



Cours Hydraulique Générale I

Dr Miloudi Abdelmonem

Niveau Deuxième Science Technologie

Spécialité Hydraulique

Semestre 4

Promotions 2019-2020

CHAPITRE : DYNAMIQUE DES FLUIDES PARFAITS INCOMPRESSIBLES

Table des matières

I – Généralités :	2
1) Ecoulement permanent ou stationnaire :	2
2) Ligne de courant, tube de courant :	2
3) Débit :	3
II – Conservation du débit :	4
III – Théorème de BERNOULLI :	5
1) Théorème de Bernoulli :	5
2) Autres formes du théorème de Bernoulli :	6
3) Application du théorème de Bernoulli :	7
VI- Fluide parfait traversant une machine hydraulique :	9
1) conservation de l'énergie :	9
2) Puissance mise en jeu :	9
Remarque :	10

DYNAMIQUE DES FLUIDES PARFAITS INCOMPRESSIBLES

I – Généralités :

La dynamique des fluides est la science qui s'intéresse au comportement des fluides en mouvement.

On considère que les fluides étudiés sont parfaits et incompressibles (On ne tiendra pas compte des effets de viscosité $\mu = 0$ et $\rho = \text{cte}$)

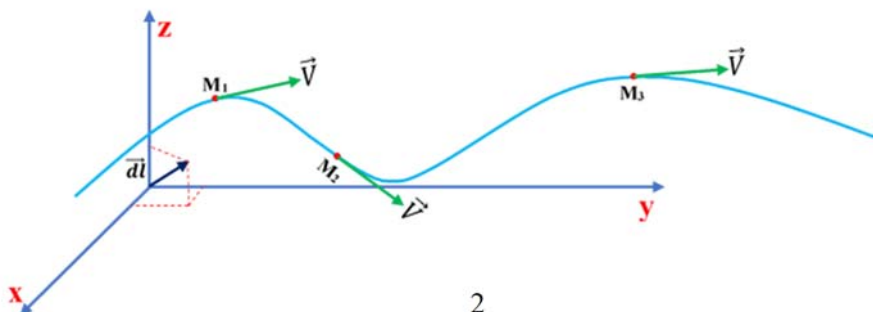
1) Écoulement permanent ou stationnaire :

Un écoulement est dit permanent ou stationnaire, si les paramètres qui caractérisent le fluide (pression, vitesse, température, masse volumique) sont indépendants du temps en chacun des points de l'écoulement.

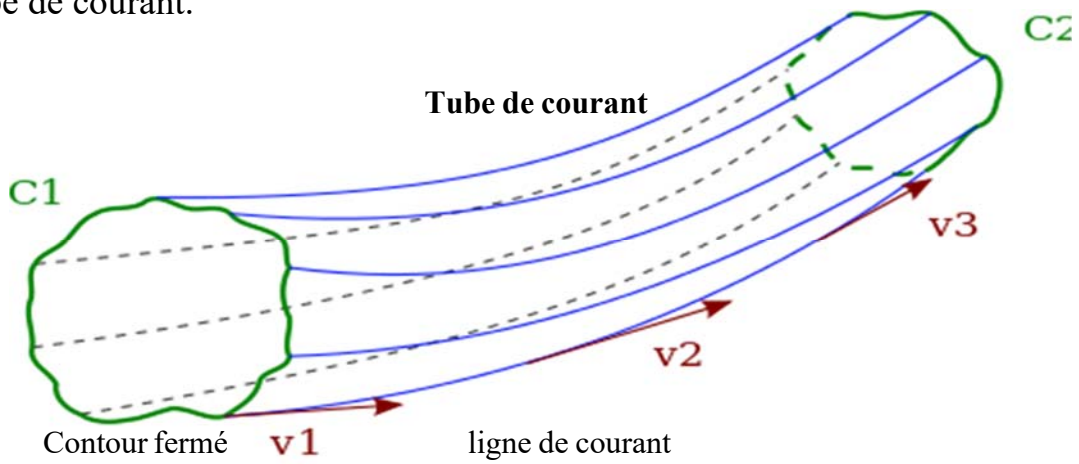
2) Ligne de courant, tube de courant :

Une ligne de courant est une ligne tangente en tous ces points au vecteur vitesse des particules qui se trouvent sur cette ligne au moment donné. L'ensemble des lignes de courant s'appuyant sur un contour fermé forme le

Ligne de courant



Tube de courant.



Remarque :

En écoulement permanent, la ligne de courant et la trajectoire se coïncident.

3) Débit :

Le débit est la quantité de fluide écoulee pendant le temps t . La quantité peut être définie par un volume ou une masse. Par conséquent on définit alors :

- Débit volumique :

$$Q_v = \frac{\text{volume}}{\text{temps}} \quad \text{en [m}^3\text{/s]}$$

- Débit massique :

$$Q_m = \frac{\text{Masse}}{\text{temps}} \quad \text{en [Kg/s]}$$

- On a : $\rho = \text{masse} / \text{volume}$ \longrightarrow $Q_m = \rho \cdot Q_v$

Dans la pratique on s'intéresse à la vitesse moyenne V_m dans une section donnée.

$$Q_v = V_m \cdot S$$

La vitesse moyenne V_m est appelée aussi vitesse débitante

$$V_m = \frac{Q_v}{S}$$

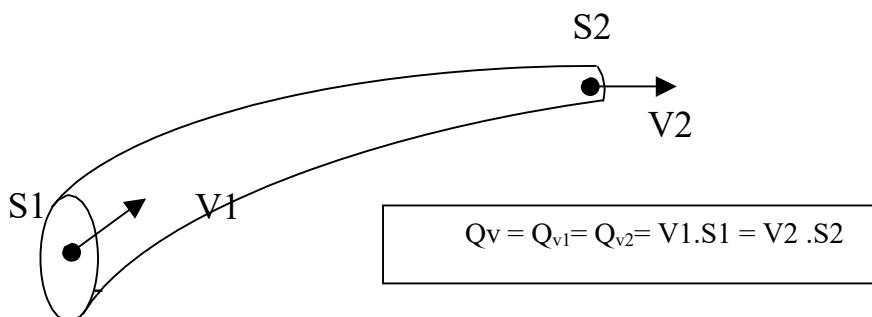
V_m : vitesse moyenne (m/s)

Q : Débit volumique (m^3/s)

S : section (m^2)

II- Conservation du débit :

Le long d'un tube de courant, le débit volumique d'un fluide incompressible se conserve.



Puisque le fluide est incompressible $\rho = \text{cte}$:

$$Q_m = \rho \cdot Q_v \longrightarrow Q_m = Q_{m1} = Q_{m2} = \rho \cdot V_1 \cdot S_1 = \rho \cdot V_2 \cdot S_2$$

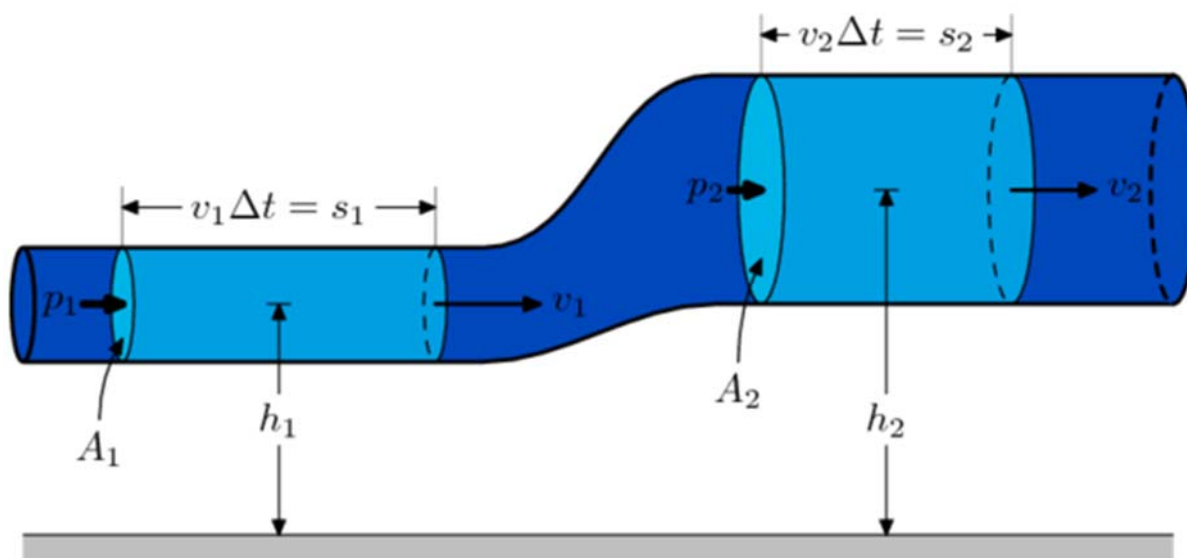
III – Théorème de BERNOULLI :

1) Théorème de Bernoulli :

Soit un écoulement permanent d'un fluide parfait incompressible dans une conduite. Les deux sections S_1 et S_2 délimitent à l'instant t une certaine masse de fluide. Les caractéristiques du fluide à l'instant t sont :

- En S_1 : ρ , v_1 , p_1 et z_1
- En S_2 : ρ , v_2 , p_2 et z_2

A l'instant $(t + dt)$, cette masse se déplace et se trouve entre deux sections S'_1 et S'_2 . On a donc $dm = dm_1 = dm_2$



Appliquons le théorème de l'énergie cinétique à dm : (La variation de l'énergie cinétique est égale à la somme des travaux des forces extérieures)

$$\Rightarrow \Delta E_c(dm) = \sum W_{1 \rightarrow 2}$$

La variation de l'énergie cinétique : $\Delta E_c(dm) = \frac{1}{2} dm(v_2^2 - v_1^2)$

Travail de force de pesanteur : $W_p = (z_1 - z_2) \cdot g \cdot dm$

Travail des forces intérieures est nul car le fluide est parfait ($\mu = 0$)

Travail des forces de pression : Sur S_1 : $W_{p1} = F_{p1} \cdot x_1 = p_1 \cdot S_1 \cdot v_1 \cdot dt$

Sur S_2 : $W_{p2} = -F_{p2} \cdot x_2 = -p_2 \cdot S_2 \cdot v_2 \cdot dt$

Sur surface latérale : $W_{pL} = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} dm(v_2^2 - v_1^2) = p_1 S_1 v_1 dt - p_2 S_2 v_2 dt + (z_1 - z_2) g dm$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} dm \rho (v_2^2 - v_1^2) = p_1 \rho S_1 v_1 dt - p_2 \rho S_2 v_2 dt + (z_1 - z_2) \rho g dm$$

Or, d'après l'équation de conservation du débit : $dm = \rho \cdot S_1 \cdot v_1 \cdot dt = \rho \cdot S_2 \cdot v_2 \cdot dt$

Donc $\frac{1}{2} dm \cdot \rho \cdot (v_2^2 - v_1^2) = p_1 \cdot dm - p_2 \cdot dm + (z_1 - z_2) \cdot \rho \cdot g \cdot dm$

$$\boxed{p_1 + \rho \cdot g \cdot z_1 + \rho \frac{v_1^2}{2} = p_2 + \rho \cdot g \cdot z_2 + \rho \frac{v_2^2}{2}}$$

$$\Rightarrow \boxed{p + \rho \cdot g \cdot z + \rho \frac{v^2}{2} = Cte} \text{ en } (P_a) \quad (1)$$

Les termes de cette équation sont des énergies par unité de volume (J/m^3), ce sont aussi des termes de pression (P_a).

En effet, $1J/ m^3 = 1N \cdot m/m^3 = 1N/m^2 = 1P_a$

Donc le théorème de Bernoulli traduit la conservation de l'énergie par unité de volume.

- **p** : Pression statique : C'est la grandeur que l'on mesure par exemple par un manomètre ou l'énergie potentielle de pression/ unité de volume.
- **$\rho g z$** : Energie potentielle de position par unité de volume
- **$\frac{1}{2} \rho V^2$** : Energie cinétique par unité de volume ou pression dynamique

La quantité $(P + \rho g z + \frac{1}{2} \rho V^2)$ est appelée aussi la charge du fluide.

2) Autres formes du théorème de Bernoulli :

➤ En divisant toute l'expression (1) par ρg , on obtient :

$$\boxed{z + \frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\rho \cdot g} = Cte} \text{ (en m)}$$

Tous les termes sont des hauteurs unité le mètre (m) ou de l'énergie par unité de

poids. (J/N = N.m/N = m)

➤ En divisant toute l'expression (1) par ρ , on obtient :

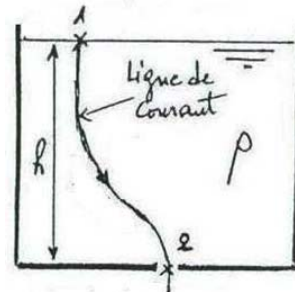
$$\boxed{\frac{1}{2}v^2 + g.z + \frac{p}{\rho} = Cte} \quad (\text{en J/kg})$$

Tous les termes sont des énergies par unité de masse.

3) Application du théorème de Bernoulli :

a- Vitesse de vidange d'un réservoir

Grand réservoir de section S
 Petit orifice de vidange de section s.
 Hypothèse : $S \gg s$
 Niveau constant $h = cte$



Le long de la ligne de courant on applique le théorème de Bernoulli :

$$p_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2 = p_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2} \rho V_2^2$$

La vitesse de vidange est $V = V_2$

$$V_2^2 = \frac{2(p_1 - p_2)}{\rho} + 2g(z_1 - z_2) + V_1^2$$

Réservoir ouvert à l'air libre $p_1 = p_{atm}$

Sortie du liquide à l'air libre $p_2 = p_{atm}$

$z_1 - z_2 = h$ plan de référence

$$D'où $V_2^2 = 2gh + V_1^2$$$

Puisqu'il y a écoulement $V_2 \neq 0$

La conservation du débit donne $Q = V_1 S = V_2 s$

$$V_1 = V_2 \frac{s}{S}$$

$$S \gg s \rightarrow \frac{s}{S} \rightarrow 0$$

$$V_2^2 = 2gh$$

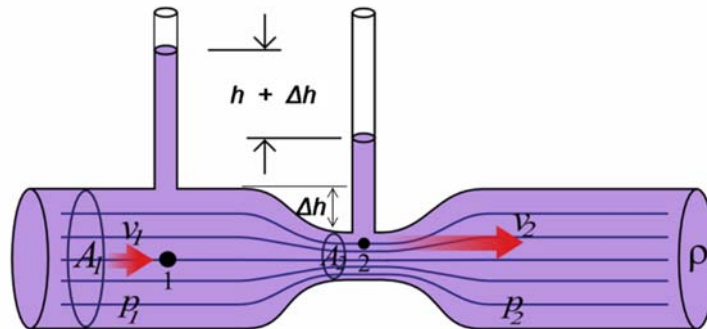


$$V_1 \rightarrow 0 \text{ d'où } V_1^2 = 0$$

La vitesse de vidange est donc $V = \sqrt{2gh}$: Formule de Torricelli

En réalité, la vitesse de vidange est plus faible, elle dépend de la viscosité et la forme de l'orifice de vidange.

b- Mesure du débit dans une conduite à l'aide du tube de VENTURI



$$p_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

$$Q = v_1 S_1 = v_2 S_2 \rightarrow v_2 = v_1 \frac{S_1}{S_2}$$

$$\frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) = p_1 - p_2 + \rho g (z_1 - z_2)$$

Dans ce cas : $z_1 - z_2 = 0$ conduite horizontale

$$\frac{1}{2} \rho v_1^2 \left[\left(\frac{S_1}{S_2} \right)^2 - 1 \right] = p_1 - p_2$$

$$v_1^2 = \frac{2(p_1 - p_2)}{\rho \left[\left(\frac{S_1}{S_2} \right)^2 - 1 \right]}$$

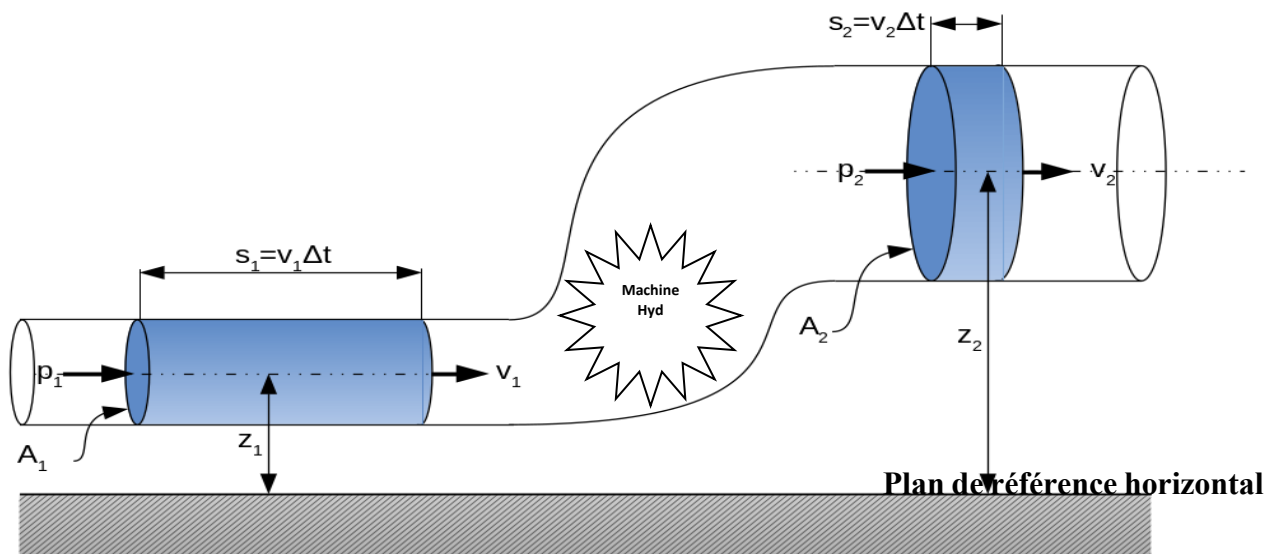
On connaît les caractéristiques des sections S_1 et S_2 .

Il suffit de mesurer la différence de pression ($p_1 - p_2$) grâce à un tube en U contenant un liquide manométrique, on aura le débit volumique :

$$Q = S_1 \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho \left[\left(\frac{S_1}{S_2} \right)^2 - 1 \right]}}$$

VI- Fluide parfait traversant une machine hydraulique :

1)conservation de l'énergie :



Machine hydraulique : $\left\{ \begin{array}{l} * \text{ Réceptrice : turbine} \\ * \text{ Génératrice : pompe} \end{array} \right.$

La turbine transforme l'énergie hydraulique du liquide en énergie mécanique.
La pompe transforme l'énergie mécanique fournie par un moteur en énergie hydraulique.

Considérons une machine hydraulique parcourue par un débit Q d'un fluide de masse volumique ρ . La conservation de l'énergie s'écrit :

$$p_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \pm E$$

E : Quantité positive (unité : Pascal), c'est l'énergie par unité de volume fournie par une pompe au liquide ou absorbée par une turbine.

On écrira : $\left\{ \begin{array}{l} + E \text{ pour une M. réceptrice} \\ - E \text{ pour une M. Génératrice} \end{array} \right.$

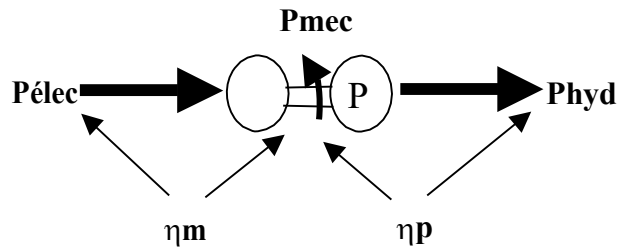
2)Puissance mise en jeu :

○ Puissance hydraulique :

$$P_{\text{hyd}} = E \times Q$$

(w) (Pa) (m³/s)

- Cas d'une pompe :



η_m et η_p sont respectivement les rendements du moteur électrique et de la pompe

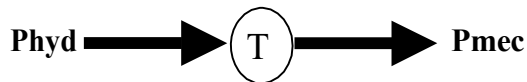
Puissance mécanique :

$$P_{\text{mec}} = P_{\text{hyd}} / \eta_p \quad (\text{w})$$

Puissance électrique :

$$P_{\text{elec}} = P_{\text{mec}} / \eta_m = P_{\text{hyd}} / (\eta_p \cdot \eta_m) = E \cdot Q / (\eta_p \cdot \eta_m) \quad (\text{w})$$

- Cas d'une turbine



$$P_{\text{méca}} = P_{\text{hyd}} \cdot \eta_T \quad (\text{w})$$

η_T : Rendement de la turbine

Remarque :

Pour les applications numériques, on doit utiliser les unités du S.I., mais le résultat final peut être donné dans un autre système.

Quand on applique la conservation de l'énergie :

- on doit respecter le sens de l'écoulement
- on peut travailler avec les pressions effectives ou absolues (si p_1 est effective alors p_2 doit être effective et si p_1 est absolue alors p_2 doit être absolue)