

A)-Ecoulement perpendiculaire à une rangée de tubes réguliers

La vitesse maximale est déterminée à partir de la conservation de la masse requise pour un écoulement incompressible régulier. Pour une disposition en ligne, la vitesse maximale se produit dans la zone d'écoulement minimum entre les tubes, et la conservation de la masse peut être exprimée comme (Fig. A)

$$\rho V A_1 = \rho V_{\max} A_T \text{ ou } V S_T = V_{\max} (S_T - D)$$

$$V_{\max} = \frac{S_T}{(S_T - D)} V$$

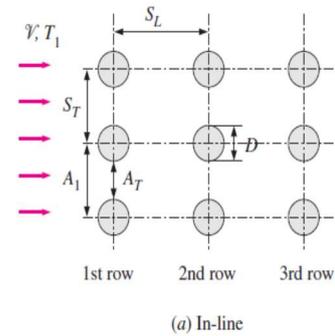


Fig. A

B- Ecoulement perpendiculaire à une rangée de tubes décalés :

Dans la disposition décalée, le fluide approchant à travers la zone A₁ de la figure (7-26b) traverse la zone A_T puis la zone 2A_D en s'enroulant autour du tuyau de la rangée suivante. Si (2A_D > A_T) , la vitesse maximale se produira toujours à A_T entre les tubes, et donc la relation V_{max} (Eq. 7-40) peut également être utilisée pour de tubes décalée. Mais si (2A_D < A_T) ou si 2(S_D-D) < (S_T-D)

S_D : c'est le pas diagonal.

La vitesse maximale se produira dans les sections transversales diagonales, et la vitesse maximale dans ce cas devient :

$$S_D < (S_T + D) / 2 : V_{\max} = \frac{S_T}{2(S_D - D)} V$$

Puisque : $\rho V A_1 = \rho V_{\max} (2A_D)$, ou $V S_T = 2V_{\max} (S_D - D)$

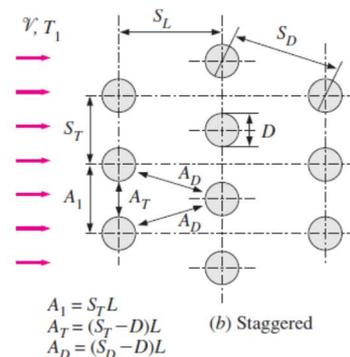


Fig. B

Dans les deux représentations après les premières rangées, le coefficient de transfert de chaleur reste constant. Plusieurs corrélations, toutes basées sur des données expérimentales, ont été proposées pour le nombre de Nusselt moyen pour l'écoulement transversal sur des rangées de tubes. Plus récemment, ZUKAUSKAS a proposé des corrélations dont la forme générale est :

$$N_{U_D} = \frac{hD}{\lambda} = C R_{e_D}^m Pr^n (Pr / Pr_s)^{0,25}$$

Où : C , m et n sont les valeurs des constantes dépendent de la valeur du nombre de Reynolds. Ces corrélations sont explicitées dans le tableau ci-dessous pour : $0,7 < Pr < 500$ et $0 < Re_D < 2.10^6$

| Arrangement | Range of Re_D | Correlation |
|-------------|-----------------------------------|--|
| In-line | 0–100 | $Nu_D = 0.9 Re_D^{0.4} Pr^{0.36} (Pr/Pr_s)^{0.25}$ |
| | 100–1000 | $Nu_D = 0.52 Re_D^{0.5} Pr^{0.36} (Pr/Pr_s)^{0.25}$ |
| | 1000– 2×10^5 | $Nu_D = 0.27 Re_D^{0.63} Pr^{0.36} (Pr/Pr_s)^{0.25}$ |
| | 2×10^5 – 2×10^6 | $Nu_D = 0.033 Re_D^{0.8} Pr^{0.4} (Pr/Pr_s)^{0.25}$ |
| Staggered | 0–500 | $Nu_D = 1.04 Re_D^{0.4} Pr^{0.36} (Pr/Pr_s)^{0.25}$ |
| | 500–1000 | $Nu_D = 0.71 Re_D^{0.5} Pr^{0.36} (Pr/Pr_s)^{0.25}$ |
| | 1000– 2×10^5 | $Nu_D = 0.35 (S_T/S_L)^{0.2} Re_D^{0.6} Pr^{0.36} (Pr/Pr_s)^{0.25}$ |
| | 2×10^5 – 2×10^6 | $Nu_D = 0.031 (S_T/S_L)^{0.2} Re_D^{0.8} Pr^{0.36} (Pr/Pr_s)^{0.25}$ |

L'incertitude des valeurs du nombre de Nusselt obtenues de ces relations est de 15%. Notez que toutes les propriétés sauf Pr_s doivent être évaluées à la température moyenne du fluide, ce dernier est déterminée à partir de :

$$T_m = \frac{T_i + T_e}{2}$$

Le diamètre extérieur du tube D est prendre comme longueur caractéristique. La disposition des tubes dans la rangée de tubes est caractérisée par le pas transversal S_T , le pas longitudinal S_L et le pas diagonal S_D entre les centres des tubes. Le pas diagonal est déterminé à partir de l'expression suivante :

$$S_D = \sqrt{S_L^2 + (S_T / 2)^2}$$

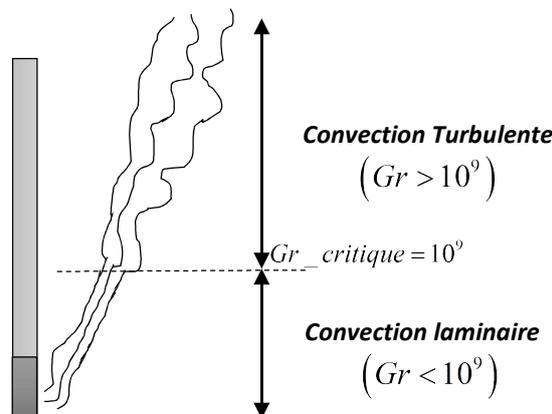
Lorsque le fluide pénètre dans la rangée de tubes, la zone d'écoulement diminue de :

$$(A_i = S_T L) \text{ à } (A_T = (S_T - D) / L)$$

II- Convection naturelle :

Le Nombre de Grashof est donc le rapport des forces de pesanteur qui agissent pour mettre en mouvement le fluide, aux forces de viscosité qui tendent à amortir ce mouvement. Plus Gr est grand, plus la convection naturelle sera intense.

Exemple :



L'expérience montre que l'écoulement en convection naturelle est d'abord laminaire, puis devient turbulent dans la partie supérieure, la transition ayant lieu à une cote correspondant à un Nombre de Grashof de l'ordre de 10^9 .

Les relations rendant compte des études expérimentales de transfert thermique en convection naturelle sont généralement de la forme :

$$N_u = C (Gr.Pr)^n$$

Les grandeurs physiques intervenant dans les nombres de Grashof et de Prandtl doivent être calculées pour la température moyenne :

$$T_m = \frac{T_p - T_\infty}{2}$$

L'exposant n prendra les valeurs suivantes :

- $n = 1/4$: lorsque la convection est laminaire.
- $n = 1/3$: lorsque la convection est turbulente.

La valeur du coefficient C dépend du régime de convection ainsi que de la géométrie et de l'inclinaison de la paroi.

Exemple d'Application :

Le mur d'un bâtiment a 6 m de haut et 10 m de long. Sous l'échauffement dû au soleil, sa température extérieure atteint 40°C. La température ambiante extérieure étant de 20°C, calculer la puissance thermique échangée par convection entre le mur et l'extérieur. On donne les propriétés physiques suivantes de l'air, à la température de 30°C : $\rho = 1,149 (Kg / m^3)$; $\lambda = 0,0258 (W / mK)$; $\mu = 18,4.10^{-6} (Pa.s)$; $C_p = 1006 (J / KgK)$

I.2 Couches Limites en Transfert Par Convection

Les solutions théoriques des problèmes d'échange de chaleur par convection sont basées sur la théorie de couche limite. Le terme « couche limite » a été introduit en 1904 par Ludwig Prandtl.

I.2.1 Couche limite hydrodynamique :

On considère l'écoulement sur une plaque plane comme représenté à la ci-dessous. Les particules fluides en contact avec la surface ont une vitesse nulle. Ces particules freinent les particules voisines dans les couches supérieures et cela sur une épaisseur δ , jusqu'à ce que cet effet de freinage devienne négligeable. Ce retard est accompagné de contraintes de cisaillement t intervenant dans les plans parallèles à la vitesse du fluide. En augmentant la distance à la surface, la vitesse u du fluide tend vers la vitesse u_{inf} .

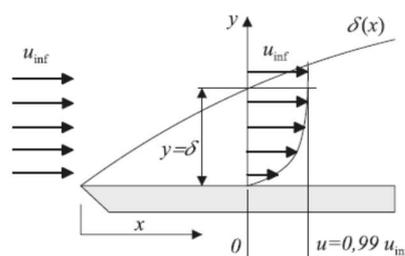


Fig. 3 : Développement de couche limite hydrodynamique sur une surface plane.

D'où :

δ : Est appelée l'épaisseur de la couche limite hydrodynamique. Elle est définie comme la distance à la surface correspondante à la vitesse $u = 0,99u_{inf}$.

L'épaisseur δ peut être déterminée à l'aide de l'expression suivante : $\frac{\delta}{x} = \frac{5}{\sqrt{Re_x}}$

La couche limite hydrodynamique se développe quel que soit l'écoulement et a une importance fondamentale pour le transfert par convection. Elle est directement liée aux contraintes de cisaillement à la surface τ_s et donc aux effets de frottement. L'épaisseur de la couche limite augmente avec la distance x .

- Pour un écoulement externe, elle fournit une base à l'évaluation du coefficient de frottement local :

$$C_f = \frac{2\tau_s}{\rho u_{inf}^2}$$

- Pour un fluide Newtonien (visqueux), le cisaillement à la surface peut être évalué à partir du gradient de vitesse à cette même surface :

$$\tau_s = \mu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0}$$

1.2.2 Couche limite thermique :

Considérons l'écoulement représenté sur la figure ci-dessous. Le fluide arrive à une température T_{inf} sur une plaque horizontale.

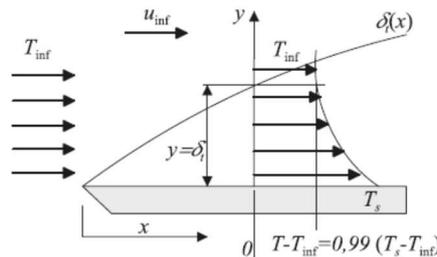


Fig.4 : Développement de la couche limite thermique sur une surface plane.

Les particules fluides en contact avec la surface de la plaque sont à la température de cette surface. Ces particules échangent de l'énergie avec les particules voisines, ce qui donne naissance à un gradient de température dans le fluide. Le domaine où ce gradient se développe est appelé la *couche limite thermique* et son épaisseur δ_t est définie comme la distance pour laquelle le rapport :

$$\frac{(T - T_{inf})}{(T_s - T_{inf})} = 0,99$$

L'épaisseur de la couche limite thermique augmente avec la distance x .

La densité de flux dans le fluide à la surface ($y = 0$) s'exprime à partir de la loi de Fourier :

$$\varphi = -\lambda_f \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0}$$

Cette chaleur est ensuite transportée par convection dans le fluide et la densité de flux s'exprime donc aussi selon la loi générale de Newton :

$$\varphi = h(T_s - T_{inf})$$

Ceci permet de mettre en évidence la relation entre le coefficient d'échange thermique par convection h et le gradient de température dans le fluide à la paroi :

$$h = \frac{-\lambda_f \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0}}{(T_s - T_{inf})}$$

Signification des couches limites

- La couche limite hydrodynamique est caractérisée par la présence de gradients de vitesses et de contraintes de cisaillement.
- La couche limite thermique est caractérisée par la présence de gradients de température. Le paramètre clé pour la couche hydrodynamique est le coefficient de frottement. Le paramètre clé pour la couche limite thermique est le coefficient d'échange thermique par convection.

I.2.3 Equations de la couche limite

a)- Equation de continuité

Considérons un écoulement de fluide (gaz ou liquide) sur une paroi plane à l'intérieur duquel se trouve un volume élémentaire (infiniment petit) $dV = dx dy dz$, fixe dans l'espace (fig.5). Les paramètres de vitesse du fluide suivant les 3 axes de coordonnées X, Y, Z sont respectivement u, v et w.

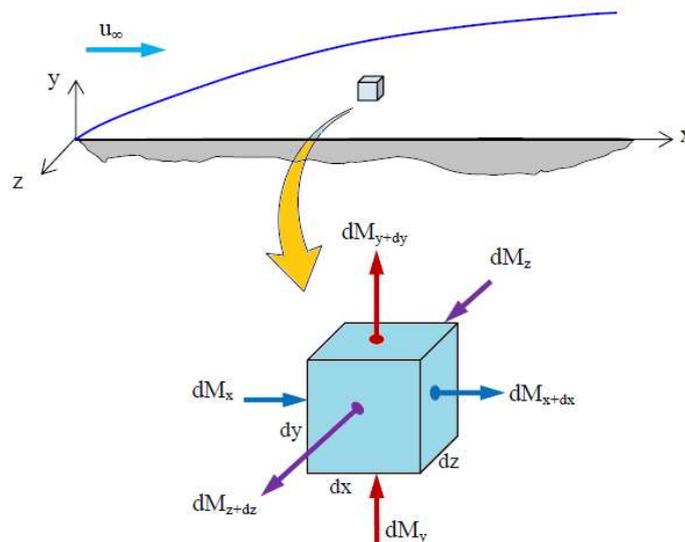


Fig. 5 : Volume élémentaire fixe dans l'écoulement de fluide.

La masse de fluide introduite dans le volume élémentaire par la facette de gauche de surface $ds = dy dz$ suivant l'axe X, est égale à :

$$dM_x = \rho u ds dt = \rho u dy dz dt \tag{1}$$

Le produit ρu représente la quantité de masse de liquide passant par unité de temps et de surface. Sur la facette de droite, la masse de fluide quittant le volume est égale à :

$$dM_{x+dx} = \rho u_{x+dx} dy dz dt \tag{2}$$

En se limitant aux 2 premiers termes du développement en série de Taylor cette expression, on obtient :

$$dM_{x+dx} = \left[\rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} dx \right] dy dz dt \tag{3}$$

La différence entre les masses de fluide sortante et introduite est égale à :

$$dM_x - dM_{x+dx} = -\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} dx dy dz dt = -\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} dV dt \quad (4)$$

Par analogie, nous obtenons les expressions suivantes suivant les axes Y et Z.

$$dM_y - dM_{y+dy} = -\frac{\partial(\rho v)}{\partial y} dV dt \quad (5)$$

$$dM_z - dM_{z+dz} = -\frac{\partial(\rho w)}{\partial z} dV dt$$

En additionnant les parties de droite des expressions (3), (4) et (5), nous obtenons les masses de fluide retenues dans le volume de contrôle qui engendrent la variation de la masse volumique du liquide du volume élémentaire, on obtient :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} dV dt = -\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} dV dt - \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} dV dt - \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} dV dt \quad (6)$$

Le facteur de gauche représente le taux d'augmentation de la masse de fluide dans le volume.

Après quelques simples transformations nous obtenons l'équation de continuité qui porte aussi le nom d'équation de conservation de la masse.

$$\Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho V) = 0 \quad (7)$$

Pour des liquides incompressibles ($\rho = Cts$), l'équation de continuité s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (8)$$

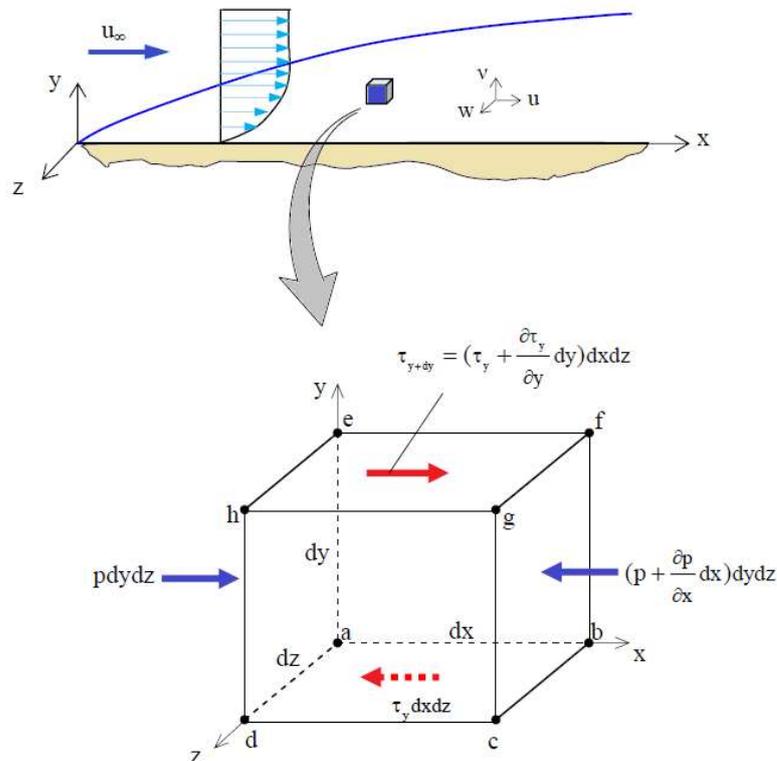


Fig. 6 : Volume élémentaire en mouvement dans l'écoulement.

B)- Equation de la conservation de quantité de mouvement

Nous considérons un écoulement de fluide sur une paroi plane et un volume élémentaire (infiniment petit) $dV = dxdydz$ (fig. 6). Sauf que cette fois-ci, le volume élémentaire de masse fixe se déplace avec le fluide.

La quantité du mouvement étant une quantité transportable, elle obéit aux lois de transport, par conséquent, elle est transportée par :

- **Convection** : où les particules entrent dans le volume de contrôle par leur propre vitesse ;
- **Diffusion** : dans ce cas, chaque particule cède sa vitesse à la particule placée devant elle par choc, et ceci jusqu'à l'entrée de la quantité transportable (quantité de mouvement) dans le volume de contrôle ou sa sortie du volume. De ceci découlent les équations de Navier-Stokes.

L'application de la deuxième loi fondamentale de la dynamique appliquée à une particule fluide en mouvement mène aux équations de conservation de quantité de mouvement ou équations de Navier-Stokes. Relativement à la figure (6), ci-dessous et sous forme conservative, elles peuvent être données par :

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla(\rho u \vec{V}) &= -\frac{dp}{dx} + \frac{d\tau_{xx}}{\partial x} + \frac{d\tau_{yz}}{\partial y} + \frac{d\tau_{zx}}{\partial z} + \rho f_x \\ \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \nabla(\rho v \vec{V}) &= -\frac{dp}{dy} + \frac{d\tau_{xy}}{\partial x} + \frac{d\tau_{yy}}{\partial y} + \frac{d\tau_{zy}}{\partial z} + \rho f_y \\ \frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \nabla(\rho w \vec{V}) &= -\frac{dp}{dz} + \frac{d\tau_{xz}}{\partial x} + \frac{d\tau_{yz}}{\partial y} + \frac{d\tau_{zz}}{\partial z} + \rho f_z \end{aligned} \quad (9)$$

Tels que :

f_x, f_y, f_z : Composantes des forces de gravité par unité de masse.

$\frac{\partial p}{\partial x}, \frac{\partial p}{\partial y}, \frac{\partial p}{\partial z}$: Forces de pression.

$\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x}, \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y}, \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z}$: Forces des surfaces.

Les contraintes ($\tau_{xx}, \tau_{yy}, \tau_{zz}$), pour un fluide Newtonien sont liées linéairement aux taux de déformation par l'intermédiaire de la viscosité dynamique du fluide, par les expressions suivantes :

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right); \tau_{xz} = \tau_{zx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right); \tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= -\frac{2}{3} \mu (\nabla \cdot \vec{V}) + 2\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \\ \tau_{yy} &= -\frac{2}{3} \mu (\nabla \cdot \vec{V}) + 2\mu \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) \\ \tau_{zz} &= -\frac{2}{3} \mu (\nabla \cdot \vec{V}) + 2\mu \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

Si les forces de gravité sont négligeable du système d'équations de quantité de mouvement, les termes à gauche représentent le taux de variation local de la quantité de mouvement et son transport par convection, et les termes à droite représentent le gradient de pression et le transport par diffusion.

C)- Equation de conservation de l'énergie :

L'équation d'énergie peut être obtenue par application du premier principe de la thermodynamique à un élément de fluide en mouvement : le taux variation de l'énergie à l'intérieur de l'élément du fluide est égal au flux net de chaleur dans l'élément plus le taux du travail sur l'élément du fluide dû aux forces de gravité et les forces de surfaces.

$$\frac{du}{dt} = \frac{dq}{dt} + \frac{dw}{dt} \Leftrightarrow A = B + C \tag{12}$$

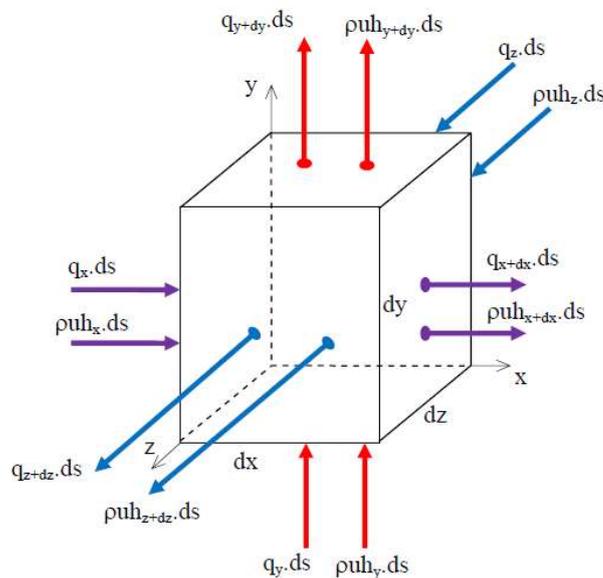


Fig.7 : Flux d'énergie associés avec un élément de fluide en mouvement.

En Appliquant la loi de conservation des énergies pour le volume élémentaire on a :

$$E_e + E_g = E_{st} + E_s \tag{13}$$

Dans cette expression nous devons prendre en considération d'autres types d'énergie, telles que l'énergie due au travail contre les forces de viscosité, qu'on appelle « dissipation visqueuse ». Cette énergie est souvent négligée dans les calculs pratiques.

L'énergie qui entre par les trois facettes dans le volume élémentaire est la somme de deux énergies (E_{cond1} et E_{conv1}). Et l'énergie qui sort par les trois facettes opposées est égale à la somme de deux énergies (E_{cond2} et E_{conv2}) d'où nous pouvons écrire les expressions suivantes :

$$E_e = E_{cond1} + E_{conv1}$$

$$E_s = E_{cond2} + E_{conv2}$$

Sur l'axe x :

$$\begin{cases} E_{cond1} = q|_x ds \\ E_{cond2} = q|_{x+dx} ds \end{cases} \text{ et } \begin{cases} E_{conv1} = \rho u h|_x \\ E_{conv2} = \rho u h|_{x+dx} \end{cases}$$

L'énergie de convection est obtenus à partie du produit de la masse du fluide dans le volume élémentaire (ρu) par la quantité d'énergie (portée par cette masse) représentée par l'enthalpie (h).

On introduit la notion d'énergie accumulée (E_{ac}) ou retenue dans le volume élémentaire qu'on note par $E_{ac} = E_e - E_s$, on peut écrire l'expression suivante :

$$E_{ac} = E_{ac1} + E_{ac2} = (E_{cond1} - E_{cond2}) + (E_{conv1} + E_{conv2}) \quad (14)$$

Avec :

$$E_{ac1} = (q|_x - q|_{x+dx}) dS = \left(q_x - \left(q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \right) \right) dS = -\frac{dq}{dx} dV, \text{ connue de la démonstration de}$$

l'équation d'énergie.

$$E_{ac2} = (\rho u h|_x - \rho u h|_{x+dx}) dS = \left(\rho u h|_x - \left(\rho u h|_x + \frac{\partial(\rho u h)}{\partial x} dx \right) \right) dS = -\frac{\partial(\rho u h)}{\partial x} dV$$

$$E_{ac2}|_x = -\frac{\partial q_x}{\partial x} dV + \left(-\frac{\partial(\rho u h)}{\partial x} dV \right) \quad (15)$$

Cette expression à l'énergie accumulée suivant l'axe x.

Les autres énergies accumulées suivant les axes y et z sont :

$$E_{ac2}|_y = -\frac{\partial q_y}{\partial y} dV + \left(-\frac{\partial(\rho v h)}{\partial y} dV \right) \quad (16)$$

$$E_{ac2}|_z = -\frac{\partial q_z}{\partial z} dV + \left(-\frac{\partial(\rho w h)}{\partial z} dV \right) \quad (17)$$

Le terme E_g : Energie générée de l'expression (13) est égal à : $E_g = \dot{q} dV$

Où \dot{q} : est le flux généré par unité de volume.

Pour le terme de l'énergie stockée, sachant que toute accumulée ou retenue dans le volume élémentaire servira à la variation de l'enthalpie de ce volume : $E_{ac} = dH$

On peut écrire :

$$dH = C_p \frac{\partial T}{\partial t} dV dt = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dV dt = \rho \frac{\partial h}{\partial t} dV dt \quad (18)$$

Où :

C_p : Chaleur spécifique volumique dont l'unité est $[KJ / m^3 K]$

c_p : Chaleur massique dont l'unité est $[KJ / KgK]$

D'où l'énergie stockée est égale à : $E_{st} = E_{ac} = dH = \rho c_p \frac{\partial h}{\partial t} dt dV$

Récrivons l'expression (13) en introduisant les différentes énergies suivant les axes y et z, on obtient :

$$-\frac{\partial q_x}{\partial x} dV - \frac{\partial(\rho u h)}{\partial x} dV - \frac{\partial q_y}{\partial y} dV - \frac{\partial(\rho v h)}{\partial y} dV - \frac{\partial q_z}{\partial z} dV - \frac{\partial(\rho w h)}{\partial z} dV - \dot{q} dV = \rho \frac{\partial h}{\partial t} dt dV \quad (19)$$

Sachant que :

$$q_x = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}$$

$$q_y = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y}$$

$$q_z = -\lambda \frac{\partial T}{\partial z}$$

Après développement et quelques transformations nous obtenons :

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) - \rho \left(u \frac{\partial h}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial y} + w \frac{\partial h}{\partial z} \right) - \rho h \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \dot{q} \quad (19)$$

D'après l'équation de continuité si $\rho = Cts$, on a : $\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = 0$

D'où :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \left(u \frac{\partial h}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial y} + w \frac{\partial h}{\partial z} \right) = \frac{\lambda}{\rho} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{\dot{q}}{\rho} \quad (20)$$

Etant donné que : $h = c_p dT$, cette expression devient :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{\dot{q}}{\rho c_p} \quad (21)$$

Si on considère la dissipation visqueuse (effet des forces de viscosité du fluide) nous introduisons dans l'équation (21) le terme $\mu\varphi$.

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{\dot{q}}{\rho c_p} + \mu\varphi \quad (22)$$

Avec :

$$\varphi = 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2$$

L'expression (21) représente l'équation de conservation d'énergie dans l'écoulement d'un fluide. Si les vitesses u , v et w sont nulles on retrouve l'équation d'énergie dans un solide.

Les échangeurs de chaleur

IV.1 Définition :

Un échangeur de chaleur est un appareil destiné à transmettre la chaleur d'un fluide à un autre.

- Aspect thermique pure (T_{e1} , T_{e2} , T_{s1} , T_{s2}).
- aspects mécaniques (ρ_{e1} , ρ_{e2} , ... Q_{m1} , Q_{m2}).

Un échangeur = quadripôle thermique \Leftrightarrow 2 entrées et deux sorties.



IV.2 Aspect externe

Mesurer les caractéristiques essentielles du fonctionnement de l'échangeur à l'un de ces quatre pôles, plutôt que de faire des mesures forcément plus délicates à l'intérieur.

Paramètres mesurables et mesurés à l'entrée et à la sortie de chacun des deux :

- **l'état** : liquide, gazeux ;
- **le débit-masse**, constant de l'entrée à la sortie ;
- **la température**, variable dans l'échangeur ;
- **la pression**, peu variable.

Remarque : On connaît par ailleurs les caractéristiques thermo-physiques de chacun des deux fluides et notamment :

- la capacité thermique massique (chaleur massique) C_p ;
- la masse volumique ρ
- la conductivité thermique λ ;
- la viscosité μ ;

IV.3 Classification :

Une classification peut être établie d'après le sens relatif des écoulements des deux fluides. On distingue donc :

☛ *Les échangeurs à courants parallèles* ou échangeur anti-méthodique \Rightarrow écoulement des deux fluides parallèle et dans le même sens.

☛ *Les échangeurs à contre-courant* ou échangeur méthodique \Rightarrow écoulement des deux fluides parallèle et en sens contraire.

Les échangeurs à courants croisés avec ou sans brassage ⇒ écoulement des deux fluides Perpendiculairement l'un par rapport à l'autre.

Échangeur coaxial ou échangeur double tubes L'écoulement des fluides peut se faire dans le même sens ou en contre-sens.

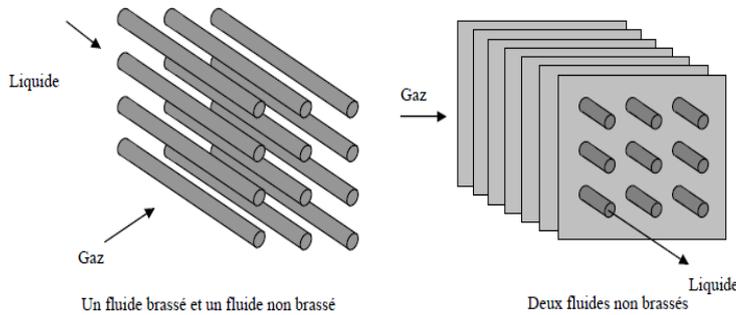


Fig.1 : Echangeur à courants croisés

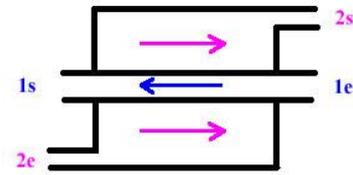


Fig.3 : Echangeur à courant croisés

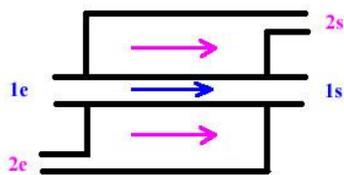


Fig.2 : Echangeur à courants parallèle

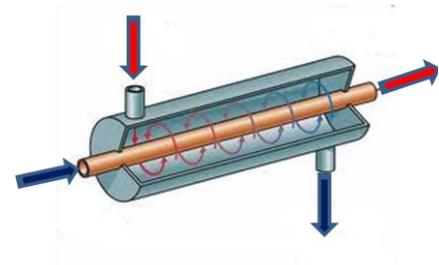
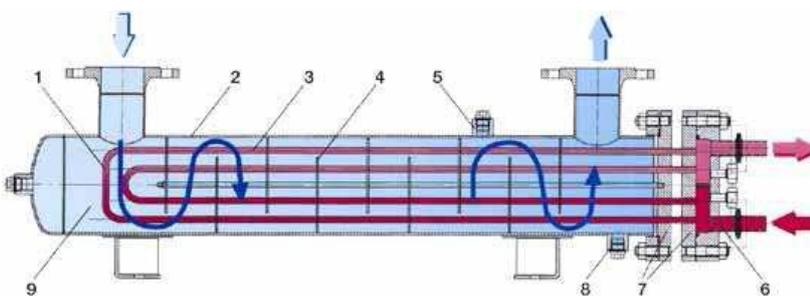


Fig.4 : Echangeur Coaxial

Une autre classification selon la construction technologique :

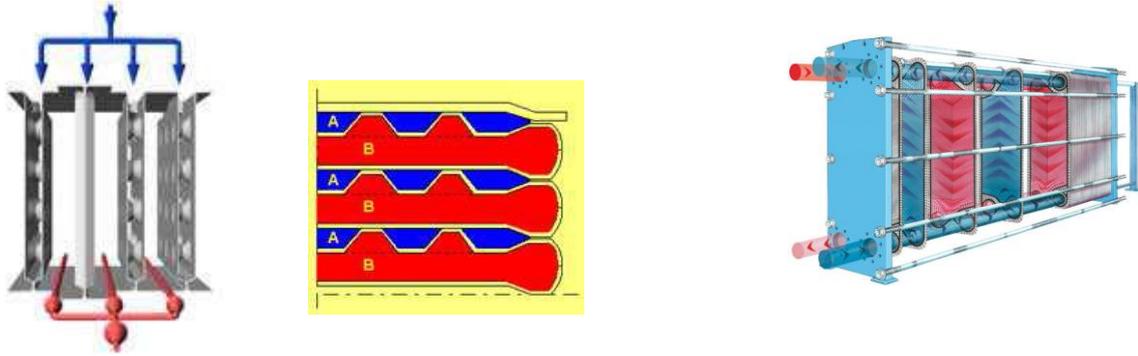
a)- Echangeur tubulaire :



1. Faisceau tubulaire
2. Enveloppe (calandre)
3. Intérieur tube
4. Chicane
5. Raccord évent
6. Intérieur boîte à eau
7. Plaque tubulaire
8. Raccord vidange
9. Intérieur enveloppe



b)- *Echangeur à plaque* :



c)- *Les échangeurs compacts à ailettes*



IV.4 Coefficient global d'échange :

Si nous considérons un échangeur constitué de deux conduites dans lesquelles s'écoulent deux fluides.

On distingue trois résistances au transfert :

- Sur la paroi interne du tube, (convection).
- Dans l'épaisseur du tube, (conduction).
- Sur la paroi externe du tube, (convection).

Les expressions des flux thermique de chaque tronçon:

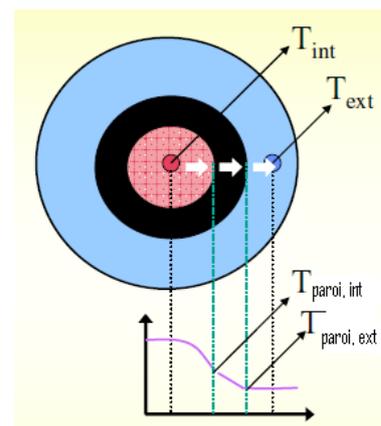
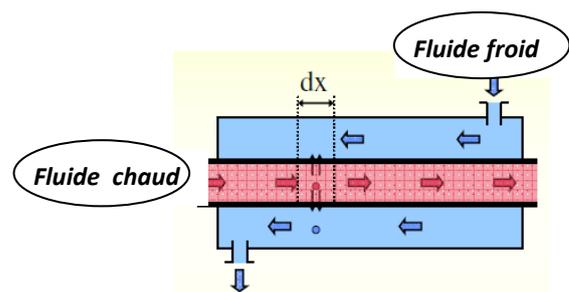
$$dQ_1 = (2\pi r_i dx) h_e (T_e - T_{pi}) \quad (1)$$

$$dQ_2 = (2\pi dx \frac{K}{\ln(\frac{r_e}{r_i})} (T_{pi} - T_{pe})) \quad (2)$$

$$dQ_3 = (2\pi r_e dx) h_s (T_{pe} - T_s) \quad (3)$$

En régime permanent :

Bilan thermique: $dQ_1 = dQ_2 = dQ_3 = dQ \quad (4)$



$$\text{De (1), (2) et (3) } \Rightarrow T_e - T_{pi} = \frac{dQ}{dx} \frac{1}{2\pi r_i h_i} \tag{5}$$

$$T_{pe} - T_s = \frac{dQ}{dx} \frac{1}{2\pi r_e h_e} \tag{6}$$

$$T_e - T_{pi} = \frac{dQ}{dx} \frac{\text{Ln}\left(\frac{r_e}{r_i}\right)}{2\pi\lambda} \tag{7}$$

Par l'addition des équations (5) + (6) + (7) nous obtenons :

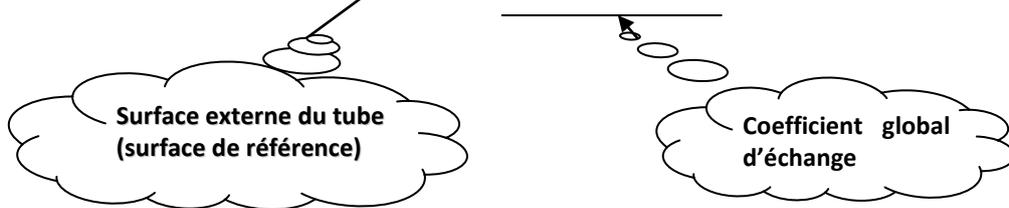
$$T_e - T_s = \frac{dQ}{dx} \left[\frac{1}{2\pi r_i h_i} + \frac{1}{2\pi r_e h_e} + \frac{\text{Ln}\left(\frac{r_e}{r_i}\right)}{2\pi\lambda} \right] \tag{8}$$

On peut simplifier cette expression :

$$\Delta T = T_e - T_s$$

$$dQ = (2\pi dx) \frac{1}{\frac{1}{r_i h_i} + \frac{\text{Ln}\left(\frac{r_e}{r_i}\right)}{\lambda} + \frac{1}{r_e h_e}} \cdot \Delta T \tag{9}$$

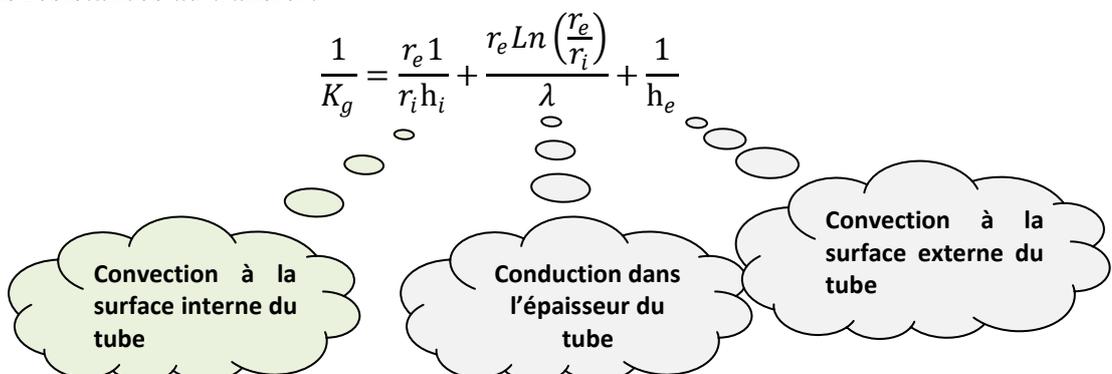
$$dQ = (2\pi r_e dx) \frac{r_e}{\frac{r_e}{r_i h_i} + \frac{r_e \text{Ln}\left(\frac{r_e}{r_i}\right)}{\lambda} + \frac{1}{h_e}} \cdot \Delta T \tag{10}$$



$$K_g = \frac{1}{\frac{r_e}{r_i h_i} + \frac{r_e \text{Ln}\left(\frac{r_e}{r_i}\right)}{\lambda} + \frac{1}{h_e}}$$

L'équation (10) devient donc : $dQ = dS_e K_g (T_e - T_s)$ (11)

D'où : les trois résistances au transfert



Le coefficient global de transfert est basé sur l'utilisation de la surface externe ou interne de la conduite selon le choix de l'utilisateur.

Si la surface interne est utilisée comme surface de référence, alors le coefficient global d'échange et le flux échangé s'expriment :

$$K_g = \frac{1}{\frac{r_i}{r_e h_i} + \frac{r_i \ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right)}{\lambda} + \frac{1}{h_e}}$$

$$Q = S_i K_g (\Delta T)_{moyen}$$

Si la surface externe est utilisée comme surface de référence, alors le coefficient global d'échange et le flux échangé s'expriment :

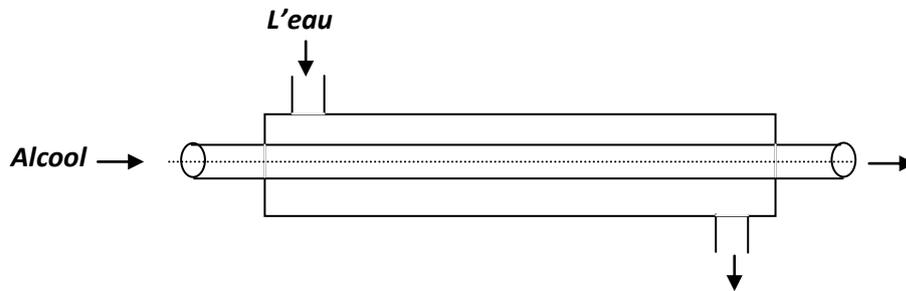
$$K_g = \frac{1}{\frac{r_e}{r_i h_i} + \frac{r_e \ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right)}{\lambda} + \frac{1}{h_e}}$$

$$Q = S_e K_g (\Delta T)_{moyen}$$

Exemple ❶ :

Soit un échangeur de chaleur à conduites tel que celui illustré en figure si dessous. La conduite à travers laquelle se fait l'échange de chaleur possède des rayons intérieur et extérieur respectivement égales à 5,25 cm et 6,03 cm. La conductivité de son matériau est $\lambda = 0,20 \text{ W/mk}$. L'échangeur est utilisé afin de refroidir 7 kg/s d'une solution d'alcool éthylique de $C_p = 3800 \text{ J/kgk}$ de 338 k à 312 k ($h_i = 115 \text{ W/m}^2\text{k}$). De l'eau utilisée comme fluide de refroidissement avec un débit de 6 kg/s, une température de 283 k et un coefficient de transfert $h_e = 1134 \text{ W/m}^2\text{k}$, $C_{p_{eau}} = 4810 \text{ J/kgk}$.

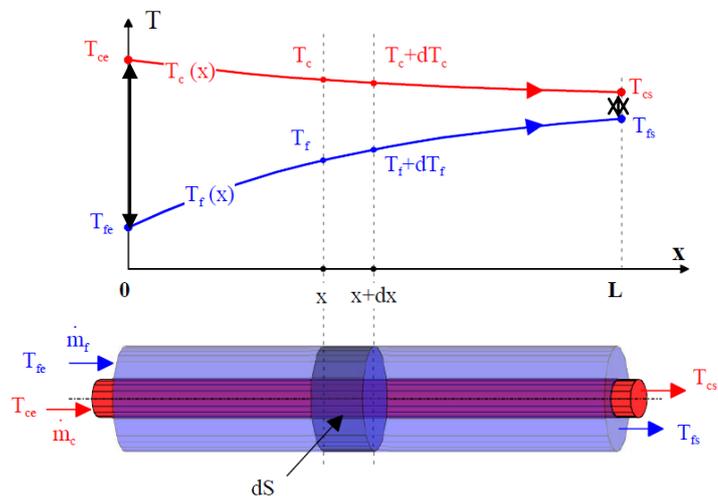
- Calculer le coefficient global d'échange dans le cas où la surface intérieur est utilisée comme surface de référence, et dans celui où la surface extérieur est utilisée comme surface de référence.



IV.5 Distribution de la température dans un échangeur

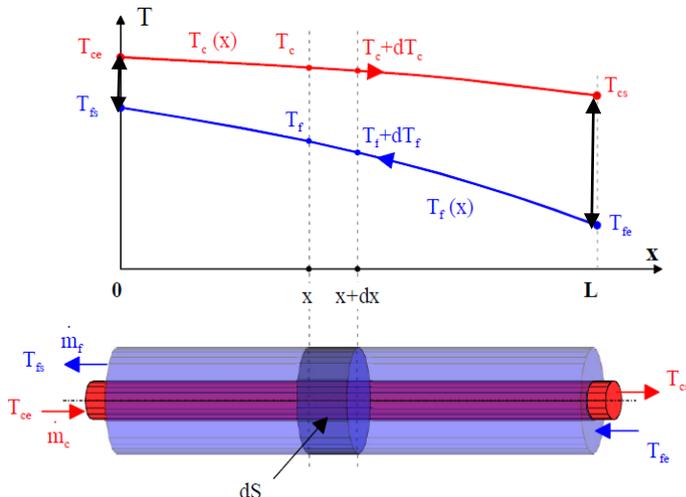
IV.5.1 Echangeur à courant parallèles :

Pour ce type d'échangeur il est remarquable que quel que soit la dimension des conduites qui constituent, la température finale du fluide froid (T_{fs}) ne peut atteindre celle du fluide chaud à la sortie (T_{cs}). Il s'en déduit un manque d'efficacité dans l'échange.



IV.5.1 Echangeur à contre - courant :

Pour ce type d'échangeur la valeur de la température finale du fluide froid (T_{fs}) peut dans certains cas dépasser celle du fluide chaud à la sortie (T_{cs}). Cette configuration est généralement la plus favorable à l'échange thermique.



IV.6 Evaluation des performances thermiques d'un échangeur en régime permanent

IV.6.1 But de l'évaluation :

☞ Dans l'étude d'un échangeur, On cherche à atteindre la puissance d'échange nécessaire avec la plus faible surface possible.

L'aspect thermique de l'étude consiste en fait principalement évaluer les performances thermiques (le flux de chaleur dégagé ou échangé).

IV.6.2 Hypothèses de calcul:

Nous allons poser dans ce qui suit, certaines hypothèses :

- Le régime est permanent : tous les paramètres, toutes les variables sont constantes dans le temps.
- L'échangeur est adiabatique : il n'échange pas de chaleur avec l'extérieur.
- Les propriétés thermo-physiques des fluides restent constantes dans les intervalles de températures envisagées.
- Les températures ne varient que dans la seule direction de l'écoulement (problème monodimensionnel).
- Il n'y a pas de perte de charge (de pression) au cours de l'écoulement.

IV.6.2 Méthode de la moyenne logarithmique ΔTLM

a)- Cas de l'échangeur à courants parallèles :

On fait un bilan thermique total d'énergie sur chaque fluide entre l'entrée et la sortie. Le flux total échangé entre les deux fluides : $dQ = Kds(T_c - T_f)$ (12)

☞ **Fluide chaud :**

On applique le premier principe de la thermodynamique à la tranche de fluide chaud d'épaisseur dx , la quantité de chaleur échangé dQ_c :

$$\frac{dU_c}{dt} = dQ_c + \dot{m}_c [h_c - (h_c + dh_c)] \quad (13)$$

(En régime permanent : $\frac{dU_c}{dt} = 0$)

Rappel : $dU = dW + dQ$, $C_p = (dH/dT)$

L'expression du premier principe (13) devient :

$$0 = dQ_c + \dot{m}_c C_{P_c} [T_c - (T_c + dT_c)] \quad (14)$$

Soit encore : $dQ_c = \dot{m}_c C_{P_c} dT_c$ ($dT_c < 0$ et dQ_c est le flux perdu par le fluide chaud) (15)

☞ *Fluide froid* :

$$dQ_f = \dot{m}_f C_{P_f} dT_f \quad (dT_f > 0 \text{ et } dQ_f \text{ est le flux gagné par le fluide froid}) \quad (16)$$

D'où :

\dot{m}_c et \dot{m}_f : Les débits des fluides chaud et froid.

T_c et T_f : Les températures chaud et froid.

C_{P_c} et C_{P_f} : Les capacités calorifiques des fluides chaud et froid.

Les deux quantités du flux échangé dQ_c et dQ_f sont égales et de signe opposés. On peut écrire : $dQ = dQ_c = -dQ_f > 0$

Le bilan thermique des deux fluides :

$$\begin{aligned} dQ &= -\dot{m}_c C_{P_c} dT_c \\ dQ &= \dot{m}_f C_{P_f} dT_f \\ dQ &= K ds (T_c - T_f) \end{aligned} \quad (17)$$

D'après le système d'équations (17) on tire les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} dT_c &= -\frac{dQ}{\dot{m}_c C_{P_c}} \\ dT_f &= \frac{dQ}{\dot{m}_f C_{P_f}} \end{aligned}$$

D'où :

$$dT_c - dT_f = d(T_c - T_f) = -dQ \left(\frac{1}{\dot{m}_c C_{P_c}} + \frac{1}{\dot{m}_f C_{P_f}} \right) = -K_g ds \left(\frac{1}{\dot{m}_c C_{P_c}} + \frac{1}{\dot{m}_f C_{P_f}} \right)$$

Finalement, la substitution de ces expressions permet alors d'obtenir l'équation différentielle décrivant le comportement de l'écart de température entre l'entrée et la sortie :

$$\frac{d(T_c - T_f)}{(T_c - T_f)} = -K_g \left(\frac{1}{\dot{m}_c C_{P_c}} + \frac{1}{\dot{m}_f C_{P_f}} \right) ds \quad (18)$$

Si on suppose que le coefficient global d'échange et les capacités calorifiques demeurent constants le long de l'échangeur, on peut intégrer l'équation précédente (18) entre l'entrée et la sortie des fluides, alors on obtient :

$$\begin{aligned} \int_{x=0}^{x=L} \frac{d(T_c - T_f)}{(T_c - T_f)} &= -K_g \left(\frac{1}{\dot{m}_c C_{P_c}} + \frac{1}{\dot{m}_f C_{P_f}} \right) \int_{x=0}^{x=L} ds \\ \ln \frac{T_c(x) - T_f(x)}{T_c - T_f} &= -K_g \left(\frac{1}{\dot{m}_c C_{P_c}} + \frac{1}{\dot{m}_f C_{P_f}} \right) s(x) \end{aligned} \quad (19)$$

Soit encore :

$$\frac{T_c(x) - T_f(x)}{T_{ce} - T_{fe}} = e^{-K_g \left(\frac{1}{\dot{m}_c C_{P_c}} + \frac{1}{\dot{m}_f C_{P_f}} \right) s(x)} \quad (20)$$

Cette équation montre que l'écart de température entre les deux fluides est une évolution exponentielle décroissante de l'air d'échange $s(x)$. Cet écart tend d'ailleurs vers 0 lorsque $x \rightarrow \infty$.

Pour $x = L$:

$T_c(L) = T_{cs}$ ☞ Température de fluide chaud à la sortie.

$T_f(L) = T_{fs}$ ☞ Température de fluide froid à la sortie.

$S(L) = S$ ☞ Surface total.

Suivant le bilan thermique le flux total échangé s'exprime :

$$Q = Q_c = Q_f \Rightarrow Q = -\dot{m}_c C_{P_c} (T_{ce} - T_{cs}) = \dot{m}_f C_{P_f} (T_{fe} - T_{fs})$$

Il vient :

$$\begin{aligned} \dot{m}_c C_{P_c} &= \frac{Q}{(T_{cs} - T_{ce})} \\ \dot{m}_f C_{P_f} &= \frac{Q}{(T_{fe} - T_{fs})} \end{aligned} \quad (21)$$

En remplaçant dans l'équation (19), on obtient:

$$\begin{aligned} \text{Ln} \frac{T_{cs} - T_{fs}}{T_{ce} - T_{fe}} &= - \frac{1}{\dot{m}_c C_{P_c}} + \frac{1}{\dot{m}_f C_{P_f}} = - \frac{K_g S}{Q} [(T_{ce} - T_{cs}) + (T_{fs} - T_{fe})] \\ &= \frac{K_g S}{Q} (T_{cs} - T_{fs}) - (T_{ce} - T_{fe}) \end{aligned}$$

$$\text{D'où : } Q = K_g S \frac{(T_{cs} - T_{fs}) - (T_{ce} - T_{fe})}{\text{Ln} \left(\frac{T_{cs} - T_{fs}}{T_{ce} - T_{fe}} \right)} = K_g S \cdot \Delta TLM \quad (22)$$

$$\Delta T = (T_c - T_f)$$

e , et s : étant les indices d'entrée et de sortie de l'échangeur.

$$\text{Il vient : } \Delta TLM = \frac{\Delta T_s - \Delta T_e}{\text{Ln} \left(\frac{\Delta T_s}{\Delta T_e} \right)}$$

Où : ΔTLM représente la différence de température logarithmique moyenne (DTLM) entre les deux fluides.

b)- Cas de l'échangeur à contre - courant :

En conservant les mêmes hypothèses que lors de l'étude de l'échangeur à courant parallèle. On note que $dT_f < 0$ on peut écrire :

$$\begin{aligned} dQ &= -\dot{m}_c C_{P_c} dT_c \\ dQ &= -\dot{m}_f C_{P_f} dT_f \\ dQ &= K ds (T_c - T_f) \end{aligned} \quad (23)$$

L'abscisse $X=0$: l'entrée de fluide chaud, $X=L$: l'entrée de fluide froid.

Suivant les mêmes raisonnements que précédemment (cas d'échangeur à courants parallèles) on obtient l'expression :

$$\frac{d(T_c - T_f)}{(T_c - T_f)} = -K_g \left(\frac{1}{\dot{m}_c C_{P_c}} - \frac{1}{\dot{m}_f C_{P_f}} \right) ds \quad (24)$$

Après l'intégration entre $x=0$ et $x=L$ on obtient :

$$\text{Ln} \frac{T_c(x) - T_f(x)}{T_{ce} - T_{fs}} = -K_g \left(\frac{1}{\dot{m}_c C_{P_c}} - \frac{1}{\dot{m}_f C_{P_f}} \right) s(x) \quad (25)$$

$$\frac{T_c(x) - T_f(x)}{T_{ce} - T_{fs}} = e^{-K_g \left(\frac{1}{\dot{m}_c C_{P_c}} - \frac{1}{\dot{m}_f C_{P_f}} \right) s(x)}$$

$$Q = K_g S \frac{(T_{cs} - T_{fe}) - (T_{ce} - T_{fs})}{\text{Ln} \left(\frac{T_{cs} - T_{fe}}{T_{ce} - T_{fs}} \right)} = K_g S \cdot \Delta T_{LM} \quad (26)$$

Exemple ②

Prendre à l'exemple précédent (1), calculez les flux de chaleur dégagés en appliquant la méthode ΔT_{LM} pour les arrangements

- à courant parallèles.
- à contre courant.

En utilisant les surfaces interne et externe comme surfaces de référence.

- Quelles conclusions pouvez-vous tirer des résultats obtenus ?

IV.6.3 Méthode du nombre d'unités de transfert NUT

L'utilisation de la méthode logarithmique est intéressante lorsque les températures d'entrée et de sortie des fluides caloporteurs sont connues ou aisément déterminables.

Lorsque ces températures sont inconnues, la méthode nécessite un calcul itératif du à la présence de la fonction logarithme dans l'expression de ΔT_{LM} . Dans ce cas une approche basée sur le paramètre efficacité de l'échangeur est préférée.

a)- Cas de l'échangeur à courants parallèles :

L'efficacité d'un échangeur de chaleur peut être définie comme :

$$\varepsilon = \frac{\text{Quantité de chaleur transférée}}{\text{Quantité maximale de chaleur transférable}}$$

- La quantité de chaleur transférée** : φ le flux de chaleur gagné par le fluide froid ou perdue par le fluide chaud, c'est-à-dire :

$$Q = \dot{m}_f C_{P_f} (T_{fs} - T_{fe}) = \dot{m}_c C_{P_c} (T_{ce} - T_{cs}) \quad (27)$$

- La quantité de chaleur maximale transférable** : φ la différence entre les températures entrantes des fluides chaud et froid. Cette différence de température est celui qui délivre le minimum en termes de taux de capacité calorifique ($\dot{m}C_p$). Donc :

$$Q_{max} = (\dot{m}C_p)_{min} (T_{ce} - T_{fe}) \quad (28)$$

Le fluide possédant le terme $(\dot{m}C_p)_{min}$ peut être le fluide chaud ou le fluide froid.

Dans les deux cas, on aura respectivement :

$$\varepsilon_c = \frac{\dot{m}_c C_{P_c} (T_{ce} - T_{cs})}{\dot{m}_c C_{P_c} (T_{ce} - T_{fe})} = \frac{T_{ce} - T_{cs}}{T_{ce} - T_{fe}} \quad (29)$$

$$\varepsilon_c = \frac{\dot{m}_f C_{P_f} (T_{fs} - T_{fe})}{\dot{m}_f C_{P_f} (T_{ce} - T_{fe})} = \frac{T_{fs} - T_{fe}}{T_{ce} - T_{fe}} \quad (30)$$

On peut donc écrire en général que :

$$\varepsilon = \frac{\Delta T \text{ (fluide minimum)}}{\text{diff érence maximale de l'échangeur}} \quad (31)$$

En reprenant l'équation (22), qui été démontré par avant :

$$Ln \frac{T_{cs} - T_{fs}}{T_{ce} - T_{fe}} = -K_g S \frac{1}{\dot{m}_c C_{P_c}} + \frac{1}{\dot{m}_f C_{P_f}}$$

Qui peut s'écrire sous la forme :

$$Ln \frac{T_{cs} - T_{fs}}{T_{ce} - T_{fe}} = -\frac{K_g S}{\dot{m}_f C_{P_f}} \left(1 + \frac{\dot{m}_f C_{P_f}}{\dot{m}_c C_{P_c}} \right) \quad (32)$$

Ou :

$$\frac{T_{cs} - T_{fs}}{T_{ce} - T_{fe}} = \exp \left[-\frac{K_g S}{\dot{m}_f C_{P_f}} \left(1 + \frac{\dot{m}_f C_{P_f}}{\dot{m}_c C_{P_c}} \right) \right] \quad (33)$$

L'équation (22) permet d'exprimer la température T_{cs} comme :

$$Q = -\dot{m}_c C_{P_c} (T_{ce} - T_{cs}) = \dot{m}_f C_{P_f} (T_{fe} - T_{fs})$$

$$T_{cs} = T_{ce} + \frac{\dot{m}_f C_{P_f}}{\dot{m}_c C_{P_c}} (T_{fe} - T_{fs}) \quad (34)$$

Dans le terme gauche de l'équation (33) en remplaçant l'équation (34), c'est-à-dire:

$$\frac{T_{cs} - T_{fs}}{T_{ce} - T_{fe}} = \frac{T_{ce} + \frac{\dot{m}_f C_{P_f}}{\dot{m}_c C_{P_c}} (T_{fe} - T_{fs}) - T_{fs}}{T_{ce} - T_{fe}} \quad (35)$$

En ajoutant et en retranchant la température T_{fe} du numérateur de l'équation (35), on simplifiant et en arrangeant, on aboutit à :

$$\frac{T_{cs} - T_{fs}}{T_{ce} - T_{fe}} = \frac{T_{ce} - T_{fe}}{T_{ce} - T_{fe}} - \frac{T_{fs} - T_{fe}}{T_{ce} - T_{fe}} - \frac{\dot{m}_f C_{P_f}}{\dot{m}_c C_{P_c}} \frac{T_{fs} - T_{fe}}{T_{ce} - T_{fe}}$$

$$\frac{T_{cs} - T_{fs}}{T_{ce} - T_{fe}} = 1 - \varepsilon_f - \frac{\dot{m}_f C_{P_f}}{\dot{m}_c C_{P_c}} \varepsilon_f = 1 - \left(1 + \frac{\dot{m}_f C_{P_f}}{\dot{m}_c C_{P_c}} \right) \varepsilon_f \quad (36)$$

D'où :

$$\varepsilon_f = \frac{1 - \left(\frac{T_{cs} - T_{fs}}{T_{ce} - T_{fe}} \right)}{1 + \left(\frac{\dot{m}_f C_{P_f}}{\dot{m}_c C_{P_c}} \right)} \quad (37)$$

En remplaçant le rapport des températures de l'équation (37) par son expression représentée par l'équation (33), l'efficacité d'un échangeur de chaleur à courants parallèles où le fluide caloporteur froid est celui pour lequel le taux de capacité calorifique est minimum sera :

$$\varepsilon_f = \frac{1 - \exp \left[-\frac{K_g S}{\dot{m}_f C_{P_f}} \left(1 + \frac{\dot{m}_f C_{P_f}}{\dot{m}_c C_{P_c}} \right) \right]}{1 + \left(\frac{\dot{m}_f C_{P_f}}{\dot{m}_c C_{P_c}} \right)} \quad (38)$$

Remarque :

☞ Si le fluide chaud est celui ayant la valeur minimale du taux de capacité calorifique (C_{min}), il peut donc être démontré que la même expression de l'efficacité de l'équation (38) reste valable sauf que l'indice froid « f » devra être remplacé par l'indice chaud représenté par « c ».

D'une manière générale, on peut écrire :

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp\left[-\left(\frac{K_g S}{C_{min}}\right) \left(1 + \frac{C_{min}}{C_{max}}\right)\right]}{1 + \left(\frac{C_{min}}{C_{max}}\right)} \quad (39)$$

Avec :

- $C = \dot{m}C_p$: est le taux de capacité calorifique.
- $NUT = K_g S / C_{min}$: est le nombre d'unité de transfert, et représente la dimension de l'échangeur de chaleur considéré.

b)- Cas de l'échangeur à contre courant :

Une démonstration similaire à celle entreprise dans le cas précédant (à courants parallèles), permettra d'aboutir à l'expression de l'efficacité pour un échangeur à contre courant :

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp\left[-\left(\frac{K_g S}{C_{min}}\right) \left(1 + \frac{C_{min}}{C_{max}}\right)\right]}{1 - \left(\frac{C_{min}}{C_{max}}\right) \exp\left[-\left(\frac{K_g S}{C_{min}}\right) \left(1 - \frac{C_{min}}{C_{max}}\right)\right]} \quad (40)$$

Dans les deux cas, on aura :

$$\varepsilon_c = \frac{\dot{m}_c C_{p_c} (T_{ce} - T_{cs})}{\dot{m}_c C_{p_c} (T_{ce} - T_{fe})} = \frac{T_{ce} - T_{cs}}{T_{ce} - T_{fe}} \quad (41)$$

$$\varepsilon_f = \frac{\dot{m}_f C_{p_f} (T_{fs} - T_{fe})}{\dot{m}_f C_{p_f} (T_{ce} - T_{fe})} = \frac{T_{fs} - T_{fe}}{T_{ce} - T_{fe}} \quad (42)$$

Exemple 3 :

Soit un échangeur de chaleur possédant une surface d'échange de 11 m^2 , l'échangeur est utilisé afin de chauffer une huile s'écoulant avec un débit $\dot{m}_f = 0,725 \text{ kg/s}$, et d'une capacité calorifique $C_{p_f} = 1900 \text{ J/kgK}$ et une température d'entrée $T_{fe} = 15 \text{ }^\circ\text{C}$. Le fluide chaud est représenté par la vapeur d'eau s'écoulant avec un débit $\dot{m}_c = 5,2 \text{ kg/s}$, et d'une capacité calorifique $C_{p_c} = 1860 \text{ J/kgK}$ et une température d'entrée $T_{ce} = 130 \text{ }^\circ\text{C}$. Le coefficient global d'échange est $K_g = 275 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{ }^\circ\text{C}}$.

- Calculez les flux de chaleur échangés dans les deux cas de configuration de l'échangeur (à courants parallèles et à contre courant).