

## Circuits logiques combinatoires:

Un circuit logique est un dispositif qui traite et exécute des opérations logiques sur des variables logiques. On rencontre deux types de circuit logiques:

- les circuits logiques combinatoires.
- les circuits logiques séquentiels.

Un circuit logique est dit combinatoire si ses valeurs de sortie ne dépendent que de ses valeurs d'entrée.

Un circuit est séquentiel quand les valeurs de sortie dépendent des valeurs d'entrée appliquées ultérieurement.

Donc, il y a le facteur temps qui joue un rôle important, contrairement aux circuits combinatoires où le temps de propagation des signaux n'est pas pris en considération.

### 1. les portes logiques:

Les portes logiques sont des éléments logiques élémentaires qui peuvent avoir une ou plusieurs entrées et une seule sortie. Les portes logiques de base sont les suivantes:

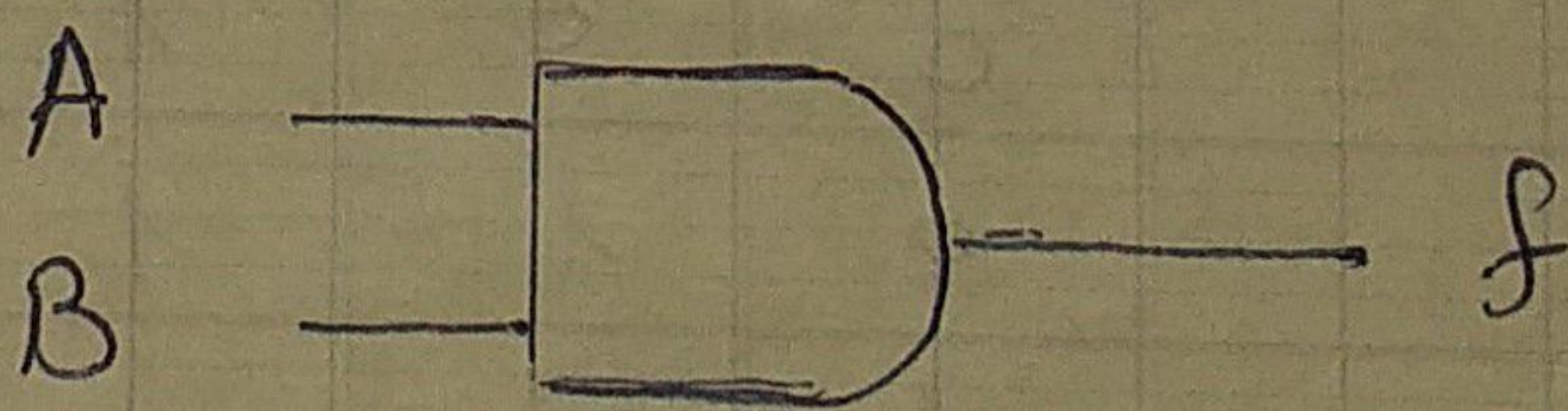
#### 1-1 La porte ET (AND):

$f(A, B) = A \cdot B$ ,  $f$  est vraie si  $A$  est vraie et  $B$  est vraie.

La Table de vérité de cette fonction est la suivante.

| A | B | f |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

\* Symbole:



1.2 La porte OU (OR):

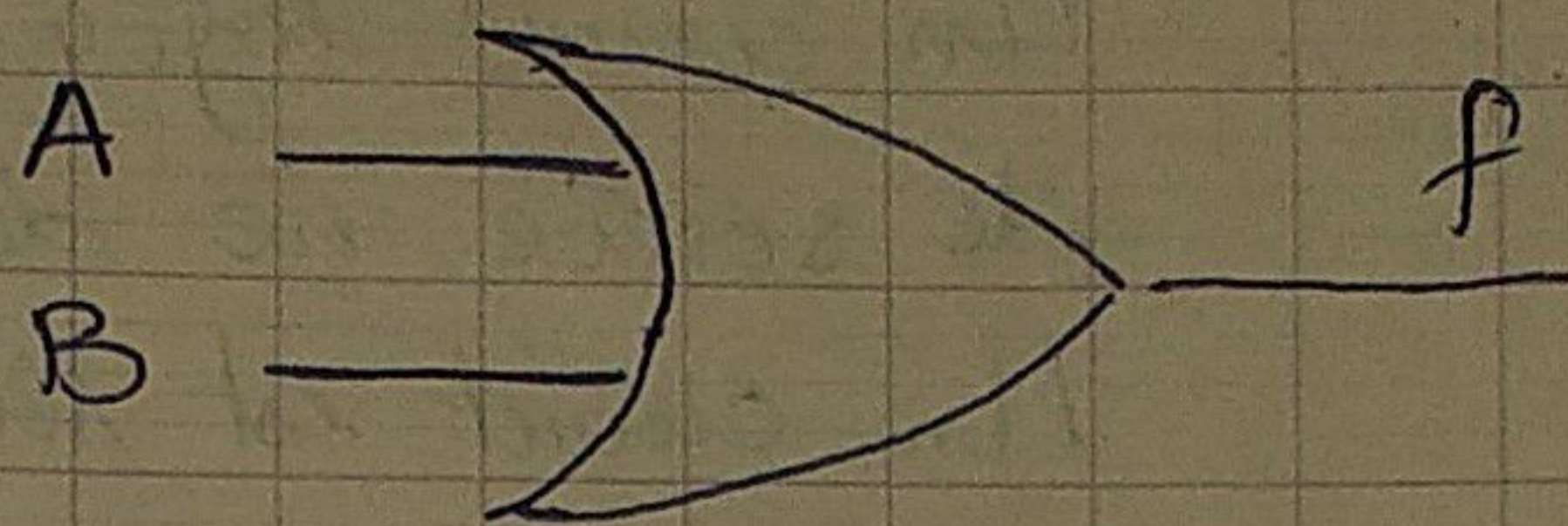
$$f(A, B) = A + B$$

$f$  est vraie si  $A$  est vraie ou  $B$  est vraie, ou les deux.

\* Table de Vérité:

\* Symbole:

| A | B | f |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |



1.3 La porte NON ou l'inverseur:

$$f(A) = \overline{A}$$

$f$  est vraie si  $A$  est fausse.

\* Table de Vérité:

\* Symbole:

| A | f |
|---|---|
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |



1.4 La porte NON-ET (NAND):

$$f(A, B) = \overline{A \cdot B}$$

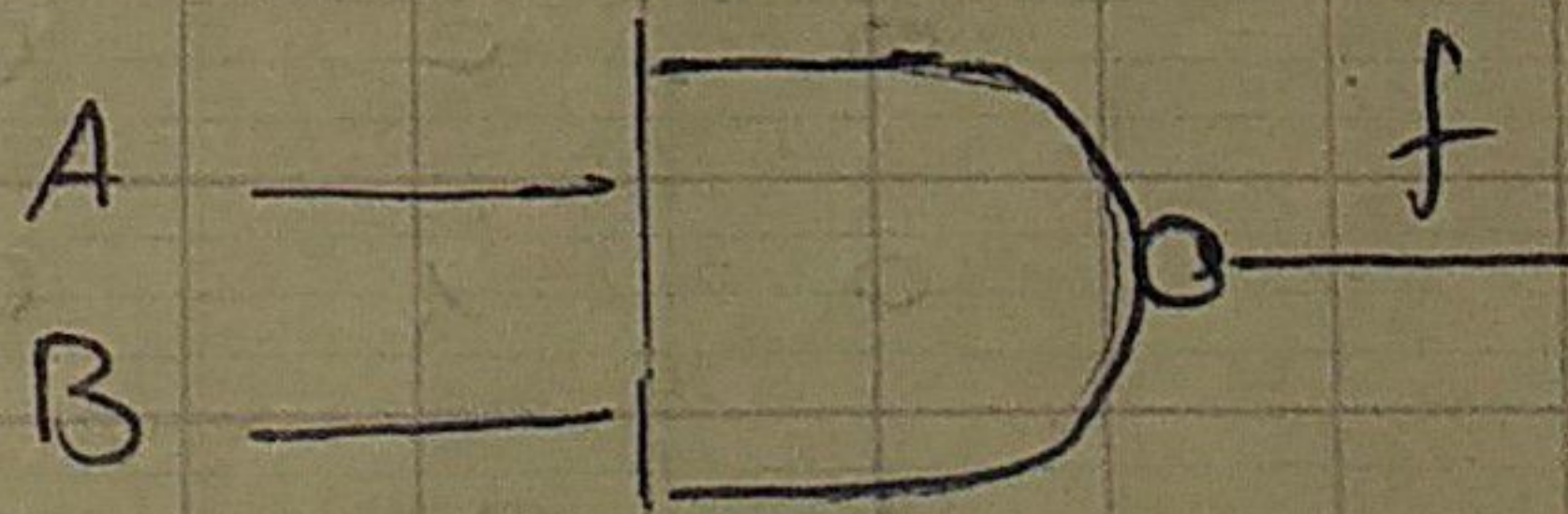
$f$  est vraie si  $(A \text{ et } B)$  sont fausses

$f$  est vraie si  $A$  est fausse ou  $B$  est fausse, ou les deux.

\* Table de Vérité:

\* Symbole:

| A | B | f |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |



- 1.5. La porte NON OU (NOR):

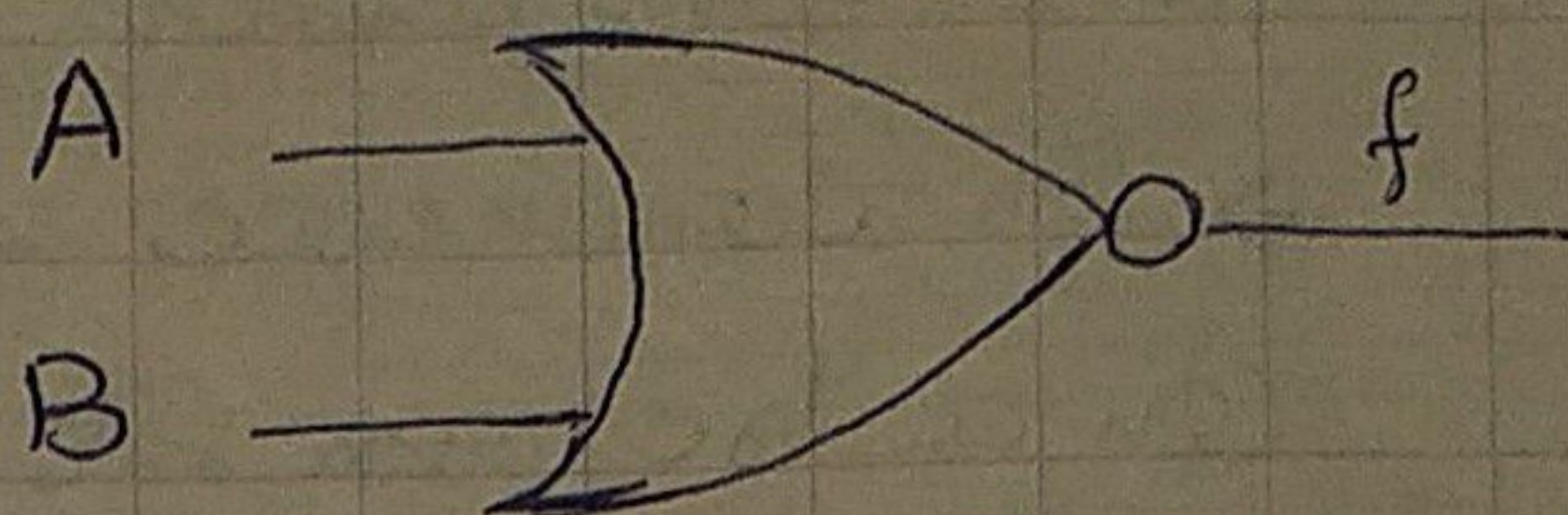
$$f(A, B) = \overline{A + B}$$

f est vraie si (A et B) sont fausses.

\* Table de vérité:

| A | B | f |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 |

\* Symbole:



- 1.6. La porte OU exclusif (XOR):

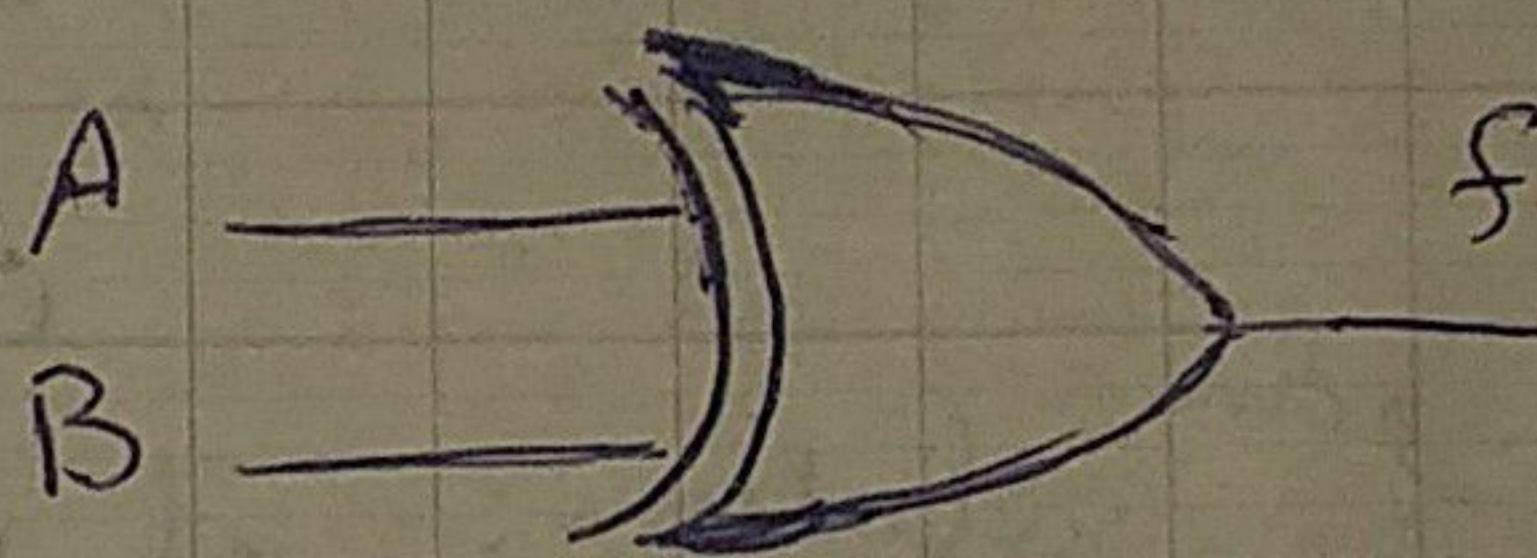
$$f(A, B) = A \oplus B = \overline{A}B + A\overline{B}$$

f est vraie si A est vraie ou B est vraie.

\* Table de vérité

| A | B | f |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

\* Symbole:



- 1.7. La porte NON OU exclusif (NXOR):

$$f(A, B) = A \otimes B = \overline{A \oplus B} = \overline{A \oplus B} = AB + \overline{A} \overline{B}$$

f est vraie si (A et B) vraie ou fausse.

\* Table de vérité:

\* symbole:

| A | B | f |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |



## 2. Synthèse d'un circuit combinatoire:

L'objectif de cette étude est de générer le logigramme du circuit à partir de la fonction logique correspondante.

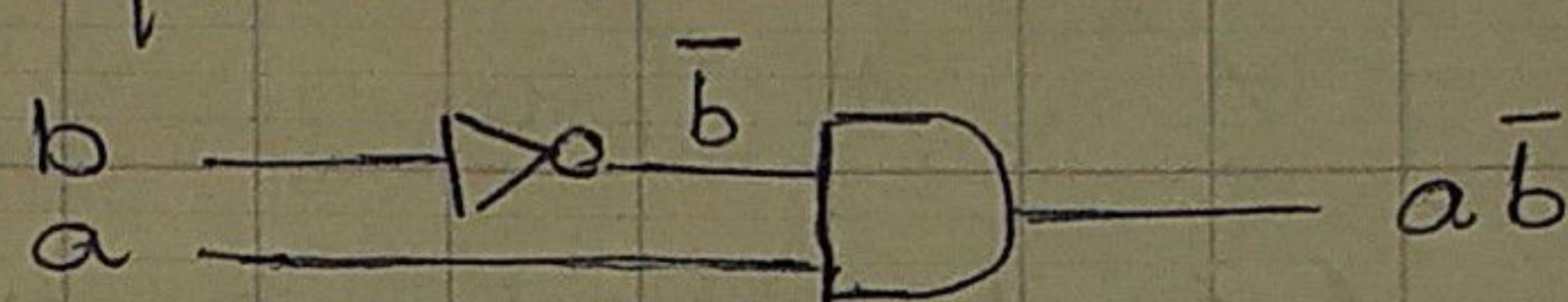
Exemple:

Soit la fonction :  $f(a, b) = a + a\bar{b} + c$

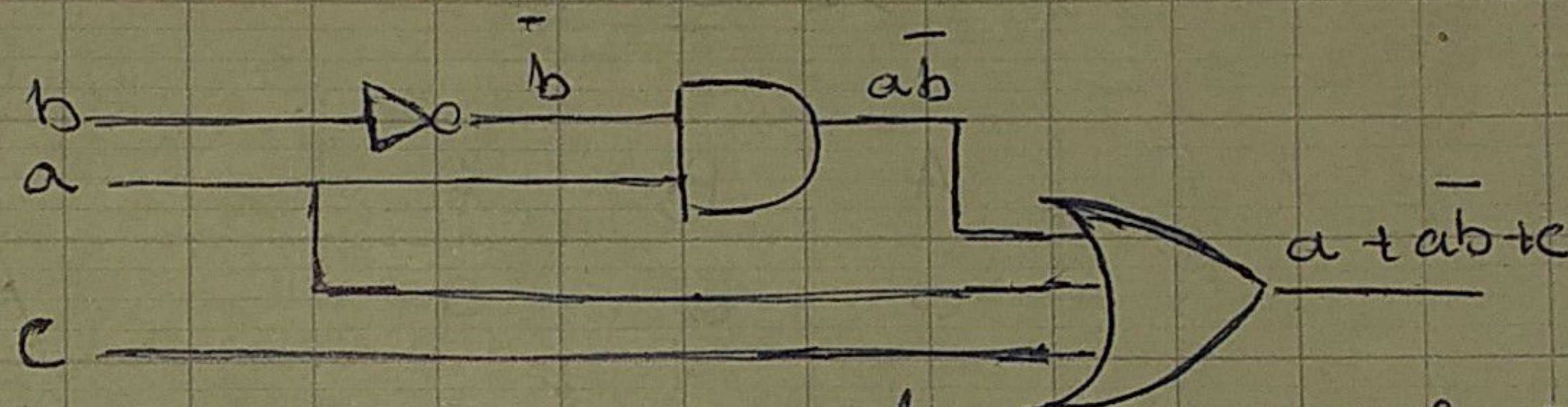
Pour construire le circuit logique correspondant à cette fonction

→ On commence par représenter le terme  $a\bar{b}$ . Pour cela, on a besoin de deux portes:

La porte NON et la porte ET.

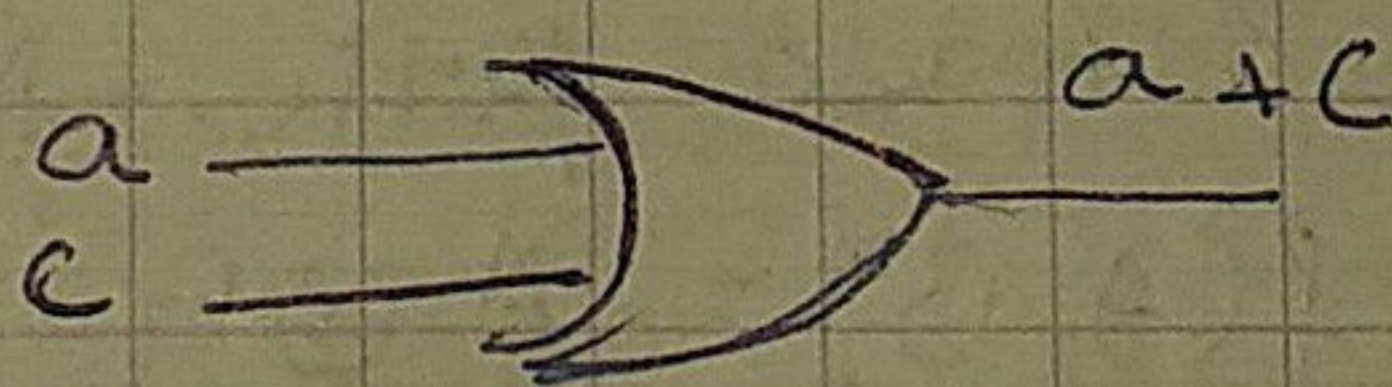


→ Maintenant, nous allons représenter la totalité de notre fonction. On a besoin de la porte OU pour la somme de trois termes  $a$ ,  $c$  et  $a\bar{b}$ :



\* 2<sup>ème</sup> solution: il va d'abord réduire les termes de la fonction. On a la simplifier:  $f(a, b) = a + a\bar{b} + c = a(1 + \bar{b}) + c = a + c$

Pour représenter la fonction  $f$ , on a besoin que d'une seule porte OU



Cette dernière solution est la plus économique.

**Conclusion:** Avant d'effectuer la synthèse d'un circuit combinatoire, on doit d'abord répondre aux questions suivantes:

1/ Quelle représentation de la fonction choisir? (somme de mintermes ou produit de maxtermes).

2/ Quelles portes logiques utiliser pour la représentation schématisée (le logigramme).

3/ Est-ce que la fonction est simplifiée?

### 3. les circuits combinatoires particuliers:

Nous allons étudier les circuits combinatoires qui réalisent des fonctions particulières telles que:

- Le multiplexage.
- le codage
- L'addition
- La comparaison ... etc.

#### 3-1 le multiplexeur et le demultiplexeur:

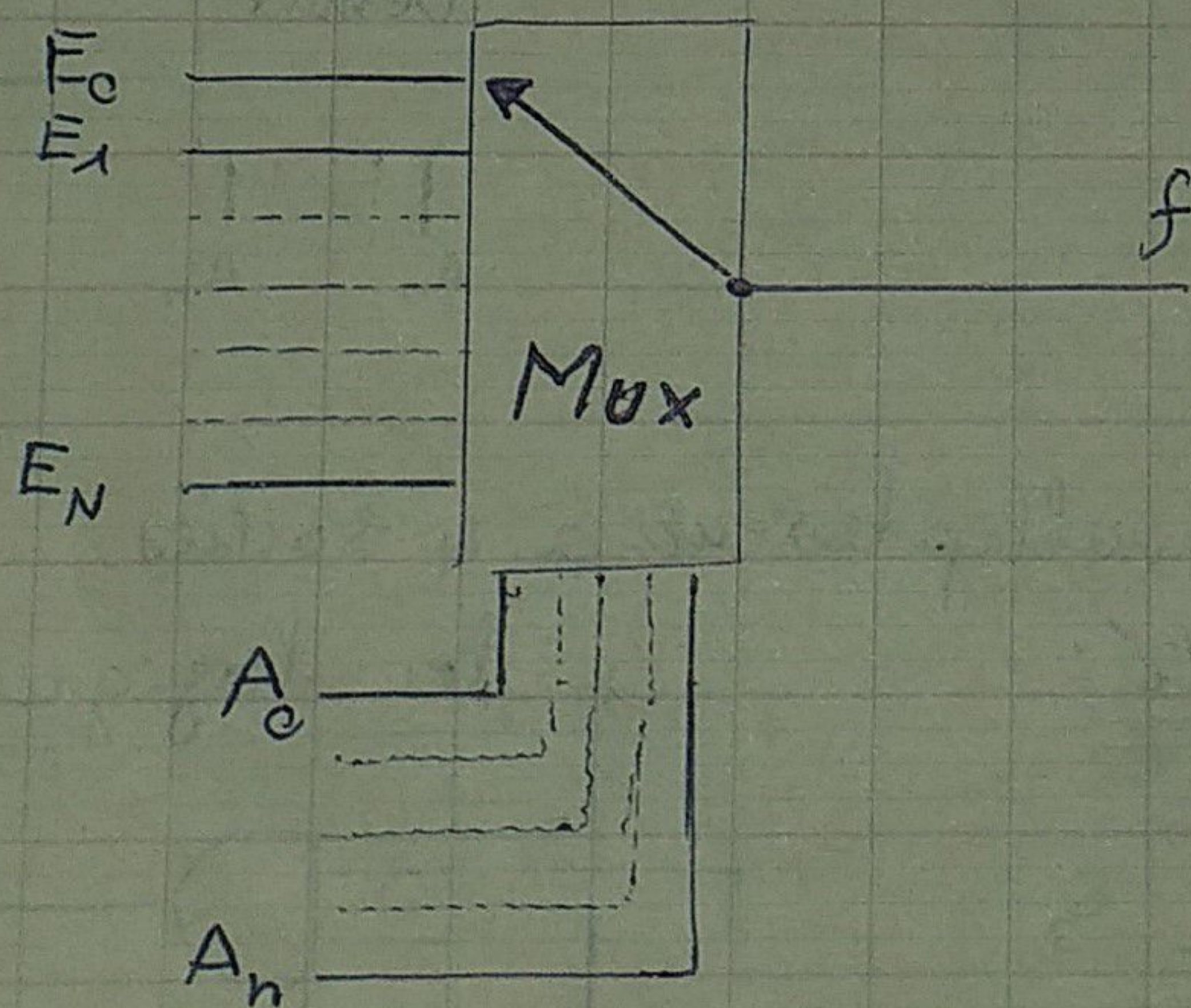
##### 3-1.1 le multiplexeur (Mux):

C'est un système combinatoire qui réalise la fonction à  $n$  variables qui correspondent aux  $n$  lignes de sélection:

Un multiplexeur dispose de:

- $2^n$  entrées
- 1 sortie
- $n$  ligne de sélection

\* Symbole:



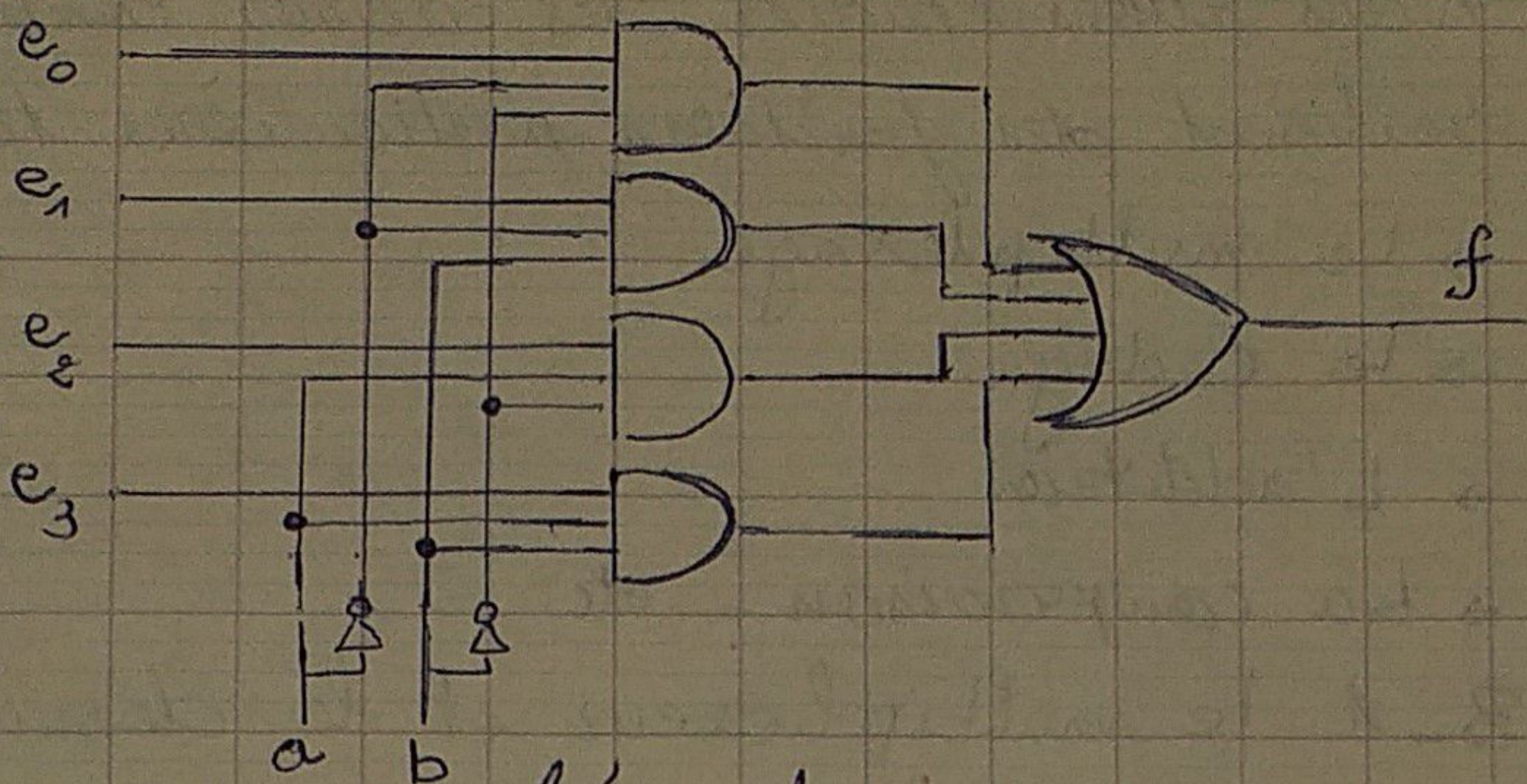
Exemple:

$$f(a, b) = e_0 \bar{a} \bar{b} + e_1 \bar{a} b + e_2 a \bar{b} + e_3 a b$$

\* Table de vérité:

| a | b | f     |
|---|---|-------|
| 0 | 0 | $e_0$ |
| 0 | 1 | $e_1$ |
| 1 | 0 | $e_2$ |
| 1 | 1 | $e_3$ |

### \* le logigramme:



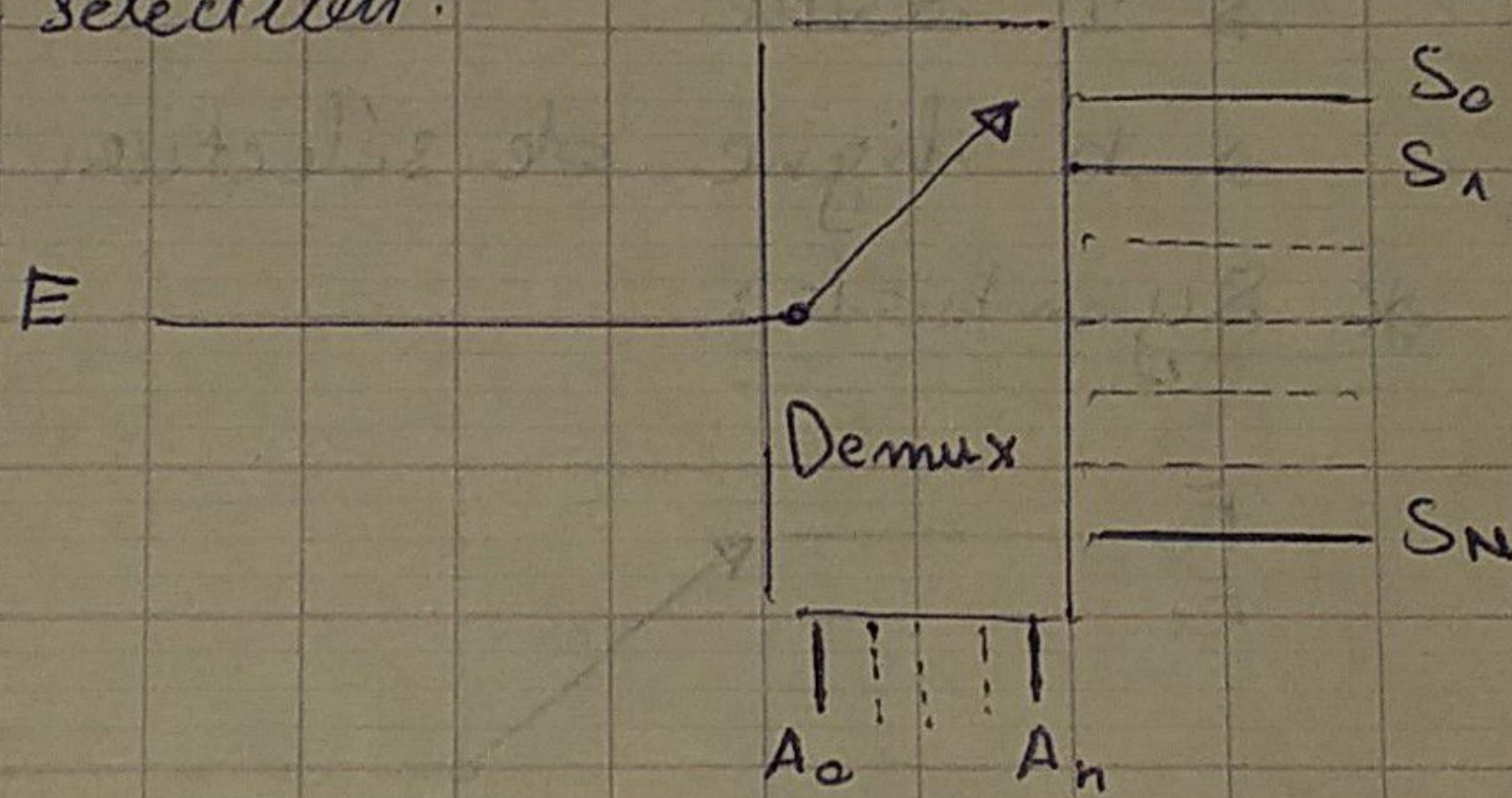
a et b sont appelées lignes de commande.

### 3-1-2. le demultiplexeur (Demux):

C'est un ~~circuit~~ système combinatoire qui représente une fonction à n variable qui réalise un circuit à:

- 1 entrée
- $2^n$  sorties
- n lignes de sélection.

### \* Symbole:



### Exemple:

Réaliser un demultiplexeur à 4 sorties.

### \* Table de vérité:

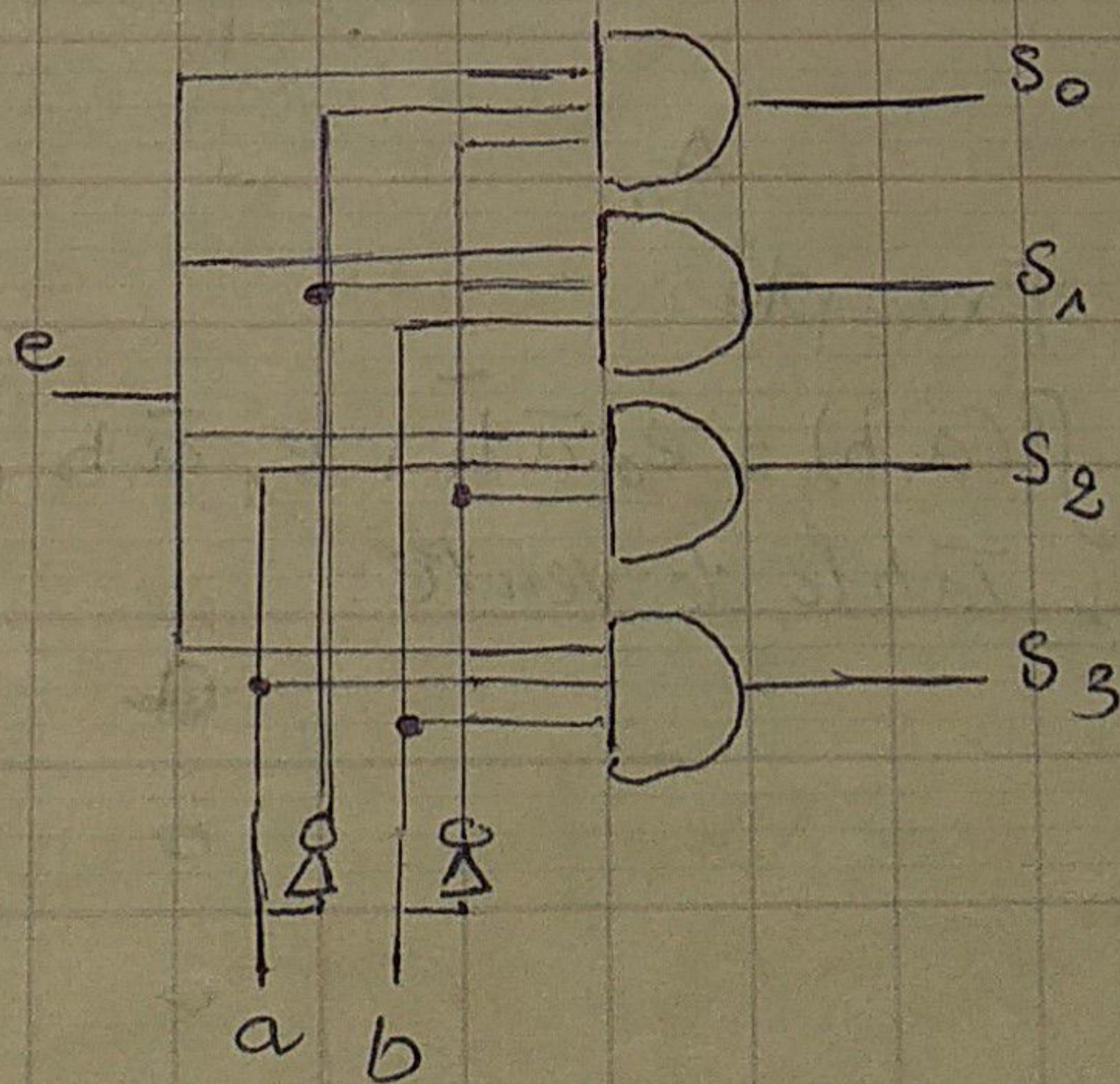
| a | b | $S_0$ | $S_1$ | $S_2$ | $S_3$ |
|---|---|-------|-------|-------|-------|
| 0 | 0 | 1     | 0     | 0     | 0     |
| 0 | 1 | 0     | 1     | 0     | 0     |
| 1 | 0 | 0     | 0     | 1     | 0     |
| 1 | 1 | 0     | 0     | 0     | 1     |

où:

$$S_0 = \bar{a}\bar{b}e; \quad S_2 = a\bar{b}e$$

$$S_1 = \bar{a}be; \quad S_3 = abe$$

### \* le logigramme:

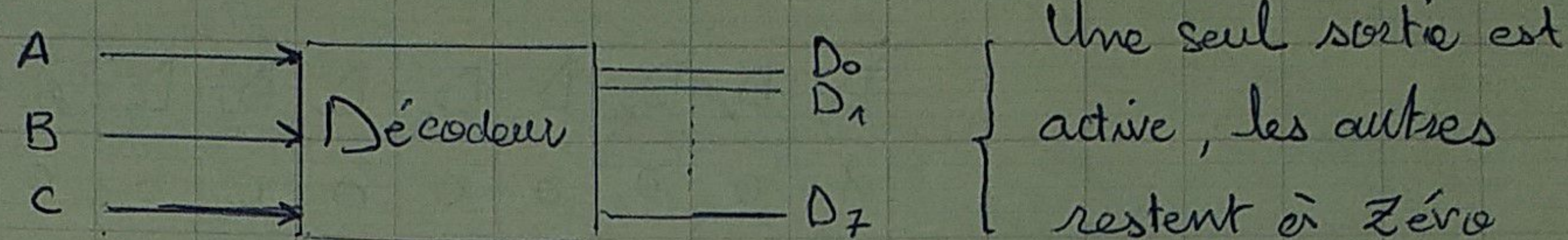


### 3.2. Décodeurs et codeurs:

#### 3.2.1 Le décodeur:

Un décodeur est un circuit combinatoire qui traduit l'information binaire présente sur  $n$  ligne d'entrée et l'utilise pour mettre à l'état 1 l'une seulement de ses  $2^n$  ligne de sortie. Un décodeur est dit de type  $n$  vers  $2^n$ .

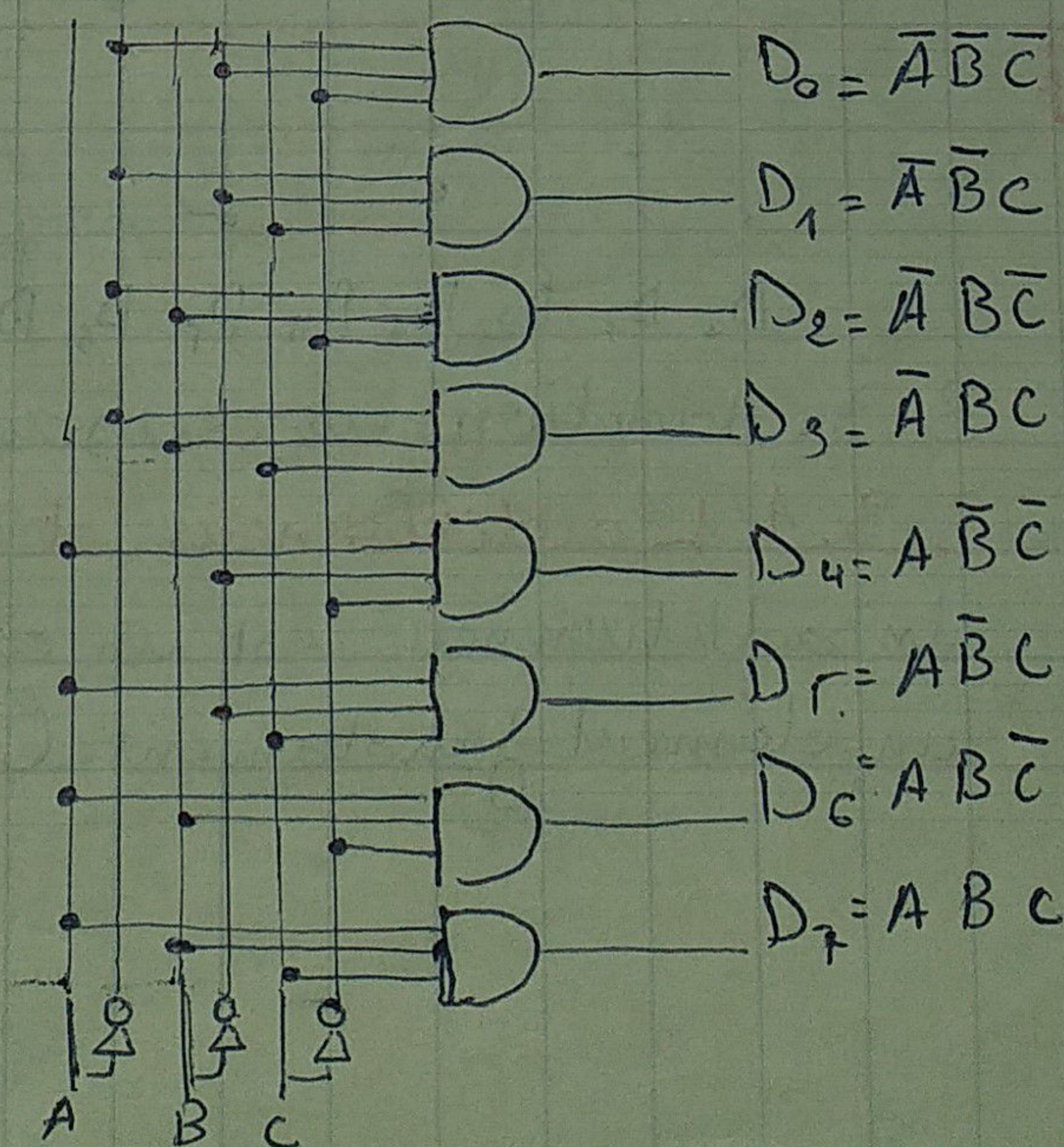
Soit le décodeur 3 entrées et 8 sorties:



#### \* Table de vérité:

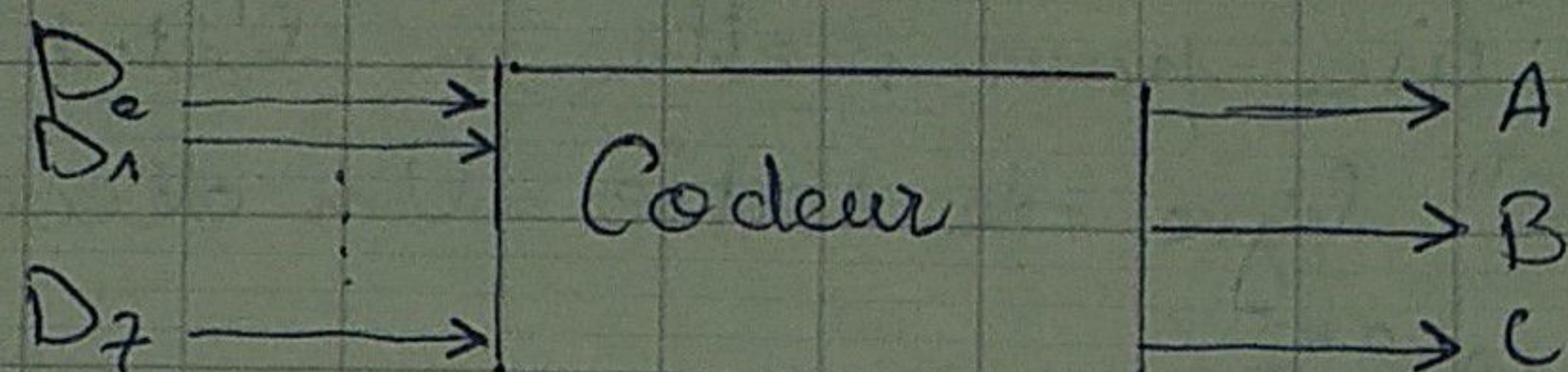
| A | B | C | D <sub>0</sub> | D <sub>1</sub> | D <sub>2</sub> | D <sub>3</sub> | D <sub>4</sub> | D <sub>5</sub> | D <sub>6</sub> | D <sub>7</sub> |
|---|---|---|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 0 | 0 | 0 | 1              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              |
| 0 | 0 | 1 | 0              | 1              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              |
| 0 | 1 | 0 | 0              | 0              | 1              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              |
| 0 | 1 | 1 | 0              | 0              | 0              | 1              | 0              | 0              | 0              | 0              |
| 1 | 0 | 0 | 0              | 0              | 0              | 0              | 1              | 0              | 0              | 0              |
| 1 | 0 | 1 | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 1              | 0              | 0              |
| 1 | 1 | 0 | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 1              | 0              |
| 1 | 1 | 1 | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 0              | 1              |

#### \* Logigramme:



### 3.2.2. Le codeur (ou l'encodeur):

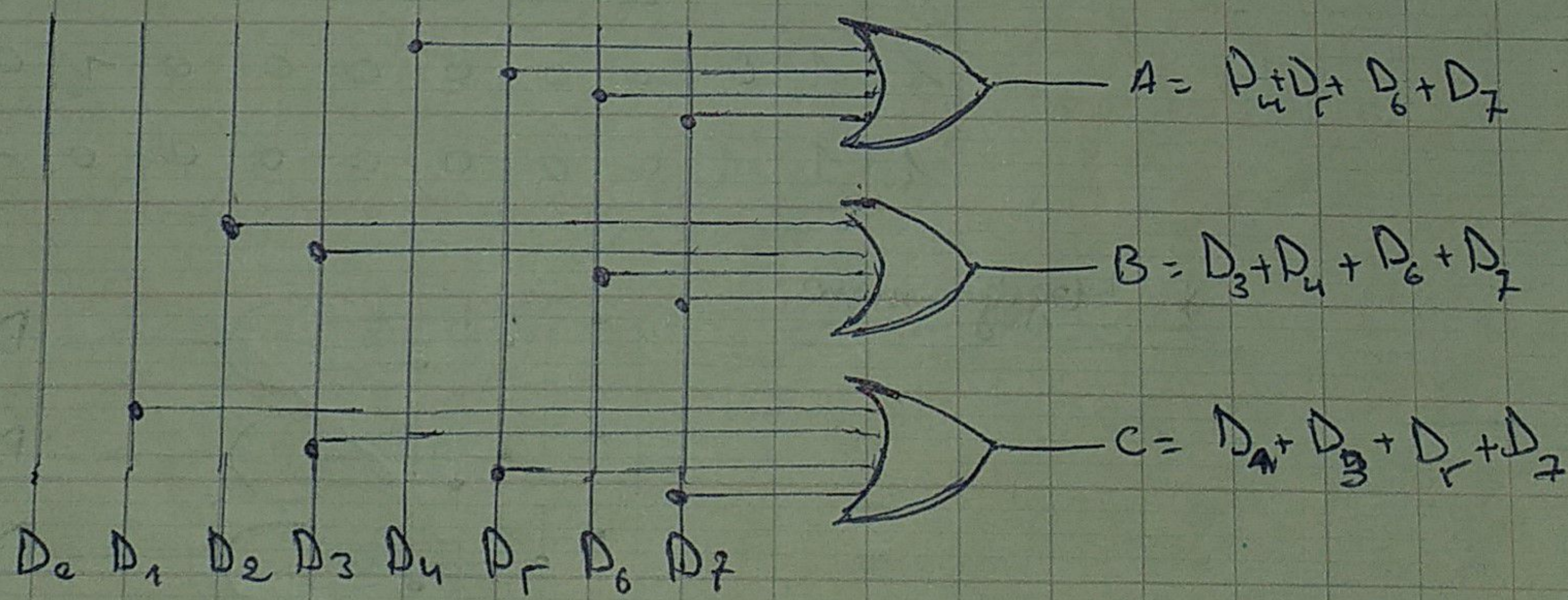
Le codeur réalise la fonction inverse du décodeur, c.à.d. où une entrée active (état 1) parmi les  $2^n$  entrées, il fait correspondre en sortie un code sur  $n$  lignes.



\* Table de vérité:

| $D_0$ | $D_1$ | $D_2$ | $D_3$ | $D_4$ | $D_5$ | $D_6$ | $D_7$ | A | B | C |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|---|---|---|
| 1     | 0     | 0     | 0     | 0     | 0     | 0     | 0     | 0 | 0 | 0 |
| 0     | 1     | 0     | 0     | 0     | 0     | 0     | 0     | 0 | 0 | 1 |
| 0     | 0     | 1     | 0     | 0     | 0     | 0     | 0     | 0 | 1 | 0 |
| 0     | 0     | 0     | 1     | 0     | 0     | 0     | 0     | 0 | 1 | 1 |
| 0     | 0     | 0     | 0     | 1     | 0     | 0     | 0     | 1 | 0 | 0 |
| 0     | 0     | 0     | 0     | 0     | 1     | 0     | 0     | 1 | 0 | 1 |
| 0     | 0     | 0     | 0     | 0     | 0     | 1     | 0     | 1 | 1 | 0 |
| 0     | 0     | 0     | 0     | 0     | 0     | 0     | 1     | 1 | 1 | 1 |

\* Logigramme:



### 3.3. Additionneur, soustracteur et comparateur:

#### 3.3.1 L'additionneur et demi additionneur:

Un additionneur est un circuit combinatoire qui est un élément fondamental de toute unité de traitement

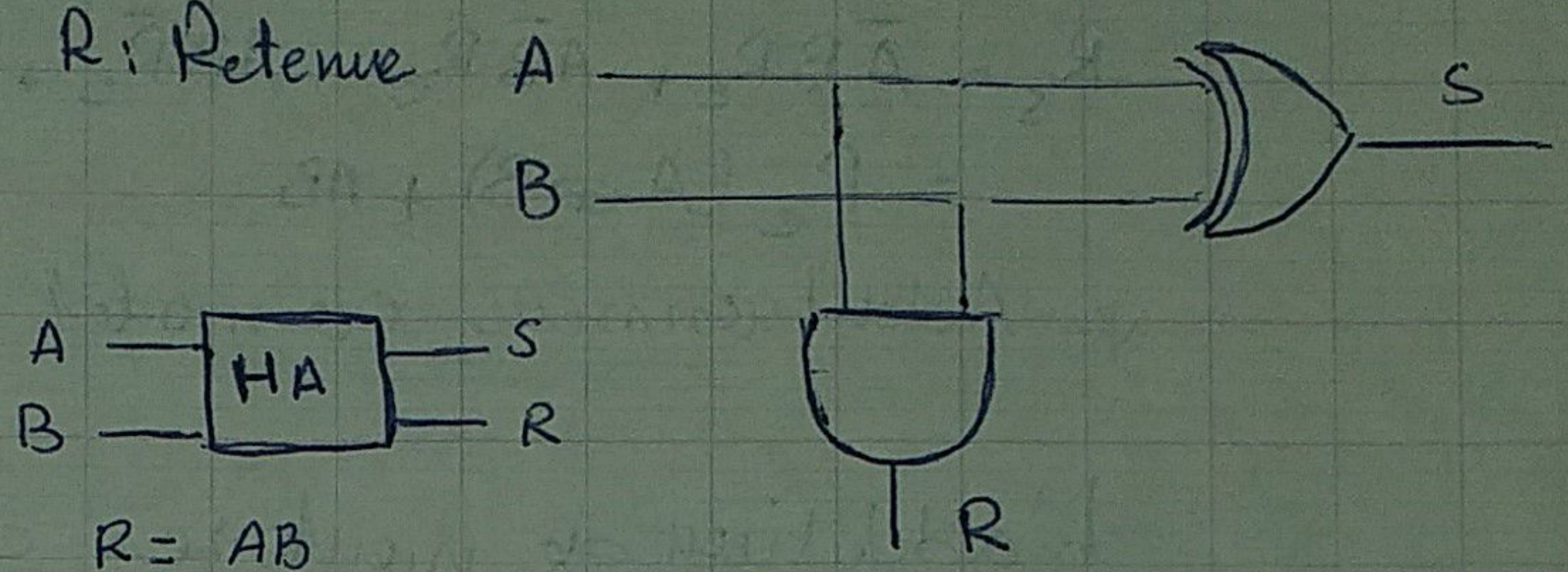
son rôle est d'additionner des bits.  
 L'addition de deux mots d'un bit nous donne le circuit appelé "demi-additionneur".

\* Table de vérité:

\* Logigramme:

| A | B | S | R |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |

S: Somme  
 R: Retenue



$S = A \oplus B = \bar{A}B + A\bar{B}$  ;  $R = AB$

Le circuit précédent convient pour effectuer la somme de deux bits de plus faibles poids de deux nombres de n bits, mais il ne convient pas pour réaliser la somme des autres bits, car il ne prend pas en compte l'éventuelle retenue provenant de la somme des bits de poids inférieur.

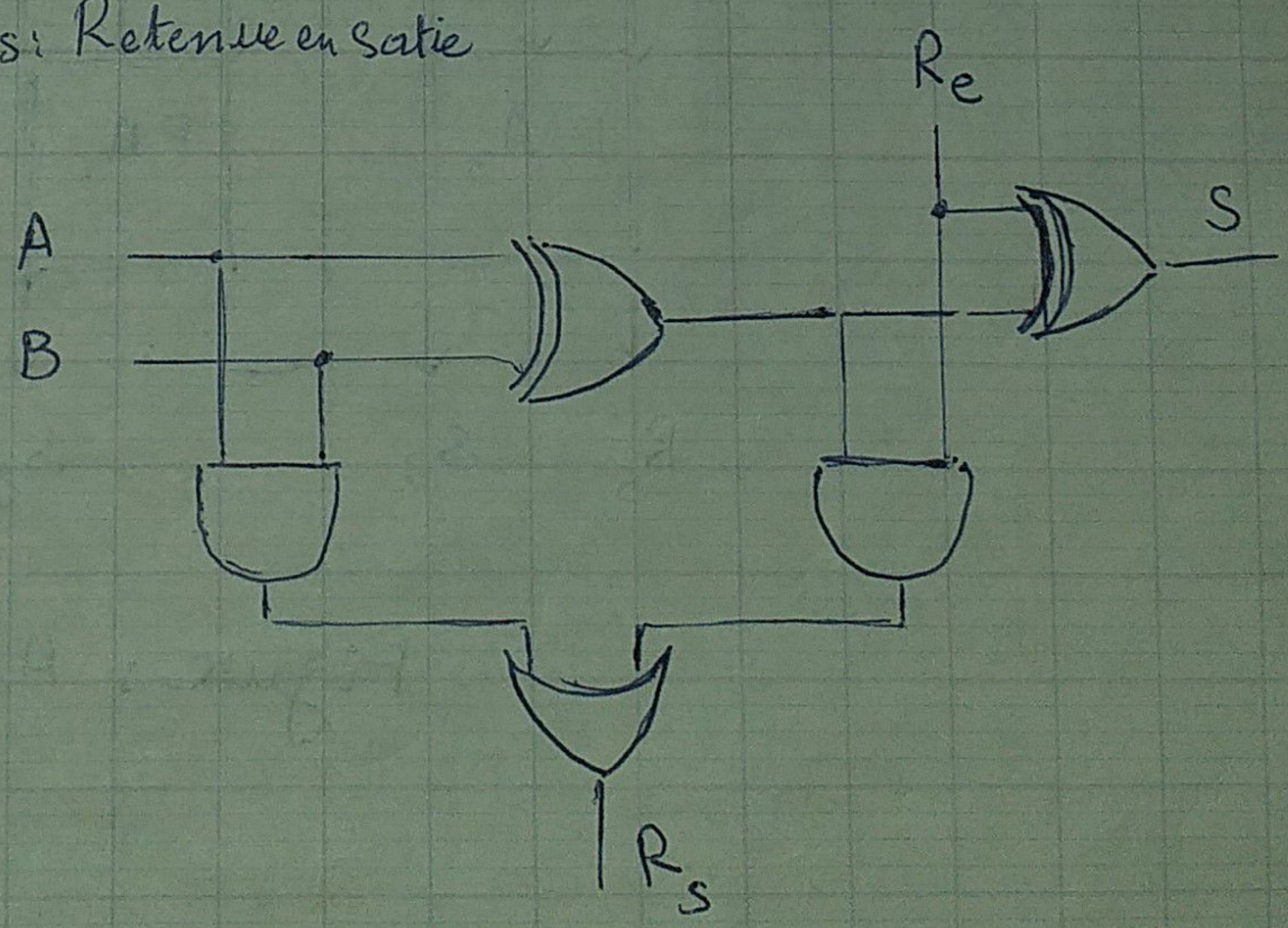
La solution: utiliser un "additionneur complet"

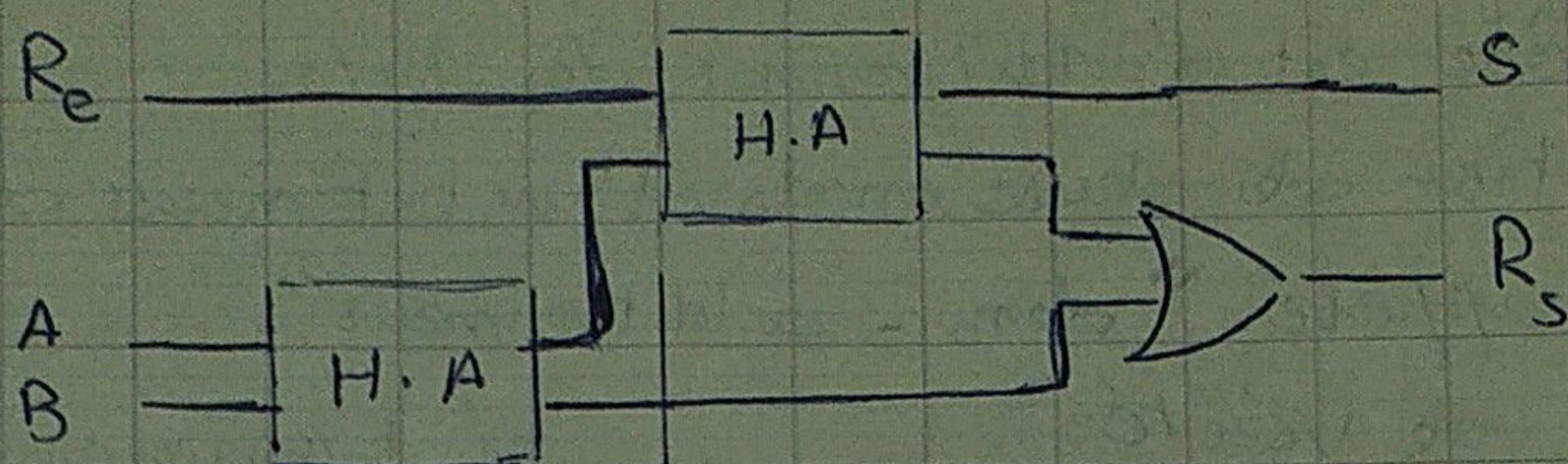
\* Table de vérité:

\* Logigramme:

| A | B | $R_e$ | S | $R_s$ |
|---|---|-------|---|-------|
| 0 | 0 | 0     | 0 | 0     |
| 0 | 0 | 1     | 1 | 0     |
| 0 | 1 | 0     | 1 | 0     |
| 0 | 1 | 1     | 0 | 1     |
| 1 | 0 | 0     | 1 | 0     |
| 1 | 0 | 1     | 0 | 1     |
| 1 | 1 | 0     | 0 | 1     |
| 1 | 1 | 1     | 1 | 1     |

$R_e$ : Retenue en entrée  
 $R_s$ : Retenue en sortie





$$S = \bar{A}\bar{B}R_e + \bar{A}B\bar{R}_e + A\bar{B}\bar{R}_e + AB\bar{R}_e = \bar{R}_e(\bar{A}\bar{B} + \bar{A}B + A\bar{B} + AB) + R_e(\bar{A}\bar{B} + \bar{A}B + A\bar{B} + AB)$$

$$= \bar{R}_e(A \oplus B) + R_e(\bar{A} \oplus \bar{B}) = R_e \oplus A \oplus B$$

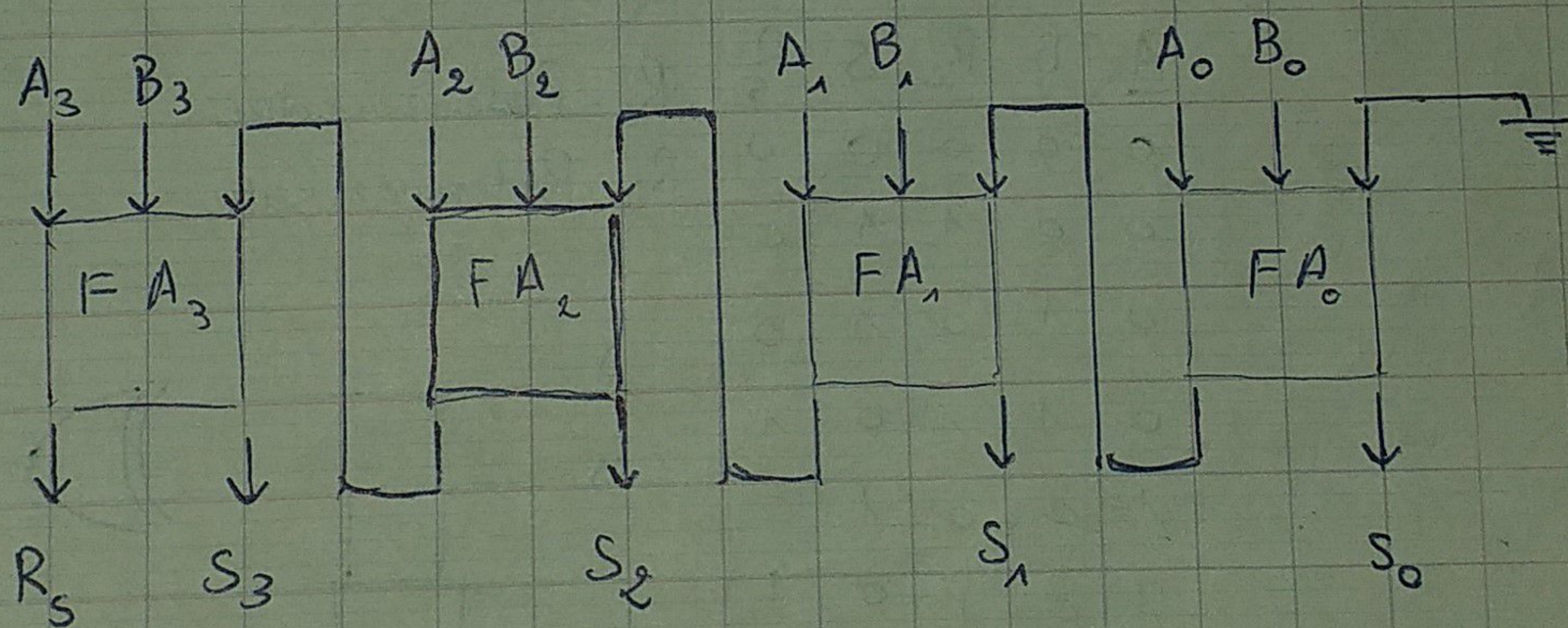
$$R_s = \bar{A}B\bar{R}_e + \bar{A}B\bar{R}_e + A\bar{B}\bar{R}_e + AB\bar{R}_e = R_e(\bar{A}B + \bar{A}B + A\bar{B} + AB) + AB(R_e + \bar{R}_e)$$

$$= R_e(A \oplus B) + AB$$

\* Additionneur complet de n bits (Additionneur en parallèle):

L'addition de nombres comportant plusieurs bits peut se faire en série (bit après bit) ou en parallèle (tous les bits simultanément).  
Par exemple:

$$\begin{array}{r} 1111 \\ + 0111 \\ \hline 10110 \end{array}$$



- Figure: Additionneur en parallèle.

### 3.3.2 Le soustracteur:

Un soustracteur réalise la soustraction de deux nombres binaires, il suit le même principe que l'additionneur.

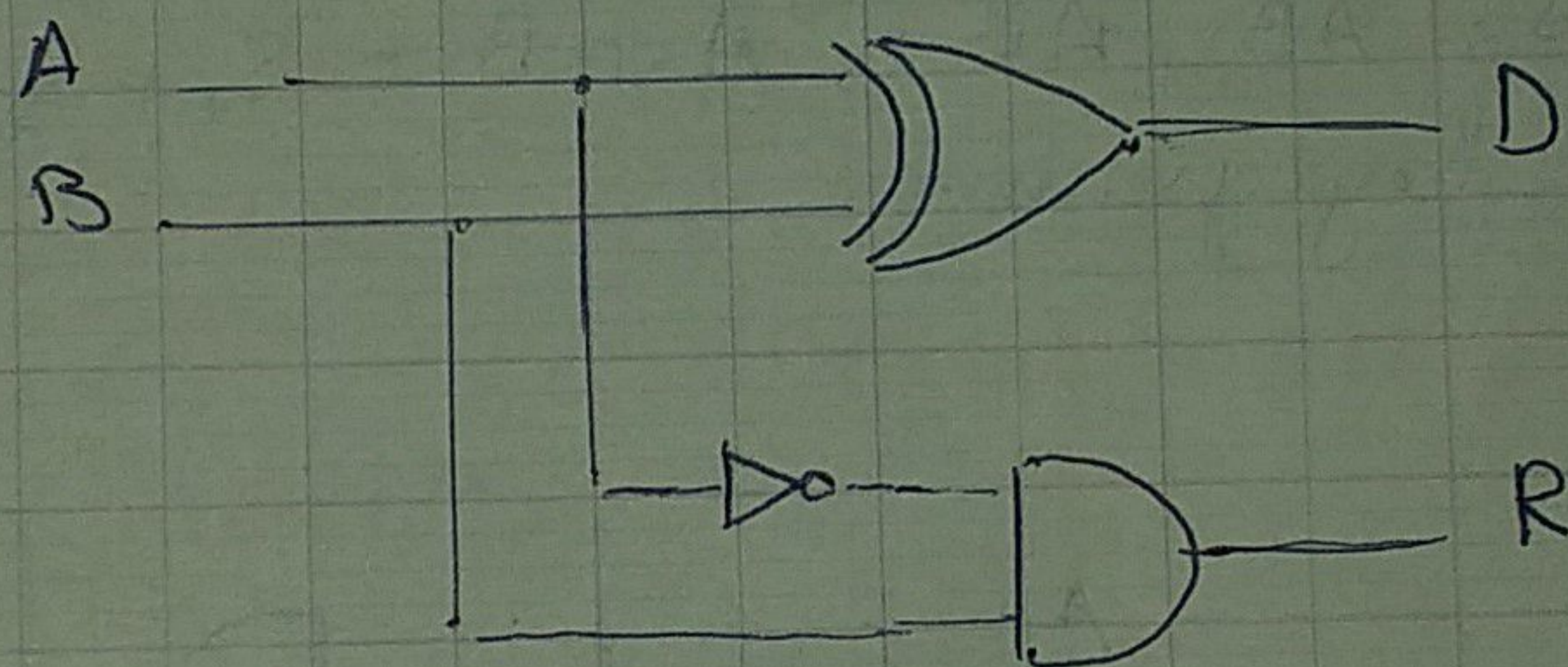
\*Table de vérité:

|               |   |   |   |   |
|---------------|---|---|---|---|
| R: Retenue    | A | B | R | D |
| D: Différence | 0 | 0 | 0 | 0 |
|               | 0 | 1 | 1 | 1 |
|               | 1 | 0 | 0 | 1 |
|               | 1 | 1 | 0 | 0 |

$$D = \bar{A}B + A\bar{B} = A \oplus B$$

$$R = \bar{A}B$$

\* Logigramme:



- Remarque:

Un soustracteur peut se faire en additionnant le premier nombre avec le complément du deuxième nombre, dans ce cas on se sert d'additionneurs pour réaliser le soustracteur.

### 3.3.3 Le comparateur:

Un comparateur effectue la comparaison de deux mots A et B de ~~1~~ bits présents sur ~~2~~ ligne d'entrée.

Un circuit comparateur dispose de trois sorties (en général) qui indiquent les résultats de la comparaison

→ Une sortie pour  $A = B$

→ Une sortie pour  $A > B$

→ Une sortie pour  $A < B$

\* Table de vérité:

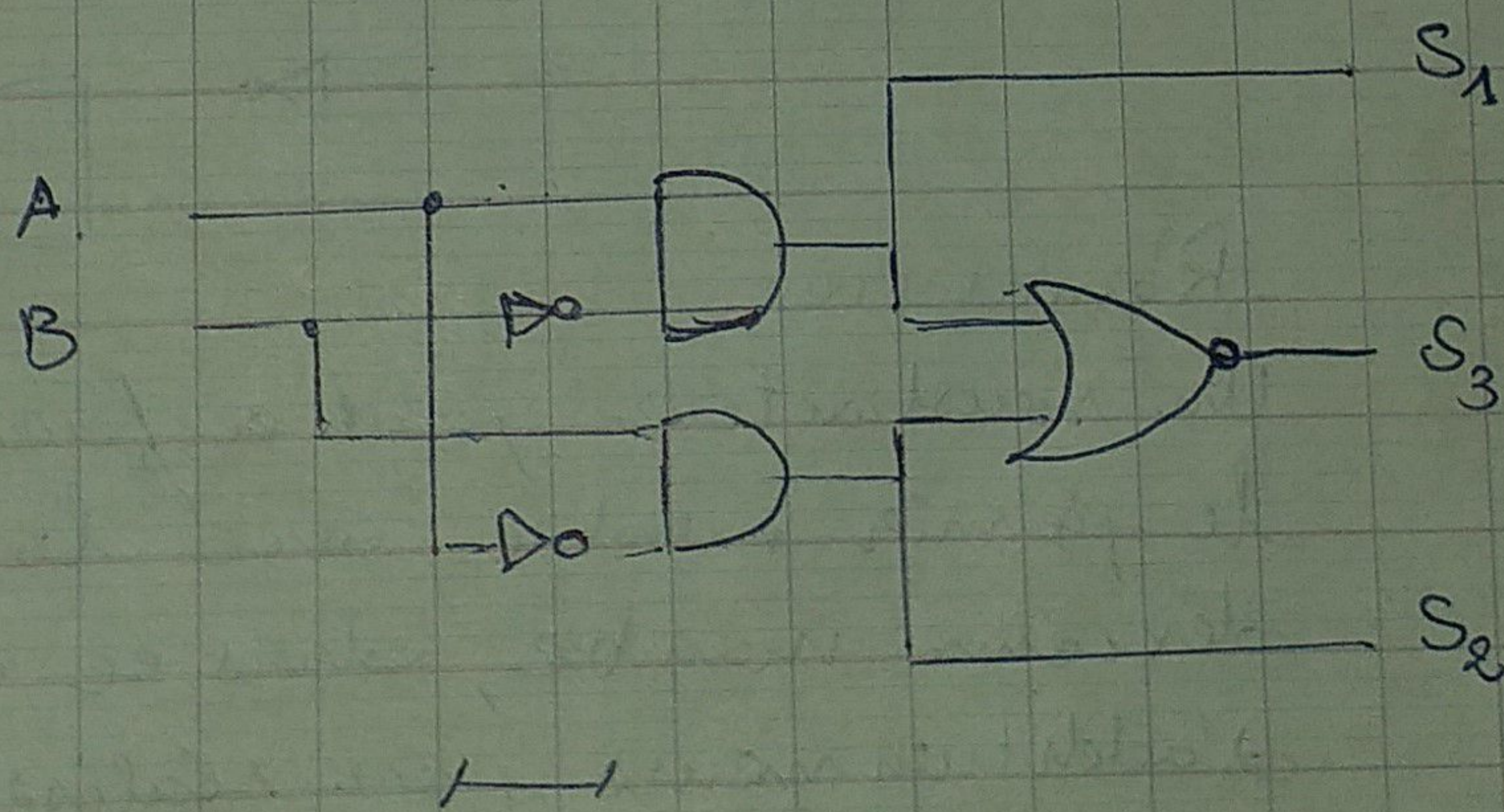
| A | B | $S_1 (A > B)$ | $S_2 (A < B)$ | $S_3 (A = B)$ |
|---|---|---------------|---------------|---------------|
| 0 | 0 | 0             | 0             | 1             |
| 0 | 1 | 0             | 1             | 0             |
| 1 | 0 | 1             | 0             | 0             |
| 1 | 1 | 0             | 0             | 1             |

$$S_1 = A\bar{B}$$

$$S_2 = \bar{A}B$$

$$S_3 = \bar{A}\bar{B} + AB = \overline{A \oplus B} = \overline{S_1 + S_2}$$

\* Logigramme:



Mini projet:

1/ Afficheur +