

Série de TD 03 Intégration Numérique

- *Méthode des Trapèzes*
- *Méthode de Simpson*
- *Formules de quadrature*

Ex. 3.1

Un sous-marin se déplace avec une vitesse $V(t)$ donnée par la table suivante.

T en heures	0.00	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75	2.00
V(t) en Km/h	6.00	7.50	8.00	9.00	8.50	10.5	9.5	7.0	6.0

- ❖ Calculer la distance parcourue par le sous-marin durant deux heures, en utilisant :
 - La Méthode de Trapèze.
 - La Méthode de Simpson.

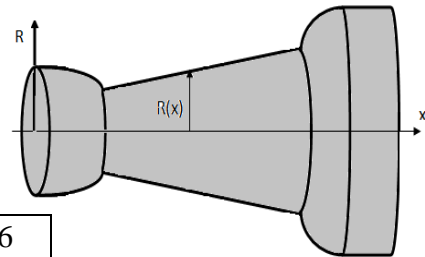
Ex. 3.2

On veut calculer le volume du corps suivant :
Sachant que:

$$V = \pi \int_a^b [R(x)]^2 dx$$

Avec $R(x)$ donnée par la table :

X en Cm	0	1	2	3	4	5	6
R(x) en Cm	6.2	5.8	4.0	4.6	5.0	7.6	8.2



- Utiliser les formules de Trapèzes et de Simpson; Pour calculer ce volume

Ex. 3.3

Trouver le nombre de tranche et le pas h , pour que la valeur absolue de l'erreur dans les formules de trapèze et de Simpson ne dépasse pas $5 \cdot 10^{-9}$ si on calcule l'intégrale.

$$I = \int_2^7 \frac{dx}{x} = \ln(7) - \ln(2) \approx 1.252762968$$

Ex. 3.4

Soit à calculer les intégrales ci-dessous en utilisant une formule de quadrature qui a les formes A et B:

$$\int_0^1 \sin(x) dx, \int_0^1 e^x dx, \int_0^1 x dx ; x \text{ en radians.}$$

- A. $\int_0^1 f(x) dx = A_0 f(0) + A_1 f(1).$
 B. $\int_0^1 f(x) dx = A_0 f(0) + A_1 f(1/2) + A_2 f(1).$

Calculer ces intégrales, puis comparer les résultats avec ceux exacte.

- ❖ Que peut-on dire des deux formules ?

Ex. 3.5 (Domicile)

On donne les intégrales suivantes.

$$I_1 = \int_1^3 \frac{xdx}{1+x^2}, \quad I_2 = \int_1^3 \frac{xdx}{7-2x}$$

Calculer ces intégrales en utilisant :

- La Méthode des Trapèzes avec 1, 2, 4 et 8 tranches
- La Méthode de Simpson avec 2, 4, 6 et 8 tranches