Commande par retour d'états ou placement des pôles

Cas continu

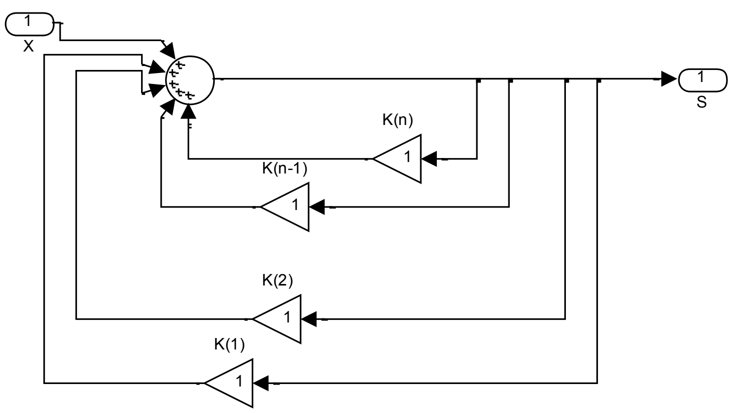
Position de problème

Soit le système décrit par l'équation d'état $\begin{cases} \dot{X} = AX + BU \\ Y = CX \end{cases}$ est dont le polynôme caractéristique est $P(\lambda) = \lambda^n + a_{n-1}\lambda^{n-1} + \ldots + a_1\lambda + a_0$.

On désire imposer au système le polynôme caractéristique

$P_{desiré}(\lambda) = \lambda^n + \alpha_{n-1}\lambda^{n-1} + \ldots + \alpha_1\lambda + \alpha_0$.

on applique au système une loi de commande par retour d'état ou placement de pôles U=-KX, avec K=[$k_1, k_2, k_3, \ldots, k_n$].



$U = -K_1x_1 - K_2x_2 - \ldots\ldots\ldots\ldots - K_nx_n$

Le placement des pôles permet d'imposer la dynamique du système en BF

Equation d'état du système en BF.

$$\begin{cases} X' = AX + BU \\ U = -KX \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad X' = (A - BK)X$$

$$\Rightarrow A_f = (A - BK)$$

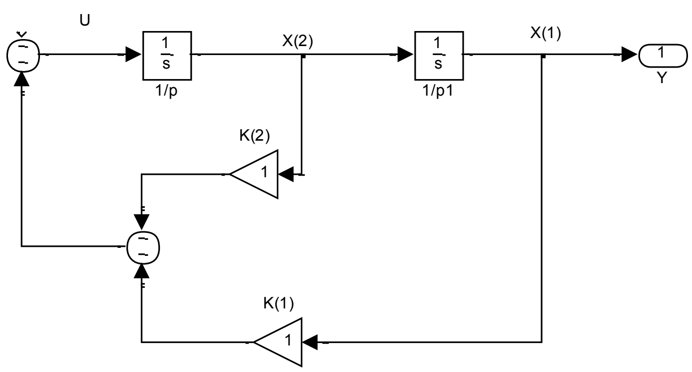
Le placement de pole consiste à imposer les valeurs propres

$$A_f : (-\lambda_1), (-\lambda_2), \ldots\ldots, (-\lambda_n)$$
$$P_{désirer}(\lambda) = (\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2)\ldots\ldots\ldots(\lambda + \lambda_n)$$

On calcule le polynôme caractéristique de A_f :

$P_f(\lambda) = \det(\lambda I - AJ)$ Et en identifie $A_f(\lambda)$ avec $P_{désirer}(\lambda)$

exemple1 :



$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

$$\dot{X} = \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} U$$

$$U = -KX = -K_1X_1 - K_2X_2$$

$$\dot{X} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -K_1 & -K_2 \end{pmatrix} X$$

$$P_f(\lambda) = \lambda^2 + K_2\lambda + K_1$$

$$P_{désire}(\lambda) = (\lambda + \lambda_1)(\lambda + \lambda_2) = \lambda^2 + (\lambda_1 + \lambda_2)\lambda + \lambda_1\lambda_2$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{matrix} K_1 = \lambda_1\lambda_2 \\ K_2 = \lambda_1 + \lambda_2 \end{matrix} \right\}$$

$$\varphi = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\det\varphi = -1 \Rightarrow système C$$

Exemple II

$$X' = AX + BU$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$U = -KX = \begin{pmatrix} K_1 & K_2 \end{pmatrix} X$$

$$A_f = A - BK$$

$$A_f = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} K_1 & K_2 \\ K_1 & K_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-K_1 & 1-K_2 \\ -K_1 & 2-K_2 \end{pmatrix}$$

$$P_f = \det(\lambda I - A_f)$$

$$P_f = \begin{pmatrix} \lambda + K_{1-1} & K_2 - 1 \\ K_1 & \lambda - 2 + K_2 \end{pmatrix}$$

$$P_f = \lambda^2 - (3 - K_1 - K_2)\lambda + (2 - K_1 - K_2)$$

On impose le polynôme caractéristique

$$P_{desire}(\lambda) = \lambda^2 + \alpha_1\lambda + \alpha_2$$

$$\begin{cases} 3 - K_1 - K_2 = -\alpha_1 \\ 2 - K_1 - K_2 = \alpha_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} K_1 + K_2 = 3 + \alpha_1 \\ K_1 + K_2 = 2 - \alpha_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3 + \alpha_1 = 2 - \alpha_0$$

α_1 et α_0 sont liés $\Rightarrow$ on ne peut pas choisir arbitrairement les pôles imposer en BF

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\det \varphi = 0$$

Le système n'est pas commandable

Conclusion :

Pour pouvoir effectuer un placement de pôles par retour d'état, il faut que le système en B.O soit C.

Placement des pôles pour un système sous forme compagnons

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_{n-1} \end{pmatrix}, \mathrm{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \\ \cdot \end{pmatrix}$$

$$\mathrm{K} = \begin{pmatrix} k_1 & \cdot & \cdot & \cdot & k_n \end{pmatrix}$$

$$\mathrm{A}_f = \mathrm{A} - \mathrm{BK} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -(a_1 + k_1) & \cdot\cdot & -(a_{n-1} + k_n) \end{pmatrix}$$

$$\mathrm{P}_f(\lambda) = \lambda^n + (a_{n-1} + k_n)\lambda^{n-1} + ... + (a_0 + k_1)$$

On impose les polynômes caractéristiques :

$$P_{d\acute{e}si}(\lambda) = \lambda^n + \alpha_{n-1}\lambda^{n-1} + ... + \alpha_0$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} k_1 = \alpha_0 - a_0 \\ k_2 = \alpha_1 - a_1 \\ . \\ . \\ k_n = \alpha_{n-1} - a_{n-1} \end{array} \right\}$$

Correcteur discret équivalent

Dans le cas où la fréquence d'échantillonnage est élevée par rapport aux dynamiques du système, il est possible de concevoir un correcteur numérique à partir d'une synthèse en continu.

Pour les systèmes à temps discret, l'opérateur retard d'une période T_e est z^{-1}.

Pour les systèmes à temps continu, c'est $\exp(-T_e s)$ dans le domaine de Laplace. On peut donc passer du domaine $\mathcal{Z}$ au domaine $\mathcal{L}$ par la relation :

$$z = \exp(T_e s) \tag{1}$$

Cette relation exacte ne permet pas facilement de déduire un correcteur à temps discret à partir d'un correcteur à temps continu. On utilise pour cela des approximations.

L'approximation d'Euler consiste à approcher la dérivée par une différence finie, $\dot{y}(t_k) \simeq \frac{1}{T_e}(y(t_{k+1}) - y(t_k))$ ou $\dot{y}(t_k) \simeq \frac{1}{T_e}(y(t_k) - y(t_{k-1}))$, ce qui s'écrit :

$$s \simeq \frac{z-1}{T_e} \tag{2}$$

ou

$$s \simeq \frac{1 - z^{-1}}{T_e} \tag{3}$$

On utilise la seconde expression car elle est causale. A partir d'un correcteur à temps continu donné sous forme de fonction de transfert $H(s)$, on détermine la fonction de transfert en z en remplaçant s par son expression en fonction de z ou de z^{-1}.

Une approximation un peu meilleure de s est également souvent utilisée. Il s'agit de la transformée bilinéaire de Tustin qui s'écrit :

$$s \simeq \frac{2(1 - z^{-1})}{T_e(1 + z^{-1})} \tag{4}$$

Correcteur par placement des pôles

On envisage une technique de correction basée sur l'action proportionnelle qui vise à imposer aux système des performances dynamiques. On dispose d'un seul degré de liberté (action sur K) ce qui limite les performances du système à commander. On propose dans ce chapitre une approche polynomiale dans laquelle le système commandé doit suivre un modèle de référence défini par une fonction de transfert $H_m(z)$. Les performances statiques et dynamiques souhaitées sont obtenues par le dimensionnement ad hoc

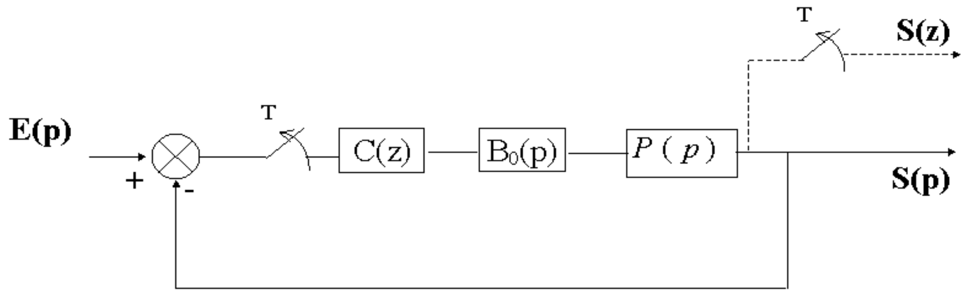
1. Méthode de placement de pôles

Cette méthode permet, grâce à des abaques, d'obtenir assez rapidement des résultats satisfaisants à partir des spécifications temporelles liées à la réponse indicielle du système corrigé.

1. Objectif :

Il s'agit d'obtenir un système par C(z) dont la FTBF corrigée possède les caractéristiques suivantes :

- un coefficient d'amortissement ξ pour le mode dominant
- une erreur maximale en régime permanent (pour la réponse indicielle)
- un dépassement D_1 et un temps de pic t_P



On notera : $G(z) = Z\left(B_0(p).P(p)\right)$

La FTBF vaut donc : $$H(z) = \frac{C(z)G(z)}{1 + C(z)G(z)}$$

D'où $$C(z) = \frac{1}{G(z)} \cdot \frac{H(z)}{1 - H(z)}$$

En se fixant *a priori* la dynamique du système corrigé, qui nous donnera les coefficients de H(z), on peut donc en déduire le correcteur C(z).

En notant $G(z) = \frac{B(z)}{A(z)}$ et $H(z) = \frac{B_m(z)}{A_m(z)}$, on trouve : $C(z) = \frac{AB_m}{(A_m - B_m)B}$

En pratique, il faudra d'assurer que ce correcteur est stable et bien sûr réalisable, ce qui va imposer des conditions sur le degré de son numérateur et de son dénominateur.

Stabilité :

- les racines de $(A_m - B_m)$ sont à l'intérieur du cercle unité
- les racines de *B* extérieures au cercle unité sont aussi racines de B_m

1. **Réalisabilité :**

- deg $(AB_m) \leq$ deg $(A_m - B_m)B$
- $\deg(A_m) - \deg(B_m) \geq \deg(A) - \deg(B)$

Bien souvent, on imposera que le système corrigé se comporte comme un second ordre dominant s'écrivant :

$$H(z) = K\frac{z - z_0}{(z - p_0)(z - \bar{p}_0)}.\frac{1}{Y(z)}$$

Y(z) est un polynôme dont les racines sont très proches de zéro, et qui ne sert qu'à assurer la réalisabilité de C(z), en permettant la vérification des relations écrites ci-dessus.

Dans la suite, on supposera que ces relations sont vérifiées et on prendra Y(z)=1.

Si on décide d'avoir une erreur nulle en régime permanent (réponse indicielle), cela implique :

$$\lim_{z \to 1} H(z) = 1 \quad \Rightarrow \quad K = \frac{(1 - p_0)(1 - \bar{p}_0)}{1 - z_0}$$

Démarche à suivre :

- Calculer G(z)
- Définir H(z) d'après le cahier des charges (D_1, ξ, t_P)
  - assurer la réalisabilité de C(z)
  - fixer z_0 si G(z) possède un zéro instable
  - A l'aide de la figure $D\% = f(\gamma, \xi)$

, déterminer les valeurs possibles de γ pour D_1 et ξ imposés

  - Reporter cet intervalle sur la figure $n\theta_0 = \frac{t_P}{T_e}\theta_0 = f(\gamma, \xi)$ et en déduire l'intervalle correspondant à θ_0. En pratique, on prendra des valeurs faibles pour θ_0

.

  - Sur la figure , déterminer la position de p_0 à l'intersection de la radiale θ_0

et de l'iso-ξ désiré

  - construire l'angle γ suivant la méthode indiquée sur la figure 1, puis :
    - Si z_0 est libre, en déduire la position de z_0
    - Si z_0 est imposé, vérifier que γ€ appartient à l'intervalle défini précédemment.
- Calculer C(z)

$$H(z) = \frac{z - z_0}{(z - z_1)(z - z_1^*)}$$

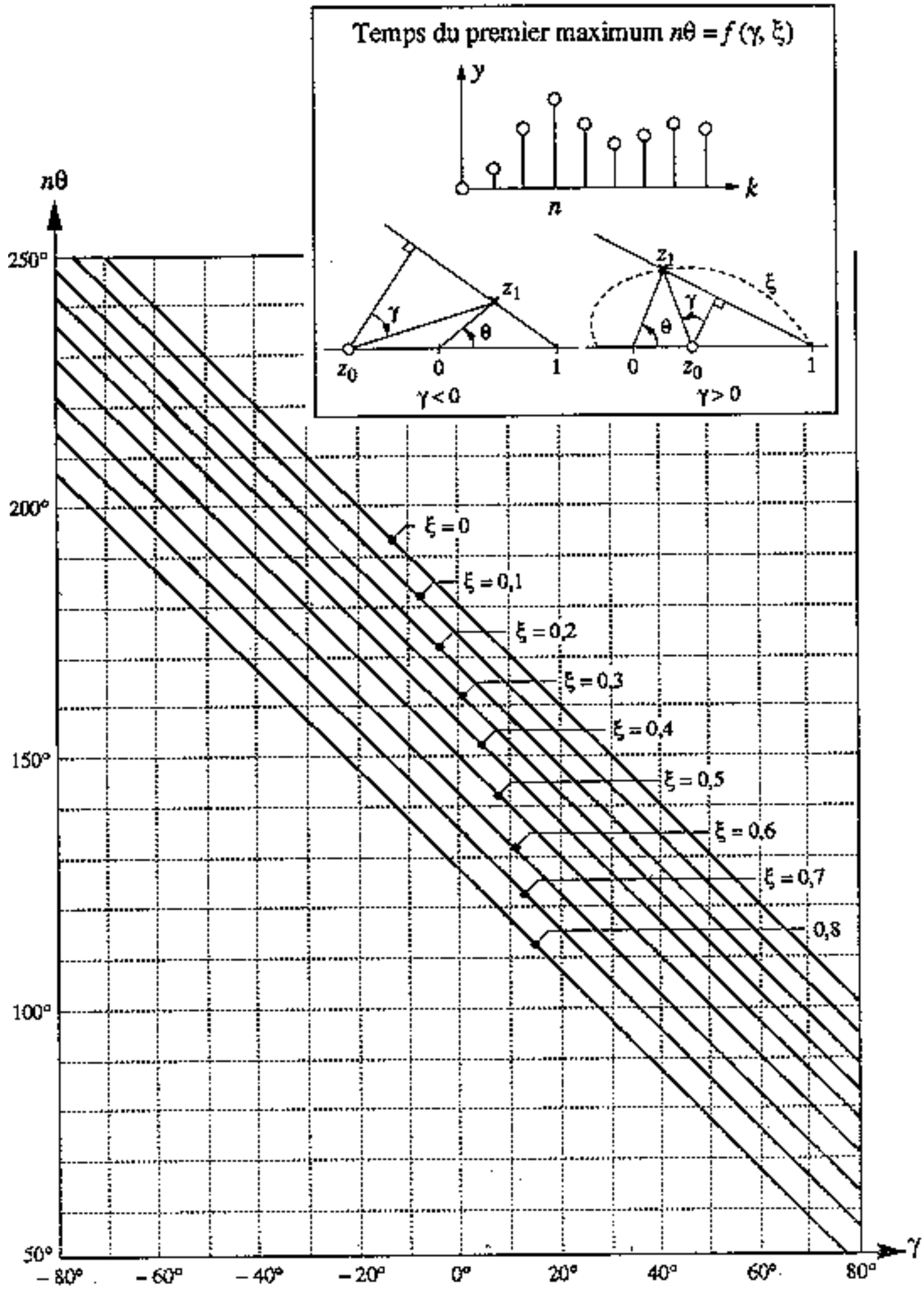


Figure 1

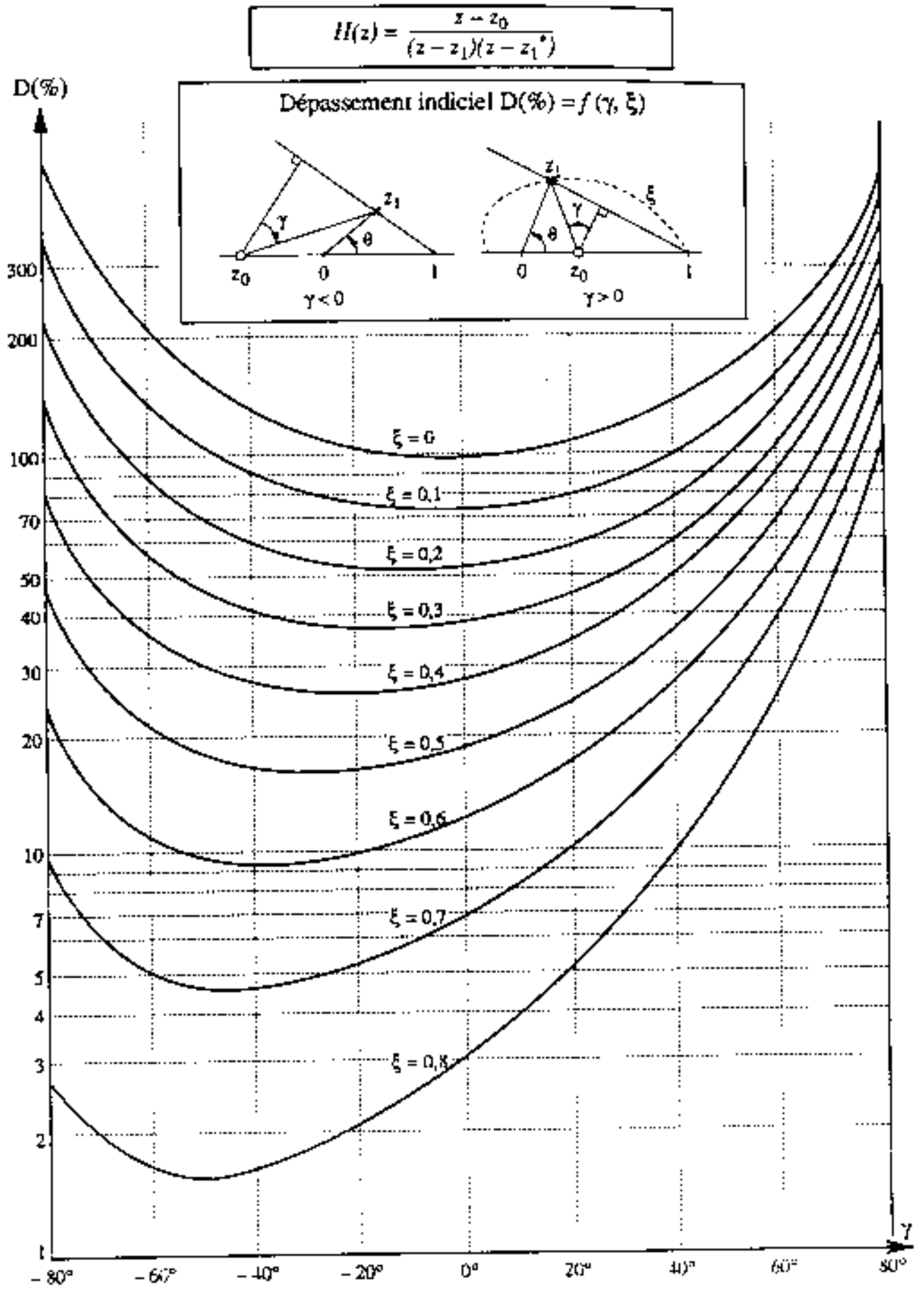


Figure 2

1. **Régulateur RST**
   1. **Structure du régulateur RST**

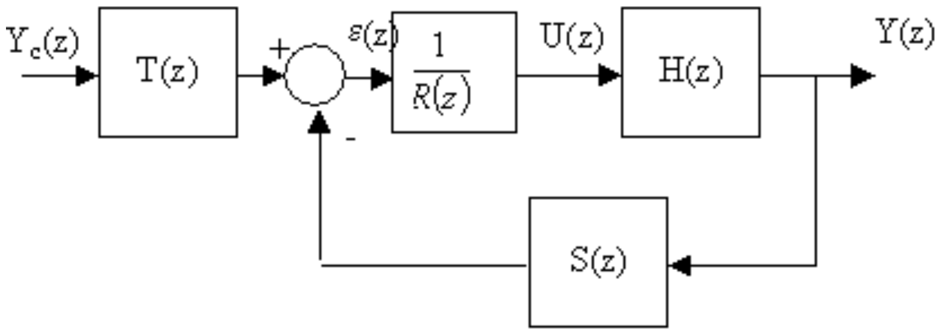


Figure 3

<u>Hypothèses</u> :

$$H(z) = \frac{B(z)}{A(z)}$$

- Système ***propre*** i.e. degré(A(z)) > degré(B(z)),
- A(z) ***monique*** i.e. dont le coefficient du terme de plus haut degré vaut 1
- A(z) et B(z) sont ***premiers*** entre eux i.e. qui ne possèdent aucun facteur commun

$$A(z) = z^a + \alpha_{a-1} z^{a-1} + \ldots \alpha_0$$
$$B(z) = \beta_b z^b + \beta_{b-1} z^{b-1} + \ldots \beta_0$$

Le polynôme R(z) est monique de degré r,

$$R(z) = z^r + \rho_{r-1} z^{r-1} + \ldots + \rho_1 z + \rho_0$$

Le polynôme S(z) de degré s,

$$S(z) = \sigma_s z^s + \sigma_{s-1} z^{s-1} + \ldots + \sigma_1 z + \sigma_0$$

Le polynôme T(z) est monique de degré t,

$$T(z) = \tau_t z^t + \tau_{t-1} z^{t-1} + \ldots + \tau_1 z + \tau_0$$

La fonction de transfert en boucle fermée :

$$\frac{Y(z)}{Y_c(z)} = \frac{B(z)T(z)}{A(z)R(z) + B(z)S(z)}$$

La loi de commande à implanter sur le calculateur résulte de :

$$U(z) = \frac{T(z)}{R(z)}Y_c(z) - \frac{S(z)}{R(z)}Y(z)$$

$$\Leftrightarrow U(z) = \frac{\tau_t z^t + \tau_{t-1} z^{t-1} + \ldots + \tau_1 z + \tau}{z^r + \rho_{r-1} z^{r-1} + \ldots + \rho_1 z + \rho_0} Y_c(z) - \frac{\sigma_s z^s + \sigma_{s-1} z^{s-1} + \ldots + \sigma_1 z + \sigma_0}{z^r + \rho_{r-1} z^{r-1} + \ldots + \rho_1 z + \rho_0} Y(z)$$

On applique le théorème de l'avance pour exprimer u(k+r) :

$$u(k+r) = \rho_{r-1}.u(k+r-1) + \ldots + \rho_1.u(k+1) + \rho_0.u(k) + \tau_t.y_c(k+t) + \ldots + \tau.y_c(k)$$
$$+ \sigma_s.y(k+s) + \sigma_{s-1}.y(k+s-1) + \ldots + \sigma_1.y(k)$$

La sortie ne peut anticiper l'entrée, par conséquent :

$r \geq s$ et $r \geq t$

1. **Synthèse du régulateur RST**

On a établi : $$\frac{Y(z)}{Y_c(z)} = \frac{B(z)T(z)}{A(z)R(z) + B(z)S(z)}$$

Les polynômes ***R(z)***, ***S(z)*** et ***T(z)*** vont être choisis afin que la fonction de transfert en boucle fermée soit identique à une fonction de transfert $\boldsymbol{H_m(z)}$ encore appelé modèle à poursuivre.

$$H_m(z) = \frac{B_m(z)}{A_m(z)}$$ Système ***propre*** i.e. degré(A_m(z)) > degré(B_m(z)). De plus les pôles de $H_m(z)$ sont tous stables donc à l'intérieur du cercle unité. Ces pôles sont placés afin de maîtriser le régime transitoire en boucle fermée ; de plus le degré de A_m(z) n'est pas nécessairement égal à celui de A(z).R(z) + B(z).S(z). A_m(z) étant généralement un modèle à poursuivre très simple, son degré est la plupart du temps nettement inférieur à celui de A(z).R(z) +

B(z).S(z). Avec un régulateur RST on dispose donc de deux degrés de liberté pour le réglage de la dynamique (R(z) et S(z)).

1. Réglage de la précision

L'annulation de l'erreur permanente est conditionnée par le nombre d'intégrations dans la chaîne directe. Pour une entrée type complexe de la forme $Y_c = \dfrac{P(z)}{(z-1)^l}$, il convient d'insérer ***l*** intégrations dans la chaîne directe ; on écrit :

$$R(z) = (z-1)^l . R'(z)$$

2. Simplification de zéros

La fonction de transfert en boucle fermée du processus corrigé $\dfrac{B(z)T(z)}{A(z)R(z)+B(z)S(z)}$ est généralement d'ordre supérieur au modèle à poursuivre $\dfrac{B_m(z)}{A_m(z)}$. Il existe donc des simplifications qui seront obtenues à l'aide des polynômes R(z), S(z) et T(z).

Le processus à commander *H(z)* possède β zéros qui sont les racines de B(z). Ces zéros conditionnent le régime transitoire. On distingue :

- Les zéros compensables, z^+ racines du polynôme $B^+(z)$ choisi ***monique***. Les zéros compensables appartiennent à la zone hachurée de la figure 2, ils garantissent un amortissement sûr et rapide des modes. Cette zone doit être choisie en fonction du cahier des charges. Elle sera définie par $|z^+| < \rho$ et $\xi < \xi_0$, les valeurs de ρ et ξ_0 dépendant du type de zéros qu'on voudra compenser.
- Les zéros non compensables, z^- racines du polynôme $B^-(z)$, Les zéros non compensables sont exclus du contour hachuré.

Figure 4

$$\Rightarrow \frac{B^+(z)B^-(z)T(z)}{A(z)R(z)+B^+(z)B^-(z)S(z)} = \frac{B_m(z)}{A_m(z)}$$

Comme $B^+(z)$ est compensable, $R(z)$ contient $B^+(z) \Rightarrow$ $R(z) = (z-1)^l.B^+(z).R'(z)$ et $R'(z)$ est monique car $B^+(z)$ et $R(z)$ le sont.

Comme $B^-(z)$ n'est pas compensable, $B_m(z)$ contient $B^-(z) \Rightarrow$ $B_m(z) = B^-(z).B'_m(z)$

Pour le choix de T, on peut écrire :

$$\frac{B^+(z)B^-(z)T(z)}{A(z)(z-1)^l B^+(z)R'(z)+B^+(z)B^-(z)S(z)} = \frac{B'_m(z)B^-(z)}{A_m(z)}$$

$\Rightarrow A(z).(z-1)^l.R'(z) + B^-(z).S(z) = A_m(z).A_0(z)$ à un facteur $A_0(z)$ près compte tenu de la remarque du début de paragraphe portant sur les degrés du processus bouclé corrigé et du modèle à poursuivre.

$\Rightarrow$ $T(z) \; = \; B'_m(z).A_0(z)$ égalité vérifiée au même polynôme $A_0(z)$ près.

On démontre en annexe que :

$$d°A_m - d°B_m \geq d°A - d°B$$

$$d^\circ A_0 \geq 2d^\circ A - d^\circ A_m - d^\circ B^+ + l - 1$$

$$d^\circ R' = ^\circ dA_m + d^\circ A_0 - d^\circ A - l$$

$$d^\circ S = d^\circ A + l - 1$$

Synthèse

Données

A(z) et B(z) premiers entre eux

Spécifications

Le cahier des charges permet d'exprimer $A_m(z)$ et éventuellement $B_m(z)$

Etape 1

$dA_m - dB_m \geq dA - dB$ qui donne dB_m

Etape 2

Effectuer la factorisation $B(z) = B^+(z). B^-(z)$, les zéros de $B^+(z)$ appartenant à la zone tramée de la figure 4

Etape 3

$$B_m(z) = B^-(z).B'_m(z) \quad \Rightarrow \quad B'_m$$

Etape 4

Déterminer *l* le nombre d'intégrations **à rajouter** dans la boucle ouverte

Etape 5

$$dA_0 \geq 2dA - dA_m - dB^+ + l - 1$$

$$dR' = dA_m + dA_0 - dA - l$$

$$dS = dA + l - 1$$

Etape 6

Résoudre $A(z).(z-1)^l .R'(z) + B^-(z).S^-(z) = A_0(z)Am(z)$

Etape 7

Calculer $R(z) = B^+(z).(z-1)^l.R'(z)$ et $T(z) = B'_m(z).A_0(z)$

Exemple

On veut corriger un processus du second ordre trop faiblement amorti ($\xi = 0,2$) et de pulsation propre $\omega_n = 0,7$ rad/s. Son gain statique est égal à 1.

On désire avoir un système mieux amorti ($\xi = 0,8$) avec une erreur statique nulle. On désire aussi compenser seulement les zéros se trouvant dans la zone définie par $\xi < 0,3$.

On peut espérer doubler la pulsation propre : $\omega'_n = 1,4$ rad/s. On prendra un temps d'échantillonnage $T_e = \dfrac{1}{\omega'_n}$

Ecrivons d'abord la transmittance du processus non corrigé grâce aux abaques du chapitre IV :

Pour $\omega'_n.T_e = 1$, on a $\omega_n.T_e = 0,5$ donc on trouve :

$$G(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = 0,114\frac{z + 0,935}{z^2 - 1,597z + 0,819}$$

B(z) possède un zéro non compensable $z_0 = -0,935$ (il se trouve en dehors du domaine).

On écrit donc $B^-(z) = 0,114.(z + 0,935)$ et $B^+(z) = 1$

Ecrivons maintenant la FTBF du système corrigé en fonction du cahier des charges :

$$H_m(z) = \frac{B_m(z)}{A_m(z)}$$ avec $B_m(z) = B^-(z).B'_m(z)$

de plus $dA_m - dB_m \geq dA - dB = 1$ donc $dB_m \leq 1$

Comme $dB^- = 1$, on va donc prendre $B'_m(z) = K$

K va nous permettre de régler le gain statique et de respecter la contrainte liée à la précision.

On veut $\xi = 0,8$ et $\omega'_n = 1,4$ rad/s, on en déduit les pôles de $H(z)$: $z_1 = e^{pT_e} \quad avec \quad p = -\xi\omega'_n \pm j\omega'_n\sqrt{1-\xi^2}$

Comme $\omega'_n T_e = 1$, $pT_e = -\xi \pm j\sqrt{1-\xi^2} = -0,8 \pm 0,6j$

D'où $(z - z_1)(z - \bar{z}_1) = z^2 - 0,74z + 0,2$

$$\lim_{z\to 1} H_m(z) = 1 \quad \Rightarrow \quad K = \frac{(1-z_1)(1-\bar{z}_1)}{0,114(1-z_0)} = 2,085$$

finalement $$H_m(z) = 0,238\frac{z + 0,935}{z^2 - 0,74z + 0,2}$$

On veut une erreur statique nulle, il faut donc avoir une intégration dans la boucle ouverte, d'où $l = 1$

$dA_0 \geq 2dA - dA_m - dB^+ + l - 1 = 4 - 2 - 0 + 1 - 1 = 2$

on prend $A_0 = z^2$ (on choisira toujours A_0 le plus simple possible)

$dR' = dA_0 + dA_m - dA - l = 1$

et $dS = dA + l - 1 = 2$

d'où $R'(z) = z + r_0$ et $S(z) = s_2.z^2 + s_1.z + s_0$

On résout par identification l'équation $A(z-1)R' + B^-S = A_0A_m$

$$597z + 0,819)(z-1)(z+r_0) + 0,114(z + 0,935)(s_2z^2 + s_1z + s_0) = z(z^2 - 0,74z + 0,2)$$

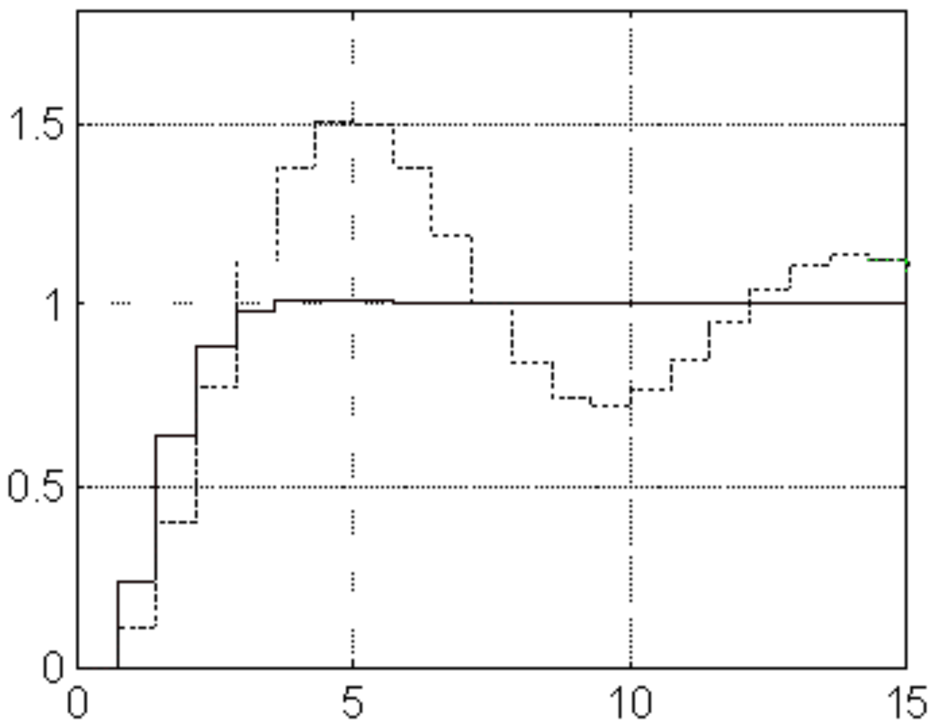
On trouve le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} r_0 + 0{,}114 s_2 = 1{,}857 \\ -2{,}597 r_0 + 0{,}107 s_2 + 0{,}114 s_1 = -2{,}216 \\ 2{,}416 r_0 + 0{,}107 s_1 + 0{,}114 s_0 = 0{,}819 \\ -0{,}819 r_0 + 0{,}107 s_0 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r_0 = 0{,}685 \\ s_2 = 10{,}284 \\ s_1 = -13{,}459 \\ s_0 = 5{,}26 \end{cases}$$

Finalement :

$R(z) = z^2 - 0{,}315z - 0{,}685$ $S(z) = 10{,}284z^2 - 13{,}459z + 5{,}26$ $T(z) = 2{,}085z^2$

<u>Réponse indicielle</u>



Correction des systèmes échantillonnés

Objectifs de la correction

Les performances naturelles d'un système (stabilité, précision, rapidité, *etc*...) peuvent ne pas correspondre à un degré d'exigence spécifié dans un cahier des charges. L'objectif de toute correction est de modifier ces performances afin qu'elles respectent au mieux ce cahier des charges.

On considère un système dont la fonction de transfert en boucle ouverte est :

$$H(z) = \frac{1}{z^2 - 0.8z + 0.15}$$

1. **Correcteur proportionnel**

On souhaite intégrer ce système dans une boucle fermée à retour unitaire.

1.1 Etudier la stabilité du système obtenu en utilisant le critère de jury.

1.2 Retrouver le résultat en localisant les pôles de système en boucle fermée

On désire implanter un correcteur proportionnel de la forme :

$$C(z) = k_p$$

afin de placer les pôles du système en boucle fermée à l'intérieur du cercle unité et avoir un amortissement $\xi = 0.7$.

1.3 Donner le schéma fonctionnel ainsi obtenu.

1.4 Donner la valeur de k_p correspondant au cahier des charges.

Pour cela on utilisera « rltool ».

1.5 Relever à partir de la réponse indicielle les différentes caractéristiques (temps de réponse, temps de montée...)

2. **Correcteur proportionnel-intégral**

2.1 Déterminer l'erreur de position du système obtenu précédemment.

Pour avoir une erreur statique nulle on va intégrer un correcteur proportionnel-intégral de la forme

$$C(z) = k_p + \frac{k_i\, z}{z-1}$$

2.2 Déterminer k_i et k_p tel que le temps de réponse soit de $1.1\,\text{sec}$ (choisir le zéro du correcteur à 0.52).

2.3 Décaler le zéro du correcteur afin d'avoir un temps de réponse égal à $0.9\,\text{sec}$, donner alors la nouvelle valeur de k_i.

2.4 Quel est l'effet indésirable de l'action intégrale. Proposer une solution.

3. **Correcteur proportionnel-intégral-dérivé**

On se propose maintenant d'intégrer un correcteur proportionnel-intégral-dérivé de la forme :

$$C(z) = k_p + \frac{k_i\, z}{z-1} + \frac{k_d\,(z-1)}{z}$$

On choisit de compenser les pôles du système par les zéros du correcteur. Régler les paramètres du correcteur pour avoir un temps de réponse égal à $0.6\,\text{sec}$. Donner les valeurs des paramètres.