



Module Gas Dynamics Year 1 Master Specialty Energetics Duration 30' Group .....

Full Name Carrije type Registration number /

**Questions de compréhension: (8 pts)**

- 1- Comment et pourquoi la température de stagnation  $T_0$  est-elle définie? En quoi diffère-t-elle de la température ordinaire (statique)?  $T_0 = T + \frac{V^2}{2c_p}$  ;  $T_0$ : température stagnation  
 $\frac{V^2}{2c_p}$ : température dynamique. (2)
- 2- Donner l'expression de la vitesse du son dans une substance quelconque; Cette quantité est-elle fixe ou variable à mesure que les propriétés du milieu changent?  $a = \sqrt{\gamma p / \rho}$ ; (1)  
C'est une quantité variable. (1)
- 3- Dans quel milieu le son se déplace-t-il plus rapidement: le gaz, le liquide ou le solide? Le solide (1)
- 4- Donner l'équation de Saint-Venant; Quel est le fait que nous informe cette équation?  
 $V = \sqrt{\frac{2 \gamma p_0}{\gamma + 1} \left[ 1 - \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \right]}$  (2);  $V_L = \sqrt{\frac{2}{\gamma + 1}} a_0$ ; Vitesse limite (1)

**Exercice: (12 pts)**

La température de l'air varie selon la loi  $T(\zeta) = T_0 \exp \left\{ \left( \frac{\zeta}{L} \right) \ln \left( 1 - \frac{89}{T_0} \right) \right\}$  [K]; de  $T_0 = 324$  K au niveau de la mer à  $T_L = 235$  K approximativement à  $L = 8.9$  km dans l'atmosphère standard. Trouver :

- (a) Le gradient vertical ( $dT/d\zeta$ ),
- (b) Dériver une expression pour le taux de variation de la vitesse sonore avec l'altitude,
- (c) Evaluer  $da/d\zeta$  au niveau de la mer et à  $\zeta = 8.9$  km,
- (d) Si on considère un mobile supersonique ( $M = 2.1$ ) se déplaçant à l'altitude de  $\zeta = 3.4$  km, calculer sa vitesse ( $V$ ) et son angle de Mach ( $\alpha$ ) (i.e. demi-angle au sommet du cône de Mach).

Réponses	Expression	Valeurs
a)	$dT/d\zeta = \frac{T_0}{L} \ln \left( 1 - \frac{89}{T_0} \right) \exp \left\{ \left( \frac{\zeta}{L} \right) \ln \left( 1 - \frac{89}{T_0} \right) \right\}$	(1)
b)	$da/d\zeta = \frac{d\sqrt{\gamma r T}}{d\zeta} = \frac{\sqrt{\gamma r}}{2\sqrt{T}} \cdot \frac{dT}{d\zeta} = \frac{T_0 \sqrt{\gamma r}}{2L\sqrt{T}} \ln \left( 1 - \frac{89}{T_0} \right) \exp \left\{ \left( \frac{\zeta}{L} \right) \ln \left( 1 - \frac{89}{T_0} \right) \right\}$	(2)
c)	$\frac{da}{d\zeta} \Big _{\zeta=0} = \frac{\sqrt{T_0 \gamma r} \ln \left( 1 - \frac{89}{T_0} \right)}{2L}$ ; $\frac{da}{d\zeta} \Big _{\zeta=8.9} = \frac{T_0 \sqrt{\gamma r} \ln \left( 1 - \frac{89}{T_0} \right)}{2L\sqrt{T}}$	$-6,510 \times 10^{-3} s^{-1}$ ; $-5,544 \times 10^{-3} s^{-1}$
d)	$v = Ma = M\sqrt{\gamma r T} = M\sqrt{\gamma r} \times \left( T_0 \exp \left\{ \left( \frac{3.4}{L} \right) \ln \left( 1 - \frac{89}{T_0} \right) \right\} \right)^{1/2}$	712,62 m/s (1)
	$\alpha = \arcsin \left( \frac{1}{M} \right) = \sin^{-1} \left( \frac{1}{2.1} \right)$	28,44° (1)