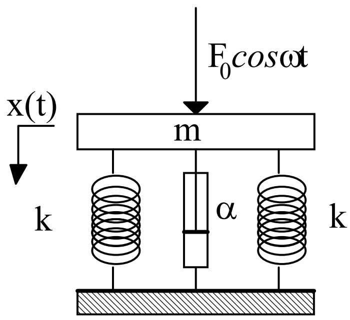
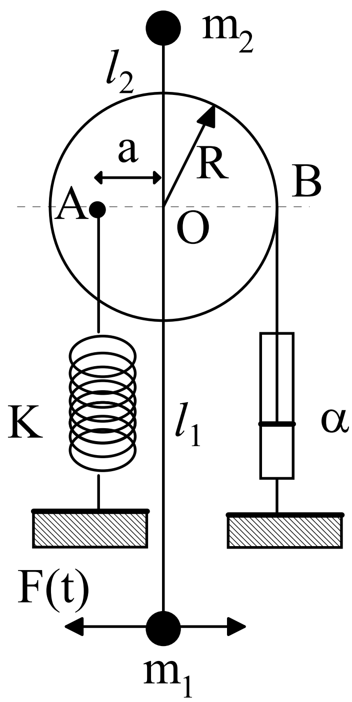
OSCILLATIONS FORCEES DE SYSTEMES A UN DEGRE DE LIBERTE

Exercice 1: Dans la figure ci-contre, on a:
$m = 4.5$ kg, $k = 3500$ N/m, $\alpha = 30$ kg/s, $F_0 = 3$ N, ω=10 rd/s.
Déterminer l'amplitude de vibration du bloc de masse M et l'amplitude de la force transmise au sol.

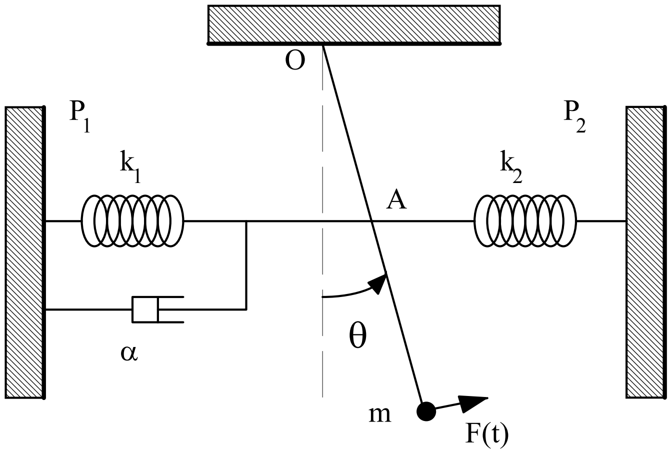


Exercice 2 : Un disque circulaire homogène, de masse M, de rayon R, peut osciller sans frottements autour de son axe horizontal 0. Deux masses m_1 et m_2 sont soudées aux extrémités d'une tige de masse négligeable liée rigidement au disque et passant par O. Les distances de m_1 et m_2 au centre sont notées respectivement l_1 et l_2. Un ressort vertical, de constante de raideur K a une extrémité fixe et l'autre est reliée au disque en un point A situé à une distance a de O. En position d'équilibre la tige est verticale avec m_1 en bas et le point A est au même niveau que le centre O. Le disque subit un frottement visqueux de coefficient α au point B. La masse m_1 est soumise à une force $F(t)=F_0 \cos(\Omega t)$ perpendiculaire à la tige.
Valeurs numériques :
M=1kg, $m_1 = m_2 = 0.1$kg, K=16N/m, R=20cm, l_1 =50cm,
l_2 =25cm, a=10cm, g=10m/s^2 , $\alpha=7.2510^{-2}$ kg/s.
a) Etablir l'équation différentielle du mouvement.
b) Trouver sa solution en régime permanent.
c) Calculer le facteur de qualité Q du système.
d) Déterminer la valeur de F_0 pour qu'à la résonance l'amplitude maximale soit égale à $\pi/30$ rad.



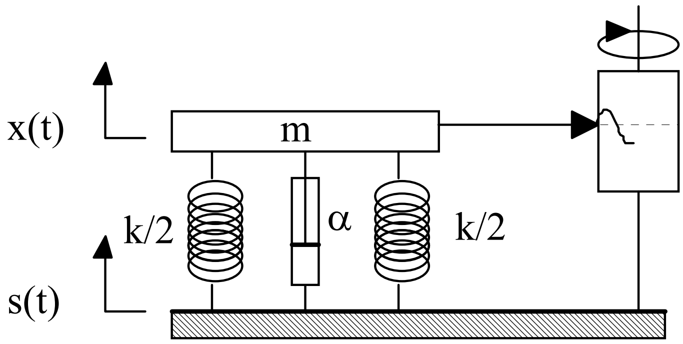
Exercice 3 :

La masse m, représentée sur la figure ci-contre, est soudée à l'extrémité de la tige de longueur *l* de masse négligeable. Cette masse est soumise à une force perpendiculaire, sinusoïdale de pulsation ω. L'autre extrémité est articulée au point O. La tige est reliée au point A au bâti fixe B_1 par un ressort de coefficient de raideur k_1 et un amortisseur dont le coefficient de frottement vaut α. Elle est, en outre, reliée au bâti fixe B_2 par un ressort de raideur k_2. La distance OA est égale à $l/2$.



1. Déterminer l'expression de l'amplitude des oscillations en fonction de la pulsation ω. En déduire la pulsation de résonance.
2. Déterminer la puissance instantanée et la puissance moyenne fournie au système.
3. Déterminer la puissance instantanée et la puissance moyenne dissipée dans le système. Conclusion.

Exercice 4 : Le dispositif mécanique ci-contre représente le schéma de principe d'un appareil de mesure de vibrations. La masse m est liée par deux ressorts et un amortisseur de coefficient de frottement visqueux α, un support rigidement lié au système mécanique dont on veut étudier les vibrations. Le mouvement du support est repéré par s(t) tandis que le mouvement de la masse est repéré par x(t). On étudie des vibrations sinusoïdales de la forme $s(t) = S_0 \cos(\Omega t)$.



L'origine est prise à la position d'équilibre.

1) Ecrire le lagrangien du système. En déduire l'équation du mouvement de la masse m en fonction de la coordonnée relative $y(t) = x(t) - s(t)$.

2) Déterminer la solution stationnaire y(t).

3) Dans le cas de ressorts de faible raideur, la pulsation propre ω_0 est petite devant la pulsation Ω. Donner dans ce cas l'expression de y(t). Montrer que l'on peut ainsi déterminer facilement l'amplitude S_0 de la vibration (on a réalisé ainsi un vibromètre).

4) Lorsque la raideur des ressorts est élevée, la pulsation propre ω_0 est grande devant la pulsation Ω des vibrations. Montrer , dans ce cas, que l'on peut déterminer facilement l'accélération du support (on a ainsi réalisé un accéléromètre).

Exercice 5:

Le bâti B_1 est maintenant animé d'un mouvement vertical sinusoïdal donné par: $x = X \cos(\Omega t)$ où X = 1 cm.

1/Montrer que l'équation différentielle qui régit le mouvement du système peut s'écrire:

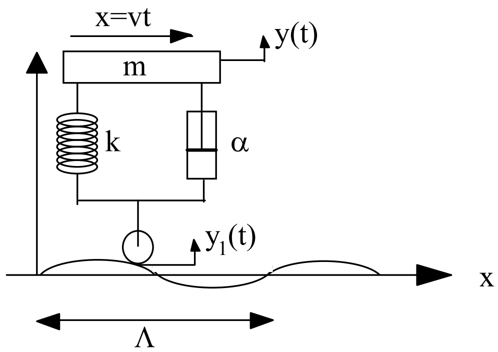
$$\ddot{\theta} + 2\delta\dot{\theta} + \omega_0^2\theta = A_0 \cos(\Omega t)$$

On précisera de manière explicite le terme A_0. Calculer sa valeur numérique.

2/ Quelle est l'expression de la solution $\theta(t)$ lorsque le régime permanent est établi? Vérifier que le système est très faiblement amorti; en déduire la fréquence de résonance et l'amplitude de $\theta(t)$ à la résonance.

3/ Quelle est, à la résonance, l'amplitude de la force F_T transmise au sol par chaque amortisseur?

Exercice 6 : Un véhicule roulant est un système complexe à plusieurs degrés de liberté. La figure ci-contre peut être considérée comme une première approximation d'un véhicule qui se déplace sur une route ondulée décrite par le profil y_1 (t). Dans ce modèle simplifié, on suppose que:



- La raideur élastique des pneus est infinie, c'est-à-dire que les ondulations de la route sont intégralement transmises à la suspension du véhicule.
- Les roues ne décollent pas de la chaussée.
- On s'intéresse uniquement au déplacement vertical y(t) du véhicule dans le plan de la figure.
- On se place dans le cas simple où le véhicule se déplace horizontalement à une vitesse constante v sur une route à profil sinusoïdal $y_1(x)=Y_1 \sin(2\pi x/\Lambda)$.

1) Etablir l'équation différentielle qui régit les variations au cours du temps de la coordonnée y du véhicule.

2) En déduire l'amplitude Y du mouvement du véhicule dans le sens vertical .

3) Application numérique m=350 kg, k=350 kN/m, v=100km/h, Λ=5m, Y_1 =20cm;

   a) pour α=2000 N.s/m,

   b) pour α=200 N.s/m.