TD 1-4 : statique, dynamique des fluides parfaits et réel	Université Chahide Hamma Lakhdar EL-Oued	
Module : MDF Approfondie.	Faculté de technologie	
Energétique/ Energie renouvelable en mécanique	Département de génie mécanique	

Exercice 01 : Quelle est la pression au point A de la figure 1 ?

$\rho_{eau} = 1000\, kg/m^3,\ d_{mercure} = 13{,}57,\ g = 10\, m/s^2$

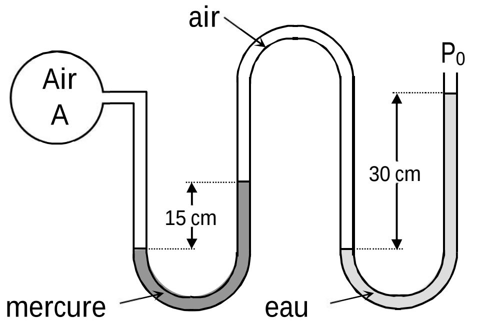
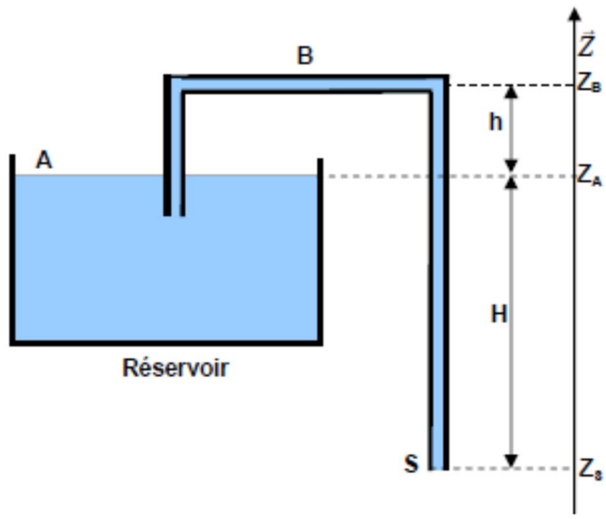


Figure 1

Exercice 02 : On considère un siphon de diamètre d=10 mm alimenté par un réservoir d'essence de grandes dimensions par rapport à d et ouvert à l'atmosphère. On suppose que : le fluide est parfait. le niveau du fluide dans le réservoir varie lentement. l'accélération de la pesanteur g=9.81 m/s^2. le poids volumique de l'essence: $\varpi = \rho g$ = 6896 N/m3, H=Za-Zs =2,5 m.

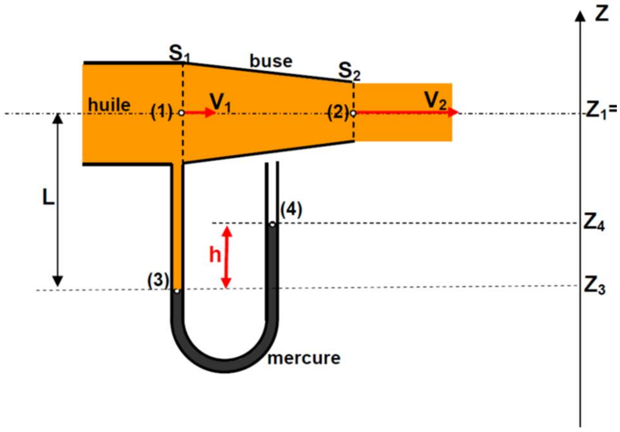


1. En appliquant le Théorème de Bernoulli entre les points A et S, calculer la vitesse d'écoulement VS dans le siphon. En déduire le débit volumique q_V.
2. Donner l'expression de la pression P_B au point B en fonction de h, H, ϖ et Patm. Faire une application numérique pour h=0.4 m.
3. h peut-elle prendre n'importe quelle valeur ? Justifier votre réponse.

Exercice 03 : De l'huile est accélérée à travers une buse en forme de cône convergent. La buse est équipée d'un manomètre en U qui contient du mercure.

Partie 1 : Etude de la buse

Un débit volumique qv= 0,4 L/s, l'huile traverse la section S1 de diamètre d1= 10 mm à une vitesse d'écoulement V1, à une pression P1 et sort vers l'atmosphère par la section S2 de diamètre d2 à une vitesse d'écoulement V2=4.V1 et une pression P2=Patm=1 bar.



On suppose que : le fluide est parfait, la buse est maintenue horizontale (Z1=Z2). On donne la masse volumique de l'huile : ρ_{huile} = 800 kg/m3.

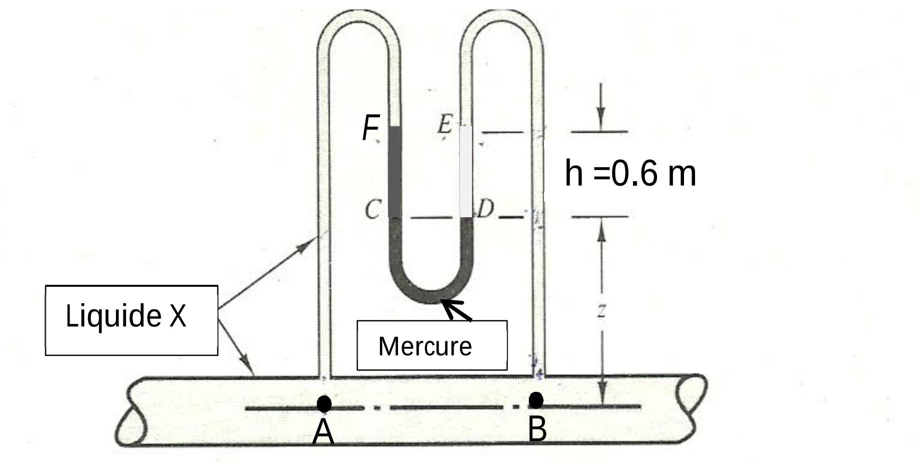
1. Calculer la vitesse d'écoulement V1.
2. Ecrire l'équation de continuité. En déduire le diamètre d2.
3. En appliquant le Théorème de Bernoulli entre le point (1) et le point (2) , déterminé la pression P1 en bar.

Partie 2 : Etude du manomètre (tube en U).

Le manomètre, tube en U, contient du mercure de masse volumique $\rho_{mercure}$=13600 kg/m3. Il permet de mesurer la pression P1 à partir d'une lecture de la dénivellation : h = (Z4-Z3). On donne :- (Z1-Z3)= L= 1274 mm. L'accélération de la pesanteur : g = 9,81 m/s2. la pression P4 = Patm= 1 bar,

1. En appliquant la RFH (Relation Fondamentale de l'hydrostatique) entre les points (1) et (3), déterminer la pression P3.
2. De même, en appliquant la RFH entre les points (3) et (4), déterminer la dénivellation h du mercure.

Exercice 04 : Un manomètre est fixé entre deux point A et B d'un tuyau horizontale ou s'écoule un liquide **X** de densité d =1. La dénivellation **h** du mercure dans le manomètre est de 0.6 m. Calculer la différence de pression entre A et B en Pa, sachant que le poids volumique de mercure est $\varpi = 13{,}57 10^4\ N\ /\ m^3$ On prend g=10 m/s²

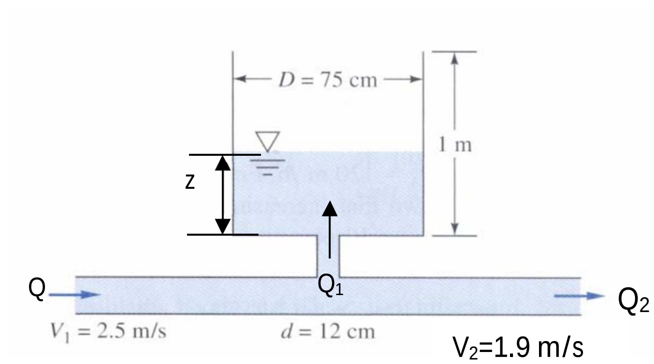


Exercice 05 :

La conduite suivante est entrain de remplir un réservoir cylindrique de hauteur H=1m. Au temps *t = 0* la profondeur de l'eau dans le réservoir est z=30 cm.

1- Calculer le débit Q_1 en l/s

2- Estimer le temps T nécessaire pour le remplissage du reste du réservoir en s.



Exercice 06 :

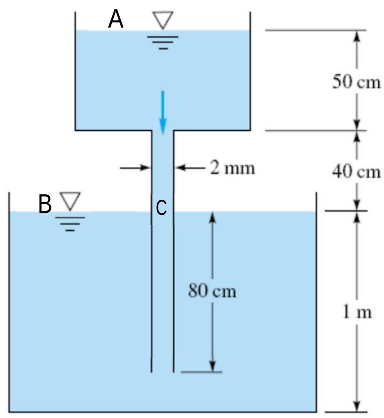
Soit l'écoulement laminaire d'Éthanol entre deux réservoirs très larges (voir figure 2). On suppose que les pertes de charge singulières est négligeable.

1-Calculer la vitesse d'écoulement.

2- Déduire le débit volumique

3- Calculer la valeur de la pression au point C.

$\rho_{Eth} = 789\ kg\ /\ m^3,\ \mu_{Eth} = 1{,}2.10^{-3}\ Pa.s,\ g = 10\ m\ /\ s^2$



Exercice 7

En analysant la figure suivante :

1-Calculer la vitesse d'écoulement dans chaque partie de la conduite.

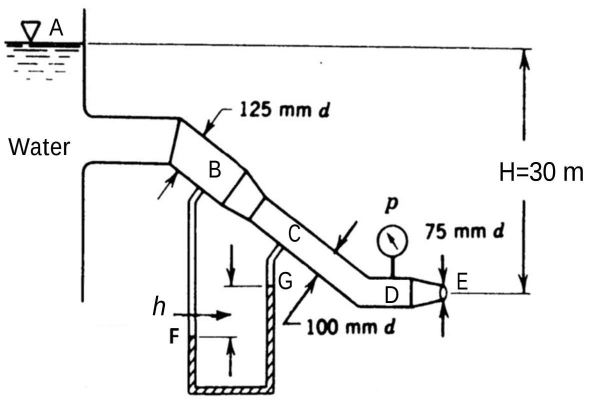
2- En déduire le débit volumique.

3- Calculer la valeur de la pression au point D.

4- Déduire la dénivellation du manomètre *h*.

On suppose la viscosité négligeable.

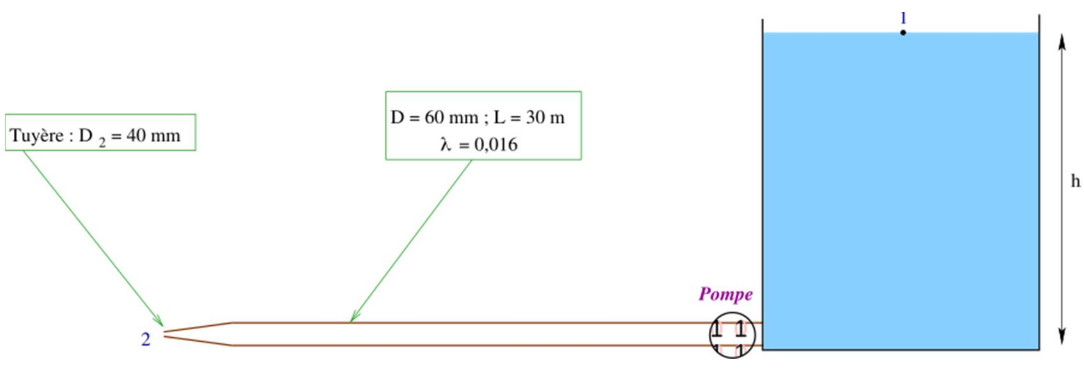
ρ_{Hg}=13600 Kg/m^3



Exercice N 8

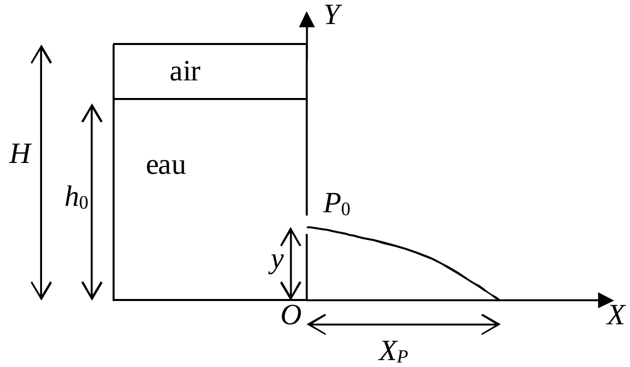
Une pompe de 25 kW permet de distribuer un débit d'eau de 0.04 m^3/s depuis un grand réservoir à travers une conduite dont les caractéristiques sont montrées sur la figure ci-dessous. Déterminer le débit qui sera véhiculé si on enlève la pompe du système.

On suppose que dans les deux cas (avec ou sans pompe) le coefficient de perte de charge linéaire est 0,016 et que les pertes de charge singulières sont négligeables dans tout le système.



Exercice 9

Un grand réservoir cylindrique fermé de hauteur $H = 2.5$ m, contient de l'eau de masse volumique constante $\rho = 10^3$ kg/m3, sur une hauteur $h_0 = 1.8$ m, surmontée d'air à la pression initiale : 1.1 P_0, P_0 étant la pression atmosphérique à l'extérieur du réservoir ($P_0 = 10^5$ Pa).



On perce la surface latérale du réservoir d'un petit orifice circulaire de rayon r << R et situé à la distance $y = 0.4$ m du fond du réservoir.

Le système est maintenu à température constante. On donne le champ de pesanteur uniforme $g = 10$ m/s^2.

1. Calculer la vitesse 'v_0' d'éjection initiale de l'eau par l'orifice.
2. Pendant l'écoulement de l'eau, l'air au-dessus se détend. Calculer la vitesse d'éjection v_1 de l'eau lorsque la surpression de l'air par apport à P_0 réduit à la moitié.
3. Déterminer l'équation du second degré en h, ou h désigne la hauteur d'eau qui reste dans le réservoir au moment où l'eau cesse de s'écouler, calculer h.

Exercice 10

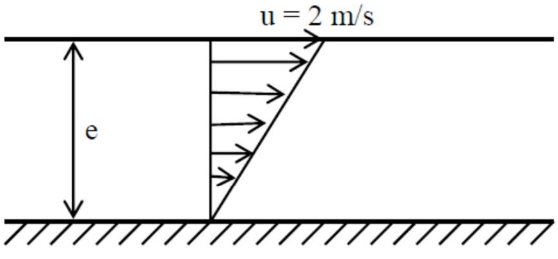
L'écoulement d'un fluide incompressible est caractérisé par son vecteur vitesse $\vec{q}$ tel que

$(u = 2\lambda x^2 - xy + z^2 + \lambda^2 x)$, $(v = x^2 - 4\lambda xy + y^2)$, $(w = 2xy - yz + \lambda y^2 - z)$

Déterminer les valeurs de λ pour que cet écoulement soit physiquement possible ?

Exercice 11

Un écoulement d'un liquide de viscosité dynamique $\mu = 2.10^{-2}$ N.s/m^2, sur une plaque plane fixe, est caractérisé par le profil donné par le schéma ci-dessous :



si l'épaisseur de l'écoulement est e = 5 cm, déterminer la valeur de la contrainte de cisaillement :

a- à la paroi ?

b- à une distance de 2 cm de la paroi ?

c- à une distance e de la paroi ?

Exercice 12

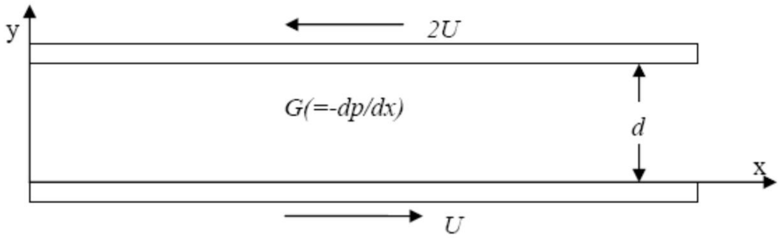
On se propose d'étudier l'écoulement établit et axial d'un liquide visqueux (μ, ρ), entre deux plaques parallèles de largeur L=1m. La plaque supérieure se déplace à la vitesse *-2U* et la plaque inférieure à la vitesse *U* (voir la figure), en plus il existe un gradient de pression axial *G=-(dp/dx)*.

1- Obtenir le profil de vitesse du fluide *u(y)* entre les deux plaques.

2- Calculer la contrainte de cisaillement τ aux positions *y=0, y=d*

3- En quelle position y, τ=0 ?

4- Calculer le débit volumique du fluide $Q = \int u(y)dS$. ($dS = L.dy$).



Exercice 13

On considère un écoulement stationnaire, incompressible et visqueux d'un fluide newtonien entre deux plaques horizontales de longueurs **l**. La plaque inférieure est animée d'une vitesse constante **U0**. L'écoulement étant parallèle aux plaques de grandes étendues dans le plan **xz** (plan perpendiculaire à la feuille) et en négligeant les forces de pesanteurs:

1- Ecrire les équations de Navier-Stokes pour un écoulement incompressible et visqueux en coordonnées cartésiennes et définir chacun des termes présents dans ces équations.

2- Simplifier ces équations pour l'écoulement étudié ci-dessus. Justifier toutes vos simplifications.

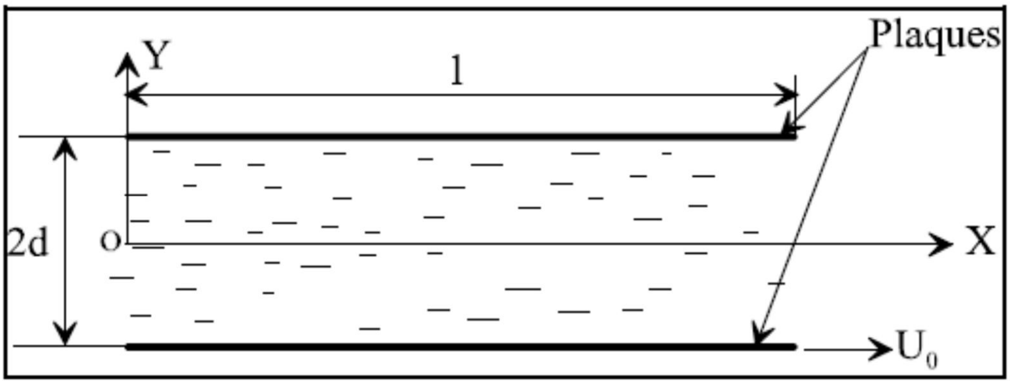
3- Trouver le profil des vitesses de l'écoulement entre les plaques en fonction de μ, **U0**, **l**, **d** et la perte de charge Δ**P** (avec Δ**P** = **P**(x=0) - **P**(x=l) > 0).

4- Déterminer la vitesse maximale dans l'écoulement.

5- Déterminer les contraintes tangentielles aux parois inférieure et supérieure.

6- Déterminer le débit volumique passant entre les plaques (la largeur des plaques suivant la direction **z** étant égale à l'unité).

7- Déterminer la vitesse débitante de l'écoulement entre les plaques et en déduire le nombre de Reynolds.



Exercice 14

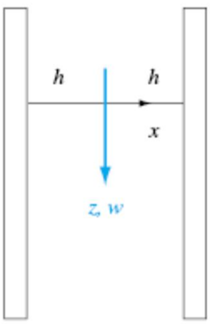
La distribution de vitesses pour un écoulement permanent incompressible bidimensionnel est donnée par :

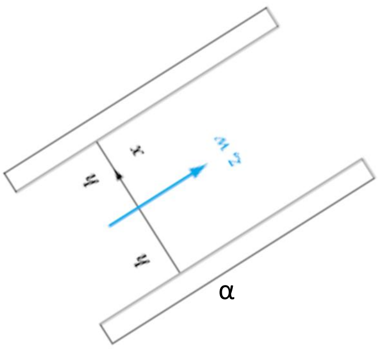
$$\begin{cases} u = \dfrac{-x}{x^2 + y^2} \\ v = \dfrac{-y}{x^2 + y^2} \end{cases}$$

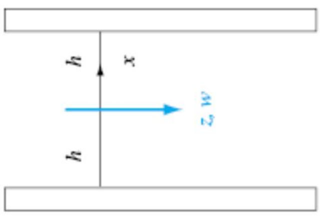
a- montrer que cette distribution satisfait l'équation de continuité ?
b- montrer que l'écoulement vérifie l'équation de Laplace si le champ de vitesse dérive d'un potentiel ?

Exercice 15

On considère les mêmes questions précédents pour les cas suivants :







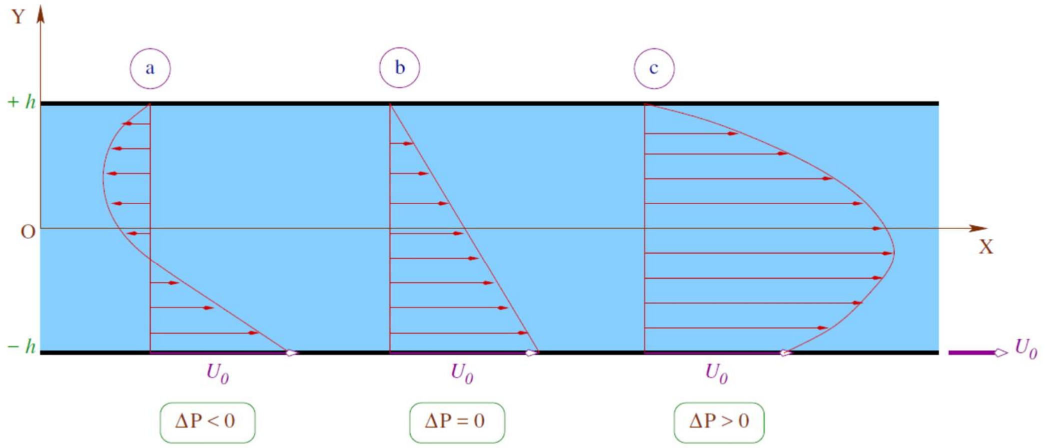


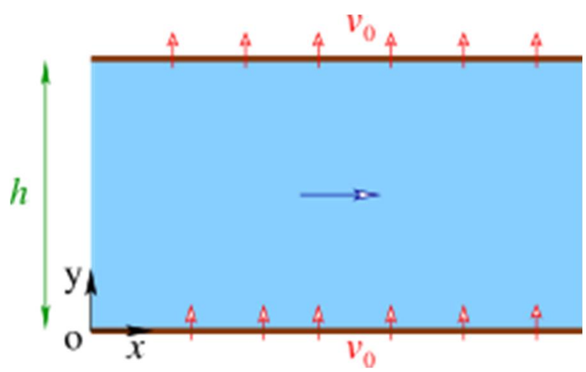
FIGURE 4.7: ***Ecoulement de Couette généralisé. Profils des vitesses.***

Exercice N 16

On considère un écoulement stationnaire d'un fluide incompressible et visqueux entre deux plaques planes horizontales fixes. L'écoulement, dû à un gradient de pression supposé connu et constant, est parallèle aux plaques de grandes étendues dans le plan (*x0z*). Le même fluide est injecté à travers la plaque inférieure avec une vitesse uniforme v_0 perpendiculairement à la plaque. Le fluide est soutiré le long de la plaque supérieure avec la même vitesse uniforme v_0 perpendiculairement à cette dernière (voir figure).

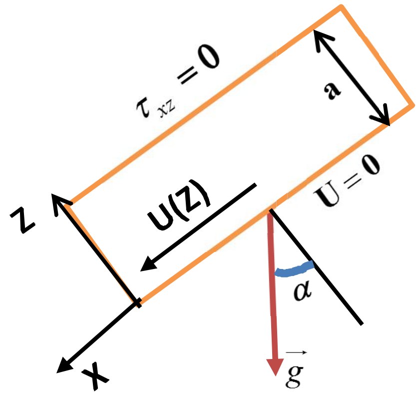
On suppose que la composante transversale v_0 de la vitesse est uniforme dans tout l'écoulement et que les forces de pesanteur sont négligeables.

Trouver l'expression du profil des vitesses de cet écoulement.



Exercice 17

Sur une plaque plane lisse faisant avec l'horizontale un angle α, en mouvement permanent bidimensionnel établit et sous une épaisseur **a** et une largeur L égale l'unité, coule sous l'effet de la pesanteur un liquide incompressible de viscosité cinématique ν .On demande de :



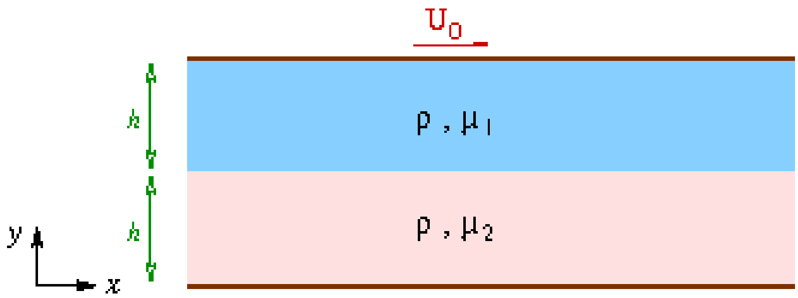
1. Déterminer le profil de vitesse ?
2. Calculer la vitesse maximale ?
3. Calculer le débit volumique ?
4. Calculer la vitesse débitante ?
5. Calculer la contrainte tangentielle a $Z = 0$.

   On donne

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0, \alpha = \pi/2, a = 1\ mm, \nu = 1.6\times10^{-6}\, m^2/s, \rho = 750\, kg/m^3, g = 10\, m/s^2$$

Exercice 18

On considère un écoulement stationnaire, incompressible et visqueux de deux fluides newtoniens et immiscibles entre deux plaques horizontales. La plaque supérieure est animée d'une vitesse constante U0. L'écoulement s'effectuant avec un gradient de pression étant parallèle aux plaques de grandes étendues dans le plan (xoz). En négligeant les forces de pesanteur et en considérant la continuité des vitesses et des contraintes à l'interface.

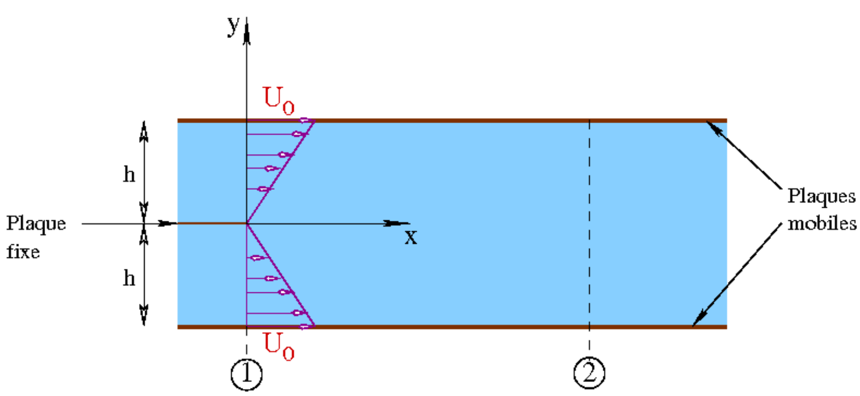


Déterminer la vitesse U_i à l'interface des deux fluides en fonction de μ_1, μ_2 , h, U_0 et dp / dx.

N.B : Toutes les simplifications doivent être justifiées.

Exercice 19

On considère un écoulement stationnaire d'un fluide newtonien, incompressible et visqueux (μ = C^{te}) entre deux plaques planes horizontales de grande largeur *L* dans le plan (*xoz*) et animées d'une vitesse uniforme U_0. Une plaque très fine est placée au milieu de ce canal et l'écoulement est parallèle aux plaques. Les deux parties du fluide séparées par la plaque fine se rejoignent à l'extrémité de cette dernière à la section (1). L'écoulement est dû à un gradient de pression que l'on déterminera à postériori.
On demande de déterminer complètement le profil de vitesse supposé établi à partir de la section (2).



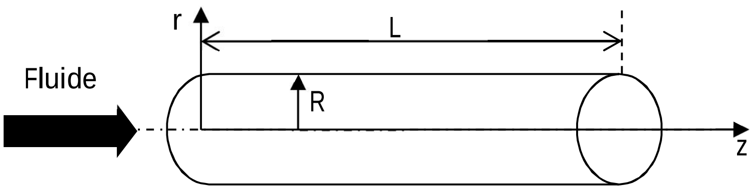
<u>Exercice 20</u>

On considère un écoulement laminaire, unidirectionnel et permanent d'un fluide visqueux dans une conduite cylindrique de rayon R et de longueur L.

$$\rho r\left[\frac{\partial u_z}{\partial t}+u_z\frac{\partial u_z}{\partial z}+u_r\frac{\partial u_z}{\partial r}\right]=-r\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{\partial}{\partial r}\left(\mu r\frac{\partial u_z}{\partial r}\right)$$

Sachant que la pression varie linéairement selon l'équation suivante : $p(z)=a.z+b \quad avec \;\; a\, et\, b\, sont\, des$ constantes

1. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par le profil de vitesse $u_z(r)$.
2. Résoudre cette équation en tenant compte des conditions aux limites adéquates.
3. Exprimer la vitesse moyenne, le débit volumique de fluide ainsi que la contrainte visqueuse τ_p à la paroi et en déduire le coefficient de frottement C_f .



<u>Exercice 21</u>

L'expression de la composante horizontale de vitesse est donnée par $\mathbf{u}=\mathbf{x}(\mathbf{x}+\mathbf{1})-\mathbf{y}^{\mathbf{2}}$.

1. Trouvez la fonction potentielle sachant que l'écoulement est bidimensionnel, incompressible et permanent. Le point O(0,0) représente un point d'arrêt.

2. Evaluez le potentiel $\emptyset$ aux points O(0,0), B(2,3)et déduire $\Delta\emptyset_{\mathrm{O-B}}$.

3. Retrouvez le résultat de la deuxième question en utilisant la méthode intégrale basée sur le produit scalaire de la vitesse et de l'élément différentiel de déplacement dr : $\int_{\boldsymbol{o}}^{\boldsymbol{B}}\vec{\boldsymbol{q}}.\overrightarrow{\boldsymbol{dr}}$.

Exercice 22

Le champ de vitesses d'un écoulement stationnaire et incompressible est donné par :

$$u=a(x^2-y^2) \qquad ; \qquad v=-2\,a\,x\,y \qquad ; \qquad w=0$$

où a est une constante.

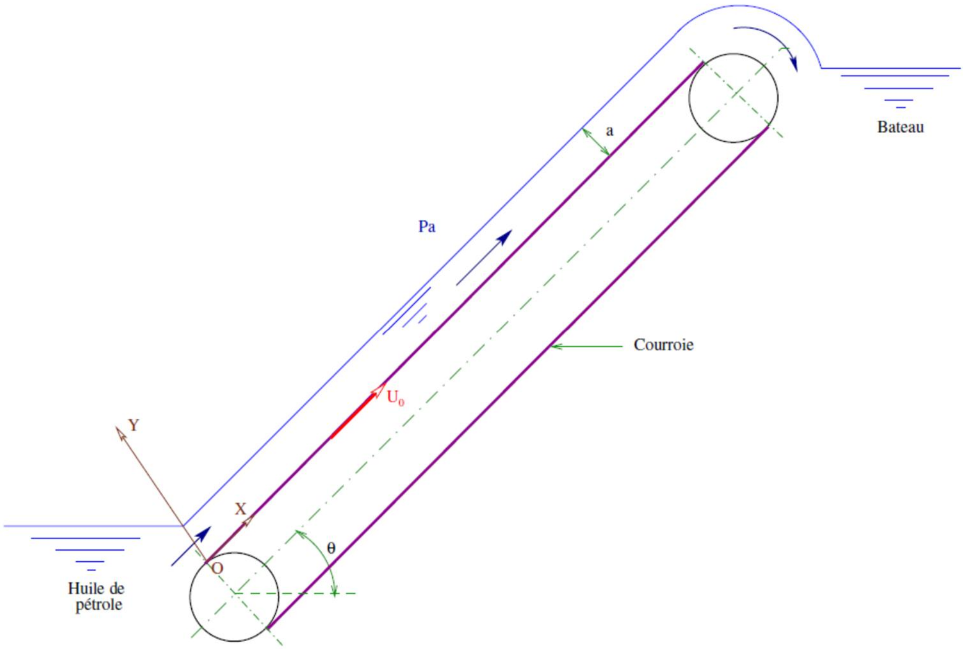
1- En utilisant les équations de Navier-Stokes, déterminer la distribution de pression résultante si l'axe Z est orienté vers le haut ($g_x = 0$; $g_y = 0$; $g_z = -g$).

2- Montrer qu'on peut obtenir le même résultat en montrant que l'écoulement est irrotationnel. Conclure.

Exercice 10 :

Un dispositif convoyeur-courroie monté sur un bateau est utilisé pour récupérer de l'huile de pétrole de viscosité cinématique v qui contamine la surface de la mer (Fig.4.8). On suppose que l'écoulement est permanent, incompressible, visqueux et que le dispositif fonctionne en continu c-à-d que le film d'huile d'épaisseur a n'est pas discontinu. En suppose, de plus, que la courroie, fonctionnant à une vitesse U_Q constante, a une largeur L (perpendiculaire au papier) très grande.

1. Déterminer l'expression du débit volumique d'huile qui peut être porté vers le haut (sur le bateau).
2. En maintenant l'angle d'inclinaison *6* constant, quel est le débit maximal qu'on peut récupérer sur le bateau?.



Exercice 23 : (couche limite)

Sur une plaque plane et mince on admet que la distribution de la vitesse dans la couche limite répond à l'équation

$$\frac{u}{U_0}=\frac{3}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)-\frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^3$$

U_0 : vitesse à l'extérieur de la couche limite et δ : épaisseur de la couche limite.

On demande de déterminer :

1. L'épaisseur de déplacement δ_1
2. L'épaisseur de la quantité de mouvement δ_2
3. Déduire le facteur de forme H

Exercice 24 : (couche limite)

De l'air s'écoule sur une plaque plane mince, on admet que la distribution de vitesse dans la couche limite laminaire obéit à la loi polynomiale suivante: $\frac{\mathbf{u}}{\mathbf{U}}=\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}\left(\frac{\mathbf{y}}{\boldsymbol{\delta}}\right)-\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\left(\frac{\mathbf{y}}{\boldsymbol{\delta}}\right)^{\mathbf{3}}$, U est la vitesse à l'extérieur de la couche limite.

1. Exprimez l'épaisseur de déplacement et de quantité de mouvement en fonction de l'épaisseur de la couche limite δ et déduire le facteur de forme H.

2. Sachant que les dimensions de la plaque sont (3cm de largeur(l), 4cm de longueur (L)) et que la vitesse moyenne de l'écoulement est de l'ordre de(15m/s), montrez que la couche limite reste laminaire sur toute la surface de la plaque. $\nu_{air=1.5.10^{-5}}\ (m^2/s)$

3. Donnez l'expression de l'épaisseur de la couche limite puis l'évaluez au niveau des extrémités (x = 0, x = L).

On donne : $\mu\left.\frac{du}{dy}\right|_{y=0}=\rho U^2\frac{d\delta_2}{dx}$

4. Tracez approximativement l'allure de cette couche dans l'intervalle $0 \leq x \leq L$ et commentez le résultat.