

Chapitre 01 : GENERALITE SUR LA TELECOMMUNICATIONS

1.1 Introduction

Les **télécommunications** sont définies comme la transmission à distance d'informations avec des moyens à base d'électronique et d'informatique. Ce terme a un sens plus large que son acception équivalente officielle « communication électronique ». Elles se distinguent ainsi de la poste qui transmet des informations ou des objets sous forme physique.

Dans les débuts des télécommunications modernes, des inventeurs comme Antonio Meucci, Alexander Graham Bell ou Guglielmo Marconi ont mis au point des dispositifs de communication comme le télégraphe, le téléphone ou la radio. Ceux-ci ont révolutionné les moyens traditionnels tels que les pavillons ou le télégraphe optique Chappe.

Actuellement, les télécommunications concernent généralement l'utilisation d'équipements électroniques associés à des réseaux analogiques ou numériques comme le téléphone fixe ou mobile, la radio, la télévision ou l'ordinateur. Celles-ci sont également une partie importante de l'économie et font l'objet de régulations au niveau mondial.

Le rôle des télécommunications est de transmettre des informations entre différents utilisateurs et de leur permettre de dialoguer. Ces informations peuvent provenir de sources ou capteurs de natures physiques variables, sous forme analogique ou numérique (voix, caméra vidéo, fichier électronique) et être transmises par le biais de supports de transmission divers, "bruités", et aux capacités limitées (air, lignes "métalliques", fibre optique) vers différents blocs de réception (haut-parleur, écran d'ordinateur ou de portable). Il faut alors adapter le signal initial au canal envisagé, afin de transmettre l'information le plus fidèlement possible tout en optimisant l'utilisation du canal.

1.2. Historique et évolution des télécommunications

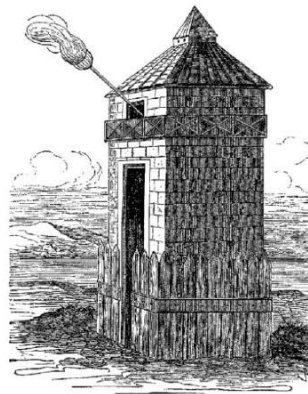
1.2.1. Antiquité : Le carré de Polybios

L'historien grec Polybios (200 –118 av. J.-C.) inventa ce système de codage. Les lettres de l'alphabet (grec à l'origine) sont arrangées dans un tableau. Chaque lettre est codée par deux nombres, le premier indique sa ligne et le deuxième sa colonne.

Exemple: Texte : *message secret* Code : 32154343112215 431513421544

	1	2	3	4	5
1	A	B	C	D	E
2	F	G	H	I	K
3	L	M	N	O	P
4	Q	R	S	T	U
5	V	W	X	Y	Z

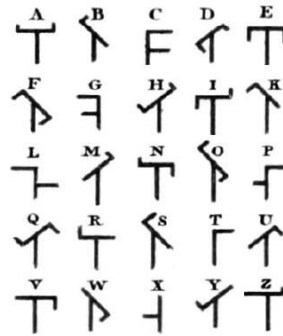
Les Romains ont utilisé ce système pour passer l'information vers un lieu éloigné en construisant les *tours à signaux*, ou tours à feux. Les deux chiffres du code de Polybios sont représentés par deux torches allumées, et brandies autant de fois que le chiffre l'exige. Une longue lunette était nécessaire pour voir les torches de loin.



Le système de Polybios resta au fil des siècles le moyen de communication dominant jusqu'à l'avènement du *télégraphe Chappe*, et il est encore utilisé de nos jours par certains prisonniers dans des cellules séparées pour communiquer. Le prisonnier tape sur un tuyau de robinet ou sur les barreaux de la fenêtre avec un objet dur un nombre de coups représentant le chiffre du code de Polybios. L'inconvénient du code de Polybios est le nombre de *symboles* (agitations de la torche, ou coups tapés sur le tuyau) trop élevé par rapport au nombre de lettres d'un message.

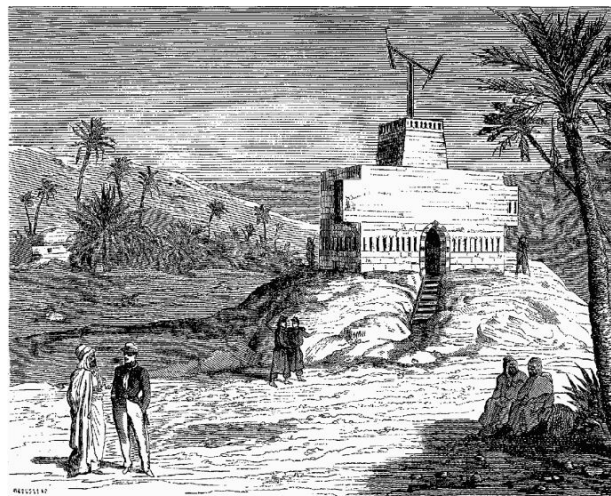
1.2.2. Le télégraphe de Chappe

C'est un système, appelé aussi télégraphe *à bras*, ou télégraphe *aérien*, constitué de deux *ailes articulées* et visibles de loin au moyen d'une lunette. Un manipulateur modifie la disposition des ailes, représentant ainsi les lettres de l'alphabet. Le télégraphe Chappe était placé sur une hauteur naturelle, colline, montagne, ou une tour érigée à cet effet.



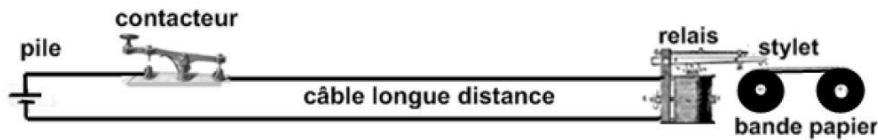
La première expérience du télégraphe aérien des frères Chappe a été réalisée le 3 mars 1791 sur une distance de 14 km dans le département de la Sarthe en France, et aussitôt, 5000 km de réseau et 533 stations étaient mises en place sur le territoire français.

Le télégraphe à bras fut installé à Alger en 1842 pour les besoins de l'administration militaire coloniale qui crée un réseau constitué de deux axes principaux, Alger-Oran et Alger-Constantine avec des ramifications vers Médéa, Mascara et Tlemcen. Achevées complètement en 1853, les lignes Ouest s'étendent sur 850 km de long. La ligne Est vers Constantine, construite à partir de 1848, est achevée en 1853.



1.2.3. Le télégraphe de Morse

Samuel Morse envoya le premier message télégraphique le 11 Janvier 1838 dans le New-Jersey à travers un câble de 3 km de long. Le télégraphe électrique de Morse est constitué de la pile inventée par Alessandro Volta en 1800, et d'un contacteur manuel à l'émission. Le récepteur consiste en une bobine-relais couplée mécaniquement à un stylet, de sorte que celui-ci laisse une marque sur une bande de papier quand la bobine est alimentée.



Télégraphe de morse

Morse a conçu un code dans lequel les lettres de l'alphabet sont représentées par une combinaison de points et de tirets, correspondant à la durée pendant laquelle le contacteur est maintenu fermé, 1 et 3 secondes pour le point et le tiret respectivement.

CODE MORSE	
A	• —
B	— •••
C	— • — •
D	— •••
E	•
F	•• — •
G	— • — •
H	••••
I	••
J	• — — —
K	— • — —
L	• — ••
M	— —
N	— •
O	— — —
P	• — — •
Q	— • — —
R	• — ••
S	•••
T	—
U	•• —
V	••• —
W	• — — •
X	— • — •
Y	— • — —
Z	— — ••

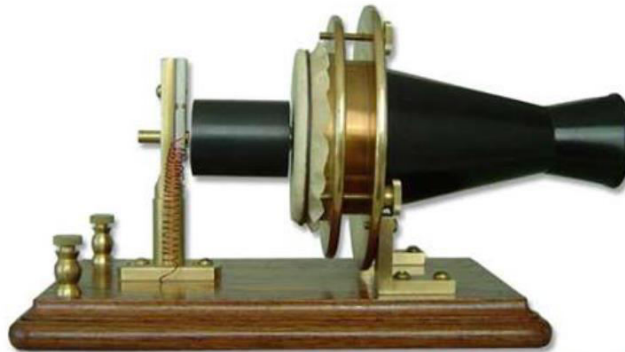
Il y a beaucoup d'intelligence dans ce code. Ainsi, plus une lettre est fréquente dans un texte anglais, plus son code est court (*E* et *T*), ce qui permet de réduire la longueur moyenne des messages. Mais aussi il a été constaté que le code Morse se mémorise très facilement : un opérateur d'intelligence moyenne l'apprend par coeur et sans effort au bout de trois jours d'utilisation. Cet aspect qui était éventuellement intentionnel dans la conception du code, permet à l'opérateur de se passer rapidement de la table de conversion, et même de retranscrire un message en écoutant le bruit que fait le stylet au contact du papier.

En Algérie, les premières lignes du télégraphe électrique furent installées en 1854, d'Oran à Mostaganem (76 kilomètres), d'Alger à Médéa (90 kilomètres), et de Constantine à Philippeville (Skikda) (83 kilomètres). En 1900 tous les bureaux de poste étaient pourvus du télégraphe. Six câbles télégraphiques sous-marins reliant la France et l'Algérie furent posés par l'administration française entre 1870 et 1913.

1.2.4. Alexander Graham Bell et l'invention du téléphone

Mister Watson, come here I want you Ce sont les premières paroles intelligibles transmises sur un système téléphonique le 7 Mars 1876, par Alexander Graham Bell appelant son assistant dans la pièce voisine pour lui annoncer qu'il a reçu le brevet US174465, qui lui accorde la propriété sur les deux instruments, le téléphone et le système téléphonique. En

Octobre, il teste son téléphone sur une distance de deux miles entre Boston et Cambridgeport. En 1877, il fonde avec deux investisseurs la Bell Telephone Company, et les premières applications commerciales de la téléphonie ont lieu. Cette compagnie, cédée à AT&T en 1899, est aujourd'hui la plus grande firme de télécommunications dans le monde.

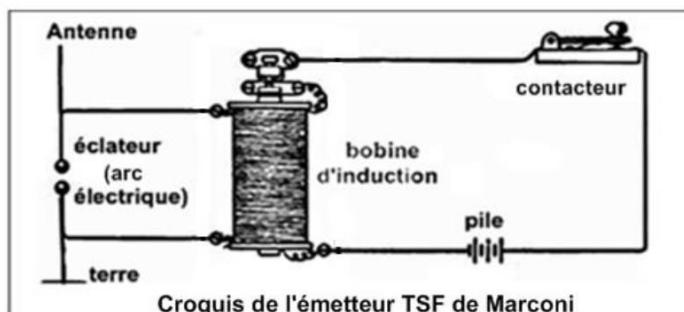


Le premier modèle commercialisé, baptisé The Centennial, car il a été présenté à l'Exposition du Centenaire à Philadelphie, le 25 Juin 1876

En Algérie, le service téléphonique fut d'abord concédé à une compagnie privée en 1882, la Société Générale des Téléphones, qui installa et exploita pendant sept ans les réseaux urbains d'Oran et d'Alger; en 1889, il fut pris en charge par l'administration des P.T.T. Depuis, les progrès de l'exploitation ont suivi une marche constamment ascendante, la longueur des lignes a passé de 469 kilomètres en 1900 à 94400 kilomètres en 1928.

1.2.5. En 1897 Guglielmo Marconi invente la TSF télégraphie sans fil

Marconi met en application l'expérience sur l'émission et la réception des ondes électromagnétiques de Heinrich Rudolf Hertz, 1887, qui lui-même tenait à avoir une évidence de la théorie de James Clerc Maxwell, encore désignée à cette époque par « Doctrine de Maxwell ». Marconi installe en 1897 le télégraphe sans fil à South Wellfleet, Massachusetts. Cette installation est parmi celles qui avaient intercepté le SOS lancé lors du naufrage du paquebot Titanic le 15 Avril 1912, qui a permis le sauvetage de plusieurs vies humaines.



Le TSF de Marconi a continué à communiquer au moyen du code Morse, mais la restitution des signaux était sonore pour la plupart, la technologie des parleurs et sonneries électrodynamiques ayant atteint un niveau de maturité à partir de 1900.

L'Algérie a vu sa première station TSF installée en 1907 dans un domaine militaire à Fort-de-l'eau (Bordj el Kiffan). Avec une puissance de 1kW par antenne, elle permet des communications avec des navires jusqu'à 500 km d'Alger. Cette distance fut portée à 3000 km avec une puissance de 12 kW par antenne. Elle fut rapidement utilisée comme station de radiodiffusion dont la mission avouée était de propager les idées coloniales de la France auprès des populations algériennes.

I.3. Chronologie des télécommunications

1837 : Samuel Morse → Télégraphe : Codage des lettres par points et traits de longueurs différentes en optimisant le temps de transmission → Théorie de l'Information.

1864 : Equations de Maxwell: prédiction de l'existence d'ondes radio

1865 : 1ère conférence de l'Union Télégraphique Internationale

1870 : transmissions télégraphiques à longue distance (plusieurs milliers de km)

1874 : Invention du multiplexage temporel par Baudot

1876 : Graham Bell : brevet de système électrique de transmission du son → Téléphone

1887 : Hertz : démonstration de l'existence des ondes radios

1891 : Premier commutateur téléphonique

1894 : Lodge : communications sans fils (sur 150m)

1901 : Marconi/Popov : Radio, transmission d'ondes radio longues distances

1902 : première liaison radio point-à-point (US) : télégraphie sans fil

1906 : Fessenden : première transmission radio AM

1928 : Nyquist : Théorie de l'échantillonnage

1936 : Reeves : Pulse Code Modulation (PCM) → Transmission numériques

1947 : Union Internationale des Télécommunications (UIT) → réglementation des télécommunications internationales

1948 : Invention du transistor → développement de l'électronique des télécoms.

1948 : Shannon : Théorie de la capacité du canal

1958 : 1er satellite de communications (SCORE, orbite basse),

1962 : 1er câble 1.544 Mbits/s (USA, Bell)

1965 : 1er satellite géostationnaire de télécommunications (INTELSAT)

1966 : 1ères fibres optiques à faibles pertes → début des hauts débits numériques
1981 : NMT/AMPS : téléphones mobiles de 1ère génération (analogiques)
1988 : RNIS : Réseau Numérique à Intégration de Services (Numéris de France Télécom)
1991 : GSM/IS-54 : téléphones mobiles de 2ème génération (numériques) et internet

I.3. Organismes de Normalisation

Internationale :

- UIT/ITU : Union Internationale des Télécommunications (<http://www.itu.ch>)

Régionales :

- ETSI : European Telecommunication Standard Institute (<http://www.etsi.fr>)
- ANSI : American National Standard Institute,
- TTC : Japanese Telecommunications Technology Committee

I.3.1 Union Internationale des Télécommunications (IUT)

Organisation sous l'égide de l'ONU (Organisation des Nations Unies).

Membres :

- Chaque état membre de l'ONU peut être représenté (par l'opérateur historique)
- Constructeurs
- Opérateurs de Réseaux et Prestataires de services
- Organisations scientifiques et industrielles

I.3.2 European Telecommunication Standard Institute

Organisation créée en 1988 sous l'égide de l'Union Européenne

490 Membres de 34 nationalités :

- Administrations et utilisateurs.
- Constructeurs
- Opérateurs de Réseaux
- Prestataires de services
- Toute organisation européenne démontrant son intérêt pour le développement des standards européens de télécommunications.

Exemples de normes européennes de diffusion

DVB : *Digital Video Broadcasting*

Normes définies par l'ETSI pour la diffusion de télévision numérique

Flux transportés : audio/vidéo/données en norme de compression MPEG2/MPEG4 (Motion Picture Exchange Graphics), combinés avec autres info pour permettre au décodeur de les séparer et d'assurer la synchro image/son.

- **DVB-C** : (Câble - 1993)
 - diffusion de télévision numérique
 - canal de transmission le moins perturbant avec un débit maximal de 38Mbps
- **DVB-T** : (Terrestre - 1997).
 - canal hertzien terrestre fortement perturbé
 - mêmes bandes que TV analogique (UHF)
 - même système cellulaire que TV analogique
 - débit de 30Mbps théorique (pratique : 5 à 20 Mbps)
- **DVB-H** : (Hand - 2004) petits terminaux mobiles par batterie
Nouvelles contraintes par rapport à DVB-T :
 - augmenter la durée d'utilisation des batteries
 - accès au service lors de changements de cellule (utilisateurs nomades)
 - flexibilité pour réception à différentes vitesses.
 - réception sur très petites antennes, avec fortes interférences
 - utilisation de différentes bandes de fréquences avec un débit de 5 à 32 Mbps
- **DVB-S** : (Satellite - 1993)
 - transmission par satellites géostationnaires
 - canal de transmission plus simple que DVB-T
 - débits théoriques : 24 à 40 Mbps
- **DVB-S2** : (Satellite - 2004)
 - extension de DVB-T avec un débits théoriques : 80 Mbps
- **DVB-RCS** : (Return Channel Satellite - 1999)
 - voie retour (utilisateur ! station émettrice) pour interactivité
 - réception par DVB-S, et transmission vers le satellite par la même antenne
 - accès internet haut débit pour zones difficiles d'accès, non desservies par ADSL
 - débit sur voie retour : 2Mbps en montant, 8Mbps en descendant
 - autre possibilité : voie retour par RTC (56-64kbps ou par ADSL)

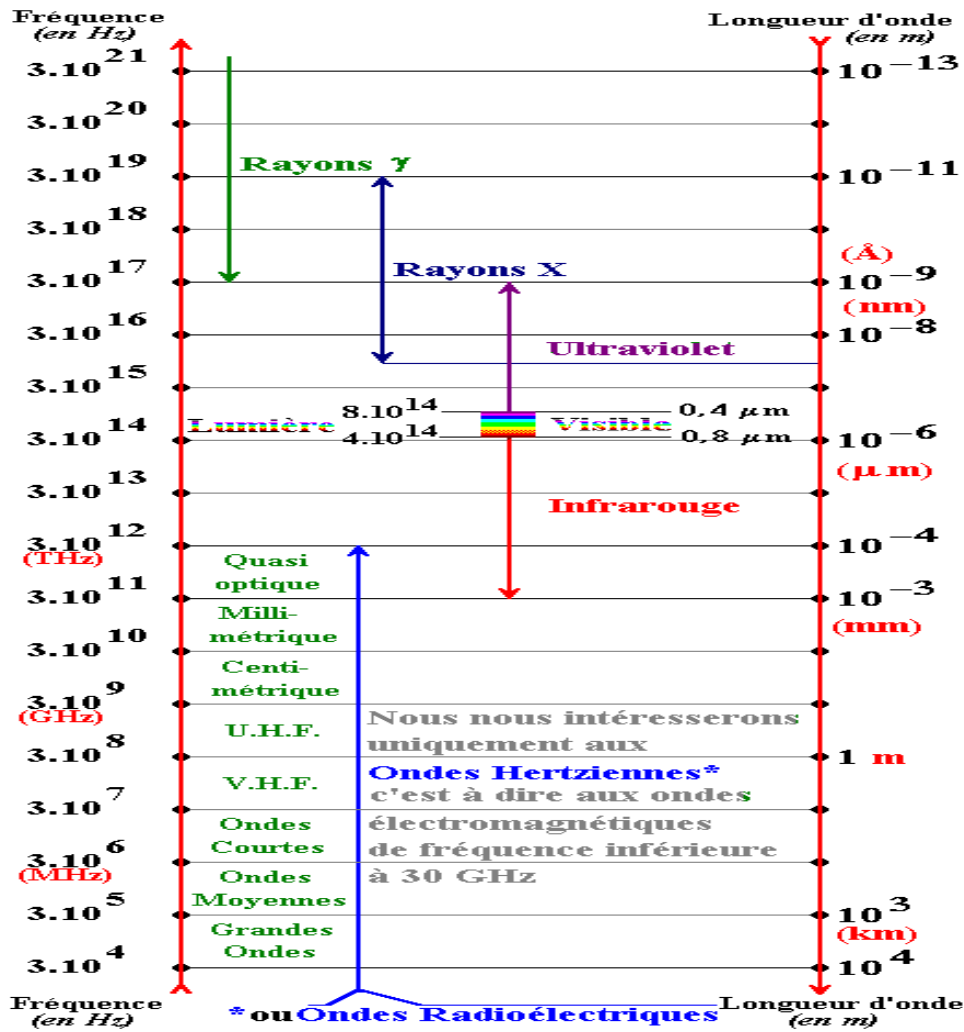


Figure Spectre international

I.4. Méthodes de transmission

I.4.1 Types de transmission :

simplex : communication dans une seule direction (ex : télécommande).

half-duplex : communication possible dans les 2 sens, mais pas simultanément (même canal)

full-duplex : communication dans les 2 sens simultanément, par séparation du canal

I.4.2 Méthodes de Duplex :

fréquentiel (FDD) : émission sur des bandes de fréquences différentes (ex : GSM).

temporel (TDD) : émission sur le même canal fréquentiel, à des instants successifs (*slots*).

I.4.3 Méthodes d'accès multiple :

TDMA : les utilisateurs se partagent des intervalles de temps réguliers (ex : GSM)

FDMA : les utilisateurs se partagent la bande de fréquence.

CDMA : chevauchement des utilisateurs en temps et fréquences et séparation des utilisateurs par attribution de codes orthogonaux

SDMA : utilisation d'antennes multiples et polarisations différentes attribuées aux utilisateurs

Chapitre 02 : SYSTÈMES DE COMMUNICATION

II.1 Schéma de base d'un système de communication

Les systèmes de communication permettent de transmettre des informations à l'aide d'un signal se propageant dans l'espace entre une antenne d'émission et une antenne de réception.

La chaîne de télécommunication est formée principalement de :

1. Le canal (ligne, câble coaxial, guide d'onde, fibre optique, lumière infra-rouge, canal hertzien, etc.)
2. L'émetteur, qui a comme fonction de fournir un signal (représentant le message) adapté au canal.
3. Le récepteur dont la fonction est de reconstituer le message après observation du signal présent sur le canal.

Les capteurs sont les premiers éléments rencontrés dans une chaîne de communications. Ils transforment les grandeurs physiques ou chimiques d'un processus ou d'une installation en signaux électriques au départ presque toujours analogiques. Cette transformation doit être le reflet aussi parfait que possible de ces grandeurs. Cet objectif n'est atteint que si l'on maîtrise en permanence la réponse des capteurs qui peut être affectée par des défauts produits par les parasites qui se superposent aux signaux, par les conditions d'utilisation, par le processus lui-même et par le milieu qui l'entoure.

Le schéma de base d'une chaîne de transmission peut être représenté par la figure II.1.

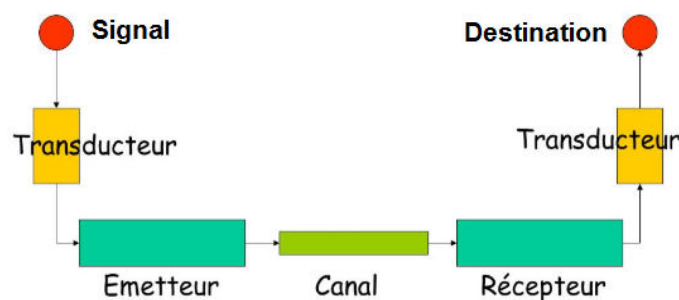


Figure II.1 Schéma de base d'un système de communications.

L'émetteur prend un signal de source, et il le transforme au moyen d'un transducteur, généralement en signal électrique, et l'envoie à travers un canal de transmission pour être exploitable à distance par le récepteur.

II.2. Les signaux de source en télécommunications

Le signal source est la forme sous laquelle se présente la toute première apparition de l'information émise dans la chaîne de télécommunication. La nature physique du signal source est non électrique, les principaux types de signaux source sont le son, l'image, et le texte.

II.2.1. Le signal sonore et le signal vocal

Le son consiste en une onde de pression se propageant dans l'air, qui est désignée en physique par onde acoustique.

- La fréquence des vibrations acoustiques varie de 20 Hz (son grave) à 20.000 Hz (son aigu).
- La vitesse de propagation des ondes acoustiques dans l'air est en moyenne de 330 m/s.
- L'intensité acoustique est la puissance transportée par unité de surface du front d'onde.

Le signal vocal ou la parole humaine sont des spécificités du signal sonore. Il est statistiquement établi que la plage des fréquences du signal vocal allant de 100 Hz à 4000 Hz suffit amplement pour identifier une personne.

II.2.2. Lumière, image, et vidéo

La lumière est une grandeur qui obéit selon le besoin à deux modèles physiques, corpusculaire (photons) et ondulatoire (onde électromagnétique).

La lumière est une onde électromagnétique qui se propage à la vitesse 3.108 m/s dans le vide, et comme toute onde possède une puissance, l'*intensité lumineuse*, et une bande de fréquence f allant de 4.1014 Hz à 8.1014 Hz pour la lumière visible, soit une longueur d'onde λ allant de 740 nm (Infrarouge) à 380 nm (Ultraviolet).

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

où c est la vitesse de la lumière dans le vide

En électronique, une image fixe est transformée par un capteur (caméra) en un tableau de points lumineux (pixels) qui sont des valeurs représentant l'intensité lumineuse et la couleur de chaque point de l'image.

Toute couleur dans la nature peut être décomposée et représentée sous la forme des trois couleurs fondamentales Rouge Vert Bleu (RGB Red Green Blue). Le signal vidéo, est une suite d'images (trames ou image animée) auxquelles est fusionné un son.

II.2.3 Texte

Un texte est un ensemble de caractères d'un alphabet. Il peut représenter un signal de source aussi bien sous forme de l'information visuelle extraite d'une image (fax, photocopie), ou par une représentation numérique de chaque caractère selon un codage, qui est ensuite ramené à un signal digital (unités binaires ou bits). Plusieurs bits sont nécessaires pour désigner un caractère. Historiquement, après le code Morse, il y a eu le code Baudot à 5 bits qui a été adopté pour le téléx, ensuite il y a eu le code ASCII à 8 bits pour les ordinateurs, et actuellement l'unicode à 16 bits.

II.3. Les supports de transmission

La partie de la chaîne de télécommunication que nous avons désignée de façon générale par *canal de transmission* représente le milieu physique dans lequel le signal émis se propage et arrive au récepteur.

La nature physique de ce signal est une *onde électromagnétique* avec des fréquences allant de 3 kHz jusqu'à 300 GHz, ou *optique* avec des fréquences de l'ordre de 10¹⁴ Hz.

En électromagnétisme aussi bien qu'en optique, il y a deux façons selon lesquelles le signal se propage : la propagation libre et la propagation guidée.

Les supports de transmission exploitent les propriétés de conductibilités des métaux (paires torsades, câble coaxial) ou celles des ondes électromagnétiques (faisceau hertzien, fibre optique). Dans cette partie, nous allons passer en revue quelques caractéristiques essentiels des supports de transmission sachant que les possibilités de transmission (débit, taux d'erreurs, distance franchissable,.....) dépendent essentiellement des caractéristiques et de l'environnement de celui-ci. Généralement on classe les supports en deux catégories :

- les supports guidés (supports cuivre et supports optiques) ;
- les supports libres (faisceaux hertziens et liaisons satellites).

La complexité des systèmes provient généralement du fait qu'une liaison peut emprunter différents supports



Figure II.2 Une liaison informatique peut mettre en œuvre plusieurs types de support.

II.3.1 La bande passante et le système de transmission

L'impulsion électrique représentative d'un élément binaire est affaiblie (atténuation) et déformée (distorsion) par le système de transmission (figure suivante)

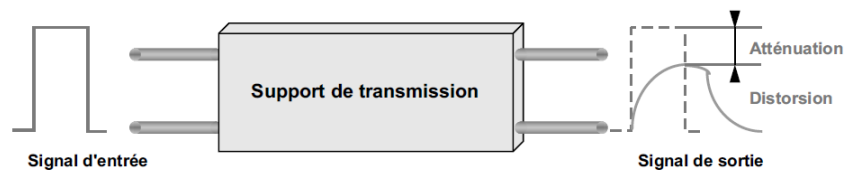


Figure II.3 La déformation du signal par le support de transmission.


À l'extrémité de la ligne, le récepteur doit identifier et décoder le signal. Cette fonction ne peut valablement être réalisée que si le signal n'a pas été exagérément modifié durant la transmission. Ces modifications dépendent d'une part de la nature du signal (spectre du signal) et, d'autre part, de la réponse en fréquence du système (bande passante).

a. Notion d'analyse spectrale

L'impulsion électrique est un phénomène discontinu qui ne peut être modélisé. L'étude du comportement des circuits en régime impulsionnel est essentiellement due aux travaux du mathématicien et physicien Fourier qui a montré que tout signal périodique non sinusoïdal peut être considéré comme la somme d'une composante continue (A_0) et d'une infinité de signaux sinusoïdaux d'amplitude de fréquence et de phase convenablement choisies. Le théorème de Fourier peut s'exprimer simplement sous la forme de :

$$u(t) = A_0 + \sum_{i=1}^{i=\infty} U_i \cos(i\omega t + \varphi_i)$$

La composante de même fréquence que le signal d'origine est appelée **fondamental**. Les autres composantes, multiples de la fréquence du signal fondamental, sont appelées **harmoniques**. La figure illustre la décomposition d'un signal carré.



$$u(t) = 4 U / \pi (\sin \omega t + 1/3 \sin 3\omega t + 1/5 \sin 5\omega t + \dots)$$

Figure II.4 Décomposition d'un signal carré symétrique par rapport au 0 volt.

Un signal périodique quelconque peut donc être considéré comme une infinité de signaux sinusoïdaux. Chaque composante peut être représentée par l'énergie qu'elle contient. Cette représentation est appelée raie de fréquence (transformation de l'espace temps en espace fréquence). L'ensemble des raies de fréquence constitue le spectre de fréquences (spectre de raies) du signal. L'espace de fréquence occupé par le spectre se nomme largeur de bande (voir la figure). En théorie, la largeur de bande d'un signal non sinusoïdal est infinie.

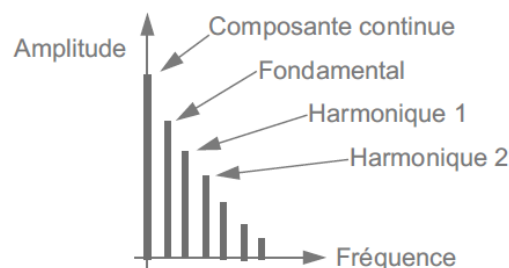


Figure II.5 La notion de spectre du signal.

La figure suivante illustre la reconstitution du signal de la figure 4 à partir de ces trois premières composantes. En 1, le fondamental et la première composante donne un signal différent du signal d'origine. En 2, on additionne, au signal obtenu en 1, la troisième composante : le signal est plus proche du signal d'origine. En pratique, les cinq premières harmoniques sont suffisantes pour reconstituer un signal satisfaisant.



Figure II.6 Reconstitution du signal d'origine.

b. Notion de bande passante

Pour étudier le comportement d'un système en régime non sinusoïdal, on peut étudier celui-ci pour chacune des composantes du signal d'origine auquel il sera soumis. Cette étude est réalisée en utilisant une source de courant sinusoïdal dont on fait varier la fréquence (générateur de fréquences). La mesure de la puissance en sortie du système permet de tracer une courbe, dite **courbe de réponse en fréquence** (voir la figure suivante).

La figure suivante montre que le système de transmission n'atténue pas toutes les composantes de la même manière. Dans ces conditions, le signal en sortie du système n'est plus l'image de celui en entrée, on dit qu'il y a distorsion, cette distorsion est dite d'amplitude. De même, on constate que toutes les harmoniques ne sont pas transmises dans les mêmes délais, la déformation qui en résulte est dite distorsion de phase. Les distorsions d'amplitude et de phase sont indissociables, cependant la distorsion d'amplitude est plus importante que la distorsion de phase.

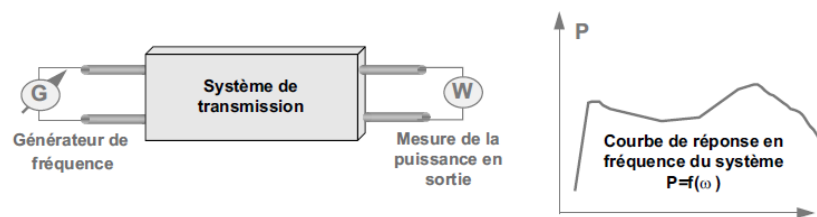


Figure II.7 Principe du relevé de la bande passante d'un système.

Les systèmes de transmission (lignes, amplificateurs...) ne transmettent pas toutes les composantes du signal de façon identique. Les signaux sont transmis avec une distorsion faible jusqu'à une certaine fréquence appelée **fréquence de coupure**. Au-delà de cette fréquence, toutes les composantes sont fortement atténuées. On appelle **bande passante** (figure 8) l'espace de fréquences tel que tout signal appartenant à cet intervalle, ne subisse, au plus, qu'un affaiblissement déterminé par rapport à un niveau de référence prédéfini. L'affaiblissement, exprimé en décibel (dB), est donné par la relation :

$$A = 10 \log_{10} P_1 / P_0$$

P_1 est la puissance du signal en sortie,

P_0 est la puissance du signal de référence

La bande passante est définie pour une atténuation en puissance de moitié, ce qui correspond à -3 dB (figure I.8).

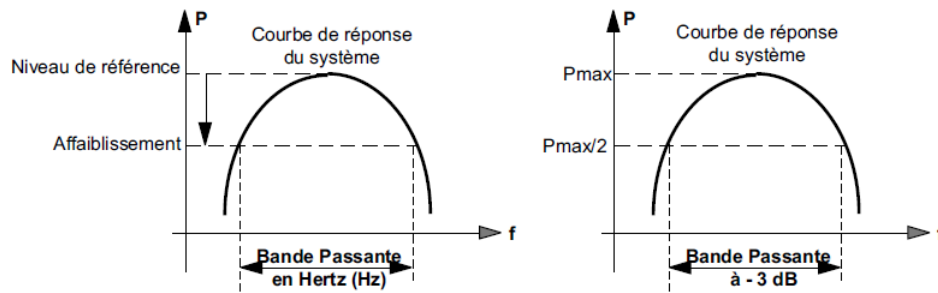


Figure II.8 La bande passante à -3 dB.

La **largeur de bande** d'un signal correspond à la bande passante minimale que le système doit posséder pour restituer correctement l'information. Ainsi, la bande passante qualifie le système, et la largeur de bande qualifie le signal. Notons que le terme de bande passante est utilisé non seulement pour désigner un espace fréquentiel (bande passante ou BP en Hz), mais aussi pour qualifier le débit binaire d'un système (bande passante exprimée en bit/s).

II.3.2. Propagation libre

L'onde électromagnétique est rayonnée par une antenne aérienne au niveau de l'émetteur, elle se propage en ligne droite dans l'espace, et elle est détectée par une antenne au niveau du récepteur.

Cette onde est très souvent désignée par *onde hertzienne* ou *onde radio*. Des systèmes de télécommunications par ondes hertziennes existent pour toutes les fréquences, de 3 kHz jusqu'à 300 GHz, qu'on désigne par **Radio-Fréquences RF**.

En espace libre, l'onde hertzienne se propage à la vitesse de la lumière $c = 3.108 \text{ m/s}$. Cette propagation est généralement assimilée à une propagation dans le vide.

L'intensité de l'onde hertzienne varie en $1/r$, r étant la distance parcourue par l'onde ou de façon équivalente la distance qui sépare la source d'émission et le point de détection de l'onde en visibilité directe.

Ceci signifie en pratique que l'onde hertzienne en propagation libre subit une atténuation due uniquement à la distance parcourue, et proportionnelle à celle-ci, en l'absence de tout obstacle ou matériau traversé.

Cette onde interagit avec les obstacles et les matériaux qu'elle traverse selon les lois de l'optique géométrique. Comme un rayon lumineux, elle peut subir une *réflexion*, une *réfraction*, ou une *diffraction*.

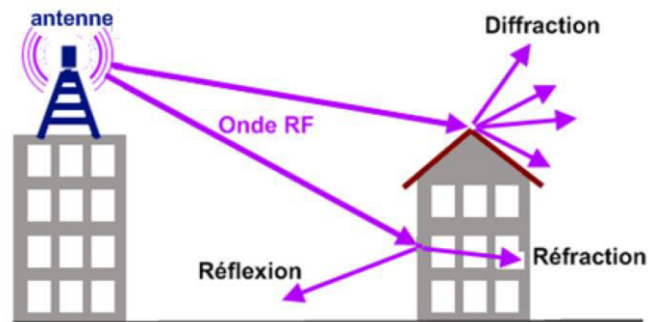


Figure II.9 Différents phénomènes que peut subir une onde radio

Les ondes optiques en propagation libre sont aussi utilisées en télécommunication, mais uniquement dans la bande infrarouge.

II.3.3. Propagation guidée

L'émetteur est matériellement connecté à un support, tel qu'un câble, qui va transporter l'onde émise jusqu'au récepteur. Les supports de transmission les plus utilisés sont la *ligne bifilaire*, le *câble coaxial*, et la *fibre optique*.

a. La ligne bifilaire :

Une ligne bifilaire se compose de deux fils de cuivre isolés disposés en torsade. Le matériau isolant est généralement du polyéthylène. Une paire de fils réalise une liaison de communication. En pratique, plusieurs paires sont regroupées ensemble et enveloppées dans une gaine de protection, pour former un *câble de télécommunications*.

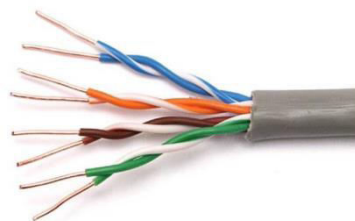


Figure II.10 Ligne bifilaire

La ligne bifilaire convient pour les fréquences les plus basses. Mais au dessus de 30kHz, d'une part la ligne bifilaire se comporte comme une antenne : l'onde n'est plus entièrement guidée car une partie est perdue par radiation vers l'extérieur de la ligne. Le but de la torsade est de confiner cette radiation parasite entre les deux fils. D'autre part ce type de ligne possède une capacité parallèle équivalente non négligeable proportionnelle à sa longueur, qui réduit la ligne à un court-circuit aux très hautes fréquences.

Toute ligne de transmission composée de deux conducteurs possède une capacité parallèle équivalente par unité de longueur C [exprimée en F/m], qui est égale au rapport entre la charge électrique sur les conducteurs et la tension entre eux. Elle possède aussi une inductance série équivalente par unité de longueur L [exprimée en H/m], qui est définie par le rapport entre le flux magnétique passant entre les fils et le courant dans les fils. Une telle ligne est caractérisée par une **impédance caractéristique**, notée Z_c , qui est égale à la racine carrée du rapport entre ces deux éléments constitutifs.

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

L'intérêt pratique de ce paramètre est que si la ligne est connectée à une charge d'impédance égale à Z_c , la totalité de la puissance du signal est transmise à la charge, on dit que l'impédance de la charge est **adaptée**. Dans le cas contraire, une partie de la puissance du signal est retournée vers la ligne, on dit qu'elle est réfléchiée par la charge.

L'usage le plus commun de la paire torsadée en télécommunications est la liaison téléphonique d'abonné, dont l'impédance caractéristique typique est 600Ω .

b. Le câble coaxial

Le câble coaxial est constitué d'une tresse cylindrique externe en cuivre qui représente la masse du signal et agit comme un écran à l'onde guidée, un fil de cuivre appelé âme, situé sur l'axe du câble, transporte le signal. L'isolant qui les sépare est constitué d'une matière (le polyéthylène) conçue pour minimiser l'atténuation de l'onde guidée.

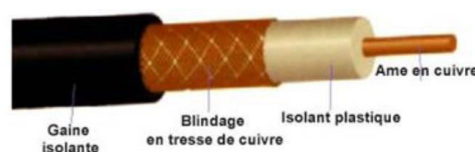


Figure II.11 Câble coaxial

- Les fuites par radiations sont énormément réduites.
- Le câble coaxial est utilisé pour des fréquences allant jusqu'à 1 GHz.
- Il existe deux standards d'impédance caractéristique : 50Ω et 75Ω.

Le câble coaxial est énormément utilisé en télécommunication. Vous avez sûrement reconnu que c'est un câble coaxial qui relie votre antenne parabolique à votre démo TV.

c. La fibre optique :

Une fibre optique est constituée d'un matériau isolant flexible, la silice SiO₂, de forme cylindrique. Sa section transversale est divisée en une partie centrale appelée **coeur**, qui est entouré d'une **gaine** d'indice de réfraction légèrement plus élevé, le tout est protégé par une couche plastique extérieure. Le diamètre extérieur de la fibre est inférieur au millimètre. Un rayon de lumière introduit dans le coeur est réfléchi de façon successive à la surface intérieure de la gaine par réflexion totale interne, la lumière est guidée le long de la fibre et permet de transmettre l'information.

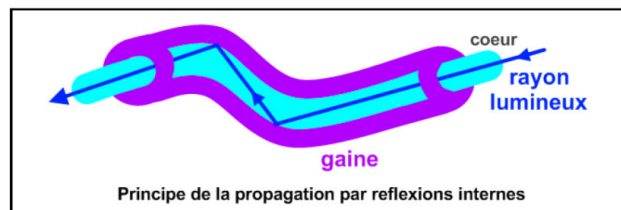
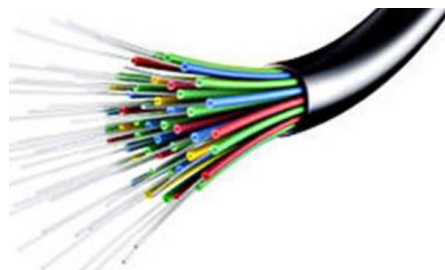


Figure II.12 Fible optique

En pratique, plusieurs fibres optiques sont rassemblées dans un câble à l'intérieur d'une gaine blindée pour la protection mécanique.



d. Le guide d'onde métallique :

Un guide d'ondes est un système physique qui sert à guider les ondes électromagnétiques ou les ondes acoustiques, pour les maintenir confinées dans un milieu particulier, sur une certaine distance. Un guide d'ondes est un dispositif autrefois toujours métallique, aujourd'hui éventuellement constitué de polymères, permettant la propagation d'ondes par réflexions multiples à la manière d'une fibre optique.

Ce support est utilisé en télécommunications aux hyperfréquences (3GHz à 300GHz), utilisé généralement pour la transmission sur courte distance de signaux à très haute puissance, par exemple comme tronçon final de connexion d'une antenne radar. Il est constitué d'un seul conducteur dont la section transversale est creuse, de forme rectangulaire ou circulaire.

Le laiton, qui est un alliage Cu-Zn, est le métal conducteur le plus utilisé.



Figure II.12 Câble coaxial

Une onde électromagnétique est guidée le long du vide intérieur de la structure.

e. Ligne imprimée :

C'est un support de transmission miniature utilisé en hyperfréquence au sein d'un même dispositif où sont intégrés l'émetteur et le récepteur que cette ligne relie. Une ligne microruban (« microstrip line » en anglais) est une ligne de transmission hyperfréquences¹.

C'est un ensemble de deux conducteurs : un ruban étroit (« microstrip »), séparé d'un large plan de masse par un substrat diélectrique.

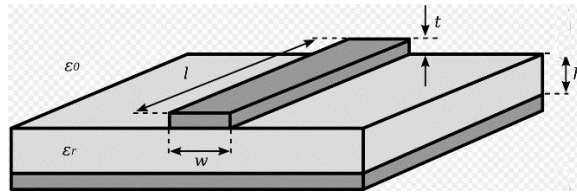


Figure II.13 Microruban

II.4 Filtrage analogique

II.4.1 Introduction :

Un filtre est un quadripôle qui modifie l'amplitude ou la phase de signal d'entrée en fonction de sa fréquence sans l'ajout d'autres fréquences

On définit un filtre par leur effet sur les fréquences des signaux, dont il est commode de décrire analytiquement dont généralement on le représente par sa fonction de transfert (ou pas sa forme canonique) ou graphiquement dans le domaine fréquentiel ainsi on le représente par son diagramme de Bode (gain et phase).

II.4.2 Rôle

Le filtrage est une forme de traitement de signal, obtenu en envoyant le signal à travers un ensemble de circuits électroniques, qui modifient son spectre de fréquence et/ou sa phase et donc sa forme temporelle.

Il peut s'agir soit :

- d'éliminer ou d'affaiblir des fréquences parasites indésirables
- d'isoler dans un signal complexe la ou les bandes de fréquences utiles.

Applications :

- Systèmes de télécommunication (téléphone, télévision, radio, transmission de données...)
- Systèmes d'acquisition et de traitement de signaux physiques (surveillance médicale, ensemble de mesure, radars...)
- Alimentation électrique....

II.4.3 Différents types de filtres

On classe les filtres en deux grandes familles : ANALOGIQUE et NUMERIQUE.

Les filtres numériques : sont réalisés à partir de structure intégrée microprogrammable (DSP). Ils sont totalement intégrables, souples et performants.

Ils sont utilisés chaque fois que c'est possible. Ils sont pour l'instant limités à des fréquences pas trop élevées ($< 100\text{MHz}$).

On ne les utilisera pas si on doit limiter la consommation et ils nécessitent un pré-filtrage pour éviter le repliement spectral avant la numérisation du signal et un post-filtre de lissage.

Les filtres analogiques : se divisent eux-mêmes en plusieurs catégories :

- *les filtres passifs* qui font appels essentiellement à des inductances de haute qualité et des condensateurs. Jusque dans les années 70, c'était les seuls filtres conçus. Ils sont actuellement utilisés pour les hautes fréquences (utilisation de quartz).

- *les filtres actifs* sont constitués de condensateurs, de résistances et d'éléments actifs qui sont essentiellement des AIL (Amplificateur intégré linéaire). Ils sont moins encombrants, faciles à concevoir et moins coûteux que les filtres passifs mais restent limités en fréquence (< 1MHz à cause de l'AIL). Ils consomment plus et nécessitent une source d'alimentation. La figure 14 représente la différence entre les filtre actifs et passif point de vue alimentation.

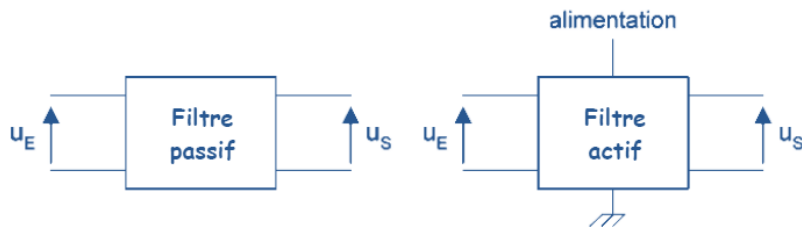


Figure II.14. Filtres passif et actif.

Le tableau 01 résume les différents types des filtres et ses caractéristiques.

TYPE	COMPOSANTS	SPECIFITES
Filtre numérique	Circuits logiques intégrés	<ul style="list-style-type: none"> ▶ Signaux numérisés ▶ $F < 100\text{MHz}$ ▶ convient en grande série ▶ entièrement programmable
Filtres passifs	Circuit discret L et C, Composants piézoélectriques (quartz)	<ul style="list-style-type: none"> ▶ F élevée ▶ pas d'alimentation ▶ non intégrable
Filtres actifs	AIL, R et C	<ul style="list-style-type: none"> ▶ $F < 1\text{ MHz}$ ▶ besoin d'alimentation ▶ tension filtrée faible $< 12\text{V}$
Filtres à capacité commutée	AIL, Interrupteur commandé MOS, R et C intégré	<ul style="list-style-type: none"> ▶ $F < \text{qq MHz}$ ▶ besoin d'alimentation ▶ intégrable ▶ fréquence programmable

Tableau 01 : Différents types des filtres et ses caractéristiques.

Remarque :

Depuis le début des années 80 sont apparus des filtres actifs à capacité commutée. Ils permettent de programmer la fréquence de coupure et d'être intégrable.

II.4.4.3 Théorie du filtrage

Le comportement d'un filtre est défini par l'étude fréquentielle de la fonction de transfert entre la tension de sortie et la tension d'entrée du filtre.

La fonction de de transfert $H(j\omega)$ en fonction d'un filtre s'écrit par :

$$H(j\omega) = \frac{Vs(j\omega)}{Ve(j\omega)}$$

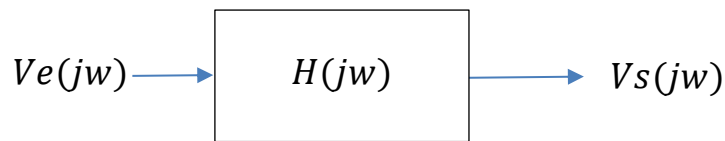


Figure II.15 Principe de la fonction de transferts

$Vs(j\omega)$ $Ve(j\omega)$ sont la tension de sortie et d'entrées de circuit respectivement dont on peut connaitre l'effet du filtre sur l'amplitude et la phase du signal su signal d'entrée.

La fonction de transfert définit la réponse du filtre à un signal d'entrés quelconque mais le plus souvent on s'intéresse aux signaux sinusoïdaux continus.

On note que le module de la fonction de transfert indique l'effet du filtre sur le signal d'entré en fonction de ses fréquences, on rappelle que le filtre modifier l'amplitude du signal main ne modifie pas les valeurs des fréquences, Figure II.16 résume le principe du filtrage.

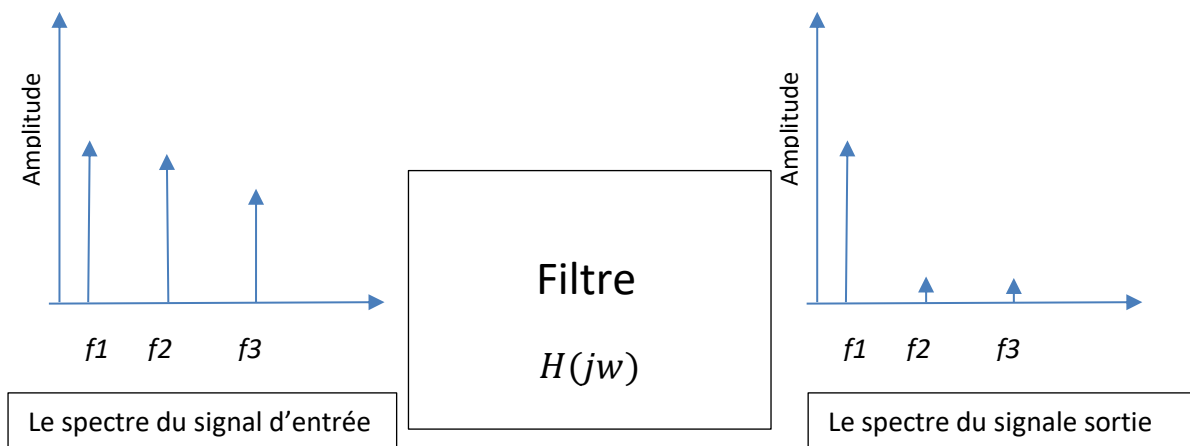


Figure II.16 Principe de filtrage, « Ce filtre ne laisse passer que la fréquence $f1$ $f2$ et empêche les autres fréquences $f2$ et $f3$ dont il **attenué l'amplitude** de ces deux dernières fréquences contenues dans le spectre du signal d'entrée »

Le module de la fonction de transfert en fonction de la fréquence est appelé la **réponse en amplitude**, ou **gain** et s'écrit par :

$$|H(j\omega)| = \left| \frac{Vs(j\omega)}{Ve(j\omega)} \right|$$

La **réponse en phase** du filtre représente la caractéristique de la phase c'est à dire le décalage dans le temps introduit sur les signaux sinusoïdaux en fonction de la fréquence.

Décalage de phase est un changement qui se produit dans la phase d'une quantité, ou de la différence de phase entre deux ou plusieurs quantités.

$$\arg(H(jw)) = \arg\left(\frac{Vs(jw)}{Ve(jw)}\right)$$

II.4.4.3.1. Représentation en diagramme de Bode

A). Convention de la représentation

Elles sont au nombre de deux :

- l'échelle des fréquences ou des pulsations est logarithmique
- la courbe de module est graduée en décibels $(H(jw)db = 20 \log_{10} \left| \frac{Vs(jw)}{Ve(jw)} \right|$

B). Représentation sur des échelles semi-log

Le module en décibel et l'argument sont représentés sur du papier semi logarithmique :

graduation linéaire en ordonnée et logarithmique en abscisse. Mais en réalité, le fait de tracer

la relation: $(H(jw)dB = 20 \log_{10} \left| \frac{Vs(jw)}{Ve(jw)} \right|$ va conférer au système une représentation «log-log ».

C). Caractéristique de l'argument

Elle n'est pas touchée en ordonné, l'abscisse est toujours logarithmique. La propriété de l'argument (argument de A.B=arg A+ arg B) se traduit par une somme graphique dans bode.

II.4.4.3.2 Fréquence de coupure

Le module de la fonction de transfert passe par un maximum de **T0** qui lui correspond un gain **Gmax**.

Dont la relation entre le gain et la réponse en amplitude H est comme suit :

$$GdB = 20 \log_{10} |H(jw)|, (G \text{ s'exprime en décibel (dB)})$$

Le filtre est passant (signal d'entrée transmis en sortie) lorsque sa transmittance est

On appelle une fréquence de coupure f_c , la fréquence pour laquelle le module H est :

$$|H(jw)| = \frac{T0}{\sqrt{2}}$$

C'est à dire pour laquelle le gain **G_{dB}** est égale à **-3dB**

II.4.5. Filtre passif :

Un filtre limite le spectre du signal qui le traverse ; on distingue quatre types de filtres : •
passe-bas, passe-haut, passe-bande et coupe-bande.

A) Filtre passe bas :

Un **filtre passe-bas** est un filtre qui laisse passer les basses fréquences et qui atténue les hautes fréquences, c'est-à-dire les fréquences supérieures à la fréquence de coupure. La Figure II.17 ci-dessous montre un filtre passe-bas de premier ordre.

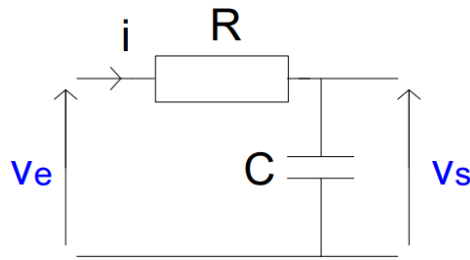


Figure II.17 Filtre passe bas de premier ordre.

Les tensions d'entrée et de sortie sont liées par une équation différentielle du premier ordre à coefficients constants, d'où le nom de filtre du premier ordre. Intéressons-nous maintenant au régime sinusoïdal et calculons la fonction de transfert de ce filtre :

$$\underline{V_s} = \underline{V_e} \times \frac{\underline{Z_C}}{\underline{Z_C} + \underline{Z_R}} \quad \mathbf{H(j\omega)} = \frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}} \quad \mathbf{H(j\omega)} = \frac{\underline{Z_C}}{\underline{Z_C} + \underline{Z_R}}$$

Sachant que l'impédance de la résistance vaut $\underline{Z_R} = R$:

Et que l'impédance du condensateur vaut : $\underline{Z_C} = \frac{1}{jC\omega}$

On en déduit que la transmittance du filtre passe bas est :

$$\mathbf{H(j\omega)} = \frac{\frac{1}{jC\omega}}{\frac{1}{jC\omega} + R}$$

Soit la pulsation s'écrit par : $\omega_0 = \frac{1}{RC}$

La fonction de transfert s'écrit par : $\mathbf{H(j\omega)} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$

La forme canonique de la fonction de transfert d'un filtre passe-bas du premier ordre s'écrit par, (ici $T_0 = 1$) :

$$\boxed{\mathbf{H(j\omega)} = \frac{T_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}}$$

1- Etude de T, G et ϕ en fonction de la fréquence f

a) Etude aux limites

$$|\mathbf{H(j\omega)}| = \frac{|\underline{T_0}|}{\sqrt{1 + \frac{f^2}{f_0^2}}} \quad \text{ou} \quad |\mathbf{H(j\omega)}| = \frac{|\underline{T_0}|}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$$

$$f = \omega / 2\pi, \quad f_0 = \omega_0 / 2\pi,$$

On aura donc :

$$G = 20 \cdot \log(T) = G_0 - 10 \cdot \log(1 + f^2 / f_0^2)$$

$$G_0 = 20 \cdot \log |T_0|$$

$$\varphi = -\text{Arctan}(f/f_0)$$

$$f \rightarrow 0 \quad |H(j\omega)| \rightarrow |T_0|$$

$$G \rightarrow G_0$$

$$\varphi \rightarrow 0$$

$$f \rightarrow \infty \quad |H(j\omega)| \rightarrow 0$$

$$G \rightarrow -\infty$$

$$\varphi \rightarrow -\pi/2$$

$$f = f_0 \quad |H(j\omega)| = |T_0| / \sqrt{2}$$

$$G = G_0 - 3\text{dB}$$

$$\varphi = -\pi/4$$

La fréquence f_0 pour laquelle $G = G_{\text{max}} - 3\text{dB}$ est appelée fréquence de coupure à -3dB du filtre.

b) Asymptotes

- $f \ll f_0 \quad |H(j\omega)| \rightarrow |T_0| \quad G \rightarrow G_0$

donc : $G = G_0$ est une asymptote horizontale

- $f \gg f_0 \quad |H(j\omega)| \rightarrow |T_0| \cdot f_0 / f \quad G \rightarrow G_0 - 20 \log(f/f_0) = -20 \cdot \log(f) + 20 \cdot \log(f_0) + G_0$

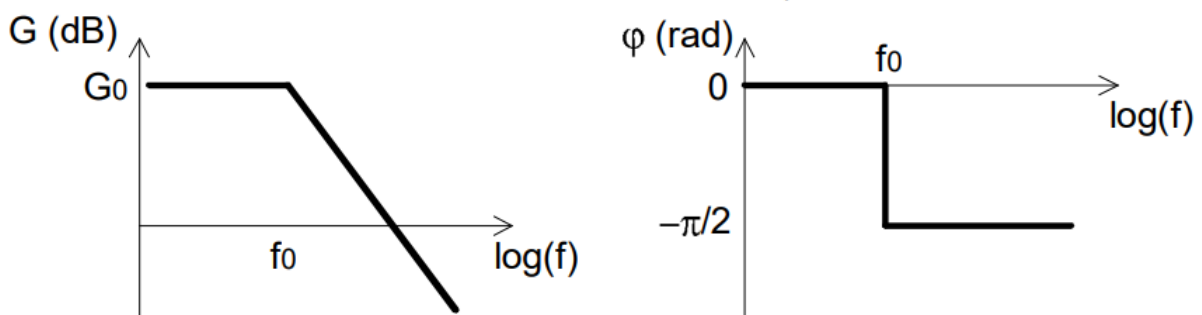
donc si l'on utilise une échelle des abscisses logarithmique, on aura pour $f \gg f_0$, une droite asymptotique de pente $-20\text{dB}/\text{dec}$.

• Point de concours des asymptotes: $-20 \cdot \log(f/f_0) = 0$; les asymptotes se coupent donc en $f = f_0$

- $f \ll f_0 \quad \varphi \rightarrow 0$

- $f \gg f_0 \quad \varphi \rightarrow -\pi/2$

D'où les diagrammes asymptotiques de Bode $G(f)$ et $\phi(f)$:



Voilà le diagramme de Bode s'une autre façon claire et détaillé:

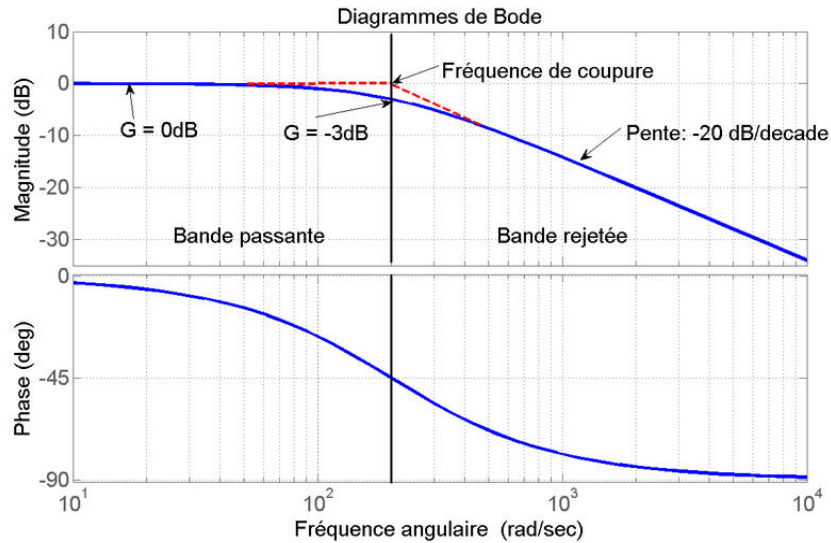


Figure II.18 Diagramme de bode (gain et phase)

B). Filtre passe-haut du premier ordre

Un filtre passe-haut (en anglais, high-pass filter ou HPF) est un filtre qui laisse passer les hautes fréquences et qui atténue les basses fréquences, c'est-à-dire les fréquences inférieures à la fréquence de coupure. La Figure II.19 ci-dessous montre un filtre passe-haut de premier ordre.

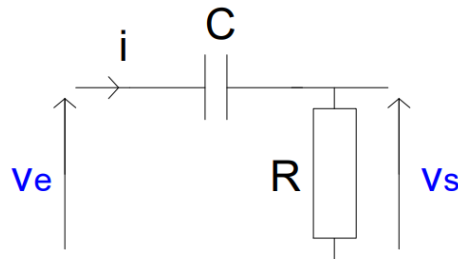


Figure II.19 Filtre passe haut

La fonction de transfert s'écrit par :
$$H(j\omega) = \frac{1}{1 - j/RC\omega}$$

Où :

$$H(j\omega) = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega} = \frac{j\omega / \omega_0}{1 + j\omega / \omega_0}$$

La forme canonique s'écrit :

Avec : $\omega_0 = 1/(RC)$

$$H(j\omega) = \frac{T_0 \cdot j \frac{\omega}{\omega_0}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}}$$

1- Etude de T, G et ϕ en fonction de la fréquence f

a) Etude aux limites

$$H(j\omega) = \frac{|T_0|}{\sqrt{1 + \frac{f_0^2}{f^2}}} \quad G = 20 \cdot \log(T) = G_0 - 10 \cdot \log(1 + f_0^2 / f^2)$$

$$\varphi = \pi/2 - \text{Arctan}(f/f_0)$$

$f \rightarrow 0$	$ H(j\omega) \rightarrow 0$	$G \rightarrow -\infty$	$\varphi \rightarrow \pi/2$
$f \rightarrow \infty$	$ H(j\omega) \rightarrow T_0 $	$G \rightarrow G_0$	$\varphi \rightarrow 0$
$f = f_0$	$ H(j\omega) = T_0 /\sqrt{2}$	$G = G_0 - 3\text{dB}$	$\varphi = \pi/4$

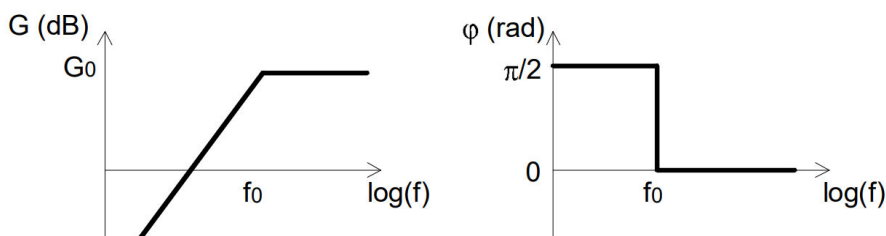
b) Asymptotes

- $f \ll f_0$ $|H(j\omega)| \rightarrow |T_0| \cdot f/f_0$ $G \rightarrow G_0 + 20 \log(f/f_0) = 20 \log(f) + G_0 - 20 \log(f_0)$
- $f \gg f_0$ $|H(j\omega)| \rightarrow |T_0|$ $G \rightarrow G_0$

Nous avons donc une asymptote horizontale pour $f \gg f_0$ et une asymptote oblique de pente +20dB/dec, lorsque $f \ll f_0$. Elles concourent en $f = f_0$.

- $f \ll f_0$ $\varphi \rightarrow \pi/2$
- $f \gg f_0$ $\varphi \rightarrow 0$

D'où les diagrammes asymptotiques de Bode $G(f)$ et $\phi(f)$:



B) Filtre passe bande

Ce type de filtre ne laisse passer que certaine plage de fréquence, dont il se caractérise par deux fréquences de coupure f_{c1} et f_{c2} (ou f_b et f_h) et une fréquence centrale f_0 qui s'appelle la fréquence de résonance. La Figure II.20 ci-dessous montre un filtre passe-bande.

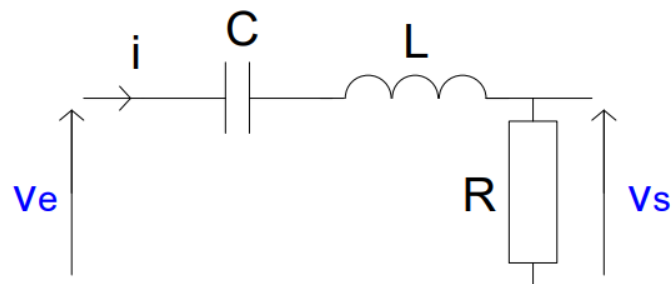


Figure II.20 Filtre passe-bande

Sa fonction de transfert s'écrit par :

$$H(j\omega) = \frac{R}{R + \underline{Z}_L + \underline{Z}_C} = \frac{jRC\omega}{1 - LC\omega^2 + jRC\omega}$$

Sa forme canonique est comme suit :

$$H(j\omega) = \frac{T_0 \cdot 2jm \frac{\omega}{\omega_0}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + 2jm \frac{\omega}{\omega_0}}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad m = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$$

T_0 est ici égal à l'unité

Mais on préfère souvent la mettre sous une forme plus facile à exploiter, en divisant numérateur et dénominateur par $2jm\omega/\omega_0$ et en utilisant le facteur de qualité $Q = 1/(2m)$:

$$H(j\omega) = \frac{T_0}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} = \frac{T_0}{1 + jQ \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right)}$$

3. Etude de T, G et ϕ en fonction de la fréquence f

a) Etude aux limites

$$|H(j\omega)| = \frac{|T_0|}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right)^2}} \quad \varphi = -\text{Arctan}(f/f_0 - f_0/f)$$

$f \rightarrow 0$	$ H(j\omega) \rightarrow 0$	$G \rightarrow -\infty$	$\varphi \rightarrow \pi/2$
$f \rightarrow \infty$	$ H(j\omega) \rightarrow 0$	$G \rightarrow -\infty$	$\varphi \rightarrow -\pi/2$
$f = f_0$	$ H(j\omega) = T_0 $	$G = G_0$	$\varphi = 0$

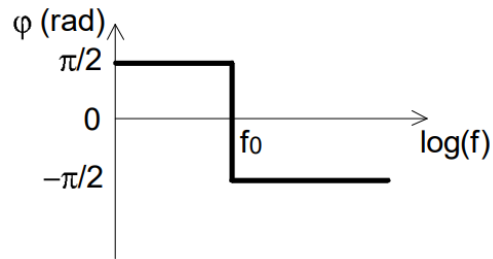
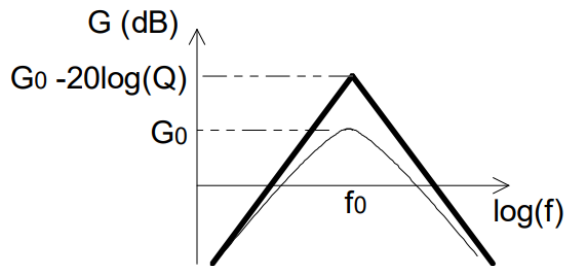
$|H(j\omega)|$ présente un maximum pour $f = f_0$.

c) Asymptotes

- $f \ll f_0 \quad |H(j\omega)| \rightarrow |T_0| \cdot f / (f_0 \cdot Q)$
- $f \gg f_0 \quad |H(j\omega)| \rightarrow |T_0| \cdot f_0 / (Q \cdot f)$

$$G \rightarrow 20\log(f) + 20\log(|T_0|/Q) - 20\log(f_0)$$

$$G \rightarrow -20\log(f) + 20\log(|T_0|/Q) + 20\log(f_0)$$



c) Fréquences de coupure et bande passante à -3dB

Aux fréquences de coupure :

$$|H(j\omega)| = \frac{T_0}{\sqrt{2}}, \quad Q^2 \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right)^2 = 1$$

$$Q \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right) = \pm 1$$

Seules les solutions positives de cette équation du second degré sont physiquement acceptables :

$$f_{cb} = \frac{f_0}{2Q} (-1 + \sqrt{1 + 4Q^2})$$

$$f_{ch} = \frac{f_0}{2Q} (1 + \sqrt{1 + 4Q^2})$$

La bande passante BP a pour expression : $BP = f_{ch} - f_{cb} = f_0 / Q$

Elle est d'autant plus étroite que le coefficient de qualité Q est élevé.

C). Filtre coupe-bande

Il est composé d'un filtre passe-haut et d'un filtre passe-bas dont les fréquences de coupure sont souvent proches mais différentes, la fréquence de coupure du filtre passe-bas est systématiquement inférieure à la fréquence de coupure du filtre passe-haut. La Figure II.21 : illustre un circuit d' un filtre coupe bande.

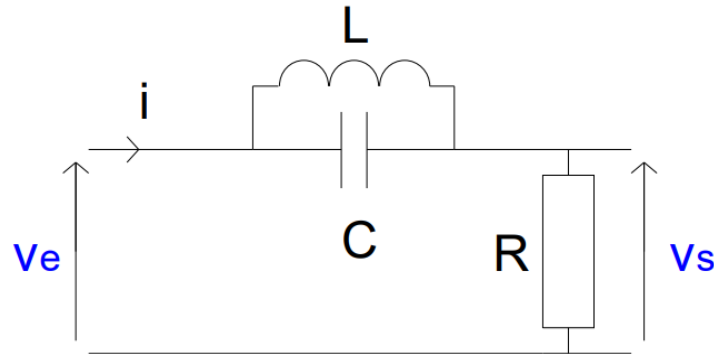


Figure II.21 Filtre coupe bande

$$H(j\omega) = \frac{R}{R + \underline{Z}} = \frac{\underline{Y}}{\underline{Y} + 1/R} = \frac{j(C\omega - 1/L\omega)}{j(C\omega - 1/L\omega) + 1/R} = \frac{1 - LC\omega^2}{1 - LC\omega^2 + jL\omega/R}$$

$$H(j\omega) = \frac{T_0 \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \right)}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + 2jm \frac{\omega}{\omega_0}}$$

C'est la forme canonique de la fonction de transfert d'un filtre coupe-bande.

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad m = \frac{1}{2R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad T_0 = 1$$

1-. Etude de T, G et ϕ en fonction de la fréquence f

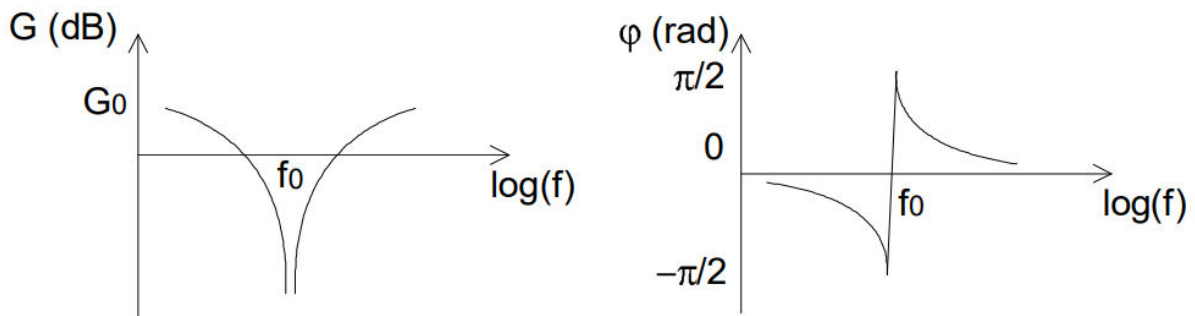
$$T = \frac{|T_0| \cdot \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \right)}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \right)^2 + \left(2m \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2}}$$

$$\phi = \text{Arg}(1 - \omega^2/\omega_0^2) - \text{Arg}(1 - \omega^2/\omega_0^2 + 2jm\omega/\omega_0)$$

$$\omega \rightarrow 0 \quad |H(j\omega)| \rightarrow |T_0| \quad G \rightarrow G_0 \quad \phi \rightarrow 0$$

$$\omega \rightarrow \infty \quad |H(j\omega)| \rightarrow |T_0| \quad G \rightarrow G_0 \quad \phi \rightarrow 0$$

$$\omega \rightarrow \omega_0 \quad |H(j\omega)| \rightarrow 0 \quad G \rightarrow -\infty \quad \phi \rightarrow \pm \pi/2 \quad (-\pi/2 \text{ si } \omega < \omega_0, +\pi/2 \text{ si } \omega > \omega_0)$$



2-. Fréquences de coupure à -3dB

Elles sont définies par

$$|H(j\omega)| = |T_0| / \sqrt{2}$$

$$2 \cdot \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 = \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \left(2m \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2$$

$$1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} = \pm 2m \frac{\omega}{\omega_0}$$

d'où l'expression des deux pulsations de coupure basse et haute :

$$\omega_{cb} = -m \cdot \omega_0 + \omega_0 \sqrt{1 + m^2}$$

$$\omega_{ch} = m \cdot \omega_0 + \omega_0 \sqrt{1 + m^2}$$

3-. Bande rejetée à -3dB

C'est la différence entre les fréquences de coupure haute et basse :

$$\Delta f = f_{ch} - f_{cb} = 2m \cdot f_0$$

Chapitre 03 : TECHNIQUES DE TRANSMISSION ANALOGIQUE

III.1. Introduction

Dans ce chapitre on explore les différentes propriétés des signaux. Ces propriétés seront très importantes pour la classification de signaux et, en conséquence, leur modélisation, les opérations possibles, la définition de mesures adaptées. Ainsi on considère les différents techniques de transmissions analogique (schéma de principe de communications analogique, modulation d'amplitude, modulation de fréquence)

III.2 Signaux physiques et modèles

III.2.1 Signaux réalisables

Un signal est le résultat d'un système physique réel, qui est donc réalisable, ce qui induit plusieurs propriétés :

- l'énergie du signal est bornée,
- l'amplitude du signal est bornée,
- l'amplitude du signal est une fonction continue, en raison de l'inertie du système,
- le spectre du signal est borné et tend vers 0 lorsque la fréquence tend vers l'infini.

III.2.2 Modèle

Les modèles de signaux sont des représentations mathématiques (fonctions réelles ou complexes, fonctionnelles, etc.) qui reposent fréquemment sur des hypothèses permettant d'effectuer des calculs théoriques, par exemple :

- un échantillon d'énergie finie mais infiniment bref n'est pas réalisable ; il est cependant pratique d'utiliser une impulsion de Dirac pour représenter une impulsion de durée très brève,
- un signal sinusoïdal $x(t) = \sin \omega t$ n'est pas réalisable, car un signal produit par un système physique réel ne peut pas exister de $-\infty$ à $+\infty$; c'est cependant un modèle mathématique très usuel.

III.2.3 Classes de signaux

On peut classer les signaux selon différentes approches, ce qui induit des recouvrements entre les classes ainsi définies. Par exemple, on peut considérer :

- le caractère déterministe (ou certain) ou aléatoire des signaux,
- le caractère énergétique : signaux à énergie finie ou à puissance moyenne finie,
- la dimension des signaux :

- signaux 1D : $x(t)$ (ex : signal reçu par un microphone monophonique),
- signaux 2D : $I(x, y)$ (ex : image, signal reçu par un microphone stéréophonique)
- signaux 3D : $I(x, y, z)$ (ex IRM)

III.3 Signaux certains et aléatoires

Un signal $x(t)$ est **certain** (ou déterministe) s'il peut être décrit par un modèle mathématique.

Pour les signaux déterministes, on considère :

- les signaux périodiques ou non périodiques,
- les signaux périodiques peuvent être sinusoïdaux, composites ou pseudo-aléatoires,
- les signaux non-périodiques peuvent être quasi-périodiques ou transitoires

Un signal $x(t)$ est aléatoire si son évolution est imprévisible et ne peut être décrite que par des grandeurs et méthodes statistiques. En ce qui concerne les signaux aléatoires, on peut définir :

- les signaux stationnaires ou non stationnaires,
- les signaux stationnaires peuvent être ergodiques ou non ergodiques,

On note que la somme (ou le produit, ou toute autre opération) d'un signal déterministe et d'un signal aléatoire est donc un signal aléatoire.

III.3.1 Signaux déterministes

Comme nous l'avons déjà souligné, ces signaux peuvent être simplement modélisés par des fonctions mathématiques.

Signaux périodiques

Un signal $x(t)$ est périodique s'il existe un réel $T > 0$, tel que :

$$x(t) = x(t + kT), \quad \forall k \in \mathbb{Z}. \quad T \text{ est appelée période du signal.}$$

Quelques exemples de signaux périodiques : les signaux sinusoïdaux, la somme ou le produit de signaux sinusoïdaux.

III.3.1 Signaux aléatoires stationnaires

Un signal aléatoire $x(t)$ est stationnaire, si ses caractéristiques statistiques sont invariantes dans le temps.

III.4 Energie et puissance

En électricité, on définit la puissance instantanée, $p(t)$, dans un dipôle, comme le produit de la tension $v(t)$ par le courant $i(t)$ circulant dans le dipôle :

$$p(t) = v(t)i(t)$$

Si le dipôle est une simple résistance R , à chaque instant t on a $v(t) = Ri(t)$, d'où l'expression :

$$p(t) = Ri^2(t) = \frac{v^2(t)}{R}$$

L'énergie dissipée dans le dipôle entre deux instants t_1 et t_2 vaut alors :

$$W(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} p(t)dt = R \int_{t_1}^{t_2} i^2(t)dt = \frac{1}{R} \int_{t_1}^{t_2} v^2(t)dt$$

et la puissance moyenne sur l'intervalle est égale à :

$$P(t_1, t_2) = \frac{W(t_1, t_2)}{t_2 - t_1} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} p(t)dt$$

III.4.1 Energie et puissance moyenne sur un intervalle

Par analogie, on appelle énergie (normalisée) ou puissance moyenne (normalisée) d'un signal réel $x(t)$ sur l'intervalle $[t_1, t_2]$, les grandeurs suivantes :

$$W_x(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} x^2(t)dt$$

Et :

$$P_x(t_1, t_2) = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} x^2(t)dt$$

La valeur efficace du signal $x(t)$ est égale à : $\sqrt{P_x(t_1, t_2)}$

Dans la définition précédente, l'adjectif normalisé est précisé pour souligner que l'énergie ou la puissance sont définies à un facteur près qui dépend de la nature du signal (courant ou tension, dans le cas d'un signal électrique).

III.4.2 Energie et puissance moyenne d'un signal sur R

On appelle énergie totale ou puissance moyenne total d'un signal réel $x(t)$ les grandeurs suivantes, si elles existent :

$$W_x = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t)dt$$

Et :

$$P_x = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} x^2(t)dt$$

La valeur efficace du signal $x(t)$ est égale à $\sqrt{P_x}$

Cas de signaux complexes : Dans le cas de signaux complexes, dans les intégrales, on remplace $x^2(t)$ par : $|x(t)|^2 = x(t)x^*(t)$

Cas des signaux périodiques : Dans le cas de signaux périodiques, la puissance moyenne totale est égale à la puissance moyenne sur une période.

III.4.3 Signaux à énergie finie

Un signal $x(t)$ est à énergie finie si l'intégrale suivante existe,

$$W_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt$$

c'est-à-dire si :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt < +\infty$$

Les signaux à énergie finie sont aussi appelés signaux de carré sommable ou de carré intégrable.

Exemple : Le signal $x(t) = \text{rect}(t/T)$ est un signal à énergie finie :

$$W_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-T/2}^{+T/2} dt = T$$

Sa puissance moyenne P_x donc nulle (un signal à énergie finie a une puissance moyenne nulle).

III.4.4 Signaux à puissance moyenne finie

Un signal $x(t)$, définie sur \mathbb{R} , est à puissance moyenne finie sur cet intervalle si :

$$0 < P_x = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} |x(t)|^2 dt < +\infty$$

La définition exclut le cas de signaux à puissance moyenne nulle, qui correspond à des signaux à énergie finie.

Exemple : Le signal $x(t) = \sin(\omega t)$ est un signal à puissance moyenne finie sur \mathbb{R} . En effet :

$$|x(t)|^2 = \sin^2(\omega t) = (1 - \cos \omega t)/2, \text{ et en intégrant : } P_x = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} (1 - \cos \omega t) dt = \frac{1}{2}$$

En revanche, l'intégrale W_x diverge : le signal n'est donc pas à énergie finie.

III.5 Signaux usuel élémentaires

III.5.1 Fonction signe

La fonction signe, notée sgn est une fonction réelle de la variable réelle définie par (La figure III.1 représente la fonction sgn) :

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x < 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

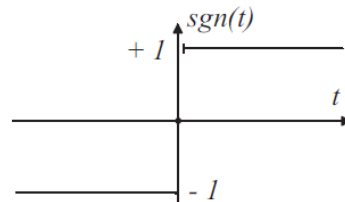


Figure III.1 Fonction sgn .

III.5.2 Fonction échelon unité

La fonction échelon unité, ou simplement échelon ou fonction de Heaviside, notée φ , est une fonction réelle de la variable réelle définie par (La figure III.2 représente la fonction échelon):

$$\epsilon(t) = \begin{cases} +1, & \text{si } t > 0 \\ 0, & \text{si } t < 0 \end{cases}$$

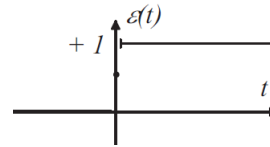


Figure III.2 Fonction échelon $\epsilon(t)$

III.5.3 Fonction rampe

La fonction rampe, notée r , est une fonction réelle de la variable réelle définie par (La figure III.3 représente la fonction rampe) :

$$r(t) = \int_{-\infty}^t \epsilon(u) du$$

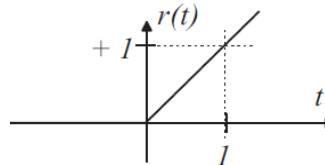


Figure III.3 Fonction rampe.

III.5.4 Fonction rectangle ou porte

La fonction rectangle, ou fonction porte, de largeur 1, notée $rect$, est une fonction réelle de la variable réelle définie par :

$$rect(t) = \epsilon(t + 1/2) - \epsilon(t - 1/2)$$

On remarque que l'aire de la fonction rectangle de largeur unité vaut 1.

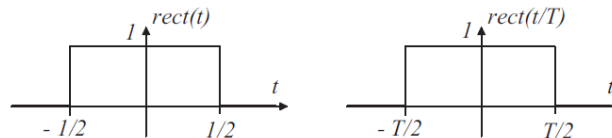


Figure III.4 Fonctions rectangle de largeur unité et de largeur T

III.5.5 Fonction triangle

La fonction triangle unité, notée tri , est une fonction réelle de la variable réelle définie par :

$$tri(t) = \begin{cases} 1 - |t| & \text{si } |t| \leq 1 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

La figure III.5 représente la fonctions triangle unité (à gauche), triangle unité translatée de τ et triangle d'aire $2T$ translatée de τ .

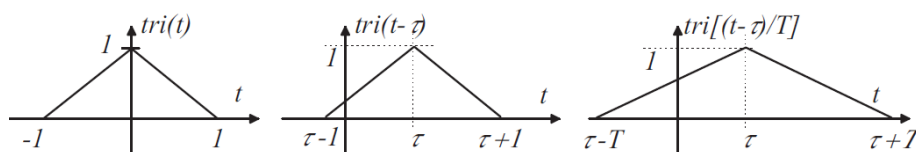


Figure III.5 Fonctions triangle unité (à gauche), triangle unité translatée de τ et triangle d'aire $2T$ translatée de τ .

III.6 Principe de la transmission analogique

La transmission analogique de données consiste à faire circuler des informations sur un support physique de transmission sous la forme d'une onde. La transmission des données se fait par l'intermédiaire d'une *onde porteuse*, une onde simple dont le seul but est de transporter les données par modification de l'une de ces caractéristiques (**amplitude**, **fréquence** ou **phase**), c'est la raison pour laquelle la transmission analogique est généralement appelée **transmission par modulation d'onde porteuse**. Selon le paramètre de l'onde porteuse que l'on fait varier, on distinguera trois types de transmissions analogiques :

- La transmission par modulation d'amplitude de la porteuse AM
- La transmission par modulation de fréquence de la porteuse FM
- La transmission par modulation de phase de la porteuse PM

III.6.1 Nécessité de la modulation

Les informations (parole, musique, images) que l'on transmet par onde hertzienne correspond à des signaux dont les fréquences sont de l'ordre du kilohertz (ex : 20hz à 20 khz pour l'onde sonores). Ces signaux basse fréquences (BF) ne peuvent être émis directement car plusieurs problèmes se passent :

- La propagation des ondes BF se fait sur faibles distances car ils sont fortement amortis
- Le brouillage des informations à transmettre à cause des signaux parasites ou des signaux de même fréquences émis par stations différentes
- Adapter le signal à transmettre au support de transmission, par exemple la ligne téléphonique est utilisée pour transmettre de la voix et des signaux ADSL. La ligne téléphonique permet de transmettre des signaux jusqu'à 2.2 MHz. Au-delà, les lignes téléphoniques ne sont plus adaptées au transport de signaux.
- Dimension des antennes de réception qui doivent être de grandeur de la largeur d'onde λ des signaux à transmettre dont pour qu'une antenne fonctionne correctement sa longueur « l » doit vérifier la condition : $l = \lambda$ ou $\lambda/2$ ou $\lambda/4$.

Exemple :

Si un signal basse fréquence à transmettre de fréquence $f=1\text{kHz}$, sa longueur d'onde λ est $\lambda=300000\text{ km}$!!!! ce qui signifie que la longueur de l'antenne doit être égale à 300000km ou 150000km ($\lambda/2$) ou 75000 km ($\lambda/4$) qui est impossible à réaliser.

Il est nécessaire alors de transmettre les informations basse fréquences par une 'onde de fréquence élevée', on dit alors que les informations sont inscrites ou « **modulées** » dans une onde haute fréquence HF.

III.6.2 Principe de la modulation

La modulation est apparue nécessaire pour transmettre une information d'un point à un autre (point à point), ou d'un point vers un ensemble de sites distants (multipoints) en adaptant le signal au moyen de transport utilisé. On appelle **canal de transmission**, le support physique utilisé pour la communication. On différencie deux types de canaux :

Canal guidé : câble métallique, fibre optique ... le signal est contenu (guidé) par le support

Canal en espace libre : faisceaux hertziens, liaisons radios, liaisons sous-marines, ...

Chaque canal est caractérisé par "sa fonction de transfert" qui traduit l'aptitude à transmettre un signal à une fréquence donnée (cela représente en fait l'atténuation et le déphasage pour certaines fréquences).

Pour les transmissions en espace libre, l'utilisation d'une antenne permet de transformer une énergie guidée en une onde Electro-Magnétique qui rayonne dans l'espace libre. La figure III.6 représente le principe de la transmission à distance dont la modulation est nécessaire.

Emission du signal

Un signal sonore est l'information à transmettre. Il peut s'agir par exemple d'une note émise par un diapason. Cette note possède une fréquence f . Ce signal est capté par un **microphone** qui le transforme en tension électrique. La tension électrique a une **fréquence f identique** à celle de la note.

Les ondes sonores occupent une bande de fréquence $20\text{Hz} < f < 20\text{kHz}$. Ce signal ne peut être transporté à cause de sa trop faible fréquence. Il a besoin d'être transporté par un signal sinusoïdale **de haute fréquence F** appelé **porteuse**. Le traitement du signal à transmettre est appelé **modulation du signal**. Le signal produit est alors **amplifié** puis envoyé dans une **antenne émettrice**.

L'antenne émettrice transforme le signal électrique de haute fréquence en une onde électromagnétique de fréquence identique.

Réception du signal

L'onde électromagnétique se déplace dans l'atmosphère puis est captée par une **antenne réceptrice** (celle du poste radio par exemple).

Le signal est traité et on récupère le signal électrique de fréquence f correspondant au signal sonore initial. Cette opération est appelée **démodulation**.

Le signal électrique est alors **amplifié** puis envoyé dans un **haut-parleur**. Le haut-parleur transforme le signal électrique en un signal sonore identique à celui du signal initial à transmettre.

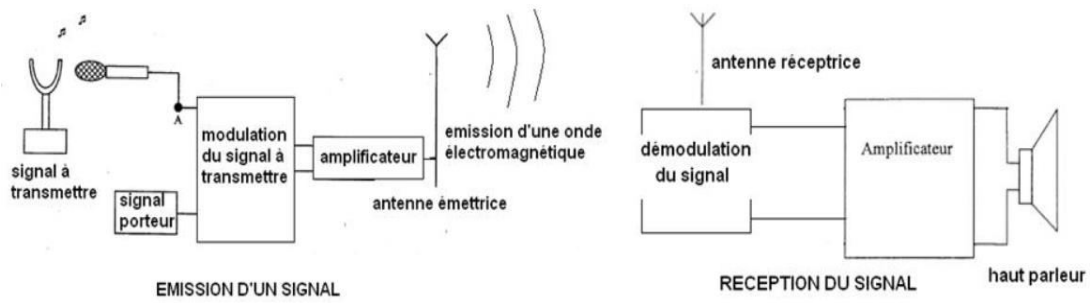


Figure III.6 Principe de transmission d'un signal à distance.

III.6.3 Signal modulant, modulé et porteuse

La modulation est une association de l'onde porteuse (HF) et l'onde à transmettre (signal modulant en BF), cette association résulte un nouveau signal s'appelle signal modulé.

III.7 Modulation d'amplitude (AM)

La modulation d'amplitude consiste à changer l'amplitude du signal porteuse au rythme du signal modulant (signal d'information qu'on veut transmettre).

Soit un signal modulant basse fréquence (BF) : $V_m(t) = U_m \cos(Wmt)$ à transmettre par un signal porteuse HF (haut fréquence) $V_p(t) = V_p \cdot \cos(Wpt)$.

La réalisation de la modulation d'amplitude se fait comme suit :

- 1- On prend le signal basse fréquence $V_m(t)$, on lui ajoute une tension continue U_0
- 2- On multiplie le signal résultant $(V_m(t)+U_m)$ par le signal porteuse $V_p(t)$ on aura le signal modulé en amplitude $V_{AM}(t)$:

$$V_{AM}(t) = (U_0 + V_m(t)) V_p(t) \quad \text{C'est la formule générale de la modulation AM}$$

Pour notre cas :

$$V_m(t) = U_m \cos(Wmt) \quad \text{on aura donc :}$$

$$V_{AM}(t) = U_p (U_0 + U_m \cos(Wmt)) \cos(Wpt)$$

$$V_{AM}(t) = U_p \cdot U_0 \left(1 + \frac{U_m}{U_0} \cos(Wmt) \right) \cos(Wpt)$$

$$m = \frac{U_m}{U_0} \quad \text{est l'indice de modulation.}$$

et en posant $A = U_p \cdot U_0$

$$V_{AM}(t) = A \left(1 + \frac{U_m}{U_0} \cos(Wmt) \right) \cos(Wpt) \quad \text{C'est la formule de la modulation AM}$$

pour le cas de notre signal modulant qu'on a supposé est égale à $U_m \cos(Wmt)$.

La figure III.7 représente les différentes étapes de la modulation AM

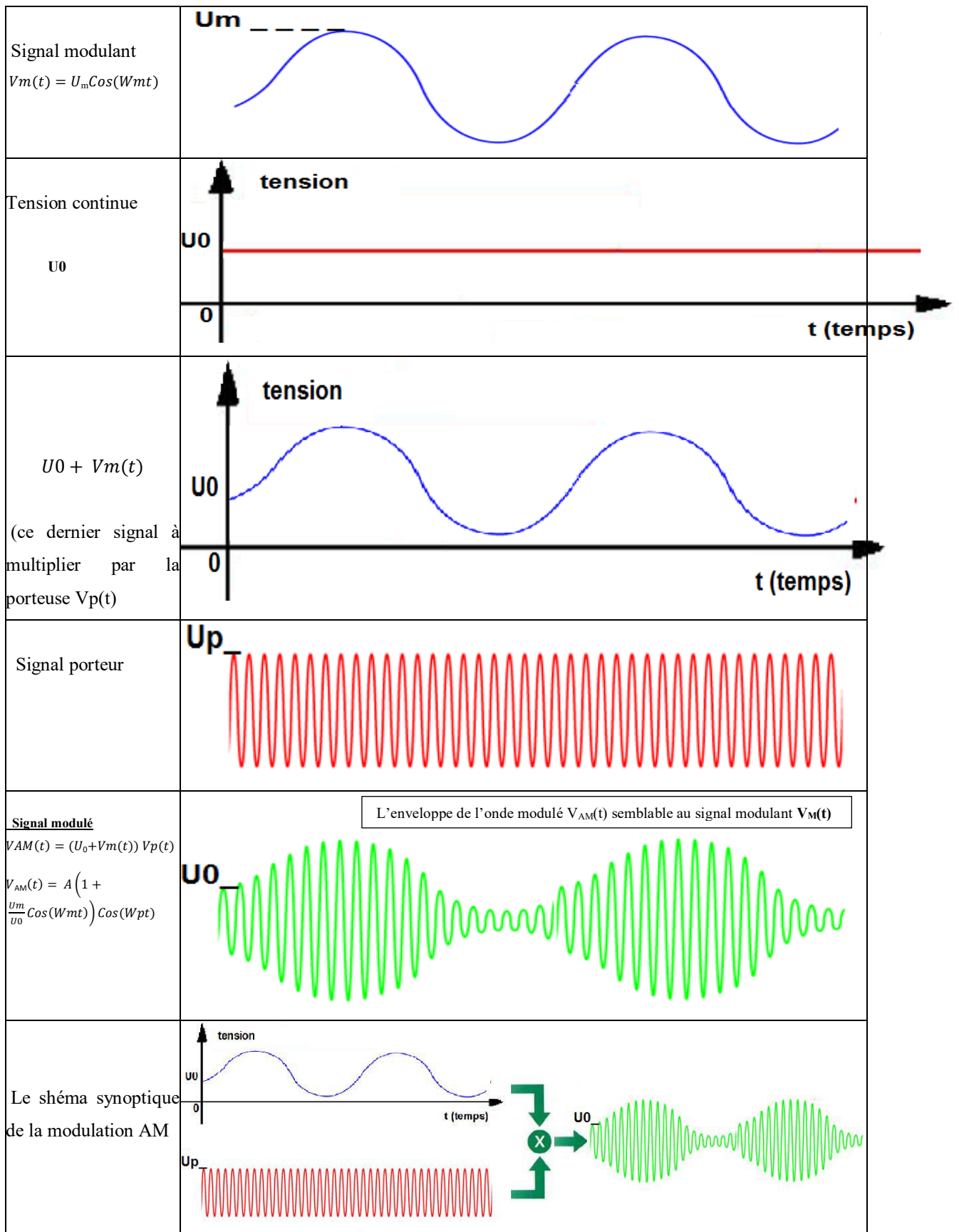


Figure III.7 Différentes étapes de la modulation AM

Il est important aussi de noter qu'on peut adopter:

Si : - le signal modulant est : $V_M(t) = U_m \cos(Wmt)$

- le signal porteur est : $V_p(t) = U_p \cos(Wpt)$

$$V_{AM}(t) = U_p \left(1 + \frac{U_m}{U_p} \cos(Wmt) \right) \cos(Wpt)$$

$$m = \frac{U_m}{U_0}$$

$$V_{AM}(t) = U_p (1 + m \cos(Wmt)) \cos(Wpt)$$

On peut conclure que la modulation AM consiste à modifier l'amplitude de l'onde porteuse haute fréquence par le signal contenant l'information.

III.7.1 Indice de modulation « m » :

Soit la figure ci-contre (figure III.8), l'amplitude du signal modulé $V_{AM}(t)$ oscille entre deux valeurs extrêmes S_{max} et S_{min} .

On peut alors trouver la valeur du taux de modulation (Indice de modulation) « m » par analyse de signal modulé $V_{AM}(t)$:

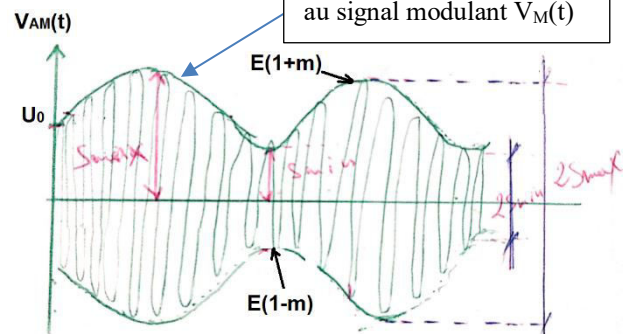


Figure III.8 Signal $V_{AM}(t)$

Ce signal est obtenu par une multiplication de deux signaux :

- 1- Un signal $V_p(t)$ haute fréquence que l'on appelle porteuse de fréquence de fréquence f_p et d'amplitude U_p .
- 2- Un signal $V_M(t)$ basse fréquence BF que l'on appelle signal modulant (signal contenu l'information à transmettre) de fréquence f_M décalé de U_0 , c'est le signal.

Si le signal $V_{AM}(t)$ s'écrit par :

$$V_{AM}(t) = E \times (1 + m \times \cos(Wmt)) \times \cos(Wpt)$$

De la figure III.8 on peut calculer l'indice de modulation par :

$$m = \frac{S_{max} - S_{min}}{S_{max} + S_{min}}$$

Pour avoir une bonne modulation l'indice de modulation (taux de modulation) doit vérifier la condition suivante : $0 < m \leq 1$

Si $m > 1$ on aura une **sur-modulation** (distorsion) c'est-à-dire on aura une **perte d'information**.

III.7.1.1 Qualité de la modulation

Premier cas $m > 1$

On constate que le signal modulé $V_{AM}(t)$ possède une enveloppe qui n'est pas semblable au signal modulant $V_M(t)$.

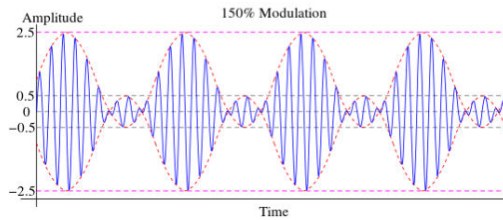


Figure III.9 Sur-modulation

Dans ce cas la modulation est mauvaise, on dit qu'on a une sur-modulation ce qui signifie une perte d'information. La figure III.9 représente la modulation pour le cas de $m > 1$.

Premier cas $m = 1$

Dans ce cas on dit qu'on a une **modulation critique** (c'est-à-dire à cause de certaine perturbation on peut tomber dans le cas de sur modulation). La figure III.10 représente la modulation pour le cas de $m=1$.

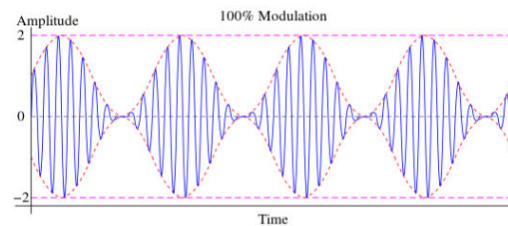


Figure III.10 Modulation critique

Premier cas $m < 1$

Dans ce cas on dit qu'on a une **bonne modulation**. La figure III.11 représente la modulation pour le cas de $m < 1$.

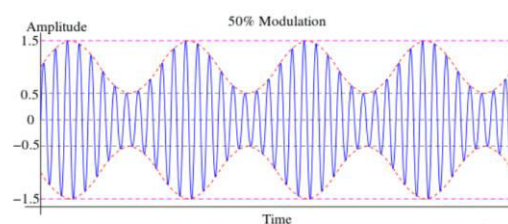


Figure III.11 Bonne modulation

III.7.1.1 Méthode de Trapeze pour le calcul de l'indice de modulation

Si on branche le signal d'information $V_M(t)$ décalé de U_0 à la voie X de l'oscilloscope.

Si on branche le signal modulé $V_{AM}(t)$ à la voie Y de l'oscilloscope.

On élimine la base du temps c-à-d on utilise l'oscilloscope sur le mode XY

On aura la figure ci-contre (Figure III.12):

Par la méthode de trapèze on peut cacluler

L'indice de modulation par :

$$m = \frac{A + B}{A - B}$$

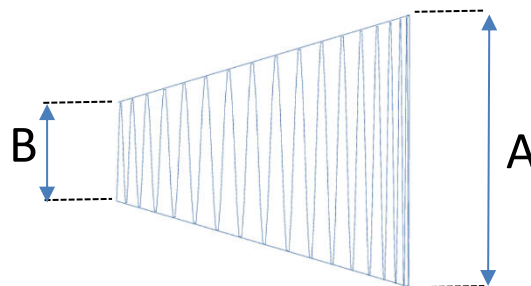


Figure III.12 Trapèze

En utilisant la méthode de trapèze on aura trois cas (la figure III.13 Différentes étape de la modulation AM) :

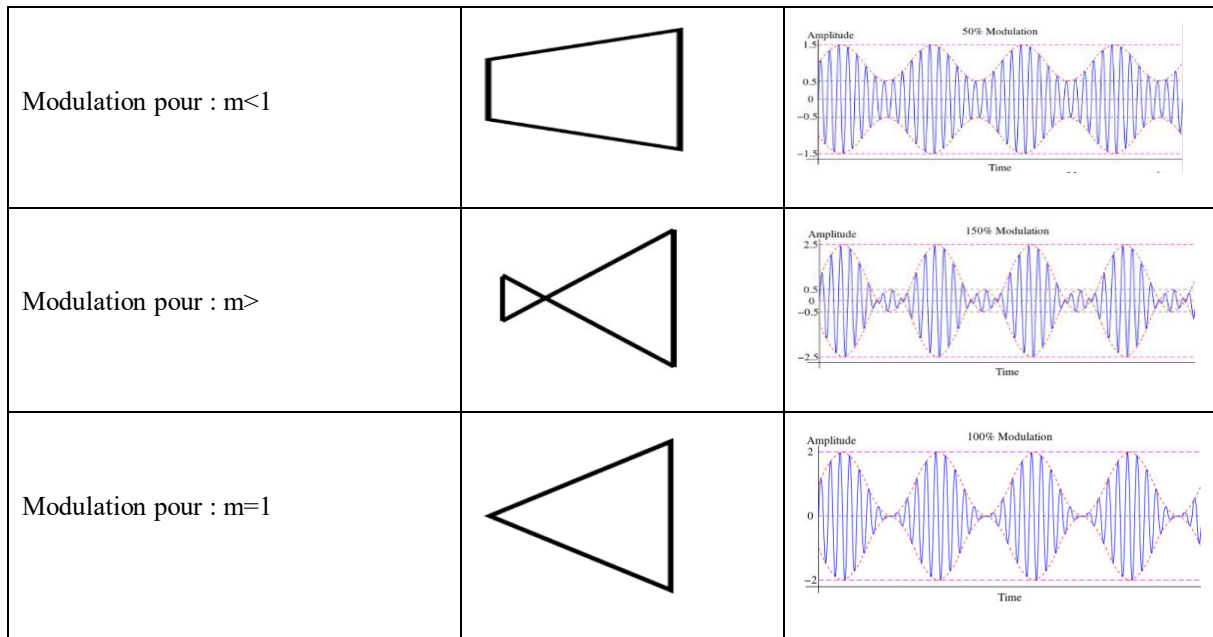


Figure III.13 Différentes étape de la modulation AM

On note que pour le cas d'un signal modulant composé de plusieurs signaux que la modulation set égale à :

$$m = \sqrt{m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 + \dots}$$

III.7.2 Spectre d'un signal AM

Si on a le signal AM suivant :

$$V_{AM}(t) = A \times (1 + m \cos(2\pi f_m t)) \cos(2\pi f_p t)$$

Après avoir calculé la transformée de Fourier de $V_{AM}(t)$, on aura :

$$V_{AM}(f) = \frac{A}{2} [\delta(f - f_p) + \delta(f + f_p)] + \frac{mA}{4} [\delta(f - (f_p + f_m)) + \delta(f + (f_p + f_m))] + \frac{mA}{4} [\delta(f - (f_p - f_m)) + \delta(f + (f_p - f_m))].$$

Le spectre de ce signal est comme suit (figure III.14) :

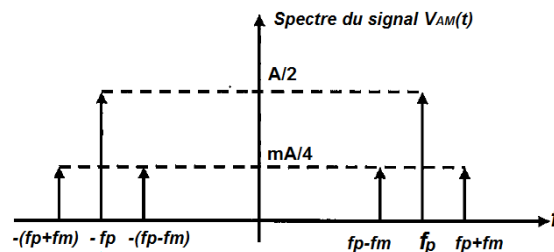


Figure III.14 Spectre de signal VAM(t)

On remarque qu'on a trois raies :

- 1- une raie à la fréquence f_p d'amplitude $A/2 \rightarrow$ c'est la raie de $\delta(f - f_p)$

- 2- une raie à la fréquence $(f_p + f_m)$ d'amplitude $mA/2$ (s'appelle une bande latéral supérieur **BLS**) → c'est la raie de $\delta(f - (f_p + f_m))$
- 3- une raie à la fréquence $(f_p - f_m)$ d'amplitude $mA/2$ (s'appelle une bande latéral inférieur **BLI**) → c'est la raie de $\delta(f - (f_p - f_m))$

III.7.3 Puissance d'un signal $V_{AM}(t)$

Toute information transmise est liée à une transmission d'énergie. Lorsque nous faisons une mesure, le processus subit toujours un prélèvement d'énergie de la part du dispositif de mesure, cette notion de puissance est très importante.

Le processus de la modulation d'amplitude nécessite une consommation d'énergie, une étude de cette consommation est nécessaire.

أي معلومات مرسله مرتبطة بنقل الطاقة.

عندما نقوم بإجراء أي قياس، تخضع العملية دائماً لاستهلاك الطاقة من جهاز القياس، وهذا المفهوم للطاقة مهم جداً تتطلب عملية التضمين (modulation) استهلاك الطاقة، ومن الضروري دراسة هذا الاستهلاك.

On peut caractériser un signal selon les critères de puissance et d'énergie dans le plan temps et fréquence.

On rappelle, l'énergie d'un signal $x(t)$ est égal à :

$$W_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt$$

On rappelle, la puissance instantanée est égale à :

$$p(t) = |x(t)|^2 dt$$

On rappelle, la puissance d'un signal est définie comme suit :

$$P_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 dt$$

La puissance moyenne de notre signal $V_{AM}(t)$ est :

$$P_{moy} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} p(t) dt = \int_{-T/2}^{T/2} V_{AM}^2 dt \rightarrow P_{moy} = \sum V_{eff}$$

Bien que : $V_{AM}(t) = A \times (1 + m \cos(2\pi f_m t)) \cos(2\pi f_p t)$

$$V_{AM}(t) = A \cos(2\pi f_p t) + \frac{mA}{2} \cos[2\pi(f_p + f_m)t] + \frac{mA}{2} \cos[2\pi(f_p - f_m)t]$$

La puissance de notre signal AM est égale à :

$$P_{AM} = \left(\frac{A}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{mA}{2\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{mA}{2\sqrt{2}}\right)^2$$

La puissance de la porteuse

La puissance des deux bandes latérales BLI et BLS

$$PAM = \frac{A^2}{2} + \frac{m^2 A^2}{8} + \frac{m^2 A^2}{8} = \frac{A^2}{2} \left(1 + \frac{m^2}{2} \right)$$

On peut représenter le spectre de puissance par (Figure III.15) :

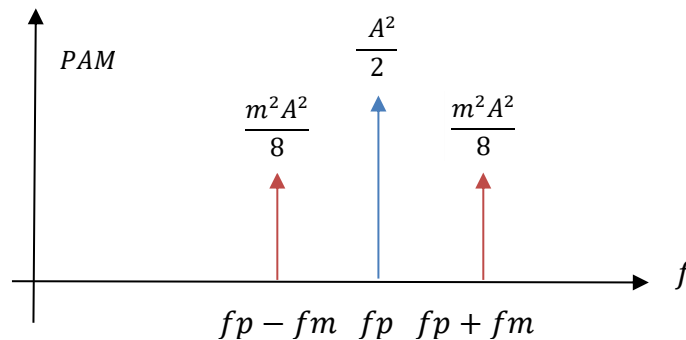


Figure III.15 « Densité spectrale de puissance de PAM »

III.7.4 Rendement d'un signal $V_{AM}(t)$

On définit le rendement par :

$$\rho = \frac{m^2 PM}{1 + m^2 PAM}$$

On définit le rendement comme étant le rapport entre la puissance du signal contenant l'information et la puissance totale émise.

Si PM la puissance du signal modulant et PAM la puissance du signal modulé on aura aussi

$$PAM = \frac{A^2}{2} (1 + m^2 PM)$$

- Dans le cas où on travaille à pleine modulation ($m=1$, $m=100\%$), la porteuse consomme $2/3$ de la puissance totale émise malgré que la porteuse ne contient pas l'information, dont l'information exacte contenu dans les deux bandes latérale BLS et BLI, c'est-à-dire que l'information consomme $1/3$ seulement de la puissance totale ce qui signifie qu'on a un gaspillage de puissance.

III.7.5 Modulation d'amplitude à porteuse supprimée $V_{AM_{DSB}}(t)$

Dans le calcul de la puissance d'un signal AM, on a découvert un **grand gaspillage** de la puissance par la porteuse (elle consomme $2/3$ de la puissance totale émise par l'antenne) alors que l'information consomme seulement $1/3$ de la puissance totale, dont cette information se trouve dans les deux bandes latéraux BLI et BLS.

On peut imaginer un spectre du signal modulé duquel on a supprimé la porteuse (la suppression ici désigne que le **module de la puissance est nul**) dont l'information utile est toujours présente.

Si la porteuse est supprimée (la porteuse est supprimée seulement dans le spectre mais réellement existe), on dit alors que notre modulation AM s'appelle « **modulation à deux bande latérale en anglais Double Side Band DSB** ».

Son schéma de principe est donné par :

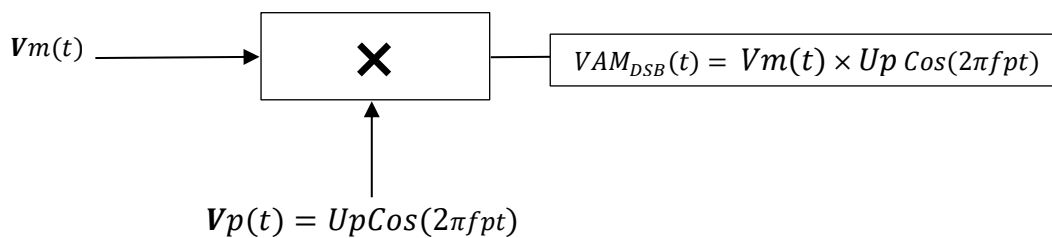


Figure III.16 Schéma synoptique d'une modulation DSB

La modulation AM sans porteuse DSB est réalisée par une simple multiplication de signal $V_m(t)$ par la porteuse $V_p(t)$

La forme générale de la modulation AM à porteuse supprimée (DSB) est :

$$V_{AM_{DSB}}(t) = V_m(t) \times V_p(t)$$

D'où dans notre cas le signal modulant (information) est une forme sinusoïde:

$$V_m(t) = U_m \cos(2\pi f_m t)$$

On aura :

$V_{AM}(t) = U_m \cos(2\pi f_m t) \times U_p \cos(2\pi f_p t)$ c'est dire dans notre cas la forme de la modulation est :

$$V_{AM_{DSB}}(t) = U_m \times U_p \cos(2\pi f_m t) \times \cos(2\pi f_p t)$$

$$V_{AM_{DSB}}(t) = U_m \times U_p \cos(2\pi f_m t) \cos(2\pi f_p t)$$

Après développement on aura :

$$V_{AM_{DSB}}(t) = \frac{U_m \times U_p}{2} [\cos(2\pi(f_p + f_m)t) + \cos(2\pi(f_p - f_m)t)]$$

On remarque par cette dernière relation que le signal $V_{AM_{DSB}}(t)$ comprend bien les deux bandes latérales et la porteuse a bien été supprimée (c'est à dire on ne trouve pas la composante : $A \cos(2\pi f_p t)$).

L'allure temporelle (figure III.17) d'un tel signal est alors la suivante :

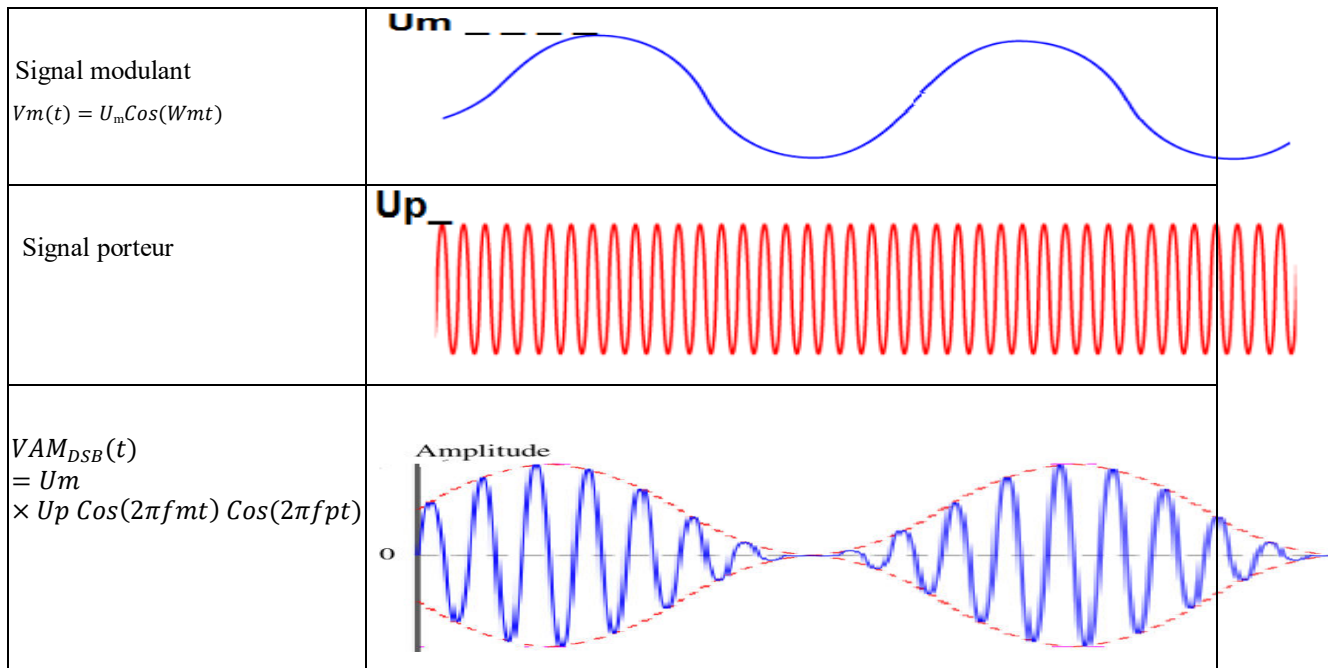


Figure III.17 Allure temporelle de la Modulation DSB

III.7.5.1 Spectre du signal $V_{AM_{DSB}}(t)$

On a :

$$V_{AM_{DSB}}(t) = \frac{U_m \times U_p}{2} [\cos(2\pi(f_p + f_m)t) + \cos(2\pi(f_p - f_m)t)]$$

Le calcul de transformée de fourrier nous donne :

$$V_{AM_{DSB}} = \frac{U_m \times U_p}{4} [\delta(f - (f_p + f_m)) + \delta(f + (f_p + f_m)) + \delta(f - (f_p - f_m)) + \delta(f + (f_p - f_m))].$$

Le spectre de signal $V_{AM_{DSB}}(t)$ est représenté par (figure III.18):

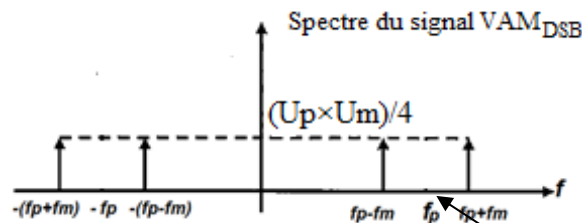


Figure III.18 Spectre du signal $V_{AM_{DSB}}(t)$

Conclusion DSB :

On dit à porteuse supprimée parce que « **le spectre du signal obtenu ne possède pas de raie à la fréquence porteuse f_p** »

III.7.6 Largeur de bande d'un signal AM

On note que la largeur de bande d'un signal AM est :

$$B = 2 \times f_{max}$$

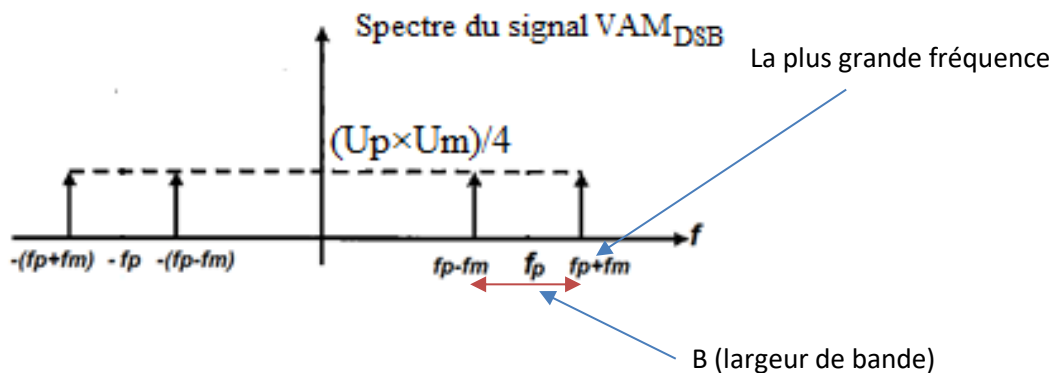
C'est-à-dire que la largeur de bande d'un signal AM est égale à deux fois la plus grande fréquence contenue dans le spectre.

Exemple :

Pour le signal $VAM_{DSB}(t)$ la largeur est égale à :

$$B=2 \times (fp + fm)$$

Dont à partir de spectre il est aisément de conclure que $fp + fm$ est la plus grande fréquence



III.7.7 Modulation à bande latérale unique (modulation SSB)

Après avoir inventé la modulation DSB qui nous a un avantage d'éliminer le gaspillage d'énergie par la porteuse, on veut encore améliorer le rendement de puissance en transmettant une seule bande soit BLI ou BLS (car les deux contiennent la même information). La modulation à bande latérale unique en anglais Single Side Band SSB signifie qu'on peut transmettre une bande latérale c'est-à-dire soit on transmet BLI ou BLS.

La formule de la modulation SSB est égale soit :

$$VAM_{SSB}(t) = \frac{Um \times Up}{2} [\text{Cos}(2\pi(fp + fm)t)] \quad (\text{si on veut garder BLS})$$

Ou

$$VAM_{SSB}(t) = \frac{Um \times Up}{2} [\text{Cos}(2\pi(fp - fm)t)] \quad (\text{si on veut garder BLI})$$

Le signal SSB ne comprend alors plus qu'une seule bande latérale (la porteuse a été supprimée).

L'allure temporelle d'un tel signal est alors **une simple sinusoïde** dont la fréquence est la somme (si on garde BLS) ou la différence (si on garde BLI) des fréquences du signal modulant $V_M(t)$ et le signal de la porteuse $V_p(t)$.

La figure suivante (figure III18) représente l'idée de la modulation SSB

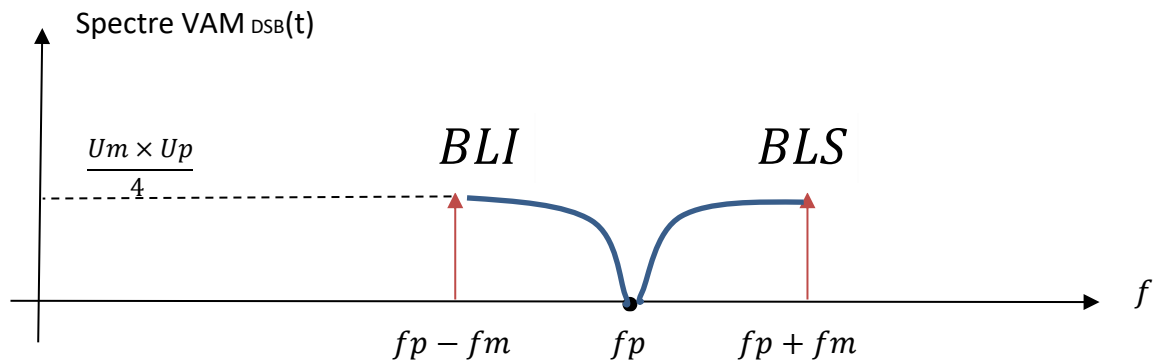


Figure III.18 BLI et BLS qui peuvent être utilisé par la modulation SSB

III.7.8 Circuit modulateur

III.7.8.1 Modulateur par le produit entre les termes modulant et porteuse

On a réalisé une modulation d'amplitude AM analogique en utilisant le multiplieur AD633 :

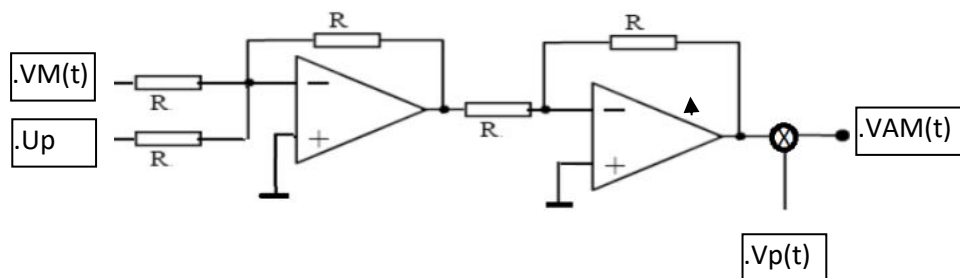


Figure III.19 Circuit modulateur de la modulation FM

Sachant que: $V_M(t) = U_M \cdot \cos(\omega_M t)$ (le signal modulant)

$V_p(t) = U_p \cdot \cos(\omega_p t)$ (le signal porteuse)

- En utilisant ce circuit on peut démontrer que le signal modulé à la sortie de ce circuit s'écrit par :

$$V_{AM} = (U_p [1 + (U_M/U_p)] \cdot \cos(\omega_M t)) \cdot \cos(\omega_p t)$$

III.8 Modulation Angulaire (FM et PM)

التضمين الترددي هي تغير ترددات الإشارة الحاملة بدلالة الإشارة المحمولة بحيث يكون في كل لحظة تردد معين

III.8.1 Fréquence instantanée

Soit un signal sinusoïdal s'exprime de la façon suivante $s(t) = A \cdot \cos(\theta_i(t))$

Si : $\theta(t) = 2\pi f_p t + \varphi(t)$

Si : $\omega(t) = 2\pi f(t)$

$$\omega(t) = \frac{d(\theta(t))}{dt}$$

$$\omega(t) = 2\pi f(t) = \frac{d(\theta(t))}{dt} \text{ c'est-à-dire } \omega(t) = 2\pi f(t) = 2\pi f_p + \frac{d(\varphi(t))}{dt}$$

Ce qui implique que la fréquence instantanée est :

$$f_i(t) = f_p + \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi(t)}{dt}$$

On note que la fréquence instantanée est égale à la fréquence f_p à laquelle s'ajoute un terme de **dévi**ation proportionnel au rythme de de variation de $\varphi(t)$.

Si note $V_m(t)$ un signal basse fréquence BF à transmettre, on peut écrire alors :

$$\frac{d\varphi(t)}{dt} = \alpha \cdot V_m(t) \Rightarrow \text{la fréquence instantanée du signal FM s'écrit alors :}$$

$f_i(t) = f_p + \frac{1}{2\pi} \alpha \cdot V_m(t)$, on pose : $K = \frac{1}{2\pi} \alpha$, on aura alors la forme générale de la fréquence instantanée :

$$f_i(t) = f_p + K \cdot V_m(t)$$

$K \cdot V_m(t)$: est la déviation de fréquence s'exprime en [Hz V⁻¹]

K : est la caractéristique du l'oscillateur commandé en tension (VCO).

Le VCO est un circuit qui nous permette de réaliser la modulation FM, le VCO se caractérise par une valeur K (s'appelle la caractéristique)

Par conséquent, pour produire un signal modulé en fréquence il faut avoir :

- 1- Une porteuse sinusoïdale
- 2- Une information basse fréquence qui peut être audiofréquence, vidéo (analogique ou numérique).

La fréquence instantanée de la porteuse modulé varie avec $V_m(t)$:

III.8.2 Phase instantanée

La phase instantanée du signal modulé est donnée par l'expression suivante :

On a : $f_i(t) = f_p + K \cdot V_m(t)$ si on la multiplie par $\times 2\pi$ on aura

$$\theta(t) = \int \omega(t) dt = \int 2\pi f_i(t) dt = \int 2\pi f_p + 2\pi K \int V_m(t) dt$$

La phase instantanée du signal modulé est donnée par l'expression suivante :

$$\theta(t) = 2\pi f_p t + 2\pi K \int V_m(t) dt$$

III.8.3 Modulation FM

L'expression du signal modulé est donc :

$$s(t) = A \cdot \cos\left(2\pi f_p t + 2\pi K \int V_m(t) dt\right)$$

C'est l'expression générale de la modulation FM

f_p : est la fréquence de la porteuse

K : est la caractéristique du VCO (circuit qui produit la modulation FM)

$V_m(t)$: le signal modulant qui contient l'information à transmettre

III.8.3.1 Production d'un signal FM

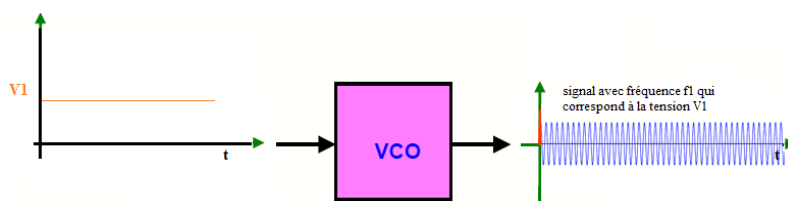
La production d'une modulation de fréquence **FM** consiste à produire un signal sinusoïdal $V_{FM}(t)$ d'amplitude constante **A** et de fréquence $f_i(t)$ variable ($V_{FM}(t) = A \cdot \cos(2\pi f_p t + 2\pi K \int V_m(t) dt)$)

- ce signal $V_{FM}(t)$ est toujours produit par un oscillateur commandé en tension (VCO- Voltage Commanded Oscillator).
- une tension continue **Vp** (on l'appelle aussi **V0**) correspond à la valeur de la fréquence porteuse **fp** (On l'appelle aussi **f0**) et fixe le point de fonctionnement à : $f(Vp) = fp$
- en superposant le signal basse-fréquence $V_m(t)$, on fait varier la fréquence

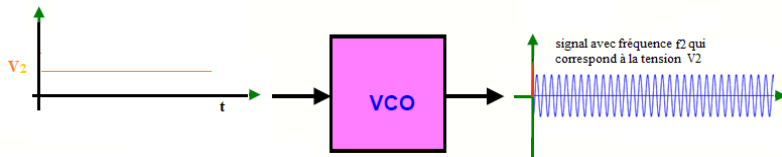
Le VCO est un oscillateur génère un signal sinusoïdal d'une fréquence qui correspond à une tension continue introduite à son entrée.

Exemple :

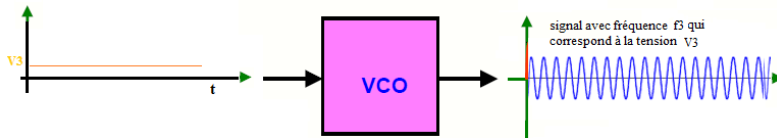
Si on introduit V_1 à l'entrée de VCO on aura une fréquence f_1



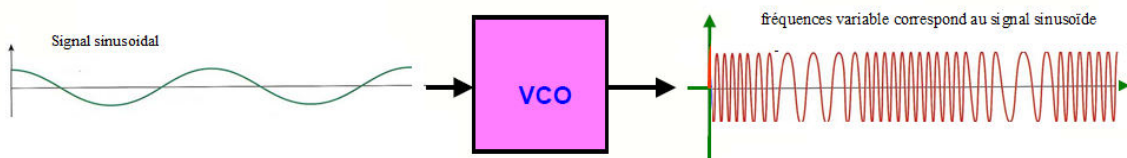
Si on introduit V_2 à l'entrée de VCO on aura une fréquence f_2



Si on introduit V_3 à l'entrée de VCO on aura une fréquence f_3



Si on introduit à son entrée un **tension variable** (sinusoïdal) on aura un signal de **fréquence variable** :



On aura un signal avec fréquences variable correspond au signal sinusoïde variable introduit son entrée

On résume la modulation FM par le schéma synoptique suivant :

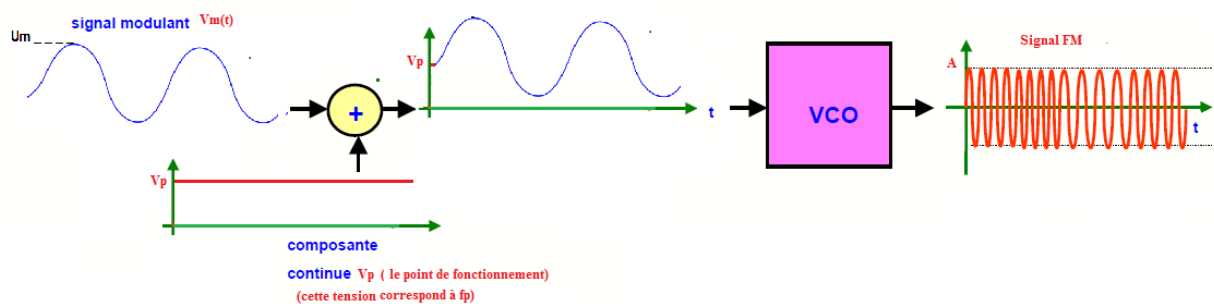


Figure III.19 Schéma synoptique de production de la modulation FM

III.8.3.2 Caractéristiques de VCO

A) La caractéristique « K »

La fréquence f_0 (f_p) dépend de la tension continue V_0 (V_p). Pour que la variation de fréquence soit proportionnelle à $V_m(t)$, le VCO doit avoir une caractéristique « **K** » linéaire autour de f_0 . On peut trouver la caractéristique **K** du VCO par le calcul de la **pente** de la caractéristique « fréquence – tension », voir la figure III.20.

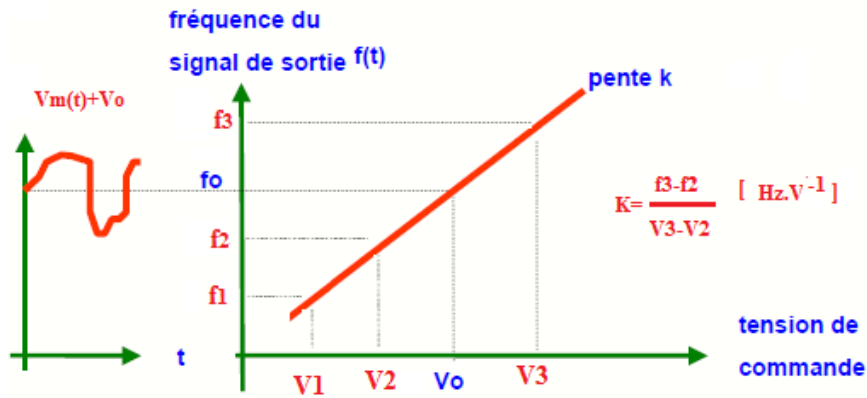


Figure III.20 Caractéristique K « fréquence-tension » $K = (f_3 - f_2) / (v_3 - v_2)$

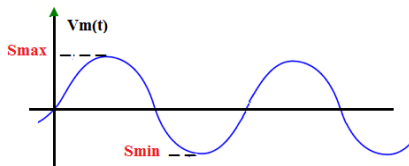
B) Excursion en fréquence Δf

Si on admet que le signal modulant ne dépasse pas S_{max} en valeur absolue, alors :

1- la fréquence du signal modulant varier entre :

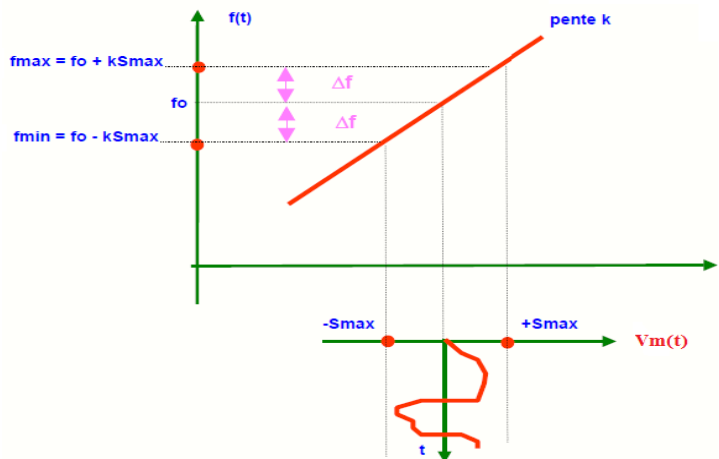
$$f_{min} = f_0 - k \cdot S_{max}$$

$$f_{max} = f_0 + k \cdot S_{max}$$



2- la quantité $k \cdot S_{max}$ est appelée **excursion en fréquence** et est notée par Δf :

$$\Delta f = \pm k \cdot S_{max}$$



III.8.3.3 Modulation de fréquence avec un signal sinusoïdal et indice de modulation

Si le signal modulant s'écrit par : $V_m(t) = a \times \text{Cos}(Wmt)$

Dont la forme générale de la modulation FM est :

$$s(t) = A \cdot \cos\left(2\pi f_p t + 2\pi K \int V_m(t) dt\right)$$

Le signal modulé en fréquence pour le signal modulé cité ci-dessus est

$$s(t) = A. \cos \left(2\pi f_p t + 2\pi K \int a \times \cos(Wmt) dt \right), Wm = 2\pi f_m$$

$$s(t) = A. \cos \left(2\pi f_p t + 2\pi K \int a \times \cos(2\pi f_m t) dt \right)$$

$$s(t) = A. \cos \left(2\pi f_p t + 2\pi K \int a \times \cos(2\pi f_m t) dt \right)$$

La porteuse modulée (modulation FM) est donnée par :

$$s(t) = A. \cos \left(2\pi f_p t + \frac{Ka}{f_m} \times \sin(2\pi f_m t) \right)$$

Où : $\Delta f = k. S_{max}$, ($S_{max} = a$), on aura alors :

$$s(t) = A. \cos \left(2\pi f_p t + \frac{\Delta f}{f_m} \times \sin(2\pi f_m t) \right)$$

On définit l'indice de modulation par :

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m}$$

III.8.3.3 Spectre d'un signal FM

Le spectre d'un signal FM est complexe et ne se calcule que dans le cas particulier où le signal basse-fréquence est sinusoïdal :

$$s(t) = A. \cos \left(2\pi f_p t + \frac{\Delta f}{f_m} \times \sin(2\pi f_m t) \right)$$

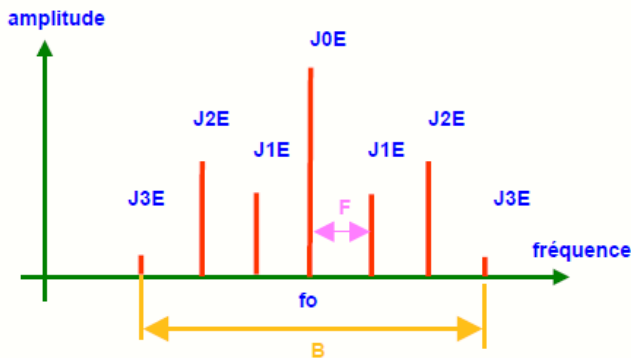
$$s(t) = A. \cos(\omega_0 t + \beta \times \sin(\omega_m t))$$

On peut décomposer le signal grâce à la fonction de Bessel :

$$s(t) = E. J_0(\beta) \cos(\omega_0 t + \varphi_0) + E. J_1(\beta) \cos((\omega_0 + \omega_m)t + \varphi_1) \\ + E. J_2(\beta) \cos((\omega_0 + 2 \times \omega_m)t + \varphi_2) \\ + E. J_3(\beta) \cos((\omega_0 + 3 \times \omega_m)t + \varphi_3) \dots \dots \dots$$

où: $J_0(\beta), J_1(\beta), J_2(\beta) \dots \dots$ sont les **fonctions de Bessel** dont la valeur dépend de β .

Le spectre est comme suit :



La largeur de bande est égale à (suivant la formule de Carson)

$$B = 2(\Delta f + f_m)$$

Tableau des fonctions de Bessel :

m	J ₀	J ₁	J ₂	J ₃	J ₄	J ₅	J ₆	J ₇	J ₈	J ₉	J ₁₀
0,00	1,00										
0,25	0,98	0,12									
0,5	0,94	0,24	0,03								
1,0	0,77	0,44	0,11	0,02							
1,5	0,51	0,56	0,23	0,06	0,01						
2,0	0,22	0,58	0,35	0,13	0,03						
2,5	-0,05	0,50	0,45	0,22	0,07	0,02					
3,0	-0,26	0,34	0,49	0,31	0,13	0,04	0,01				
4,0	-0,40	-0,07	0,36	0,43	0,28	0,13	0,05	0,02			
5,0	-0,18	-0,33	0,05	0,36	0,39	0,26	0,13	0,05	0,02		
6,0	0,15	-0,28	-0,24	0,11	0,36	0,36	0,25	0,13	0,06	0,02	
7,0	0,30	0,00	-0,30	-0,17	0,16	0,35	0,34	0,23	0,13	0,06	0,02
8,0	0,17	0,23	-0,11	-0,29	-0,10	0,19	0,34	0,32	0,22	0,13	0,06

III.8.4 Modulation de phase

On écrit que la phase θ est proportionnelle au signal modulant.

$$\theta_i(t) = 2\pi \cdot f_p t + K_\phi \cdot m(t)$$

L'expression du signal modulé est :

$$s(t) = A \cdot \cos(2\pi \cdot f_p t + K_\phi \cdot m(t))$$

Quand $m(t)$ est sinusoïdal $m(t) = V_m \cdot \cos(\omega_m t)$, la grandeur $\Delta\phi = V_m \cdot K_\phi$ s'appelle l'excursion en phase.

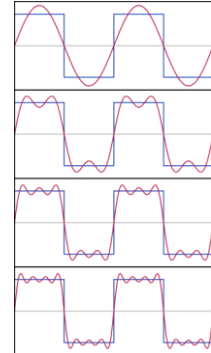


TD1 Introduction aux Télécommunications

Rappel :

Pour voir les fréquences contenues dans un signal, on le représente sous forme amplitude- fréquence appelé **spectre**.

Fourier a démontré qu'on peut décomposer une fonction périodique f sous la forme d'une somme infinie de signaux sinusoïdaux. La série de Fourier de f est définie désormais par



$$a_0(f) + \sum_{n \geq 1} a_n(f) \cos(n\omega t) + b_n(f) \sin(n\omega t)$$

$$a_0(f) = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt,$$

$$a_n(f) = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(n\omega t) dt, n \geq 1$$

$$b_n(f) = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin(n\omega t) dt, n \geq 1.$$

Pour le cas générale Fourier a établi une relation qui nous permette de savoir le continu spectrale d'un signal non périodique :

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f) e^{j2\pi ft} df, \quad X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt.$$

Exercice 1 :

Développer les fonctions suivantes :

• Cos (a + b)	• Cos (2a)
• Cos (a – b)	• Sin (2a)
• Cos (a).Cos (b)	• Sin ² (a)
• Sin (a + b)	• Cos ² (a)
• Sin (a – b)	• Tan(a). tan(b)
• Sin(a).Sin(b)	• Tan ² (a)
• Sin(a).Cos(b)	

Exercice 2 :

Calculer la transformée de Fourier et tracer S(f) de :

1. Cos(2πft)
2. Sin(2πft)
3. Cos(2πft0)*cos(2πf1t)

Exercice 3 :

I) Montrer que : $x(t - t_0) \xrightarrow{\text{FT}} X(f)e^{-j2\pi ft_0}$.

Cette propriété permet de donner la transformée de FOURIER d'une fonction retardée en fonction de la transformée de FOURIER du signal initial et d'un terme de retard.

II) Calculer la TF et tracer le spectre des sigaux suivants :

$$x_1(t) = \exp(-at) u(t)$$

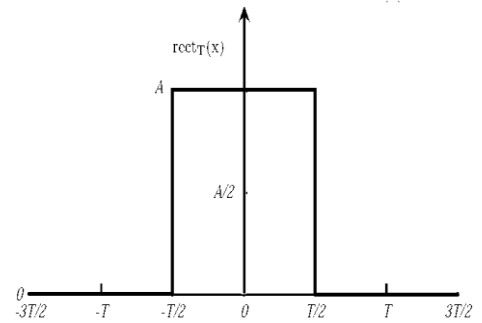
$$x_2(t) = \exp(at) u(-t)$$

Exercice 4:

On note $\text{rect}_T(t)$ l'impulsion rectangulaire définie par :

$$\text{rect}_T(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t \in [-T/2, T/2]. \\ 0 & \text{ailleurs.} \end{cases}$$

Calculer la transformée de Fourier et tracer $S(f)$ de $\text{rect}_T(t)$



Annexe : Usages et classification (Cours)

Solution :

Exercice 01 :

- $\text{Cos}(a + b)$:

$$\cos(a + b) = \cos(a) \cos(b) - \sin(a) \sin(b)$$

- $\text{Cos}(a - b)$:

$$\cos(a - b) = \cos(a) \cos(b) + \sin(a) \sin(b)$$

- $\text{Cos}(a) \cdot \text{Cos}(b)$

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} (\cos(a + b) + \cos(a - b))$$

- $\text{Sin}(a + b)$

$$\sin(a + b) = \sin(a) \cos(b) + \cos(a) \sin(b)$$

- $\text{Sin}(a - b)$

$$\sin(a - b) = \sin(a) \cos(b) - \cos(a) \sin(b)$$

- $\text{Sin}(a) \cdot \text{Sin}(b)$

$$\sin a \sin b = \frac{1}{2} (\cos(a - b) - \cos(a + b))$$

- $\text{Sin}(a) \cdot \text{Cos}(b)$

$$\sin a \cos b = \frac{1}{2} (\sin(a + b) + \sin(a - b))$$

- Cos (2a)

$$\cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x) = 2 \cos^2(x) - 1 = 1 - 2 \sin^2(x)$$

- Sin (2a)

$$\sin(2x) = 2 \sin(x) \cos(x)$$

- Sin²(a)

$$\sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2}$$

- Cos²(a)

$$\cos^2 a = \frac{1 + \cos 2a}{2}$$

- Tan(a). tan(b) :

$$\tan a \tan b = \frac{\cos(a - b) - \cos(a + b)}{\cos(a - b) + \cos(a + b)}$$

- Tan²(a) :

$$\tan^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{1 + \cos 2a}$$

Exercice 02 :

I) À nouveau, cette propriété s'obtient directement en utilisant la définition de la transformée :

$$\text{TF} \{x(t - t_0)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t - t_0) e^{-j2\pi ft} dt.$$

En notant que : $e^{-j2\pi ft} = e^{-j2\pi f(t-t_0)} e^{-j2\pi ft_0}$

Il vient alors que :

$$\text{TF} \{x(t - t_0)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t - t_0) e^{-j2\pi f(t-t_0)} e^{-j2\pi ft_0} dt,$$

$$\text{TF} \{x(t - t_0)\} = e^{-j2\pi ft_0} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t - t_0) e^{-j2\pi f(t-t_0)} dt = e^{-j2\pi ft_0} X(f)$$

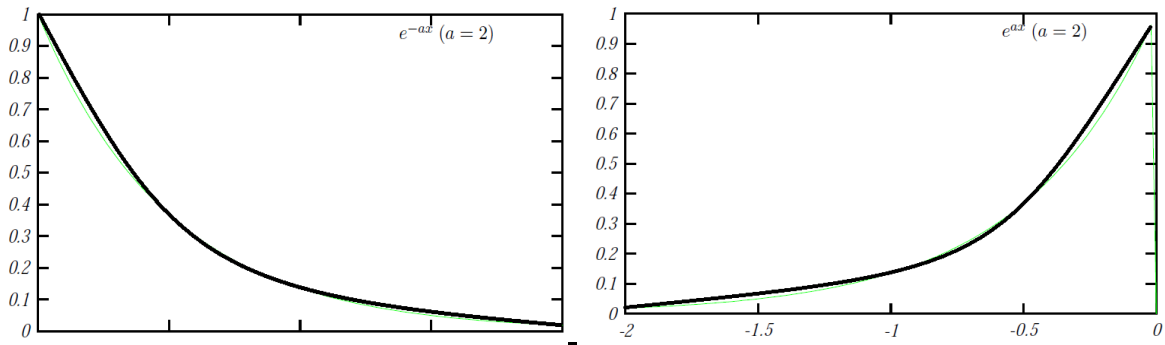
II)

Soit les fonctions $x_1(t) = \exp(-at) u(t)$ et $x_2(t) = \exp(at) u(-t)$, avec a un réel positif, et $u(t)$ l'échelon
Alors

$$X_1(f) = \text{TF} \{x_1(t)\} = \int_0^{+\infty} e^{-(a+j2\pi f)t} dt = \frac{1}{a + j2\pi f}$$

De la même façon, on obtient :

$$X_2(f) = \text{TF} \{x_2(t)\} = \frac{1}{a - j2\pi f}$$



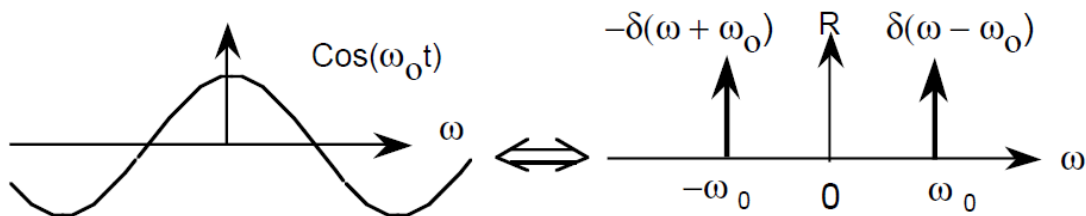
Exercice 03 :

1. Cos(2πft)

La Transformée d'un cosinus de fréquence ω_0 est une somme de 2 impulsions en ω_0 et $-\omega_0$:

Car :

$$\begin{aligned} \cos(\omega_0 t) &= \frac{e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t}}{2} \Rightarrow \\ \mathcal{F} \{ \cos(\omega_0 t) \} &= \frac{1}{2} \mathcal{F} \{ e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t} \} \\ &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} [e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t}] e^{-j\omega t} dt \\ &= \frac{1}{2} \left[\int_{-\infty}^{\infty} e^{-jt(\omega - \omega_0)} dt + \int_{-\infty}^{\infty} e^{-jt(\omega + \omega_0)} dt \right] \\ &= \frac{1}{2} [\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)] \end{aligned}$$

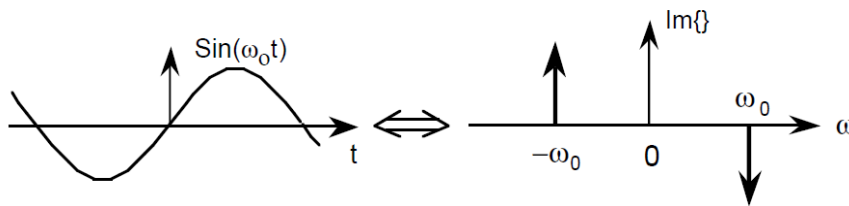


2. Sin(2πft)

La Transformée d'un sinus de fréquence ω_0 :

$$\sin(\omega_0 t) = \frac{1}{2j} [e^{j\omega_0 t} - e^{-j\omega_0 t}] \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \mathcal{F}\{\sin(\omega_0 t)\} &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2j} [e^{j\omega_0 t} - e^{-j\omega_0 t}] e^{-j\omega t} dt \\ &= \frac{1}{2j} \left[\int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega_0 t} e^{-j\omega t} dt - \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega_0 t} e^{-j\omega t} dt \right] \\ &= \frac{-1}{2} j [\delta(\omega - \omega_0) - \delta(\omega + \omega_0)] \end{aligned}$$



3. $\cos(2\pi f_0 t) * \cos(2\pi f_1 t)$

On rappelle que : $\cos(2\pi f_0 t) \cdot \cos(2\pi f_1 t) = \frac{1}{2} (\cos(2\pi t(f_0 - f_1)) + \cos(2\pi t(f_0 + f_1)))$

Exercice 04 :

On cherche alors à calculer la transformée de FOURIER de : $x(t) = A \text{rect}_T(t)$. Il suffit d'écrire la définition de la transformée de FOURIER :

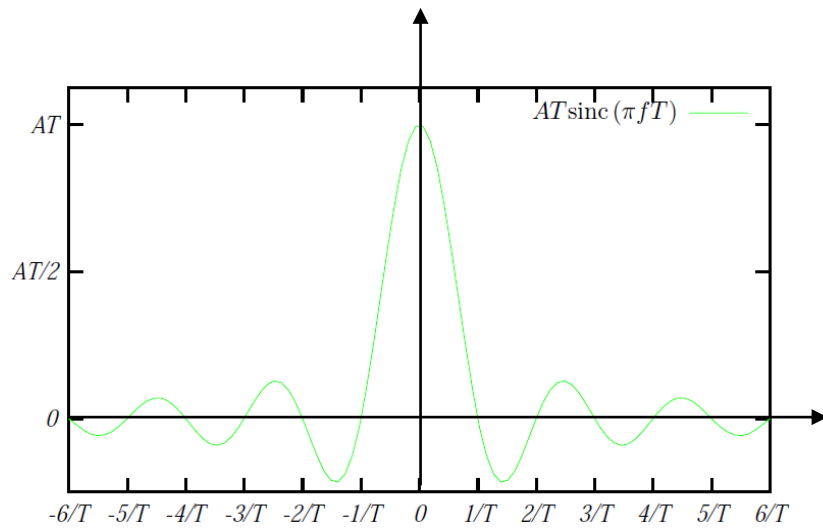
$$X(f) = \text{TF}\{A \text{rect}_T(t)\} = A \int_{-T/2}^{T/2} e^{-j2\pi f t} dt$$

Soit :

$$X(f) = A \left[\frac{e^{-j2\pi f t}}{-j2\pi f} \right]_{-T/2}^{T/2} = A \frac{1}{j2\pi f} [e^{j\pi f T} - e^{-j\pi f T}]$$

$$X(f) = AT \frac{\sin(\pi f T)}{\pi f T} \triangleq AT \text{sinc}(\pi f T).$$

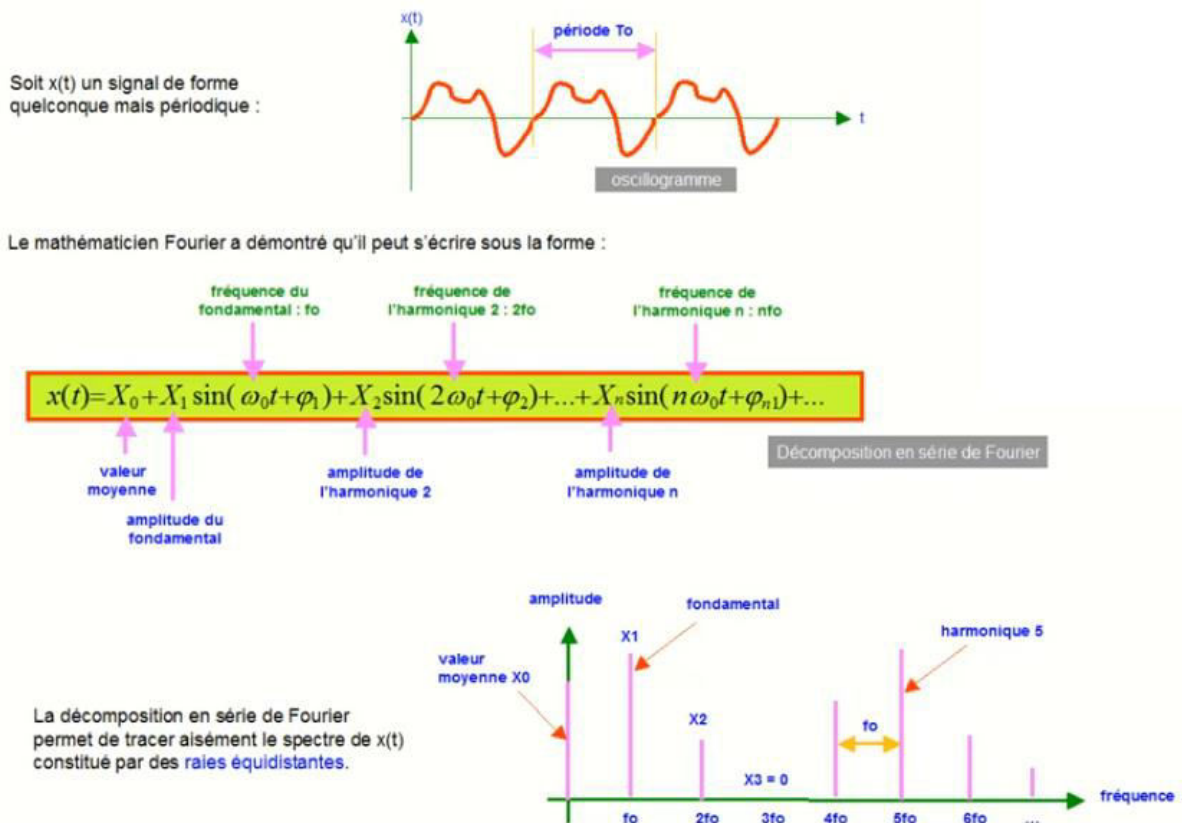
Où **sinc** (·) est la fonction sinus cardinal. On notera que la transformée de FOURIER obtenue est purement réelle, et paire. Par ailleurs, cette transformée s'annule pour $\pi f T = k\pi$, soit tous les $f = k/T$; sauf pour $k = 0$, puisque $\text{sinc}(x) = 1$ pour $x \rightarrow 0$.

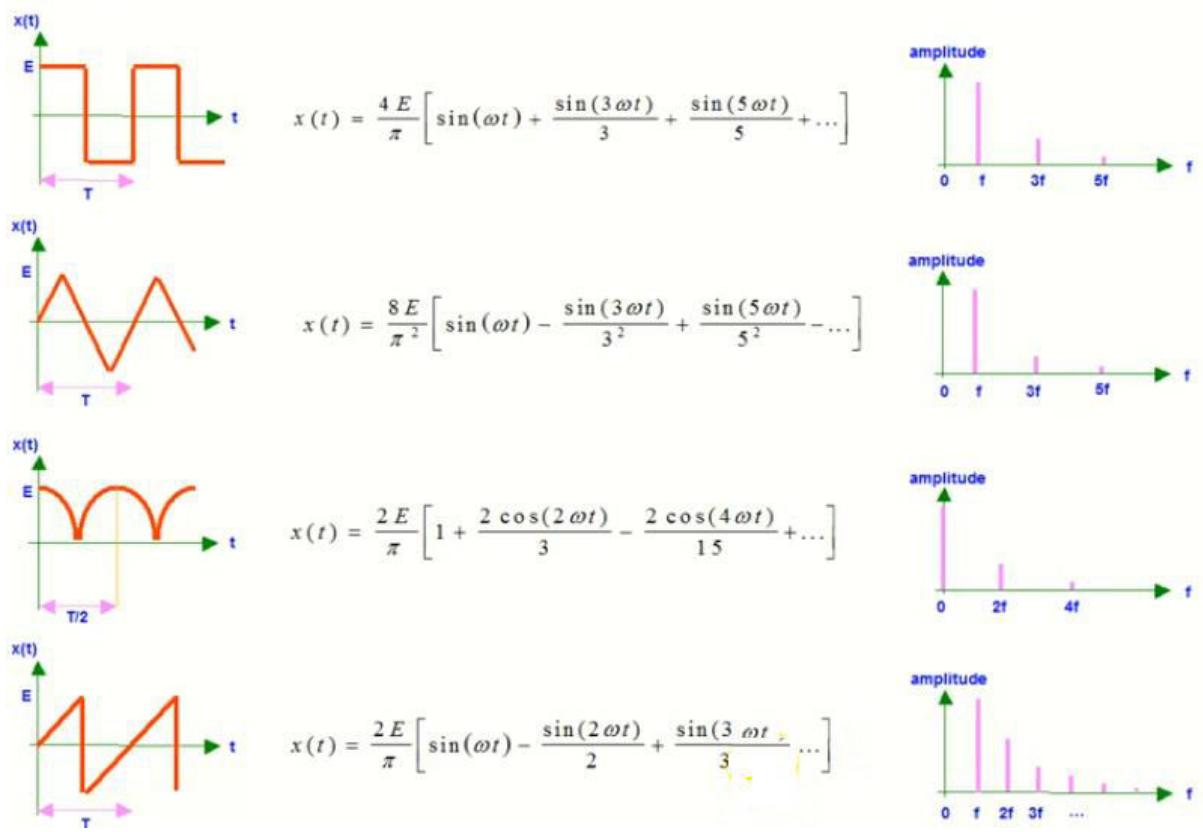


Annexe :

http://public.iutenligne.net/mathematiques/analyse/arrouvignod/tfourier/correction_td/1/index.htm

1. Spectre d'un signal periodique





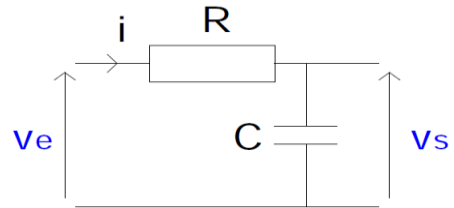
Spectre international (suite de cours Chapitre 01)

TD2 Les filtres passifs

Exercice 1 :

Soit le quadripôle ci-contre qui représente un filtre.

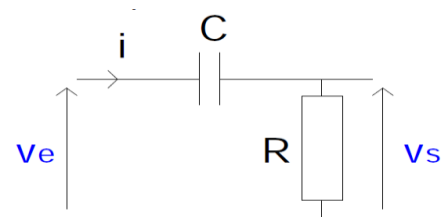
1. Déterminer la fonction de transfert de ce filtre $H(j\omega)$
2. Déterminer le module
3. Déterminer le type de ce filtre
4. Déterminer l'ordre de ce filtre
5. Déterminer la fréquence de coupure
6. Représenter la réponse en amplitude et en phase par le diagramme de Bode



Exercice 2 :

Soit le quadripôle ci-contre qui représente un filtre.

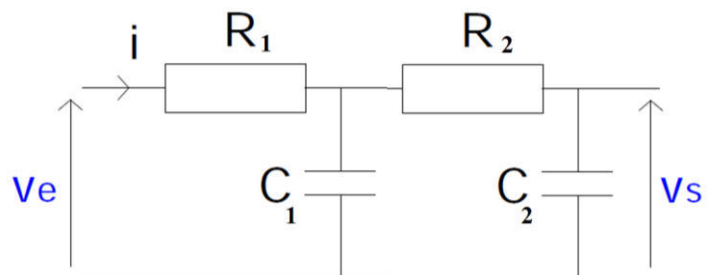
1. Déterminer la fonction de transfert de ce filtre $H(j\omega)$
2. Déterminer le module
3. Déterminer le type de ce filtre
4. Déterminer l'ordre de ce filtre
5. Déterminer la fréquence de coupure
6. Représenter la réponse en amplitude et en phase par le diagramme de Bode



Exercice 3 :

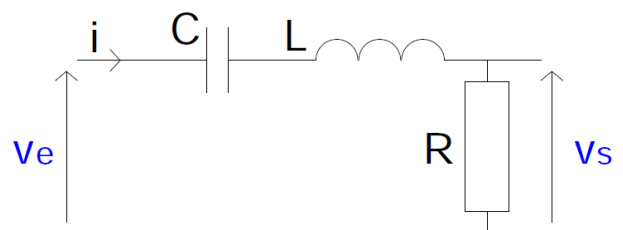
Soit le quadripôle ci-contre qui représente un filtre.

1. Déterminer la fonction de transfert de ce filtre $H(j\omega)$
2. Si on pose $R_1=R_2=R$, $C_1=C_2=C$, déduire la fonction de transfert.
2. Déterminer le module
3. Déterminer le type de ce filtre
4. Déterminer l'ordre de ce filtre
5. Déterminer la fréquence de coupure



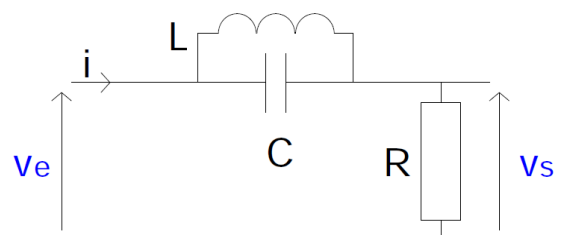
Exercice 3 :

Déterminer le type et la fréquence de coupure de quadripôle ci-contre



Exercice 4:

Déterminer le type et la fréquence de coupure de quadripôle ci-contre

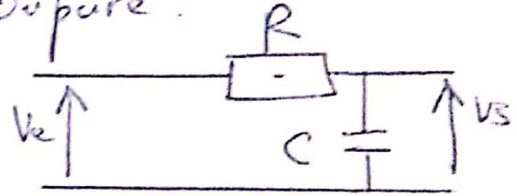


Solution TD (filtres passifs)

Exercice 1

→ on détermine le type de ce filtre, on a réponse en amplitude et fréquence de coupure.

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{1}{1 + jRC\omega}$$



① Le type de ce filtre et le type.

on calcule la fonction de transfert.

$$\frac{V_s(j\omega)}{V_e(j\omega)} = \frac{1}{1 + jRC\omega} \rightarrow \text{c'est un filtre d'ordre 1}$$

→ pour déterminer le type de ce filtre on détermine le module de la FT.

$$\left| \frac{V_s(j\omega)}{V_e(j\omega)} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}}$$

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{V_s(j\omega)}{V_e(j\omega)} = 1, \quad \lim_{\omega \rightarrow \infty} \left| \frac{V_s(j\omega)}{V_e(j\omega)} \right| = 0$$

$\omega \rightarrow 0$

est un filtre **PB**

le type de ce filtre est un filtre **PB** de premier ordre

② Calcul de la fc.

on détermine la fc par la résolution de

$$\text{l'équation: } \left| \frac{V_s(j\omega)}{V_e(j\omega)} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

(1)

$$\rightarrow \frac{1}{1 + R^2 \omega^2} = \frac{1}{R^2} \Rightarrow \boxed{f_c = \frac{1}{2\pi RC}}$$

Rappel

③ Determiner la réponse en Amplitude.
(Diagramme de Bode):

Les courbes de Bode a pour objectif de tracer l'amplitude ou le gain de $|H(j\omega)|$ ou de phase en fonction de la fréquence f ou la pulsation ω en abscisse dans une unité logarithmique dans l'amplitude en **dB** et une fonction de réponse fréquentielle.

$$\boxed{[dB] = 20 \log_{10} |H(j\omega)|}, \text{ car } \log_{10} 10 = 1$$

→ on écrit la FT sous la forme de:

$$H(j\omega) = \frac{K_B (1 + j\frac{\omega}{z_1}) (1 + j\frac{\omega}{z_2}) \dots (1 + j\frac{\omega}{z_n})}{(j\omega)^L (1 + j\frac{\omega}{p_1}) (1 + j\frac{\omega}{p_2}) \dots (1 + j\frac{\omega}{p_m})}$$

④ La réponse en phase: Amplitude et phase.
Le gain et la phase sont donnés par

$$M(\omega) \text{ dB} = 20 \log_{10} |H(j\omega)| = 20 \log_{10} |K_B| + 20 \log_{10} |1 + j\frac{\omega}{z_1}| + \dots + 20 \log_{10} |1 + j\frac{\omega}{z_n}| + 20 \log_{10} \left| \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{p_1}} \right| + 20 \log_{10} \left| \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{p_2}} \right| + \dots + 20 \log_{10} \left| \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{p_m}} \right|$$

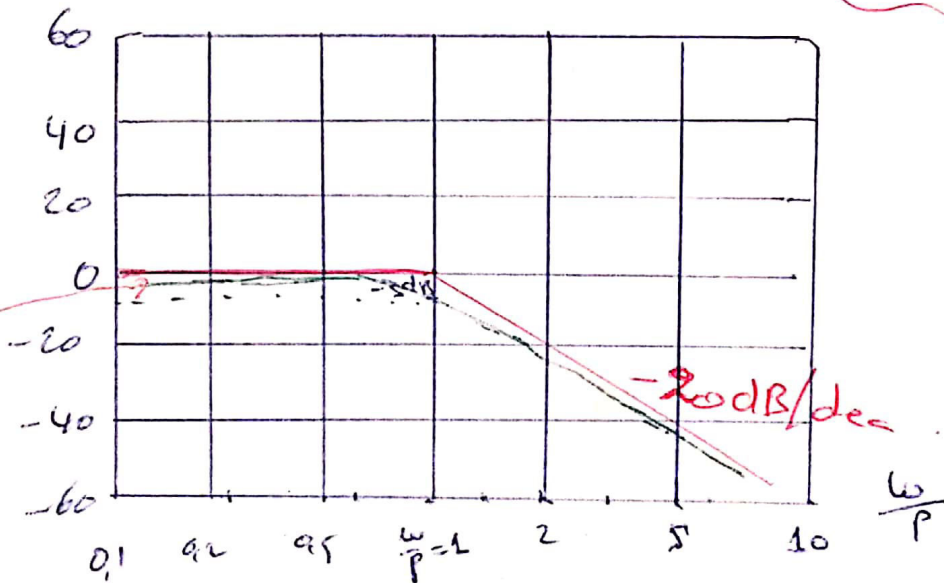
La phase :

$$\begin{aligned} \vartheta(\omega) = \arg |H(j\omega)| &= \arg(Kv\beta) + \arg\left(1 + j\frac{\omega}{z_1}\right) \\ &+ \dots + \arg\left(1 + j\frac{\omega}{z_n}\right) + \arg\left(\frac{1}{(j\omega)^2}\right) + \arg\left(\frac{1}{1 + j\frac{\omega}{p_1}}\right) \\ &+ \dots + \arg\left(\frac{1}{1 + j\frac{\omega}{p_m}}\right) \end{aligned}$$

~~$M(\omega) \text{ dB} = 20 \log_{10} |H(j\omega)| = 20 \log_{10} |Kv\beta| + 20 \log_{10} \left| \frac{1}{(j\omega)^2} \right| + \dots$~~

$$\begin{aligned} M(\omega) \text{ dB} &= 20 \log_{10} |K| + 20 \log_{10} \left| \frac{1}{1 + jR\omega} \right| \\ &= 0 - 20 \log_{10} \sqrt{1 + (R\omega)^2} = -20 \log_{10} \sqrt{1 + (R\omega)^2} \end{aligned}$$

Cost Réponse
en A amplitude



→ pour $\frac{\omega}{p} \ll 1 \Rightarrow M(\omega) \text{ dB} = 0$ ($-20 \log_{10}(1) = 0 \text{ dB}$)

→ pour $\frac{\omega}{p} \gg 1 \Rightarrow M(\omega) \text{ dB} = -20 \log_{10} \sqrt{(R\omega)^2}$
($\omega \gg p$)

→ la courbe de gain de Bode tend asymptotiquement vers la droite 0 dB

→ la courbe de gain de Bode tend asymptotiquement vers une droite $-20 \log_{10} \left| \frac{1}{\omega/p} \right|$, annoté

que cette asymptote d'haute frequences
est une droite -20 dB/da

~~Exercice RAO~~

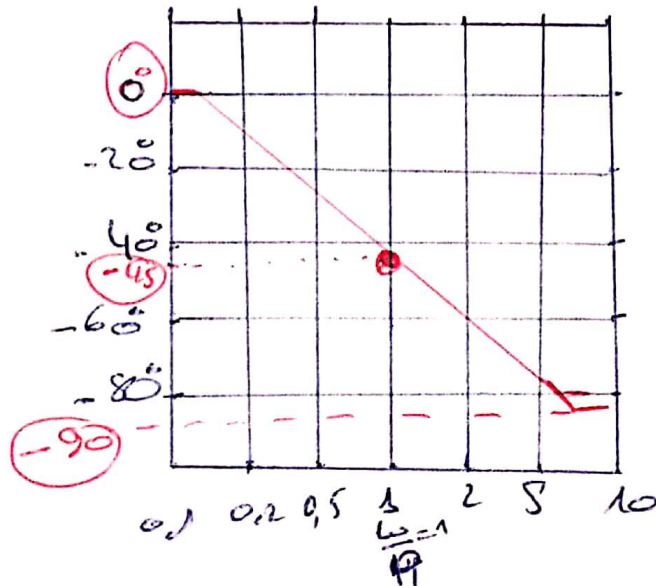
on trace la réponse phase:

$$\begin{aligned} \theta(\omega) &= \arg(1) + \arg\left(\frac{1}{1 + j\frac{\omega}{R_c}}\right) \\ &= \arg(1) - \arg\left(1 + j\frac{\omega}{R_c}\right) \end{aligned}$$

\rightarrow Si $\omega \rightarrow 0 \Rightarrow \theta(0) = 0$

\rightarrow Si $\omega \rightarrow \infty \Rightarrow \theta(\infty) = -90^\circ$

\rightarrow Si $\omega \rightarrow \omega_c \Rightarrow \theta(\omega_c) = -45^\circ$



→ Déterminer la FT

→ Déterminer le module

→ Déterminer le type de ce filtre

→ Déterminer l'ordre de ce filtre

→ Représenter la réponse en amplitude par le diagramme de Bode

→ Représenter la réponse de phase.



Solution

1/ La FT :

$$H(\omega) = \frac{V_2(\omega)}{V_1(\omega)} = \frac{V_2(\omega)}{V_1(\omega)}$$

2/ le module

$$|H(\omega)| = \left| \frac{V_2(\omega)}{V_1(\omega)} \right| = \left| \frac{R \omega}{1 + R^2 \omega^2} \right| = \frac{R \omega}{1 + R^2 \omega^2}$$

3/ Déterminer le type de ce filtre

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} |H(\omega)| = 0, \quad \lim_{\omega \rightarrow \infty} |H(\omega)| = 0 \quad \left. \vphantom{\lim_{\omega \rightarrow 0}} \right\} \text{ filtre passe H}$$

d'ordre 1

4/ Déterminer la f_c :

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow f_c = \frac{1}{20R}$$

5/ Diagramme de Bode (réponse en Amplitude)

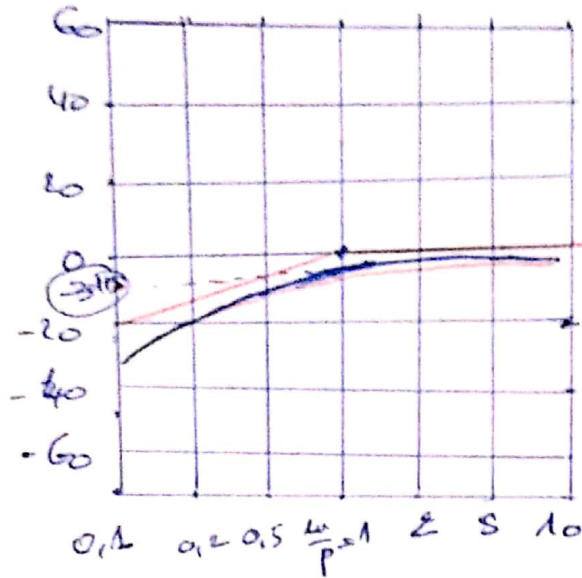
$$M(\omega) \text{ dB} = 20 \log_{10} \left(\frac{R \omega}{1 + R^2 \omega^2} \right)$$

$$M(\omega) \text{ dB} = 20 \log_{10} (R \omega) - 20 \log_{10} \sqrt{1 + R^2 \omega^2}$$

$$M(\omega) \text{ dB} = 20 \log_{10} \left(\frac{\omega}{\frac{1}{R}} \right) - 20 \log_{10} \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\frac{1}{R}} \right)^2}$$

→ pour $\frac{\omega}{p} \ll 1 \Rightarrow M(\omega) \text{ dB} = 20 \log_{10} \left| \frac{\omega}{\omega_p} \right|$
 $= 20 \log_{10} \frac{\omega}{\omega_p}$
 $= 20 \text{ dB/dec}$

→ pour $\frac{\omega}{p} \gg 1$ $\Rightarrow M(\omega) \text{ dB} = 20 \log_{10}(1) = 0 \text{ dB}$
 réponse



→ réponse en phase :

$$\theta(\omega) = \arg\left(j \frac{\omega}{\omega_p}\right) - \arg\left(1 + j \frac{\omega}{\omega_p}\right)$$

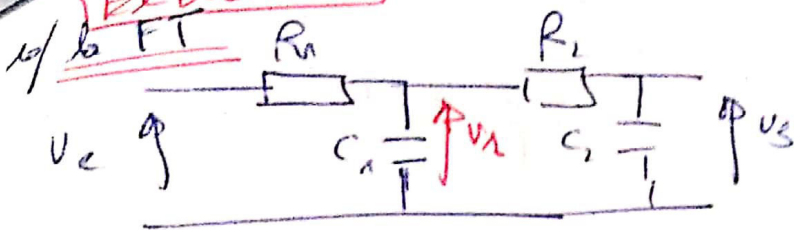
Si $\omega \rightarrow 0 \Rightarrow \theta(0) = \arg(j) - \arctan(0) = \frac{\pi}{2} - 0 = 90^\circ$

Si $\omega \rightarrow \infty \Rightarrow \theta(\infty) = \arg(\infty) - \arctan(\infty) = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = 0$

Si $\omega \rightarrow \omega_p \Rightarrow \theta(\omega_p) = \arg(j) - \arctan(1) = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$

$$\theta(\omega_p) = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$$

Exercice n°



$$\frac{V_1(j\omega)}{V_e(j\omega)} = \frac{1}{1 + jR_1 C_1 \omega}, \quad \frac{V_s(j\omega)}{V_1(j\omega)} = \frac{1}{1 + jR_2 C_2 \omega}$$

$$\frac{V_s(j\omega)}{V_e(j\omega)} = \frac{1}{(1 + jR_1 C_1 \omega)} \times \frac{1}{(1 + jR_2 C_2 \omega)}$$

2°/ Si on pose $R_1 = R_2 = R, C_1 = C_2 = C \Rightarrow$ Trouver la FT

$$\frac{V_s(j\omega)}{V_e(j\omega)} = \frac{1}{(1 + jRC\omega)} \frac{1}{(1 + jRC\omega)} = \frac{1}{(1 + jRC\omega)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{V_s(j\omega)}{V_e(j\omega)} = \frac{1}{1 + j2RC\omega - R^2 C^2 \omega^2} = \frac{1}{(1 - R^2 C^2 \omega^2) + j2RC\omega}$$

$$\frac{V_s(j\omega)}{V_e(j\omega)} = \frac{1}{(1 - R^2 C^2 \omega^2) + j2RC\omega}$$

c'est la fonction de transfert.

3°/ Determiner le module de $\frac{V_s(j\omega)}{V_e(j\omega)}$

$$\left| \frac{V_s(j\omega)}{V_e(j\omega)} \right| = \frac{1}{\sqrt{(1 - R^2 C^2 \omega^2)^2 + 4R^2 C^2 \omega^2}}$$

4°/ Determiner le type de ce filtre

Donc $\left| \frac{V_s(j\omega)}{V_e(j\omega)} \right| = 1, \quad \lim_{\omega \rightarrow \infty} \frac{V_s(j\omega)}{V_e(j\omega)} = 0$ } Est un filtre passe bas de 2^e ordre

Determiner la fc :

$$\frac{V_3(\omega)}{V_0(\omega)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{(1 - R^2 c^2 \omega^2)^2 + 4 R^2 c^2 \omega^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow Z = (1 - R^2 c^2 \omega^2)^2 + 4 R^2 c^2 \omega^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Z = 1 + R^4 c^4 \omega^4 - 2 R^2 c^2 \omega^2 + 4 R^2 c^2 \omega^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 = R^4 c^4 \omega^4 + 2 R^2 c^2 \omega^2$$

$$\Rightarrow R^4 c^4 \omega^4 + 2 R^2 c^2 \omega^2 - 1 = 0$$

$$\boxed{\omega^2 = X}$$

$$\Rightarrow R^4 c^4 X^2 + 2 R^2 c^2 X - 1 = 0$$

$$D = +R^4 c^4 + R^4 c^4 \Rightarrow D = 0$$

Une solution Double :

$$D = 2 R^4 c^4, \sqrt{D} = \pm \sqrt{2 R^4 c^4}$$

$$X_1 = \frac{-R^2 c^2 - \sqrt{2 R^4 c^4}}{2 R^4 c^4} \Rightarrow \text{rejeté}$$

$$\boxed{X_2 = \frac{-R^2 c^2 + \sqrt{2 R^4 c^4}}{2 R^4 c^4} > 0 \text{ accepté}}$$

$$\Rightarrow \omega^2 = X \Rightarrow \omega = \sqrt{X}$$

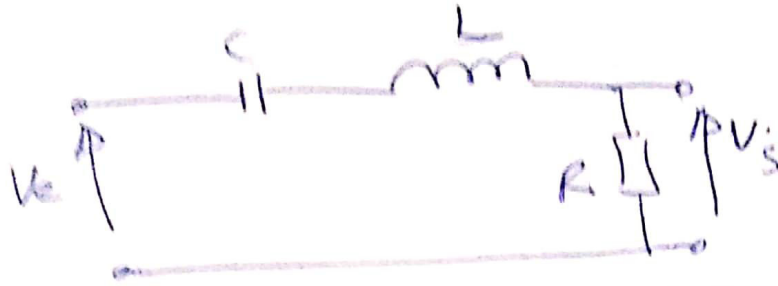
$$\Rightarrow \omega_1 = \sqrt{X}$$

$$\omega_2 = \frac{-R^2 c^2 + \sqrt{2 R^4 c^4}}{2 R^4 c^4}$$

C'est la solution

$$\omega_2 = -\sqrt{X} \Rightarrow \text{rejeté}$$

Solution Exercise No. 04



$$H(j\omega) = \frac{R}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{jRC\omega}{1 - LC\omega^2 + jRC\omega} = H(j\omega)$$

$$H(j\omega) = \frac{T_0}{1 + Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} = \frac{T_0}{1 + jQ\left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}\right)}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad m = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$$

$$Q = L/2m$$

$$H(j\omega) = \frac{T_0 + 2jQm \frac{\omega}{\omega_0}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + 2jQm \frac{\omega}{\omega_0}}$$

- Étude suivant le diagramme de Bode:

$$|H(j\omega)| = \frac{|T_0|}{1 + Q^2 \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right)^2} \quad Q = \text{only } \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right)$$

Étude aux limites

Phase & gain

$$\omega \rightarrow 0 \quad f \rightarrow 0 \Rightarrow |H| = 0, G_{dB} \rightarrow -\infty, \quad \varphi = \frac{\pi}{2}$$

$$\omega \rightarrow \infty \quad f \rightarrow \infty \Rightarrow |H| = 0, G_{dB} \rightarrow -\infty, \quad \varphi = -\frac{\pi}{2}$$

$$\omega \rightarrow \omega_0 \quad f \rightarrow f_0 \Rightarrow |H(j\omega)| = |T_0|, G_{dB} = G_0, \quad \varphi = 0$$

$H(z)$ présente un maximum pour $f=f_0$
ou $\omega = \omega_0$

Asymptotes

* $f \ll f_0$ ($\omega \ll \omega_0$), $H(z) \rightarrow |T_0| = d / (f_0 - Q^2)$

$$G \rightarrow 20 \log_{10}(f) + 20 \log_{10}(|T_0|/Q) - 20 \log_{10}(f_0)$$

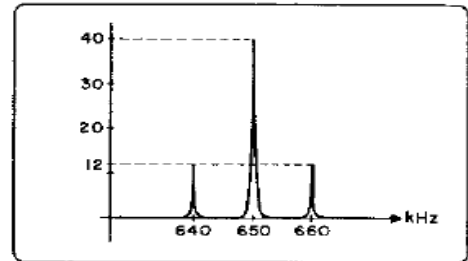
* $f \gg f_0$ $H(z) \rightarrow |T_0|/Q \cdot f$

$$G \rightarrow -20 \log_{10}(f) + 20 \log_{10}(|T_0|/Q) + 20 \log_{10}(f_0)$$

TD3 Modulation AM

Exercice 1

Un analyseur de spectre permet d'obtenir la représentation d'un spectre sur un écran. Un signal AM branché à un analyseur de spectre est représenté ci-dessous.



Questions :

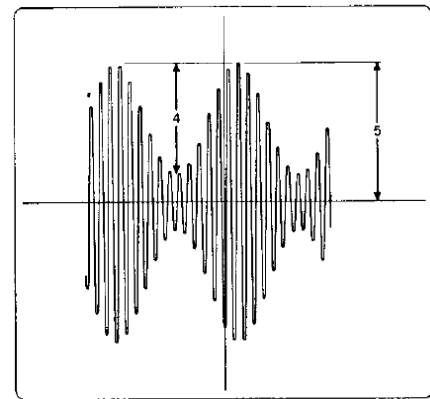
1. Quelle est la fréquence de porteuse ?
2. Quelle est la fréquence de l'onde modulante ?
3. Quelle est la bande de fréquence occupée par le signal AM ?
4. Quel est le taux de modulation ?
5. Quels sont les avantages de la modulation ?

Exercice 2

Un signal AM a une fréquence de porteuse de 100 kHz, une fréquence modulante de 4 kHz et une puissance d'émission de 150 kW; le signal capté au récepteur est visualisé sur oscilloscope.

Questions :

- a) Quelles sont les fréquences contenues dans l'onde modulée ?
- b) Quelle est la bande de fréquence de l'onde modulée ?
- c) Quel est le taux de modulation ?
- d) Quelle est la puissance contenue dans la porteuse ?
- e) Quelle est la puissance contenue dans chacune des bandes latérales ?



Exercice 3

Soit le signal AM: $5 \cos(10^6 t) + 3.5 \cos(10^3 t) \cos(10^6 t)$.

Questions :

- a) Quelle est la fréquence de porteuse ?
- b) Quelle est la fréquence modulante ?
- c) Quel est le taux de modulation ?

Exercice 4:

1. Soit un signal $V_1(t)=V_1\cos(2\pi f_1t)$, et $V_2(t)=V_2\cos(2\pi f_2t)$, faites le produit des deux cosinusoides. Exprimez ce produit comme une somme de signaux co-sinusoidaux.
2. Sachant que le spectre du signal cosinusoidal $V_1(t)$ est représenté par une raie à la fréquence f_1 et d'amplitude V_1 , tracez le spectre du produit des deux cosinusoides.
3. Soit: $V_m(t)=V_m\cos(2\pi f_mt)$, un signal de fréquence $f_m=100$ Hz. Supposons un signal porteuse $V_p(t)=V_p\cos(2\pi f_pt)$, dont la fréquence $f_p=1$ kHz. Si le signal modulé s'écrit: $v(t)=V_p[1+V_m\cos(2\pi f_mt)] \cos(2\pi f_pt)$. Tracer le spectre de $v(t)$.
4. On suppose maintenant que $V_m(t)=V_1\cos(2\pi f_1t)+V_2\cos(2\pi f_2t)$. Le signal modulé s'écrit: $v(t)=V_p[1+V_m(t)] \cos(2\pi f_pt)$, calculez le spectre de $v(t)$.

Solution TD3 AM :

Exercice 1 :

1. La fréquence de porteuse est 650 kHz.
2. La fréquence de l'onde modulante est: $660 \times 10^3 - 650 \times 10^3 = 10 \text{ kHz}$.
3. La bande de fréquence occupée par le signal AM se situe entre les fréquences latérales 640 kHz et 660 kHz, soit 20 kHz.
4. La porteuse a pour amplitude A, tandis que les bandes latérales ont pour amplitude $m \cdot A_c / 2$; le rapport de ces amplitudes est : $(m A_c / 2) / A_c = m / 2 = 12 / 40 = 0.3 \Rightarrow m = 0.6$

Attention, on peut dire que $m = A - B / (A + B)$, mais on ne peut pas dire que $A = 40 + 12$ et $B = 40 - 12$ car rien ne suppose que $\sin(\omega_p t) = 1$ quand $\sin(\omega_p - \omega_f) = 1$.

5. les avantages de la modulation:

a) La possibilité d'émettre plusieurs messages à la fois, soit en choisissant des fréquences porteuses différentes (multiplexage de fréquence), soit en émettant des échantillons de différents messages à des intervalles réguliers (multiplexage de temps).

b) Des meilleures possibilités de propagation d'ondes et de choix d'antennes réalisables.

c) une certaine protection contre les bruits.

Exercice 2:

a) Les fréquences de l'onde AM sont **fc-fm , fc , fc+fm , soit 96 kHz, 100 kHz, 104 kHz.**

b) Le signal AM est contenu dans la gamme de fréquences allant de 96 kHz à 104 kHz, soit 8 kHz.

c) L'amplitude maximale du signal AM est 5 et l'amplitude minimale est 1.

$$m = \frac{5 - 1}{5 + 1} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$

Remarque : l'amplitude de l'enveloppe est $4/2 = 2$; l'amplitude de la porteuse est donc $5 - 2 = 3$. D'où le taux de modulation: $2/3 = 0,66$;

d) La puissance de la porteuse P_c est, d'après la relation:

$$P_c = \frac{P_t}{1 + \frac{m^2}{2}} = \frac{150 \times 10^3}{1 + \frac{(0,66)^2}{2}} = 122,7 \text{ kW}$$

Exercice 3

On peut réécrire le signal sous la forme : $5 [1 + 0,7 \cos 10^3 t] \cos 10^6 t$

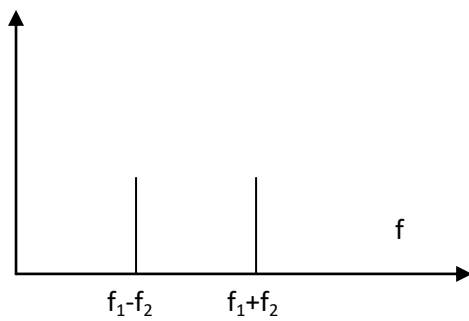
La fréquence de porteuse est : $\left| \frac{10^6}{2\pi} = 159,15 \text{ kHz} \right|$

La fréquence modulante est $\frac{10^3}{2\pi} = 159 \text{ Hz}$

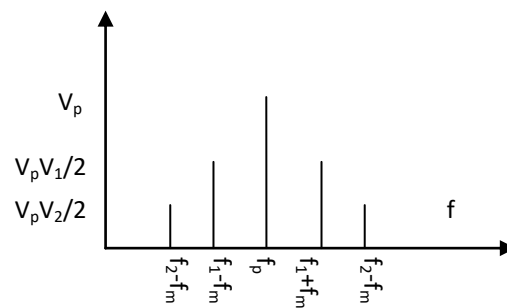
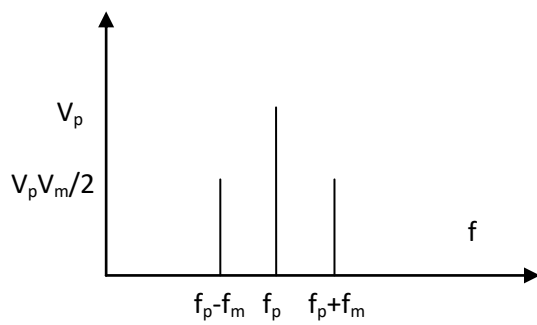
Le taux de modulation est 0.7 (Rmq si on effectue le produit, on trouve $0.35 \cos(\omega_p t + \omega_f t)$ et $0.35 \cos(\omega_p t - \omega_f t)$ comme précédemment.

Exercice 4:

1. $V(t) = V_1 V_2 \cos(2\pi f_1 t) \cos(2\pi f_2 t) = 0,5 [\cos(2\pi(f_1 + f_2)t) + \cos(2\pi(f_1 - f_2)t)]$
2. Le spectre est comme suit:



3. le spectre de V:





TD4 Modulation FM

Exercice 1 Les signaux de fréquence variable

Un signal $s(t)$ de fréquence 1 MHz d'amplitude 1V est modulé en fréquence. L'onde modulante est une onde sinusoïdale d'amplitude $ABF = 2,5$ V et de fréquence $fBF = 500$ Hz. L'excursion de modulation est 5,5 kHz.

1- Ecrire l'expression mathématique du signal modulé, déterminer l'indice de modulation.

Exercice 2 Les signaux de fréquence variable

Soit le signal modulé en fréquence suivant $v(t) = V_0 \cos(\omega_1 t + 0.5 \sin(\omega_2 t))$

On prendra : $V_0 = 1$ V , $\omega_1 = 10^7$ rad/s et $\omega_2 = 10^4$ rad/s.

1 – Donner la fréquence de la porteuse, la fréquence modulante, l'excursion en fréquence, l'indice de modulation et l'encombrement spectral.

2 – Représenter l'allure du spectre $S(F)$. Donner la bande de fréquence occupée par $S(F)$.

Exercice 3 Signal FM (*connaître les propriétés d'un signal modulé en fréquence*)

On considère le signal modulé en fréquence dont l'expression est :

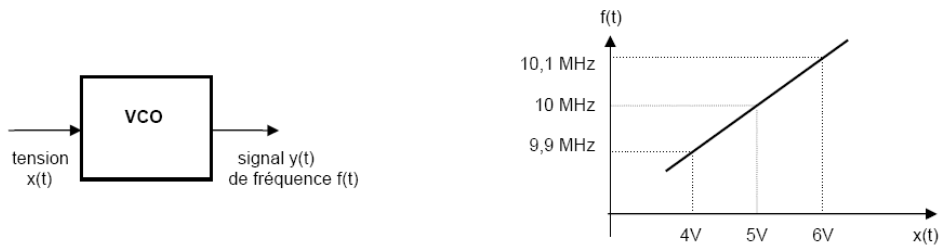
$e(t) = 10 \cos[6283200t - 5 \cos(3141t)]$. Déterminer :

- ✓ l'expression de sa fréquence instantanée $f(t)$
- ✓ la fréquence f_0 de la porteuse
- ✓ la fréquence F du signal modulant
- ✓ l'excursion en fréquence Δf
- ✓ l'indice de modulation m
- ✓ l'allure du spectre du signal modulé
- ✓ son encombrement spectral B
- ✓ sa puissance sur une antenne $R = 50 \Omega$

$$P = \frac{\left(\frac{E}{\sqrt{2}}\right)^2}{R} = \frac{E^2}{2R}$$

Exercice 4 Production d'un signal FM (*comment on produit un signal FM à l'aide d'un VCO*)

Pour fabriquer un signal modulé en fréquence, on utilise un VCO ayant la caractéristique suivante:



On applique à l'entrée de ce VCO le signal $x(t) = 5 + 0,5\cos(2\pi Ft)$ avec $F = 10$ kHz.

- 1) Calculer la fréquence centrale **f₀** du signal en sortie et son excursion en fréquence **Δf**.
- 2) En déduire l'indice de modulation **m**.
- 3) Sachant que le VCO fournit en sortie une tension d'amplitude 5V, tracer le spectre du signal **y(t)** produit par le VCO et en déduire la largeur de bande **B** occupée par ce signal.

Tableau des fonctions de Bessel

m	J₀	J₁	J₂	J₃	J₄	J₅	J₆	J₇	J₈	J₉	J₁₀
0,25	0,98	0,12									
0,5	0,94	0,24	0,03								
1,0	0,77	0,44	0,11	0,02							
1,5	0,51	0,56	0,23	0,06	0,01						
2,0	0,22	0,58	0,35	0,13	0,03						
2,5	-0,05	0,50	0,45	0,22	0,07	0,02					
3,0	-0,26	0,34	0,49	0,31	0,13	0,04	0,01				
4,0	-0,40	-0,07	0,36	0,43	0,28	0,13	0,05	0,02			
5,0	-0,18	-0,33	0,05	0,36	0,39	0,26	0,13	0,05	0,02		
6,0	0,15	-0,28	-0,24	0,11	0,36	0,36	0,25	0,13	0,06	0,02	

Solution TD 4. FM:

Exercice 1 Les signaux de fréquence variable

Un signal $s(t)$ de fréquence 1 MHz d'amplitude 1V est modulé en fréquence. L'onde modulante est une onde sinusoïdale d'amplitude $ABF = 2,5$ V et de fréquence $f_{BF} = 500$ Hz. L'excursion de modulation est 5,5 kHz.

Ecrire l'expression mathématique du signal modulé, déterminer l'indice de modulation.

Correction

$$v_r(t) = 1 \cos \left(2\pi f_p t + \frac{k_f A}{2\pi f_m} \sin(2\pi f_{BF} t) \right), f_p = 1 \text{ MHz}$$

L'excursion de modulation représente la déviation fréquentielle !

L'indice de modulation est : $5500/500=11$.

Exercice 2 Les signaux de fréquence variable

Soit le signal modulé en fréquence suivant $v(t) = V_0 \cos(\omega_1 t + 0.5 \sin(\omega_2 t))$

On prendra : $V_0 = 1$ V , $\omega_1 = 10^7$ rad/s et $\omega_2 = 10^4$ rad/s.

1 – Donner la fréquence de la porteuse, la fréquence modulante, l'excursion en fréquence, l'indice de modulation et l'encombrement spectral.

2 – Représenter l'allure du spectre $S(F)$. Donner la bande de fréquence occupée par $S(F)$.

Correction :

Fréquence porteuse = 20pi MHz

Indice de modulation = 0.5

Excursion en fréquence = $0,5 * 2 * \pi * 10$ kHz.

Encombrement spectral : $2 * (\Delta f + f_m)$

Exercice 3 Signal FM (connaître les propriétés d'un signal modulé en fréquence)

On considère le signal modulé en fréquence dont l'expression est :

$e(t) = 10 \cdot \cos[6283200t - 5\cos(3141t)]$. Déterminer :

- ✓ l'expression de sa fréquence instantanée $f(t)$
- ✓ la fréquence f_0 de la porteuse
- ✓ la fréquence F du signal modulant
- ✓ l'excursion en fréquence Δf
- ✓ l'indice de modulation m
- ✓ l'allure du spectre du signal modulé
- ✓ son encombrement spectral B
- ✓ sa puissance sur une antenne $R = 50 \Omega$

$$P = \frac{\left(\frac{E}{\sqrt{2}}\right)^2}{R} = \frac{E^2}{2R}$$

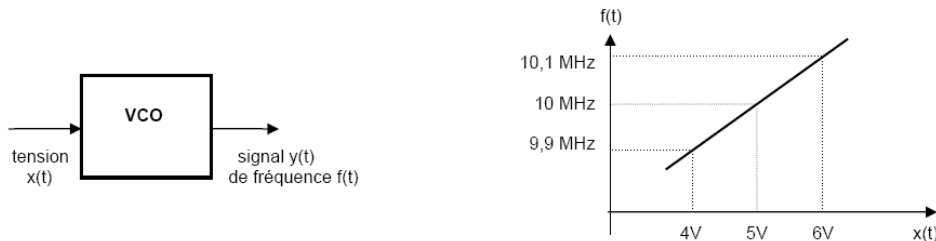
Corrigée:

$\theta(t) = 6283200t - 5\cos(3141t)$ $\omega(t) = \theta'(t) = 6283200 + 5.3141\sin(3141t)$

- ✓ $f(t) = 1000000 + 2500\sin(2\pi.500t)$ soit : $f_0 = 1 \text{ MHz}$ $F = 500 \text{ Hz}$ $\Delta f = \pm 2,5 \text{ kHz}$
- ✓ indice de modulation : $m = 2500/500 = 5$ bande occupée $B = 2(\Delta f + F) = 6 \text{ kHz}$ (se lit aussi sur le spectre)
- ✓ puissance : $P = 1 \text{ W}$

Exercice 4 Production d'un signal FM (comment on produit un signal FM à l'aide d'un VCO)

Pour fabriquer un signal modulé en fréquence, on utilise un VCO ayant la caractéristique suivante:



On applique à l'entrée de ce VCO le signal $x(t) = 5 + 0,5\cos(2\pi Ft)$ avec $F = 10 \text{ kHz}$.

- 1) Calculer la fréquence centrale **f₀** du signal en sortie et son excursion en fréquence Δf .
- 2) En déduire l'indice de modulation **m**.
- 3) Sachant que le VCO fournit en sortie une tension d'amplitude 5V, tracer le spectre du signal $y(t)$ produit par le VCO et en déduire la largeur de bande **B** occupée par ce signal.

Tableau des fonctions de Bessel

m	J ₀	J ₁	J ₂	J ₃	J ₄	J ₅	J ₆	J ₇	J ₈	J ₉	J ₁₀
0,25	0,98	0,12									
0,5	0,94	0,24	0,03								
1,0	0,77	0,44	0,11	0,02							
1,5	0,51	0,56	0,23	0,06	0,01						
2,0	0,22	0,58	0,35	0,13	0,03						
2,5	-0,05	0,50	0,45	0,22	0,07	0,02					
3,0	-0,26	0,34	0,49	0,31	0,13	0,04	0,01				
4,0	-0,40	-0,07	0,36	0,43	0,28	0,13	0,05	0,02			
5,0	-0,18	-0,33	0,05	0,36	0,39	0,26	0,13	0,05	0,02		
6,0	0,15	-0,28	-0,24	0,11	0,36	0,36	0,25	0,13	0,06	0,02	

Corrigée:

1) $f_0 = 10 \text{ MHz}$. $\Delta f = \pm 50 \text{ kHz}$

2) $m = 5$.

3) bande occupée $B = 160 \text{ kHz}$ (lue sur le spectre) et $B = 120 \text{ kHz}$ (par la formule de Carson).