



Module Gas Dynamics Year 1 Master Specialty Energetics Duration 30' Group

Full Name Carrije type Registration number /

Questions de compréhension: (8 pts)

- 1- Comment et pourquoi la température de stagnation T_0 est-elle définie? En quoi diffère-t-elle de la température ordinaire (statique)? $T_0 = T + \frac{V^2}{2c_p}$; T_0 : température stagnation
 $\frac{V^2}{2c_p}$: température dynamique. (2)
- 2- Donner l'expression de la vitesse du son dans une substance quelconque; Cette quantité est-elle fixe ou variable à mesure que les propriétés du milieu changent? $a = \sqrt{\gamma p / \rho}$; (1)
 C'est une quantité variable. (1)
- 3- Dans quel milieu le son se déplace-t-il plus rapidement: le gaz, le liquide ou le solide? Le solide (1)
- 4- Donner l'équation de Saint-Venant; Quel est le fait que nous informe cette équation?
 $V = \sqrt{\frac{2\gamma p_0}{\gamma + 1} \left[1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \right]}$ (2) ; $V_L = \sqrt{\frac{2}{\gamma+1}} a_0$; Vitesse limite (1)

Exercice: (12 pts)

La température de l'air varie selon la loi $T(\zeta) = T_0 \exp\left\{\left(\frac{\zeta}{L}\right) \ln\left(1 - \frac{89}{T_0}\right)\right\}$ [K]; de $T_0 = 324$ K au niveau de la mer à $T_L = 235$ K approximativement à $L = 8.9$ km dans l'atmosphère standard. Trouver :

- (a) Le gradient vertical ($dT/d\zeta$),
- (b) Dériver une expression pour le taux de variation de la vitesse sonore avec l'altitude,
- (c) Evaluer $da/d\zeta$ au niveau de la mer et à $\zeta = 8.9$ km,
- (d) Si on considère un mobile supersonique ($M = 2.1$) se déplaçant à l'altitude de $\zeta = 3.4$ km, calculer sa vitesse (V) et son angle de Mach (α) (i.e. demi-angle au sommet du cône de Mach).

Réponses	Expression	Valeurs
a)	$dT/d\zeta = \frac{T_0}{L} \ln\left(1 - \frac{89}{T_0}\right) \exp\left\{\left(\frac{\zeta}{L}\right) \ln\left(1 - \frac{89}{T_0}\right)\right\}$	(1)
b)	$da/d\zeta = \frac{d\sqrt{\gamma r T}}{d\zeta} = \frac{\sqrt{\gamma r}}{2\sqrt{T}} \cdot \frac{dT}{d\zeta} = \frac{T_0 \sqrt{\gamma r}}{2L\sqrt{T}} \ln\left(1 - \frac{89}{T_0}\right) \exp\left\{\left(\frac{\zeta}{L}\right) \ln\left(1 - \frac{89}{T_0}\right)\right\}$	(3)
c)	$\frac{da}{d\zeta}\Big _{\zeta=0} = \frac{\sqrt{T_0 \gamma r} \ln\left(1 - \frac{89}{T_0}\right)}{2L}$; $\frac{da}{d\zeta}\Big _{\zeta=8.9} = \frac{T_0 \sqrt{\gamma r} \ln\left(1 - \frac{89}{T_0}\right)}{2L\sqrt{T}}$	$-6,510 \times 10^{-3} s^{-1}$; $-5,544 \times 10^{-3} s^{-1}$
d)	$v = Ma = M\sqrt{\gamma r T} = M\sqrt{\gamma r} \times \left(T_0 \exp\left\{\left(\frac{3.4}{L}\right) \ln\left(1 - \frac{89}{T_0}\right)\right\}\right)^{1/2}$	712,62 m/s (1)
	$\alpha = \arcsin\left(\frac{1}{M}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{1}{2.1}\right)$	28,44° (1)