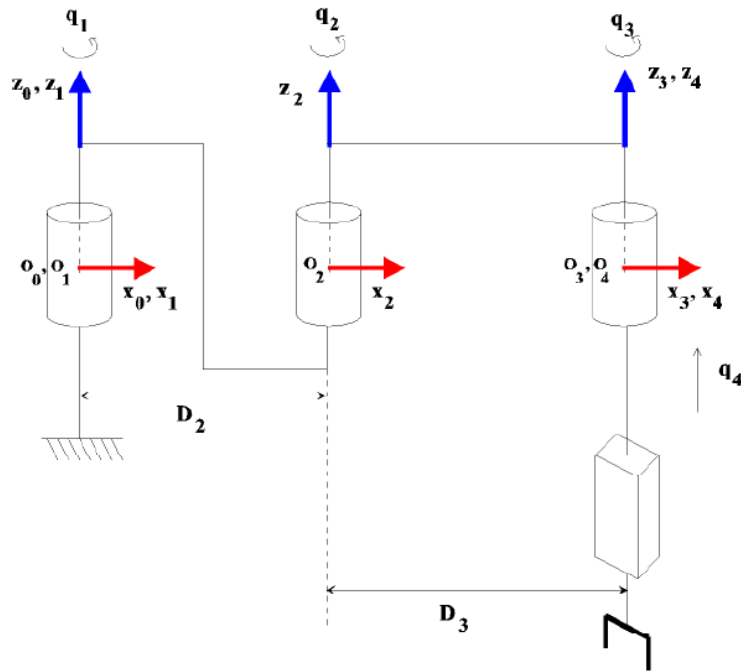
Le modèle géométrique inverse est le problème inverse qui permet de connaître les variables articulaires en fonction de la situation de l'organe terminal, ce qui peut se représenter par la relation : $q = g(X)$.

3-5 Exemple

On se propose d'établir le modèle géométrique direct du robot SCARA à 4 degrés de libertés représenté, dans sa configuration initiale, dans la figure suivante :



et de façon schématique dans la figure suivante. Afin de se faciliter la tâche, les différents repères permettant d'établir les paramètres de Denavit-Hartenberg sont représentés.



De façon pratique, il s'agit de placer :

- Les axes jz sur les axes des différentes articulations,
- Puis, les axes jx selon les conventions décrites précédemment (perpendiculaire commune aux axes $j, j+1z$).

Une fois les différents repères nR , R_0 définis, on détermine les paramètres géométriques liés à chacun des repères jR par rapport à $j-1R$.

1) Retrouver les paramètres de Denavit-Hartenberg du robot listés ci-dessous.

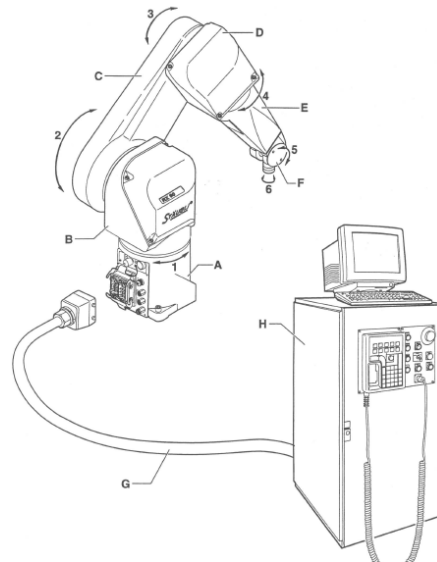
j	σ_j	α_j	d_j	θ_j	r_j
1	0	0	0	q_1	0
2	0	0	D_2	q_2	0
3	0	0	D_3	q_3	0
4	1	0	0	0	q_4

paramètres de Denavit-Hartenberg

- 2) Calculer la matrice $T_{0,4}$ dans le cas où le robot est dans sa configuration initiale, c'est-à-dire, lorsque $q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = 0$ (voir figure précédente).
- 3) Retrouver, à l'aide de la matrice $T_{0,4}$, la situation de l'organe terminal par rapport au repère R_0 lorsque le robot est dans sa configuration initiale.
- 4) Dédire l'expression de la matrice $T_{0,4}$ à partir de la posture du robot correspondant à $q_1 = 0, q_2 = -\frac{\pi}{2}, q_3 = \frac{\pi}{2}, q_4 = 0$.

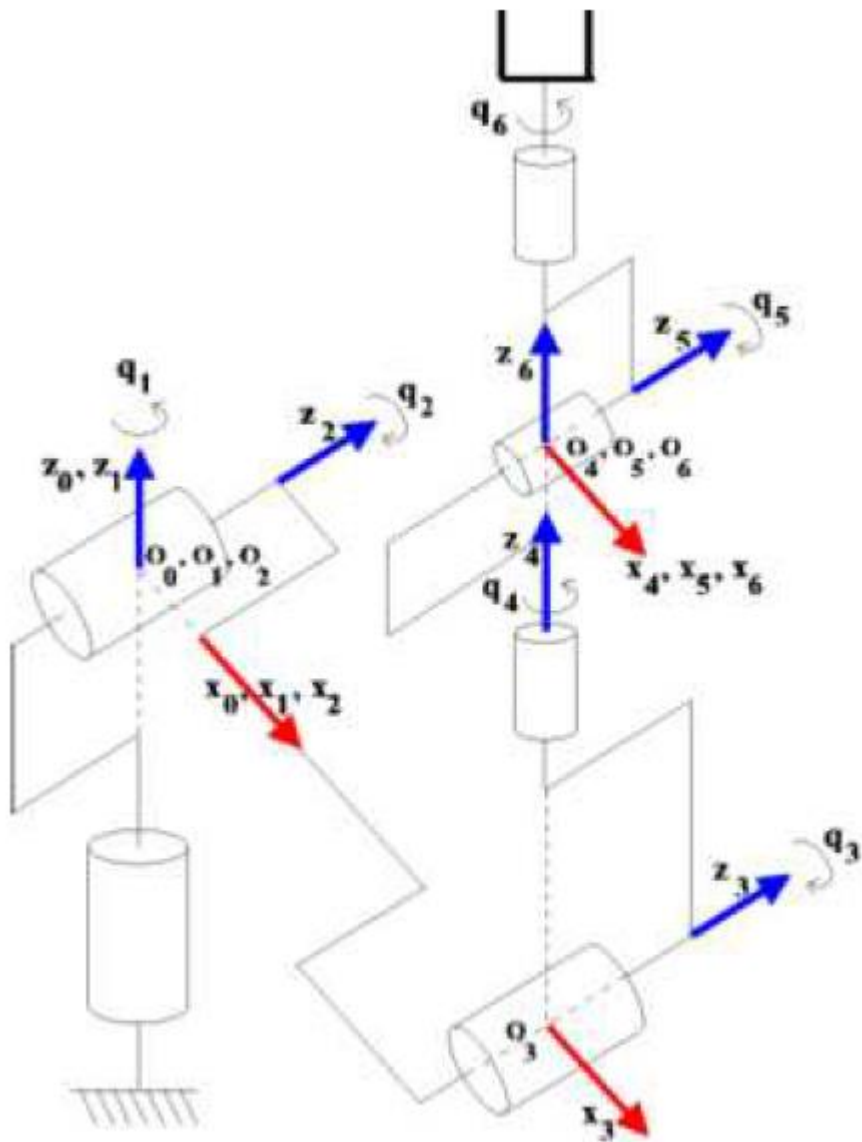
Exercice

Il s'agit d'établir le modèle géométrique direct du robot RX-90. Ce robot est un bras manipulateur industriel Stäubli (voir la figure suivante).



L'épaule du robot (articulations 1, 2 et 3) est du type RRR, le poignet est du type rotule, c'est-à-dire, est tel que les articulations 4, 5 et 6 sont de type rotoïde dont les axes se coupent en un même point.

La configuration initiale du robot est donnée par la figure suivante. Afin de vous faciliter la tâche, les différents repères permettant d'établir les paramètres de Denavit-Hartenberg sont représentés.



- 1) Etablir les paramètres de Denavit-Hartenberg modifié du robot.
- 2) Proposer un programme (MatLab) qui calcule la matrice ${}_{0,6}T$.

Chapitre 4 :Modèle Géométrique Inverse d'un Robot

4-1 Méthode de Paul

Dans le cas de robots à géométrie simple (pour les quels la plupart des distances d_j et r_j sont nulles et les angles θ_j et α_j sont égaux à $0, \pm\pi/2$), le modèle géométrique inverse (M.G.I.) peut être obtenu analytiquement via la méthode de Paul.

Présentation

Considérons le robot décrit par la matrice de transformation suivante :

$$T_{0,n} = T_{0,1}(q_1) \times T_{1,2}(q_2) \times \dots \times T_{n-1,n}(q_n).$$

Soit U_0 la situation du repère R_n (lié à l'organe terminal) décrit par :

$$U_0 = \begin{bmatrix} S_x & N_x & A_x & P_x \\ S_y & N_y & A_y & P_y \\ S_z & N_z & A_z & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Rappel (cf. §2) : On a :

- $\bar{x}_n = S_x \bar{x}_0 + S_y \bar{y}_0 + S_z \bar{z}_0$, $\bar{y}_n = N_x \bar{x}_0 + N_y \bar{y}_0 + N_z \bar{z}_0$, $\bar{z}_n = A_x \bar{x}_0 + A_y \bar{y}_0 + A_z \bar{z}_0$, (3 paramètres (indépendants) pour définir l'orientation du repère R_n par rapport au repère de base).

- $\overline{O_0 O_n} = P_x \bar{x}_0 + P_y \bar{y}_0 + P_z \bar{z}_0$ (3 paramètres (indépendants) pour définir la position du point P).

Le M.G.I. est obtenu en résolvant l'équation matricielle suivante :

$$U_0 = T_{0,1}(q_1) \times T_{1,2}(q_2) \times \dots \times T_{n-1,n}(q_n). \quad (2)$$

La méthode de Paul permet la détermination de q_1 , puis q_2 et ainsi de suite jusqu'à q_n . Il s'agit de déplacer l'une après l'autre chacune des variables articulaires (q_1, \dots, q_n) dans le membre de gauche de

l'équation. Pour cela, on multiplie par $T_{j,j-1}$ (en prenant successivement $j = 1, \dots, n$) de part et d'autre dans l'équation.

Considérons un robot à 6 *d.d.l.* ($n = 6$). Appliquons la méthode :

- Pré-multiplier l'équation précédente par $T_{1,0}$, soit :

$$T_{1,0}(q_1) \times U_0 = T_{1,2}(q_2) \times \dots \times T_{5,6}(q_6). \quad (3)$$

Les éléments situés dans le membre de gauche sont soit indépendants, soit fonctions de q_1 .

Les éléments situés dans le membre de droite sont soit constants, soit fonctions de q_2, \dots, q_6 .

- Dédire q_1 de l'équation précédente.
- Pré-multiplier l'équation précédente par $T_{2,1}$, soit :

$$T_{2,1}(q_2) \times T_{1,0}(q_1) \times U_0 = T_{2,3}(q_3) \times \dots \times T_{5,6}(q_6).$$

- En déduire q_2 .
- Continuer cette procédure pour en déduire q_3, \dots, q_6 .

En résumé, on utilise les équations suivantes pour calculer les variables articulaires :

$$\begin{aligned} U_0 &= T_{0,1}(q_1) \times T_{1,2}(q_2) \times T_{2,3}(q_3) \times T_{3,4}(q_4) \times T_{4,5}(q_5) \times T_{5,6}(q_6) \\ T_{1,0}(q_1) \times U_0 &= T_{1,2}(q_2) \times T_{2,3}(q_3) \times T_{3,4}(q_4) \times T_{4,5}(q_5) \times T_{5,6}(q_6) \\ T_{2,1}(q_2) \times U_1 &= T_{2,3}(q_3) \times T_{3,4}(q_4) \times T_{4,5}(q_5) \times T_{5,6}(q_6) \\ T_{3,2}(q_3) \times U_2 &= T_{3,4}(q_4) \times T_{4,5}(q_5) \times T_{5,6}(q_6) \\ T_{4,3}(q_4) \times U_3 &= T_{4,5}(q_5) \times T_{5,6}(q_6) \\ T_{5,4}(q_5) \times U_4 &= T_{5,6}(q_6) \end{aligned}$$

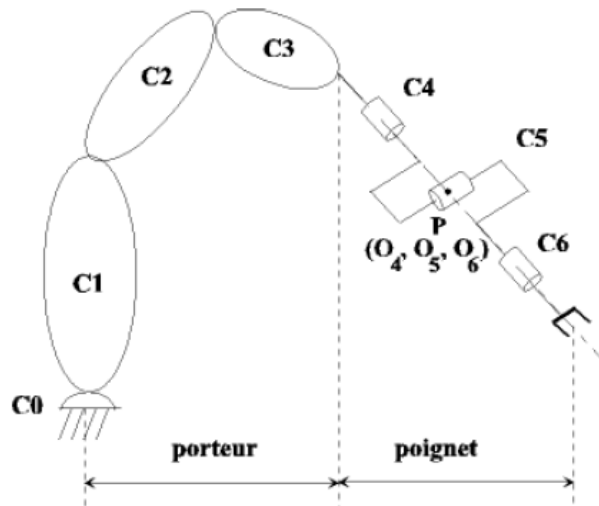
avec $U_j = T_{j,6} = T_{j,j-1} \times U_{j-1}$ pour $j = 1, 2, 3, 4$.

La résolution de ces équations est intuitive, mais fait intervenir (en principe) quelques types d'équations dont la solution analytique est connue ; par exemple du type :

- $X r_i = Y$,
- $X \sin(\theta_i) + Y \cos(\theta_i) = Z$,
- $\begin{cases} X1 \sin(\theta_i) + Y1 \cos(\theta_i) = Z1 \\ X2 \sin(\theta_i) + Y2 \cos(\theta_i) = Z2 \end{cases}$,
- ...

Cas d'un robot à 6 d.d.l. ayant un poignet

La méthode de Paul décrite par la suite peut s'appliquer dans le cas de robots industriels à 6 *d.d.l.* ayant un poignet. A titre d'exemple, elle sera appliquée au robot Stäubli RX 90. On appelle P le point d'intersection des axes concourants des 3 dernières articulations (voir figure suivante).



Cette structure est caractérisée par les valeurs des paramètres suivants :

$$\begin{cases} d_5 = r_5 = d_6 = 0, \\ \sigma_4 = \sigma_5 = \sigma_6 = 0, \\ \sin(\alpha_5) \neq 0, \sin(\alpha_6) \neq 0 \quad (\text{robot non redondant}). \end{cases}$$

La position du point P (centre du poignet) est fonction des variables articulaires q_1, q_2, q_3 . Aussi, ce type de structure de robot permet de décomposer le problème du calcul des 6 variables articulaires en 2 problèmes :

- L'un, appelé *problème de position*, est fonction de q_1, q_2, q_3 , il permet de déterminer les paramètres q_1, q_2, q_3 .
- L'autre, appelé *problème d'orientation*, est fonction de q_4, q_5, q_6 , il permet de déterminer les paramètres q_4, q_5, q_6 .

Equation de position

Puisque $O_4 = O_5 = O_6$, on a :

$$\begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ 1 \end{bmatrix} = T_{01} \times T_{12} \times T_{23} \times T_{34} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. correspondant à la partie position de l'Eq. (2)}).$$

On obtient les valeurs de variables q_1, q_2, q_3 en pré-multipliant successivement cette équation par $T_{j0}, j = 1, 2, 3$, ceci afin d'isoler et de déterminer de manière séquentielle les variables articulaires.

Equation d'orientation

L'équation correspondant à la partie orientation de l'Eq. (2) s'écrit :

$$[S \ N \ A] = A_{06}(\underline{q}),$$

soit encore,

$$A_{30}(q_1, q_2, q_3) \times [S \ N \ A] = A_{36}(q_4, q_5, q_6).$$

Afin de simplifier l'écriture de cette équation, on pose :

$$[F \ G \ H] = A_{36}(q_4, q_5, q_6).$$

La matrice $[F \ G \ H]$ est connue sachant que les paramètres q_1, q_2, q_3 ont été préalablement déterminés. Aussi, on obtient successivement les paramètres q_4, q_5, q_6 en pré-multipliant successivement l'équation précédente par A_{43} , puis par A_{54} .

4-2 Application de la méthode de Paul au cas du robot Stäubli

Equation de position

On a :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ 1 \end{bmatrix} &= T_{01} \times T_{12} \times T_{23} \times T_{34} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \\ &= \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) [d \sin(\theta_2 + \theta_3) + a \cos(\theta_2)] \\ \sin(\theta_1) [d \sin(\theta_2 + \theta_3) + a \cos(\theta_2)] \\ d \cos(\theta_2 + \theta_3) - a \sin(\theta_2) \\ 1 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

- Pré-multiplication par la matrice T_{10} , on obtient :

$$T_{10} \times \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ 1 \end{bmatrix} = T_{12} \times T_{23} \times T_{34} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Rappel : On a :

$$T_{01} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) & -\sin(\theta_1) & 0 & 0 \\ \sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{ d'où } T_{10} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) & \sin(\theta_1) & 0 & 0 \\ -\sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

et

$$\begin{aligned}
& T_{12} \times T_{23} \times T_{34} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \cos(\theta_2) & -\sin(\theta_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta_2) & -\cos(\theta_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos(\theta_3) & -\sin(\theta_3) & 0 & a \\ \sin(\theta_3) & \cos(\theta_3) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos(\theta_4) & -\sin(\theta_4) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -d \\ \sin(\theta_4) & \cos(\theta_4) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \cos(\theta_2 + \theta_3) & -\sin(\theta_2 + \theta_3) & 0 & a \cos(\theta_2) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta_2 + \theta_3) & -\cos(\theta_2 + \theta_3) & 0 & -a \sin(\theta_2) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ -d \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d \sin(\theta_2 + \theta_3) + a \cos(\theta_2) \\ 0 \\ d \cos(\theta_2 + \theta_3) - a \sin(\theta_2) \\ 1 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Il en résulte les équations suivantes :

$$\begin{cases} \cos(\theta_1) P_x + \sin(\theta_1) P_y = d \sin(\theta_2 + \theta_3) + a \cos(\theta_2) \\ -\sin(\theta_1) P_x + \cos(\theta_1) P_y = 0 \\ P_z = d \cos(\theta_2 + \theta_3) - a \sin(\theta_2) \end{cases}$$

La deuxième équation permet de déduire la valeur θ_1 , en effet, on a :

$$\frac{\sin(\theta_1)}{\cos(\theta_1)} = \frac{P_y}{P_x} \rightarrow \begin{cases} \theta_1 = \text{Arctg}\left(\frac{P_y}{P_x}\right) \\ \theta_1' = \theta_1 + \pi \end{cases}$$

- Pré-multiplication par la matrice T_{21} , on obtient :

$$T_{21} \times T_{10} \times \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ 1 \end{bmatrix} = T_{23} \times T_{34} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Rappel : On a :

$$T_{12} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_2) & -\sin(\theta_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta_2) & -\cos(\theta_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{ d'où } T_{21} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_2) & 0 & -\sin(\theta_2) & 0 \\ -\sin(\theta_2) & 0 & -\cos(\theta_2) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

on obtient alors :

$$\begin{aligned}
T_{21} \times T_{10} \times \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ 1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos(\theta_2) & 0 & -\sin(\theta_2) & 0 \\ -\sin(\theta_2) & 0 & -\cos(\theta_2) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) & \sin(\theta_1) & 0 & 0 \\ -\sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ 1 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \cos(\theta_2) & 0 & -\sin(\theta_2) & 0 \\ -\sin(\theta_2) & 0 & -\cos(\theta_2) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) P_x + \sin(\theta_1) P_y \\ -\sin(\theta_1) P_x + \cos(\theta_1) P_y \\ P_z \\ 1 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \cos(\theta_2) (\cos(\theta_1) P_x + \sin(\theta_1) P_y) - \sin(\theta_2) P_z \\ -\sin(\theta_2) (\cos(\theta_1) P_x + \sin(\theta_1) P_y) - \cos(\theta_2) P_z \\ -\sin(\theta_1) P_x + \cos(\theta_1) P_y \\ 1 \end{bmatrix} \\
\text{Par ailleurs, on a : } T_{23} \times T_{34} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos(\theta_3) & -\sin(\theta_3) & 0 & a \\ \sin(\theta_3) & \cos(\theta_3) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ -d \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d \sin(\theta_3) + a \\ -d \cos(\theta_3) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.
\end{aligned}$$

Aussi, on a :

$$\begin{bmatrix} \cos(\theta_2) (\cos(\theta_1) P_x + \sin(\theta_1) P_y) - \sin(\theta_2) P_z \\ -\sin(\theta_2) (\cos(\theta_1) P_x + \sin(\theta_1) P_y) - \cos(\theta_2) P_z \\ -\sin(\theta_1) P_x + \cos(\theta_1) P_y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d \sin(\theta_3) + a \\ -d \cos(\theta_3) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

soit $b_1 = \cos(\theta_1) P_x + \sin(\theta_1) P_y$, il en résulte les équations suivantes :

$$\begin{cases} d \sin(\theta_3) = \cos(\theta_2) b_1 - \sin(\theta_2) P_z - a \\ d \cos(\theta_3) = \sin(\theta_2) b_1 + \cos(\theta_2) P_z \end{cases}$$

En sommant ces 2 équations, préalablement mises au carré, on obtient l'équation suivante :

$$d^2 = b_1^2 + P_z^2 + a^2 - 2 a b_1 \cos(\theta_2) + 2 a P_z \sin(\theta_2),$$

soit l'expression :

$$X \sin(\theta_2) + Y \cos(\theta_2) = Z \quad \text{avec} \quad X = 2 a P_z; Y = -2 a b_1; Z = d^2 - b_1^2 - P_z^2 - a^2.$$

On en déduit la valeur suivante du paramètre θ_2 :

$$\begin{cases} \sin(\theta_2) = \frac{X Z + \varepsilon Y \sqrt{X^2 + Y^2 - Z^2}}{X^2 + Y^2} \\ \cos(\theta_2) = \frac{Y Z - \varepsilon X \sqrt{X^2 + Y^2 - Z^2}}{X^2 + Y^2} \end{cases} \quad \text{avec} \quad \varepsilon = \pm 1,$$

sachant que

$$\theta_2 = \text{Arctg}\left(\frac{\sin(\theta_2)}{\cos(\theta_2)}\right).$$

A partir du système d'équations (4) et connaissant la valeur du paramètre θ_2 , on déduit la valeur du paramètre θ_3 , soit :

$$\theta_3 = \text{Arctg}\left(\frac{b_1 \cos(\theta_2) - P_z \sin(\theta_2) - a}{b_1 \sin(\theta_2) + P_z \cos(\theta_2)}\right).$$

Equation d'orientation

Une fois obtenus les paramètres q_1, q_2, q_3 , le calcul des paramètres q_4, q_5, q_6 se fait à partir de la relation :

$$A_{36}(q_4, q_5, q_6) = [F \ G \ H] \quad (5)$$

avec

$$[F \ G \ H] = A_{30}(q_1, q_2, q_3) \times [S \ N \ A].$$

Calcul préalable de A_{30} :

$$A_{30} = A_{32} \times A_{21} \times A_{10} = \begin{pmatrix} \cos(\theta_3) & \sin(\theta_3) & 0 \\ -\sin(\theta_3) & \cos(\theta_3) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\theta_2) & 0 & -\sin(\theta_2) \\ -\sin(\theta_2) & 0 & -\cos(\theta_2) \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\theta_1) & \sin(\theta_1) & 0 \\ -\sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$= \begin{pmatrix} \cos(\theta_3) \cos(\theta_2) \cos(\theta_1) - \sin(\theta_3) \sin(\theta_2) \cos(\theta_1) & \cos(\theta_3) \cos(\theta_2) \sin(\theta_1) - \sin(\theta_3) \sin(\theta_2) \sin(\theta_1) & -\cos(\theta_3) \sin(\theta_2) - \sin(\theta_3) \cos(\theta_2) \\ -\sin(\theta_3) \cos(\theta_2) \cos(\theta_1) - \cos(\theta_3) \sin(\theta_2) \cos(\theta_1) & -\sin(\theta_3) \cos(\theta_2) \sin(\theta_1) - \cos(\theta_3) \sin(\theta_2) \sin(\theta_1) & \sin(\theta_3) \sin(\theta_2) - \cos(\theta_3) \cos(\theta_2) \\ -\sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) & 0 \end{pmatrix}$$

Calcul de la matrice $[F \ G \ H] = A_{30} \times [S \ N \ A]$:

On a :

$$F = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = A_{30} \times \begin{bmatrix} S_x \\ S_y \\ S_z \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta_2 + \theta_3) (\cos(\theta_1) S_x + \sin(\theta_1) S_y) - \sin(\theta_2 + \theta_3) S_z \\ -\sin(\theta_2 + \theta_3) (\cos(\theta_1) S_x + \sin(\theta_1) S_y) - \cos(\theta_2 + \theta_3) S_z \\ -\sin(\theta_1) S_x + \cos(\theta_1) S_y \end{pmatrix},$$

de même, on a

$$G = \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \\ G_z \end{bmatrix} = A_{30} \times \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_z \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta_2 + \theta_3) (\cos(\theta_1) N_x + \sin(\theta_1) N_y) - \sin(\theta_2 + \theta_3) N_z \\ -\sin(\theta_2 + \theta_3) (\cos(\theta_1) N_x + \sin(\theta_1) N_y) - \cos(\theta_2 + \theta_3) N_z \\ -\sin(\theta_1) N_x + \cos(\theta_1) N_y \end{pmatrix},$$

et

$$H = \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix} = A_{30} \times \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta_2 + \theta_3) (\cos(\theta_1) A_x + \sin(\theta_1) A_y) - \sin(\theta_2 + \theta_3) A_z \\ -\sin(\theta_2 + \theta_3) (\cos(\theta_1) A_x + \sin(\theta_1) A_y) - \cos(\theta_2 + \theta_3) A_z \\ -\sin(\theta_1) A_x + \cos(\theta_1) A_y \end{pmatrix}.$$

- Pré-multiplication de l'équation (5) par la matrice A_{43} , on obtient :

$$A_{43} A_{36}(q_4, q_5, q_6) = A_{43} \begin{bmatrix} F & G & H \end{bmatrix},$$

avec

$$A_{43} = \begin{pmatrix} \cos(\theta_4) & 0 & \sin(\theta_4) \\ -\sin(\theta_4) & 0 & \cos(\theta_4) \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Il en résulte le système suivant :

$$\begin{pmatrix} \cos(\theta_4)F_x + \sin(\theta_4)F_z & \cos(\theta_4)G_x + \sin(\theta_4)G_z & \cos(\theta_4)H_x + \sin(\theta_4)H_z \\ -\sin(\theta_4)F_x + \cos(\theta_4)F_z & -\sin(\theta_4)G_x + \cos(\theta_4)G_z & -\sin(\theta_4)H_x + \cos(\theta_4)H_z \\ -F_y & -G_y & -H_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta_5)\cos(\theta_6) & -\cos(\theta_5)\sin(\theta_6) & \sin(\theta_5) \\ \sin(\theta_6) & \cos(\theta_6) & 0 \\ -\sin(\theta_5)\cos(\theta_6) & \sin(\theta_5)\sin(\theta_6) & \cos(\theta_5) \end{pmatrix}.$$

L'élément (2, 3), à savoir $(-\sin(\theta_4)H_x + \cos(\theta_4)H_z = 0)$, permet de déduire le paramètre θ_4 . En effet, on a :

$$\frac{\sin(\theta_4)}{\cos(\theta_4)} = \frac{H_z}{H_x} \rightarrow \begin{cases} \theta_4 = \text{Arctg}\left(\frac{H_z}{H_x}\right) \\ \theta_4' = \theta_4 + \pi \end{cases}.$$

Les éléments (1,3) et (3,3) permettent de déduire le paramètre θ_5 . En effet, on a :

$$\begin{cases} \cos(\theta_4)H_x + \sin(\theta_4)H_z = \sin(\theta_5) \\ -H_y = \cos(\theta_5) \end{cases},$$

soit

$$\theta_5 = \text{Arctg}\left(\frac{\cos(\theta_4)H_x + \sin(\theta_4)H_z}{-H_y}\right).$$

Enfin, les éléments (2,1) et (2,2) permettent de déduire le paramètre θ_6 . En effet, on a :

$$\begin{cases} -\sin(\theta_4)F_x + \cos(\theta_4)F_z = \sin(\theta_6) \\ -\sin(\theta_4)G_x + \cos(\theta_4)G_z = \cos(\theta_6) \end{cases},$$

soit

$$\theta_6 = \text{Arctg}\left(\frac{-\sin(\theta_4)F_x + \cos(\theta_4)F_z}{-\sin(\theta_4)G_x + \cos(\theta_4)G_z}\right).$$

Chapitre 5 : Actionneurs et Capteurs utilisés

5-1 Principe de fonctionnement d'un robot

Un robot est un système pouvant être modélisé de la manière suivante :
Capteur ; Système de contrôle ; Actionneur.

Le capteur va envoyer une information, telle que la présence d'un objet ou une distance, cette information sera interprétée par le programme qui enverra un ordre à un actionneur, la plupart du temps un moteur afin de faire un mouvement, mais cela peut aussi être une LED, un haut-parleur...

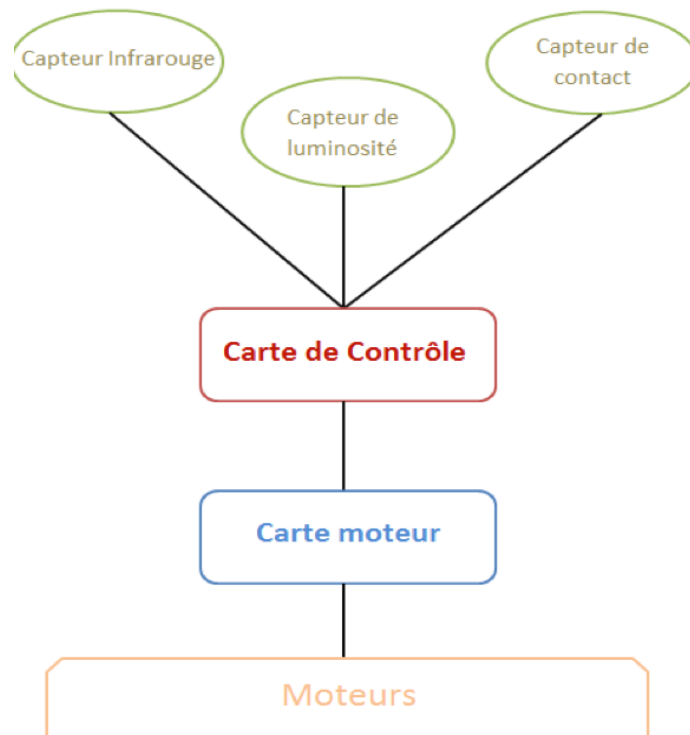
Lorsque le signal passe d'un capteur au programme, on parle d'entrée. Inversement, lorsque c'est le programme qui renvoie un signal à un actionneur, on parle de sortie.

Le système Programme \Rightarrow Actionneur peut fonctionner en boucle ouverte, c'est-à-dire sans retour, sans connaissance sur l'état de l'actionneur, ou en boucle fermée, avec un capteur qui informera le programme sur l'état de l'actionneur et corrigera le signal de sortie si besoin.

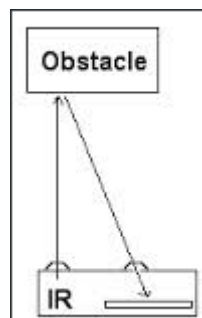
5-2 Fonctionnement d'un robot

Un robot, comment ça marche ?

- ✓ Un robot est un alliage mécatronique faisant intervenir trois sciences :
 - La mécanique, une branche de la physique qui étudie les mouvements des systèmes physiques. Elle se dévoue également à la conception de certaines machines.
 - L'électronique, une autre branche de la physique qui consiste à mettre en liens les composants d'un circuit par la transmission et la réception d'informations.
 - L'informatique, qui permet de traiter une information de manière automatique par le biais de programmes lu par des machines
- ❖ Un robot repose sur quatre principaux éléments indispensables à son bon fonctionnement.



En effet, le robot a besoin tout d'abord de différents capteurs qui peuvent se référer, voire se rapprocher des différents sens humains. Les principaux capteurs sont :



Le capteur infrarouge : C'est un capteur qui étudie les ondes infrarouges. Ces dernières s'étendent de 0.7 à 1000 μm , elles sont donc invisibles à l'œil nu. Ce capteur émet des ondes infrarouges qui rencontreront ou non un obstacle afin de déterminer sa position. L'onde émise sera donc réfléchiée et interprétée par le capteur.



Le capteur de contact : Ces interrupteurs actionnent un mécanisme lorsqu'il y a une détection de contact



Le capteur de lumière : Il permet de mesurer la quantité de lumière émise par un objet et peut également émettre de la lumière afin de diriger et donner des informations au robot afin d'éviter des objets.

5.3. L'actionneur

Un actionneur est un dispositif qui transforme l'énergie délivrée par l'interface de puissance, en énergie utilisable par les effecteurs de processus. Le schéma fonctionnel d'un actionneur ainsi que les schémas des principaux actionneurs sont représentés à la figure ci-dessous. Les moteurs électriques, les vérins pneumatiques ainsi que les éléments chauffants sont des exemples typiques d'actionneurs utilisés en automatisation industrielle.

Les effecteurs : un effecteur est un dispositif qui transforme l'énergie délivrée par un actionneur, en valeur ajoutée. Selon le cas, un effecteur peut être séparé ou non de l'actionneur. Quelques exemples d'effecteurs rencontrés en milieu industriel sont : les ventilateurs, les broyeurs, les pinces à outils de robots articulés, dispositifs de transfert de chaleur...

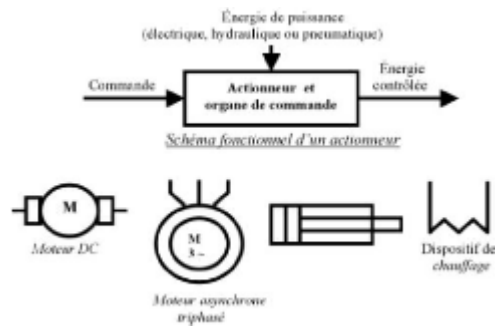


Schéma fonctionnel et symboles des actionneurs

5.3.1 Mode de fonctionnement des actionneurs et des moteurs

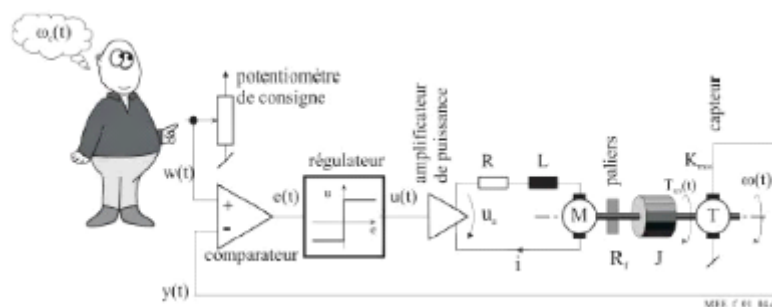
Mode tout ou rien : l'actionneur ou le moteur est connecté à une alimentation hydraulique ou pneumatique de pression constante ou à une alimentation électrique de tension et fréquence constantes. Sa vitesse de déplacement ou de rotation dépend de son principe de fonctionnement et des caractéristiques de son alimentation, mais aussi de la charge (frottement, couple d'usinage, etc.). Non alimenté, il ne produit plus aucune force ou couple et se laisse entraîner par la charge, généralement, il s'arrête après un temps plus ou moins long sous l'effet des frottements, ou soudainement sous l'action d'un frein mécanique. La commande est alors particulièrement simple à réaliser, à l'aide d'un distributeur pour les entraînements pneumatiques ou hydraulique et d'un interrupteur pour les entraînements électriques.

Mode contrôlé en vitesse : en ajustant la pression hydraulique ou pneumatique, la tension électrique ou la fréquence, il est possible de modifier la vitesse d'un actionneur ou d'un moteur de manière continue, au moins dans une certaine plage (par exemple de 20% à 100% de la vitesse nominale). Toutefois la vitesse reste plus ou moins dépendante de la charge.

Mode réglé en vitesse : le principe de la régulation est illustré dans la figure 12

l'opérateur ou le programme d'automate choisit une valeur de consigne en fonction de la vitesse qu'il souhaite obtenir. La valeur réelle est mesurée et fournit le signal de contre-réaction, qui est comparé à la valeur de consigne. La différence entre ces deux valeurs est appelée écart de régulation s'efforce de le minimiser en ajustant la grandeur

de réglage et, par l'intermédiaire de l'amplificateur de puissance, l'alimentation du moteur.



Principe de la commande de vitesse en boucle fermée

Mode servomoteur-réglé en position : en ajustant un capteur de position sur l'arbre du moteur ou sur la charge en mouvement, il est possible de réaliser des déplacements point à point et d'arrêter le moteur à des positions très précises.

Mode pas à pas : il est combiné le mode tout ou rien et le mode servomoteur. L'actionneur travaille bien en mode tout ou rien, mais il est alimenté par une succession d'impulsions. A chaque impulsion, il avance d'une petite distance appelée pas ou incrément. La distance parcourue dépend directement du nombre d'impulsions reçues. La vitesse dépend de la fréquence des impulsions. De plus, lorsqu'il ne reçoit plus d'impulsions, un tel actionneur est tenu en place avec une certaine force de maintien.

5.3.2 Les familles d'actionneurs

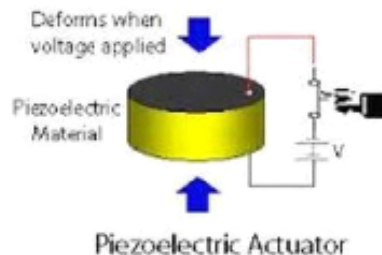
Actionneur pneumatique : les actionneurs pneumatiques sont utilisés principalement pour des mouvements séquentiels simples ils utilisent de l'air comprimé à 6 bar et permettent de réaliser des vérins dont la force peut atteindre 50000N. L'air est fourni par un compresseur, complété de filtres, d'un séparateur d'eau et d'un déshuileur. Il est souvent produit pour tous les ateliers, et distribué à toutes les machines. Les actionneurs sont généralement des vérins linéaires, mais aussi des moteurs rotatifs. On utilise également des aspirateurs suceurs à vide pour saisir des objets. Ils sont commandés en tout ou rien par des distributeurs, actionnés mécaniquement ou électriquement.

Actionneur hydraulique : un actionneur hydraulique est composé de deux parties : une partie vérin et une partie valve. Dans un système à commande proportionnelle, on place dans l'étage de pilotage (valve) une bobine (solénoïde) qui régule la pression du fluide proportionnellement à la consigne électrique (courant tension).



Actionneur hydraulique

Actionneur piézoélectrique : c'est un convertisseur électrique-mécanique non résonant qui est généralement utilisé pour engendrer des microdéplacements. On les rencontre principalement en microélectronique pour le positionnement des circuits intégrés et en microscopie à effet tunnel pour cartographier les surfaces des matériaux. En fait, physiquement, tous les systèmes ont des fréquences de résonance.



Actionneur piézoélectrique

Actionneur électromécanique : est un transducteur assurant une conversion d'énergie et d'information de la forme électrique à la forme mécanique. Un actionneur électromécanique est aussi appelé moteur.

Selon les applications, l'aspect énergétique ou la qualité du signal prime. Le rendement énergétique est parfois déterminant. Dans d'autres cas, c'est le caractère linéaire de la transformation qui importe. Dans d'autre cas encore, c'est le temps de réaction ou la fréquence limite qui sont déterminants.

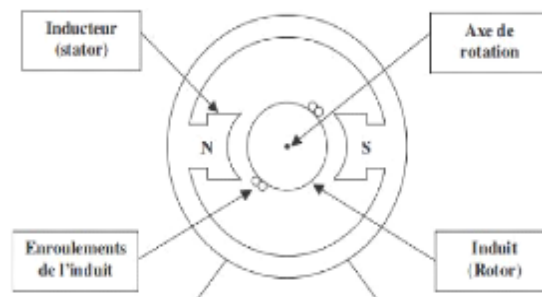
5.3.3 Les actionneurs électriques

5.3.3.1 Moteurs à courant continu Moteur DC à aimant permanent :

Un moteur à courant continu à aimant permanent se compose de trois éléments essentiels : Une partie fixe : l'inducteur (stator) constitué d'un aimant permanent.

Une partie mobile : l'induit (rotor) comportant une ou plusieurs bobines tournant dans le champ magnétique créé par l'inducteur.

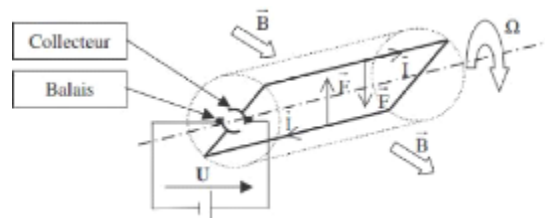
Le collecteur qui associé aux balais, permet de relier les enroulements du rotor à l'extérieur du moteur.



Vue en coupe simplifiée

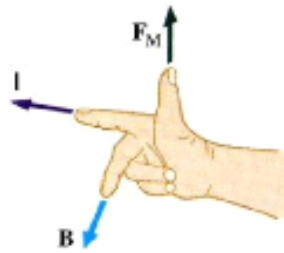
Principe de fonctionnement :

Rappel : Un conducteur parcouru par un courant I et placé dans un champ magnétique B est soumis à une force F appelé force de LAPLACE.



Perspective de l'induit simplifiée

Le sens de la force est donné par la règle des trois doigts de la main droite : INDEX INTensité / MAjeur Magnétique / pouCE forCE

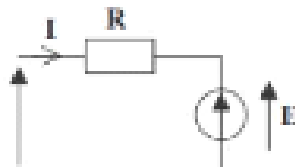


Règle de la main droite

Les deux forces de LAPLACE qui s'exercent sur la spire créent un couple appelé couple électromagnétique () qui entraîne la rotation du rotor.

De plus, en tournant dans le champ magnétique uniforme , la spire parcourue par le courant embrasse un flux qui varie dans le temps. Pour inverser le sens de rotation, il suffit d'inverser le sens du courant dans la spire donc d'inverser la polarité de la tension d'alimentation.

Le model électrique équivalent de l'induit :



R : Résistance des enroulements de l'induit (a). **E** : Force électromotrice induite (V).

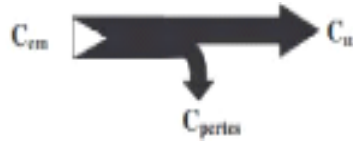
I : Courant traversant les spires de l'induit (A). **U** : Tension d'alimentation de l'induit(V).

Equation électrique du moteur : La force électromotrice E est proportionnelle à la vitesse de rotation du moteur ? (rad/s).

Couple moteur (couple utile) et couple de pertes:

Le couple électromagnétique n'est pas égal au couple moteur (ou couple utile)

disponible sur l'arbre du moteur. Il y a une perte de couple due aux frottements des diverses pièces en rotation et aux pertes fer (courants de Foucault...). Pour un moteur donné est constant :



Les couples d'un moteur

Couple résistant: Le couple résistant est le couple qu'exerce sur l'arbre, la charge que le moteur doit entraîner en rotation. Plus la charge est importante plus est important.

Bilan des puissances: En multipliant par I des deux côtés du signe égal, l'équation électrique nous donne :

- Puissance électromécanique
- Puissance dissipée par effet Joule
- Puissance électrique fournie au moteur

En multipliant par **des deux côtés du signe égal de l'équation** on obtient :

- Pertes collectives
- Puissance électromécanique
- Puissance utile disponible sur l'arbre du moteur

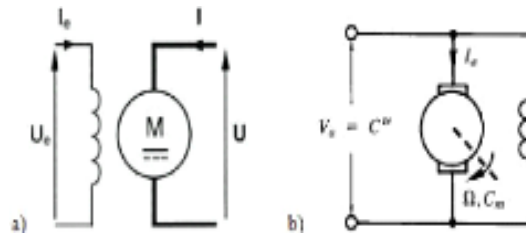
Le rendement :

Moteurs DC avec un autre mode d'excitation :

Le moteur à courant continu excité par des aimants permanents n'est pas le seul type possible.

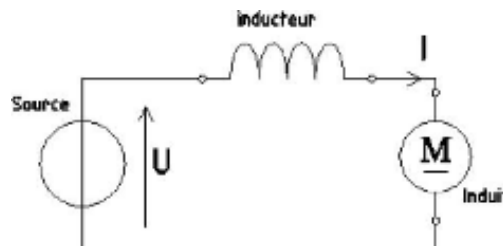
Souvent on remplace les aimants par des électroaimants fixes (bobines convenablement alimentées en courant continu). Les bobines sont appelées «bobines d'excitation» ou «bobines inductrices». On distingue généralement trois types de moteurs selon le branchement envisagé:

Moteur à courant continu à excitation séparée ou shunt : La tension appliquée à l'inducteur, donc le courant d'excitation, est indépendante du courant d'induit, c'est-à-dire de la charge. Pour un moteur à excitation séparée, l'inducteur possède son alimentation propre, ce qui est la configuration la plus courante pour un moteur à courant continu. Pour un moteur shunt, l'inducteur est branché en parallèle avec l'induit.



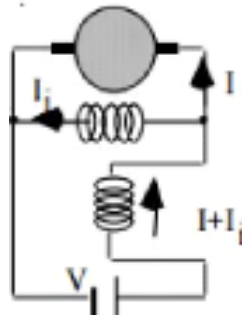
a) Symbole d'un moteur à excitation indépendante ; b) à excitation shunt

Moteur à courant continu à excitation série : Moteur à courant continu est dit à excitation série lorsque l'inducteur est branché en série avec l'induit.



Symbole d'un moteur à excitation série

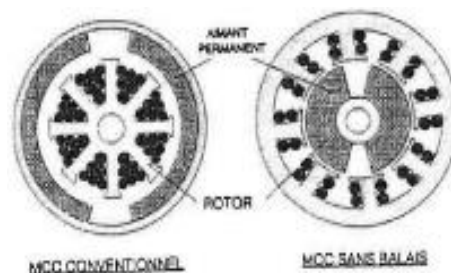
Moteur-compound : Une bobine inductrice est raccordée directement à la source de courant, tandis que la seconde bobine inductrice est raccordée en série au rotor. La tension aux bornes ne doit pas dépasser 10 V.



Symbole d'un moteur à excitation compound.

Moteur synchrone sans balais et servomoteur

Moteur synchrone متزامنة sans balais : Le moteur synchrone sans balais a une structure inversée par rapport au moteur à courant continu. Les aimants sont au rotor et les bobinages sont au stator. La particularité de ce type de moteur est qu'il est conçu grâce aux capacités de l'électronique moderne. Les phases de ce type des moteurs sont alimentées successivement par un commutateur de phases électronique. Par contre, ce n'est plus une horloge extérieure qui fixe l'instant de commutation, mais la position du rotor par l'intermédiaire de capteurs. Le couple moteur dépendant pour chaque phase de la position du rotor par rapport au stator, les capteurs sont donc placés de manière à obtenir en permanence un couple maximum.



Structure de moteur à balais et moteur sans balais

Le servomoteur : un servomoteur est, comme son nom l'indique, un moteur mais avec quelques spécificités en plus. Contrairement à un moteur classique qui est utilisé pour tourner avec une vitesse proportionnelle à un courant ou à une tension, pour obtenir une position. Il effectue une rotation suivant un angle déterminé. Le plus souvent l'angle est compris entre 0 et 180° puis il garde cette position.



Un servomoteur

- **Moteurs à courant alternatif** تشاروبي

Pour les applications de faible et moyenne puissance (jusqu'à quelques kilowatts), le réseau monophasé standard suffit. Pour des applications de forte puissance, les moteurs à courant alternatif sont généralement alimentés par une source de courants polyphasés. Le système le plus fréquemment utilisé est alors le triphasé utilisé par les distributeurs d'électricité.

Ces moteurs alternatifs se déclinent en trois types :

- ✓ Les moteurs universels.
- ✓ Les moteurs asynchrones.
- ✓ Les moteurs synchrones.

Ces deux dernières machines ne diffèrent que par leur rotor.

Le moteur universel شامل c'est un moteur électrique fonctionnant sur le même principe qu'une machine à courant continu à excitation série : le rotor est connecté en série avec l'enroulement inducteur.

Le couple de cette machine indépendant du sens de circulation du courant est proportionnel au carré de son intensité. Il peut donc être alimenté indifféremment en courant continu ou en courant alternatif, d'où son nom. Pour limiter les courants de Foucault qui apparaissent systématiquement dans toutes les zones métalliques massives soumises à des champs magnétiques alternatifs, son stator et son rotor sont feuilletés. Dans la pratique, ces moteurs ont un mauvais rendement, mais un coût de fabrication très réduit. Leur couple est faible, mais leur vitesse de rotation est importante. Quand ils sont utilisés dans des dispositifs exigeant un couple important, ils sont associés à un réducteur mécanique.

La machine synchrone est souvent utilisée comme génératrice. On l'appelle alors « alternateur ». Mis à part pour la réalisation de groupe électrogène de faible puissance, cette machine est généralement triphasée. Pour la production d'électricité, les centrales électriques utilisent des alternateurs dont les puissances peuvent avoisiner les 1 500 MW.

Comme le nom l'indique, la vitesse de rotation de ces machines est toujours proportionnelle à la fréquence des courants qui les traversent. Ce type de machine peut être utilisé pour relever le facteur de puissance d'une installation. On appelle celle-ci un « compensateur synchrone ».

La machine asynchrone : connue également sous le terme d'origine anglo-saxonne de « machine à induction », est une machine à courant alternatif sans alimentation électrique du rotor. Le terme anglais provient des courants induits dans le rotor par induction magnétique. Le terme « asynchrone » provient du fait que la vitesse de ces machines n'est pas forcément proportionnelle à la fréquence des courants qui les traversent.

- **Moteurs pas à pas**

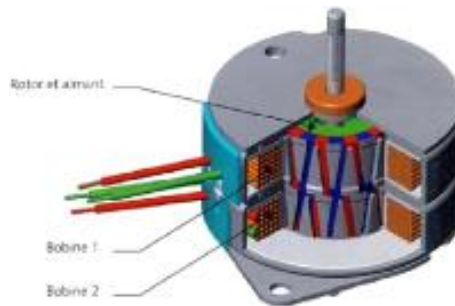
Les moteurs pas à pas sont des moteurs spéciaux utilisés pour commander avec une grande précision le déplacement et la position d'un objet. Comme leur nom indique, ces moteurs tournent par incréments discrets. Chaque incrément de rotation est provoqué par une impulsion de courant fournie à l'un des enroulements du stator.

Selon sa construction, un moteur pas à pas peut avancer de 90°, 45°, 18°, ou d'une fraction de degré seulement par impulsion. En faisant varier la fréquence des impulsions, on peut faire tourner le moteur très lentement, d'un pas à la fois, ou rapidement à des vitesses aussi élevées que 4000 tr/min.

On trouve trois types de moteurs pas à pas :

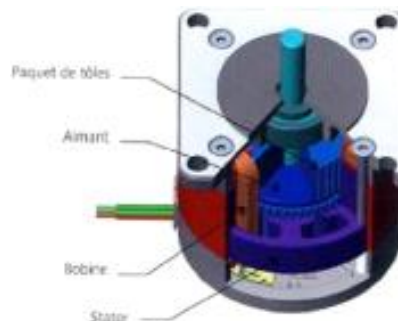
- ✓ Le moteur à aimants permanents. ? Le moteur hybride.
- ✓ Le moteur à réluctance variable.

Le moteur à aimants permanents **مستمر**: Le nom de ce type de moteur pas à pas est lié à la conception de son stator : une tôle magnétique découpée et emboutie. Sur un diamètre intérieur, les tôles composent une série de dents qui symbolise les pôles du stator tout en laissant un espace torique pour une bobine. Chaque sous-ensemble représente une phase stator. Le rotor est un barreau aimanté radialement ayant plusieurs paires de pôles N-S.



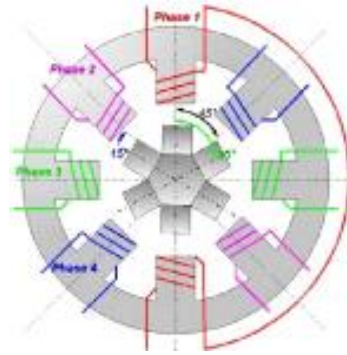
Moteur à aimants permanent

Le moteur hybride **هجين** : Le moteur pas à pas « hybride » allie le principe du moteur à réluctance variable à celui du moteur à aimant permanent. Le rotor du moteur hybride comprend 2 structures régulières de dents. Ces 2 blocs sont décalés d'une 1/2 dent l'un par rapport à l'autre et sont fixés de part et d'autre d'un aimant permanent magnétisé axialement. Le circuit magnétique du stator possède plusieurs pôles constitués de paquets de tôles entourés chacun d'une bobine ; les paquets de tôles se terminant par des dents. Une phase est constituée de plusieurs dents ; 4 dans la plupart des cas. Tous les pôles de la phase sont décalés de façon à assurer le déphasage de 90° (quadrature).



Moteur hybride

Le moteur à réluctance مقاومة مغنطيسية variable : Le principe de fonctionnement de ce type de moteur pas à pas est proche de celui du moteur hybride, avec une structure dentée au rotor et au stator. Il n'y a pas d'aimant au rotor pour renforcer l'action du flux et donc pas de couple résiduel sans courant. Ce type de moteur pas à pas n'est presque plus utilisé ni fabriqué.



Moteur à réluctance variable

Si nous devons comparer les différents types de moteurs pas à pas .

Tableau 3 :comparaison des différents types de moteurs pas à pas :

	Aimant permanent	Hybride	Reluctance variable
Coût	Bas	Haut	Moyen/haut
Vitesse	Bas	Très haut	Haut
Couple résiduel	Haut	Moyen	Minimum
Amortissement	Bon	Moyen/bon	Mauvais
Inertie rotor	Haut	Bas	Bas
Rendement	Moyen	Très haut	Moyen
Angle de pas	7.5°/15°/18°	0.9°/1.8°	1.8°
Nbrs de pas/tour	48/24/20	400/200	200
Précision du pas	Bas	haut	Moyen

Conclusion

On peut dire à la fin de ce chapitre que toute système automatisé ou installation industrielle est équipée d'un ensemble de capteurs et actionneurs dont

l'utilité consiste à contrôler des différents paramètres physiques telle que: la pression, le débit, la température,..., etc. Donc la compréhension des principes de fonctionnement des principaux capteurs et actionneurs utilisés est une phase très importante lors de l'étude de n'importe qu'el système automatisé.