

Série de TD 01 : Méthodes de résolution des équations non linéaires $f(x)=0$.

Ex. 1.1:

Soit à résoudre l'équation suivante : $|x|e^x - 1 = 0$ pour $x \neq 0$.

- Utiliser la méthode graphique pour trouver le nombre de racines de cette équation.
- Vérifier les intervalles trouvés par le calcul.
- Utiliser la méthode de bisection pour trouver les racines de cette équation avec une précision de 0.01.

Ex. 1.2:

Soit l'équation : $f(x) = \ln(x) - 5 + x = 0$. avec $x \in [3.5, 4]$.

On veut résoudre l'équation par la méthode des approximations successives.

- Ecrire $f(x)$ sous la forme $x=g(x)$ (écrire toutes les formes possibles).
- Trouver la forme pour laquelle la méthode converge .
- Résoudre l'équation en prenant $x_0 = 3.5$ et comme précision $\varepsilon = 0.01$

Ex. 1.3:

Soit à résoudre l'équation : $\ln(x) - \alpha x = 0$ avec $x \in [1, 3]$.

- Trouver par la méthode graphique le nombre de racines de l'équation pour $\alpha = 0$, $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{2}$.
- Vérifier les conditions de convergence pour la méthode de Newton pour $\alpha = \frac{1}{4}$.
- Calculer la racine par cette méthode si on donne $x_0 = 2.000$ et $\varepsilon = 0.001$.

Ex. 1.4:

On donne l'équation : $|x| - \cos(x) = 0$ avec $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ (x en radian)

- Trouver graphiquement le nombre de racines de cette équation et vérifier par le calcul les intervalles trouvés.
- Vérifier les conditions de convergence pour la méthode de Newton-Raphson pour l'intervalle $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$.
- Trouver la racine qui appartient à cet intervalle avec une précision 0.001 et un estimé initial $x_0 = 0.500$.
- En déduire les autres racines.

Ex. 1.5:(a domicile)

Reprendre l'équation de l' **Ex. 1.1**: est essayé de calculer la racine négative $\bar{x} \in [0.25, 1.00]$ par la méthode de Newton-Raphson.

- Vérifier les conditions de convergence de la méthode.
- Calculer la racine si on donne $x_0 = 0.500$ et $\varepsilon = 0.001$.

Série de TD 02

Interpolation polynomiale

- *Polynôme de LAGRANGE*
- *Polynôme de NEWTON*

Ex. 2.1 :

On donne la fonction : $f(x) = 2^x x - 1$,

1. Trouver le polynôme de Lagrange pour la fonction f basé sur les points 0, 1, 2 et 3.
2. Trouver le terme d'erreur d'interpolation $\varepsilon(x)$.
3. Calculer l'erreur d'interpolation pour $f(1.5)$ et $f(4)$.

Ex. 2.2:

Soit la fonction : $f(x) = |x| - \cos(x)$ avec x en radians.

1. Calculer la table des différences divisées pour la fonction f aux points $-1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, et 1$.
2. Calculer les polynômes de Newton de la fonction f.
3. Trouver le terme d'erreur d'interpolation.

Ex. 2.3:

On donne la table suivante:

x	0	1	2	3
F(x)	1.00	0.87	0.50	0.00

1. Dresser la table des différences divisées pour f(x).
2. Trouver le polynôme de Newton basé sur cette table.
3. Calculer P(1.5) et P(2.1).
4. Sachant que $f(x) = \cos\left(\frac{\pi x}{6}\right)$, avec x en radians. Trouver le terme d'erreur $\varepsilon(x)$ et évaluer l'erreur commise lors du calcul de P(1.5) et P(2.1).

Ex. 2.4:(a domicile)

1. Trouver le polynôme de Lagrange basé sur les points -3, -1, 1, et 3

pour la fonction : $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$

2. Calculer le terme d'erreur $\varepsilon(x)$.

Remarque: Prenez trois chiffres après la virgule