CHAPITRE 1

NOTIONS FONDAMENTALES SUR LA MESURE

1.1 Définition et but d'une mesure :

On appelle mesure toute action qu'on effectue pour déterminer une valeur d'une grandeur. La détermination de cette valeur nécessite sa comparaison avec une grandeur de référence (étalon).
Exemple : mesure de la longueur d'une table.
La mesure est très importante; c'est grâce à elle qu'on peut vérifier et valider les résultats de simulation et par la suite développer des lois et des formules. Une grandeur est parfaitement connue si on peut la mesurer.

1.2 Principe d'une mesure :

Lorsqu'un expérimentateur effectue une mesure, il doit réaliser les phases suivantes :

a) L'expérimentateur fait d'abord une lecture sur un cadran, et obtient une indication brute.
b) A l'aide de la graduation qui donne une correspondance entre les divisions du cadran et la grandeur à mesurer, l'expérimentateur transforme cette indication brute en mesure brute. Dans le cas où le cadran est gradué en unité de la grandeur à mesurer, l'expérimentateur obtient directement cette mesure brute.
c) A l'aide de courbes, tableaux et indications annexes, cette mesure brute est transformée ensuite en mesure corrigée qui n'est encore qu'une valeur à Δy prés de la grandeur.(c-à-d l'erreur).
d) Ayant effectué plusieurs mesures de la même grandeur, l'expérimentateur déduit alors de ces mesures corrigées la valeur la plus probable.
e) Enfin, l'expérimentateur réfléchit sur la signification des chiffres obtenus ; il médite sur la valeur vraie, celle qu'eût fournie le meilleur instrument utilisé.

1.3 Mesurage d'une grandeur :

1.3.1 Grandeurs mesurables et non mesurables :

Une grandeur est mesurable si on peut faire le rapport de deux grandeurs. Exemple : la longueur d'une table L_1=1m et la hauteur d'un mur H_1=3m.
Les grandeurs non mesurables sont des grandeurs dont on ne peut pas définir le rapport de deux grandeurs. On peut seulement les comparer (inférieur ou supérieur). Elles sont dites aussi des grandeurs repérables.
Exemple : une couleur, dureté d'un métal (le diamant est plus dur que le fer), la température.

1.3.2 Etalons :

Ce sont des objets ou des dispositifs assurant la définition de l'unité et permettant sa reproduction (étalon secondaire). Exemple le kilogramme c'est un étalon pour la mesure des masses ; il est adopté par la 1^{ere} conférence générale des poids et mesures en 1889, il est défini à partir de la masse de l'eau:
1kg= la masse de 1dm^3 de H_2o à son maximum de densité (4°C, sous la pression atmosphérique de 101,325 kPa).

1.4 Grandeurs et Unités de mesure :

On peut classer les grandeurs en deux catégories :
Des grandeurs fondamentales et des grandeurs dérivées.
Exemples : la longueur est une grandeur (F), et la surface est une grandeur dérivée (D).

Les grandeurs fondamentales sont des grandeurs qu'on ne peut pas les exprimer les unes des autres (indépendantes). Par contre les grandeurs dérivées sont des grandeurs qu'on peut exprimer en fonction des grandeurs fondamentales.
Suivant notre besoins ; on a :

- En géométrie

Pour la géométrie une seule grandeur fondamentale est suffisante et les autres peuvent s'exprimer en fonction de celle-ci. Exemple: la longueur et les autres grandeurs peuvent s'exprimer en fonction de la longueur tel que la surface (S=L*L) et le volume ($V=L^3$).

- En mécanique

Pour la mécanique on a besoin de trois grandeurs fondamentales: Longueur, temps et la masse (L,T,M).

- En électricité

Pour l'électricité on a besoin de quatre grandeurs fondamentales: Longueur, temps , la masse et le courant (L,T,M,I).

On appelle unité une grandeur qui est choisie parmi toutes les autres grandeurs d'une même espèce. Toutes les autres grandeurs seront exprimées en fonction de cette unité qui est prise comme référence.
G=g.U
On appelle g la mesure de G avec l'unité choisie U.
La valeur g dépend du choix de l'unité. Exp: L=2m et L=200cm
Les unités fondamentales du système MKSA se compose de quatre unités fondamentales : le mètre, le kilogramme, la seconde et l'Ampère.
Les unités de base du système international (SI) sont:

Grandeur	**Nom de l'unité SI**	**Symbole de l'unité**	**Dimension**
Longueur	mètre	m	L
Masse	kilogramme	kg	M
Temps	seconde	s	T
Intensité de courant électrique	ampère	A	I
Température thermodynamique	kelvin	k	ϑ
Quantité de matière	mole	mol	N
Intensité lumineuse	candela	cd	J

1.5 Equation aux dimensions :

L'équation aux dimensions d'une grandeur dérivée peut être écrite sous la forme suivante :

$$\left[X\right] = M^{\alpha} L^{\beta} T^{\gamma} I^{\delta}$$

Exemples :

Force (F) $F = m\gamma$, $\left[F\right] = MLT^{-2}$

Tension (V) $V = P / I$, $\left[V\right] = ML^2 T^{-3} I^{-1}$

1.6 Caractéristiques usuelles des signaux :

La tension et les courants électriques sont des signaux représentées par trois classes de fonction du temps :

(i) Fonctions périodiques
(ii) Fonctions non périodiques
(iii) Fonctions aléatoires

Pour notre chapitre on se limite par la première classe des signaux.

1.6.1 Valeur instantanée

pour une fonction périodique, on dit un signal v(t) est périodique avec une période T si :
v(t)=v(t+T) quelque soit t
pour une fonction sinusoïdale de la tension v(t) est donnée par :
v(t)= $V_0\cos(\omega t+\theta)$
avec : V_0 est l'amplitude du signal à sa valeurs max ;
ω est la pulsation du signal en rad/s;
θ est la phase initiale lorsque t=0
f=1/T est la fréquence du signal en Hz

$$\omega = 2\pi/T = 2\pi f \qquad f = 1/T = \omega/2\pi \qquad T = 1/f = 2\pi/\omega$$

Exemple 1.1 tracer les graphes de chaque fonctions suivantes et determiner la période et la fréqunece pour chaqu'une

$(a)\ v_1(t) = \cos t \qquad (b)\ v_2(t) = \sin t \qquad (c)\ v_3(t) = 2\cos 2\pi t$

$(d)\ v_4(t) = 2\cos(\pi t/4 - 45°) = 2\cos(\pi t/4 - \pi/4) = 2\cos[\pi(t-1)/4]$

$(e)\ v_5(t) = 5\cos(10t + 60°) = 5\cos(10t + \pi/3) = 5\cos 10(t + \pi/30)$

Solution :

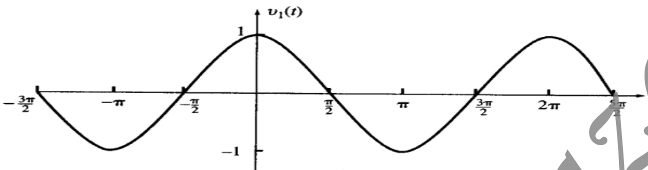
(*a*) voir Fig.(*a*). $T = 2\pi = 6.2832$ s and $f = 0.159$ Hz.

(*b*) voir Fig.(*b*). $T = 2\pi = 6.2832$ s and $f = 0.159$ Hz.

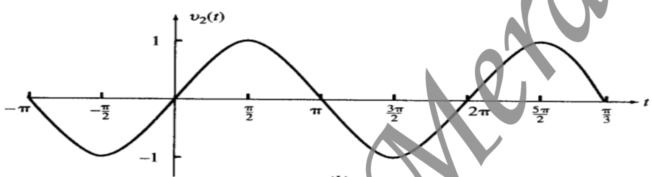
(*c*) voir Fig.(*c*). $T = 1$ s and $f = 1$ Hz.

(*d*) voir Fig.(*d*). $T = 8$ s and $f = 0.125$ Hz.

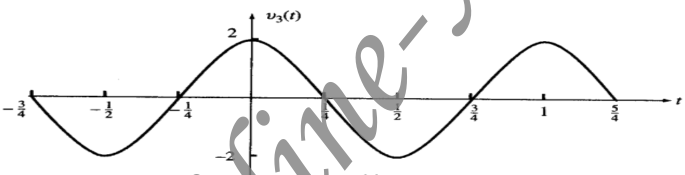
(*e*) voir Fig.(*e*). $T = 0.2\pi = 0.62832$ s and $f = 1.59$ Hz.



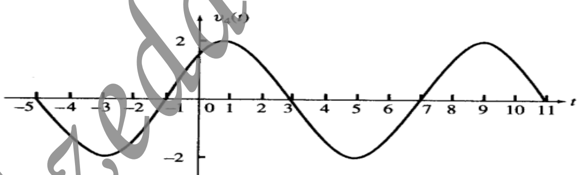
(*a*)



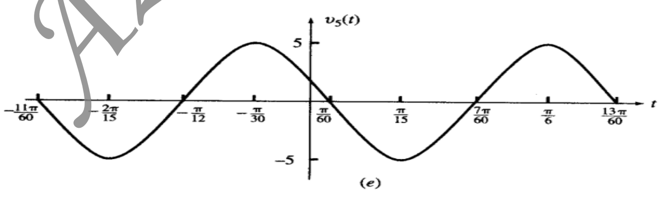
(*b*)



(*c*)



(*d*)



(*e*)

1.6.2 Valeur moyenne :

Pour un signal électrique périodique *f(t)* de période T a une valeur moyenne définie comme suit ;

$$F_{moy} = \langle f(t) \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} f(t)\,dt$$

Démonstration :

Considérons une grandeur périodique x de période T et partageons un intervalle $[t_1, t_1 + T]$ en n intervalles égaux à T/n (t_1 étant quelconque) : la **moyenne** des valeurs de x au milieu de chacun de ces intervalles est

$$\frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{T}\Delta t \qquad \text{avec} \qquad \frac{T}{n} = \Delta t$$

Lorsque $n \to \infty$, l'expression précédente tend vers $\frac{1}{T}\int_{t_1}^{t_1+T} x(t)\,dt$: c'est, par définition, la valeur moyenne (notée $\overline{x}$) de x sur une période :

$$\boxed{\overline{x} = \frac{1}{T}\int_{(T)} x(t)\,dt}$$

1.6.3 Valeur efficace :

Pour le même signal précédent a une valeur efficace définie par :

$$F_{\text{eff}} = \left[\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} f^2(t)\,dt\right]^{1/2}$$

Démonstration :

Si x est une grandeur périodique de période T, il en est de même pour x^2, en général.
Par définition la valeur efficace X de x sur une période, est telle que

$$\boxed{X^2 = \frac{1}{T}\int_{(T)} x^2\,dt}$$

X^2 est ainsi la valeur moyenne de x^2 sur une période.

Pour le cas du courant électrique :

La valeur efficace d'un courant est égale à la valeur d'un courant continu fictif qui produirait la même quantité de chaleur (même énergie apportée) dans une même résistance et pendant la même durée.

$$\Delta W_{\text{apportée}} = \int_{t_1}^{t_2} Ri^2 dt \quad \Rightarrow \quad I^2_{\text{Eff}} = \frac{\Delta W_{\text{apportée}}}{R\,(t_2 - t_1)} = \frac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t_2} i^2 dt$$

À la place du qualificatif efficace, on utilise souvent l'abréviation anglo-saxonne r.m.s. qui signifie root mean square et qui se traduit littéralement par racine de la moyenne du carré.

Exemple 1.2 trouver les valeurs moyenne et efficace pour la tension : $v(t)=V_m\cos(\omega t+\theta)$

Solution :

$$V_{moy} = \frac{1}{T}\int_0^T V_m \cos(\omega t + \theta)\, dt = \frac{V_m}{\omega T}[\sin(\omega t + \theta)]_0^T = 0$$

$$V_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{T}\int_0^T V_m^2 \cos^2(\omega t + \theta)\, dt = \frac{1}{2T}\int_0^T V_m^2[1 + \cos 2(\omega t + \theta)]\, dt = V_m^2/2$$

$$V_{\text{eff}} = V_m/\sqrt{2} = 0.707 V_m$$

1.7 Gamme des grandeurs électriques utilisées en Electronique et en Electrotechnique

On peut distinguer entre les deux disciplines par quelques exemples illustratifs :

En Electronique, on rencontre des faibles grandeurs électriques ***:***

LEDs

Leds rondes 3mm à résistance intégrée 12V
Leds pouvant être alimentées directement par une alimentation de 12V sans adjonction de résistance.
Boitier diffusant coloré, angle 60°.

Références	Couleur	λ	Angle	Luminosité	Tension
LED22	Rouge	625nm	60°	20mcd	12,00V
LED23	Vert	568nm	60°	20mcd	12,00V
LED24	Jaune	588nm	60°	15mcd	12,00V

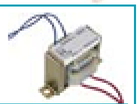
Ventillateurs

Ventilateurs
Roulements: palier lisse. Connexions par fils.
Matériau: thermoplastique PBT UL94-VO.
Température de travail: -10°C à +65°C.
Tous les modèles sont approuvés UL/CSA.

Références	Tension/courant	Vitesse	Bruit	Dimensions	Puissance
QVE69	12Vdc/60mA	5500t/m	24dbA	40x40x10mm	11m³/h
QVE70	12Vdc/190mA	4500t/m	34dbA	60x60x25mm	37m³/h
QVE71	12Vdc/165mA	3000t/m	34dbA	92x92x25mm	88m³/h

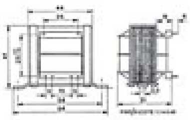
Transformateurs

Transformateurs standards 1 enroulement
Un enroulement, sorties sur fils.
Fils rouges : entrée 230V, fils bleus : sortie 9 ou 12V.
Puissance disponible de 2,4VA à 42VA



Référence	Sortie	A	P	HxLxP	1 à 4	5 à 9	10 et +
WAT43	1x 9V	1200mA	10,8VA	52x60x45	9,44 €	8,97 €	8,50 €
WAT44	1x12V	200mA	2,4VA	31x37x35	4,96 €	4,71 €	4,47 €
WAT45	1x12V	500mA	6VA	35x43x43	6,98 €	6,63 €	6,28 €
WAT46	1x12V	1000mA	12VA	42x52x52	10,42 €	9,90 €	9,38 €
WAT47	1x12V	2000mA	24VA	60x70x60	16,50 €	15,68 €	14,85 €
WAT48	1x12V	3500mA	42VA	60x70x75	20,28 €	19,26 €	18,25 €

Transformateurs standard 3VA
Double isolation, conforme CE.
Sortie sur picots pour circuits imprimés.
Tension au primaire 230V/50hz-60Hz.
Deux enroulements séparés au secondaire.
Longueur x Largeur x Hauteur: 38x29x35mm.

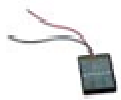


Référence	Désignation	1 à 4	5 à 9	10 et +
WAT49	Transfo chassi 2x 6V 3VA 2x250mA	12,52 €	11,89 €	11,27 €
WAT50	Transfo chassi 2x 9V 3VA 2x167mA	12,52 €	11,89 €	11,27 €
WAT51	Transfo chassi 2x12V 3VA 2x125mA	12,52 €	11,89 €	11,27 €
WAT52	Transfo chassi 2x15V 3VA 2x100mA	12,52 €	11,89 €	11,27 €

Photovoltaïque

Panneaux

Mini panneaux photovoltaïque
Type polycristallin. Sortie sur fils.



Références	Tension max	Courant max	Dimensions
SUN14	0,5V	400 mA	46x72x6 mm
SUN15	0,5V	800 mA	66x95x6 mm
SUN16	2,0V	200 mA	66x95x6 mm

Références	Désignation	1 à 4	5 à 9	10 et +
SUN14	Mini panneaux 0,5V/400mA	6,95 €	6,60 €	6,25 €
SUN15	Mini panneaux 0,5V/800mA	14,21 €	13,50 €	12,79 €
SUN16	Mini panneaux 2,0V/200mA	17,44 €	16,57 €	15,69 €

En Electrotechnique, on rencontre souvent des grandeurs électriques importantes :

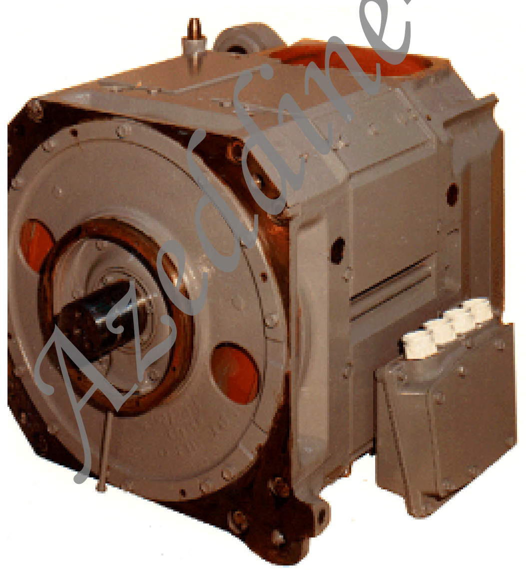
courants et densités de courant maximaux de lignes aériennes.

Section	I_{max} (A)		J_{max} (A/mm^2)	
(mm^2)	Eté	Hiver	Eté	Hiver
228	510	640	2,22	2,81
841	1 100	1 400	1,31	1,66

Puissance transmissible par une ligne en fonction de la distance et du niveau de tension

Tension	Puissance maximale	Distance maximale
63 kV	20 MW	50 km
225 kV	200 MW	200 km
400 kV	700 MW	400 km
	1200 MW	100 km
750 kV	2500 MW	200 km
	1000 MW	600 km

moteur à courant continu du TGV Paris Sud Est (Alstom)



Moteur à courant continu
Alstom (TAB 676)
537 kW à 2780 tr/min

V = 1087 V ; I = 530 A ($I_{dém}$ = 1000 A pendant quelques minutes)

L = 7 mH (avec inductance de lissage)
R = 0,04 Ω (115°C) ($\tau_{élec}$ = 175 ms)

Auto ventilation :	2340 m^3/h
Excitation série :	3,5 kW (0,65 % P_n)
Rendement :	95 %
Masse totale :	1515 kg
Encombrement :	830 x 670 x 670 mm^3

1.8 Caractéristiques de la mesure :

a) Précision : Déviation entre la valeur indiquée par l'appareil et la valeur la plus probable.

b) Résolution : la plus petite variation du signal d'entrée qui cause un changement détectable à la sortie.

c) Fidélité : un appareil est fidèle lorsque ses indications ne dépendent que de la grandeur à mesurer. En d'autre terme, pour une série de mesures de la même valeur on obtient le même résultat. De nombreuses causes influent sur la fidélité d'un instrument de mesure. Souvent mal connues, les unes sont dues aux conditions d'emploi (pression, température, humidité ...), les autres peuvent se rattacher au vieillissement de l'appareil.

d) Justesse : La justesse caractérise l'aptitude d'un appareil à donner des indications égales à la vraie valeur de la grandeur à mesurer.

1.9 Erreurs de mesure :

1.9.1 Introduction

La mesure est effectuée à l'aide d'un dispositif appelé appareil de mesure. Toute mesure est entachée d'erreurs. Donc l'erreur est la différence entre la valeur exacte et la valeur mesurée. L'origine de ces erreurs est :

- les instruments utilisés pour la mesure;
- l'expérimentateur;
- l'ambiance dans laquelle s'effectue la mesure.

En conséquence la qualité de la mesure dépend de ces facteurs.

1.9.2 Incertitude absolue : L'erreur absolue

$\Delta x = |x - x_r|$

Elle représente la valeur absolue de l'écart entre la valeur vraie x et la valeur relevée par l'expérimentateur x_r.

1.9.3 Incertitude relative : L'erreur relative $\varepsilon = \frac{\Delta x}{x_r}$

Elle donne la précision de la mesure.

Exemple une résistance a une valeur de 100Ω ± 10%. Cela veut dire que la valeur de la résistance est comprise entre 90Ω et 110Ω.

1.9.4 Règle de calcul d'incertitudes :

■ **Cas d'une somme**

x = a+ b

Sachant que les erreurs dans a et b sont Δa et Δb respectivement.

On remplace :

$$x \pm \Delta x = (a \pm \Delta a) + (b \pm \Delta b)$$

$$= a + b \pm \Delta a \pm \Delta b \Rightarrow \Delta x = \Delta a \pm \Delta b$$

on prend le cas le plus défavorable i.e les erreurs dans a et b positives, ce qui donne :

Δx=Δa+Δb

Donc l'erreur d'une somme est la somme des erreurs dans chaque mesure.

■ **Cas d'un produit**

soit x = a * b

$$x \pm \Delta x = (a \pm \Delta a) * (b \pm \Delta b)$$

$$= ab \pm b\Delta a \pm a\Delta b \pm \Delta a\Delta b$$

et comme Δa et Δb sont supposées petites relativement aux grandeurs à mesurer a et b, donc leur produit peut être négliger, ce qui donne :

$x \pm \Delta x = ab \pm b\Delta a \pm a\Delta b$

$$\frac{\Delta x}{x} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}$$

Donc pour le cas d'un produit on additionne les erreurs relatives.

■ **Cas d'une fonction quelconque**

$G = f(x, y, z)$

$$dg = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial z} dz$$

$$\Delta g = \left|\frac{\partial f}{\partial x}\right| \Delta x + \left|\frac{\partial f}{\partial y}\right| \Delta y + \left|\frac{\partial f}{\partial z}\right| \Delta z$$

Exemple : f=x.y , donc :

$\left|\frac{\partial f}{\partial x}\right| = y$, $\left|\frac{\partial f}{\partial y}\right| = x$ donc : Δf=yΔx+xΔy, Δf/f= (yΔx+xΔy)/(x.y)= Δx/x + Δy/y

1.9.5 Présentation d'un résultat de mesure :

-Forme générale de la grandeur x

$x = \bar{x} \pm \Delta\bar{x} U$

Tel que : $\bar{x}$ est la valeur moyenne donnée comme suit :

- Répéter n fois la mesure soit :

$x_1, x_2, \dots\dots\dots, x_n$

- Prendre la valeur moyenne

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

Et $\Delta\bar{x}$ est l'écart moyen

$$\Delta\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \left|x_i - \bar{x}\right|$$

U : est l'unité de la grandeur à mesurer.

Exemple : x= 220.05±0.02V