الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

جامعة الشهيد حمه لخضر بالوادي

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

قسم العلوم الاقتصادية

دروس على الخط في مقياس:

الأدوات المساعدة على اتخاذ القرار

موجه لطلبة سنة أولى ماستر علوم اقتصادية تخصص اقتصاد كمي

من إعداد الأستاذ: قعيد إبراهيم

الموسم الدراسي: 2022/2021

المحتويات

الصفحة	العنوان
2	مقدمــــــــــــــــــــــــــــــــة
3	الوحدة الأولى: نظرية الألعاب (نظرية المباريات)
18	الوحدة الثانية: البرمجة العددية (برمجة الأعداد الصحيحة)
22	الوحدة الثالثة: البرمجة متعددة الاهداف
27	الوحدة الرابعة: البرمجة الديناميكية
34	قائمــــــــــــــة المراجع

مقدمة:

هذا المحتوى عبارة عن دروس عبر الخط في مقياس الأدوات المساعدة على اتخاذ القرار المقررة للسداسي الثاني والموجه لطلبة سنة أولى ماستر علوم اقتصادية تخصص اقتصاد كمي، بحيث تم إعدادها من عديد المراجع وهي عبارة عن ملخصات للدروس عن الوحدات المبرمجة لهذا السداسي مع العلم أن مقياس الادوات المساعدة على اتخاذ القرار هو تكملة للنماذج المدروسة سابقا في بحوث العمليات وكذا مقياس رياضيات المؤسسة قبلها، وهذه الوحدات المبرمجة في المقرر، وهي من شأنها مساعدة الطالب في التعرف على الكثير من الخبايا المتعلقة بالنماذج التي تم دراستها مع العلم أن هناك بعض النماذج مكررة وذلك من أجل التعمق فيها أكثر، والوحدات المكونة لهذا المقياس نجد نظرية المباريات (الألعاب) والبرمجة العددية (برمجة الأعداد الصحيحة) والبرمجة الاهداف (متعددة الأهداف) وأخيرا البرمجة الديناميكية.

الأستاذ قعيد أبراهيم

المحور الأول:

نظرية المباريات (نظرية الألعاب)

أولا- تمهيد:

تشير نظرية الألعاب إلى المنافسة بين التجار والمؤسسات بحيث تقوم المنافسة على لاعبين أو أكثر من الممكن أن يكونوا أفراد أو مؤسسات وتكون نتيجة المباراة خسارة لأحدهم وربح للأخر وليس بالضرورة دائما أن يحدث ذلك.

ثانيا- مفهوم نظرية المباريات:

ويمكن اعتبارها على أنها:

- أحد الأساليب الكمية التي تساعد المدراء على اتخاذ القرار في المواقف التي تتضمن المنافسة على مورد مشترك.

ثالثا- قواعد المباراة (شروطها):

وهي الشروط الواجب توفرها من أجل المباراة:

1- عدد المشاركين محدود ولا يمكن أن يكون أقل من اثنين.

2- لكل لاعب عدد محدود من البدائل(القرارات).

3- قرار أي لاعب يؤثر فيما يحققه من عائد، وما يحققه المنافسون الأخرون في المباراة من عائد.

4- العائد من جميع البدائل الممكنة لاستراتيجيات اللاعبين معلوم.

5- القرارات لجميع اللاعبين تتخذ في نفس الوقت.

6- كل طرف مستقل في اتخاذ قراراته دون اتصال مع الطرف الأخر.

7- العقلانية وعدم التهور في اتخاذ القرار.

رابعا- المصطلحات المستخدمة في نظرية المباراة:

1- المباراة: هي اللعبة، وهي السلسلة الخيارات التي تؤدي إلى نهاية المباراة، وهي المنافسة بين عدة أطراف على نفس المورد.

2- اللاعبون: وهم الأطراف المشاركة في المباراة، والمنافسة أو هم المعنيون باتخاذ القرار، وممكن يكونوا أفراد أو مؤسسات.

3- الاستراتيجية: وهي الخطة (الخطط) التي يختارها اللاعبون للعب بها في تحركاته وقراراته وهي نوعان:

أ- الاستراتيجية الخالصة (النقية): وهي استراتيجية يختارها اللاعب ويلعب بها المباراة كلها.

ب- الاستراتيجية المختلطة: وهي استخدام اللاعب لأكثر من استراتيجية متاحة، ويغيرها حسب ظروف المباراة.

4- مصفوفة العائد، (مصفوفة الدفع) :

هي تمثل الفوائد التي يمكن أن تكون ربحا أو خسارة بالإضافة إلى الاستراتيجيات التي يمكن انتهاجها من طرف أي لاعب، وهي كما يلي:

ليكن:

I = استراتيجيات (قرارات) اللاعب A   J= استراتيجيات (قرارات) اللاعب B

حيث i=1,2.....,m   j=1,2......n

فإن مصفوفة العائد تكون كما يلي:

اللاعب B

اللاعب A

X ╲ Y	Y1	Y2	....	Yj	....	Yn
X1	a11	a12	....	a1j	....	a1n
X2	a21	a22	....	a2j	....	a2n
....	....	....	....	....	....	....
Xi	ai1	ai2	....	aij	....	Ain
....	....	....	....	....	....	....
Xm	am1	am2	....	amj	....	Amn

بحيث:

- استراتيجيات اللاعب A هي(X1, X2,....Yi,....Xm).

- استراتيجيات اللاعب B هي(Y1, Y2,....Yj,....Yn).

- (a ij) إما تكون موجبة أو سالبة، إذا كانت موجبة فإنها أرباح A عند اتباع Xi واللاعب B يتبع Yj، وإذا كانت سالبة فالعكس بالعكس.

5- نتيجة المباراة:

هناك نتيجتان للمباراة هما:

أ- المباريات ذات المجموع الصفري: وهذا يعني ما يربحه اللاعب الأول يخسر اللاعب الثاني.

ب- المباريات ذات المجموع الغير صفري: وهنا ليس بالضرورة ما يربحه اللاعب الأول يخسره اللاعب الثاني.

6- قيمة المباراة: (V) (Value):

A = اللاعب الأول   B= اللاعب الثاني

I= قرار اللاعب A   j= قرار اللاعب B

[aij] = مصفوفة الدفع (مصفوفة العائد).

V1= قيمة اللعبة بالنسبة للاعب A   /   V2= قيمة اللعبة بالنسبة للاعب B

- على أساس ما تقدم سنحاول إيجاد قيمة المباراة لكلا اللاعبين

أ- بالنسبة للاعب الأول A:

- اللاعب B يسعى لتقليل العوائد التي يمكن أن يحصل عليها اللاعب A: Min j(aij)

- اللاعب A يسعى إلى تعظيم أقل ربح ممكن أن يحصل عليه(Max i minj (aij

- وبالتالي قيمة اللعبة (المنافسة) للاعب A هي: V1= Maximin (aij)

ب- بالنسبة للاعب الثاني B:

- اللاعب A يسعى إلى تعظيم الخسائر التي يمكن أن تلحق باللاعب B أي:Max i(aij)

- اللاعب B يسعى إلى تقليل أكبر خسارة يمكن أن تلحق به (Min j max i (aij

- وبالتالي قيمة اللعبة (المنافسة) للاعب B هي: V2=Minimax (aij)

7- نقطة الاستقرار(التوازن):

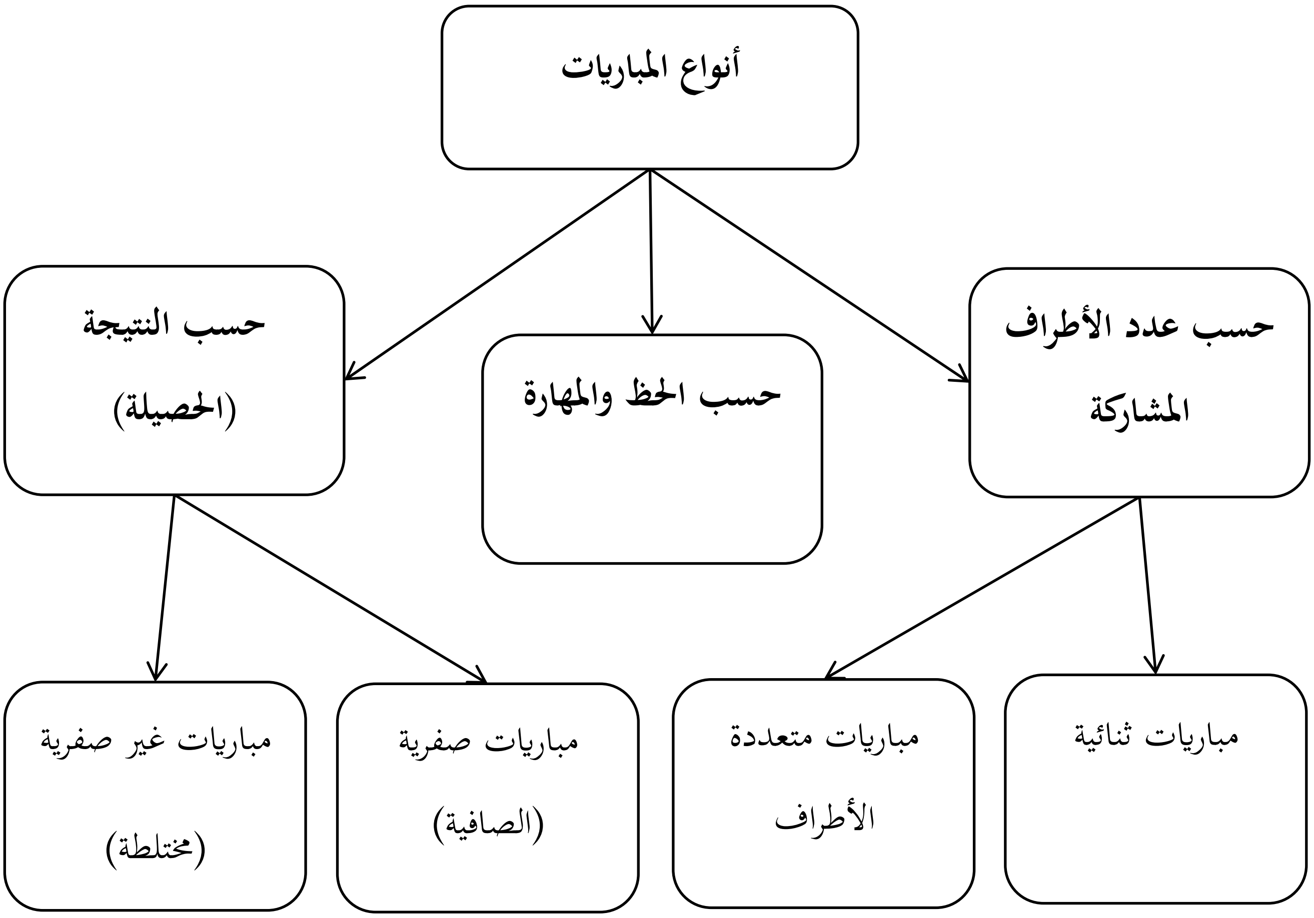
هي أصغر قيمة من عوائد(A) تساوي أكبر قيمة من عوائد استراتيجيات (B)

$$V1 = V2$$

$$Min_j \; max_i \; (aij) = Max_i \; min_j \; (aij)$$

خامسا- أنواع المباريات:

ويمكن تلخيصها في الشكل الموالي:



من خلال الشكل السابق نلاحظ أن هناك العديد من أنواع المباريات وهي:

1- المباريات حسب الحظ والمهارة: وهي المباريات التي لا تخضع للقوانين الرياضية إنها تخضع للمهارة والحظ في بعض الاحيان للفوز بها، ومن امثلة ذلك مباريات كرة القدم وغيرها من المنافسات الرياضية، أين يكون للمهارة دور كبير فيها والحظ في بعض الاحيان يكون له دور للفوز بها.

2- المباريات حسب عدد الأطراف:

وهي نوعان هما:

أ - مباريات بين طرفين: وهي التي يكون عدد المتنافسين فيها اثنان فقط.

ب- مباريات بين عديد الأطراف: وهي التي يجب أن يكون عدد المتنافسين فيها أكثر من اثنان.

3- المباريات حسب النتيجة (الحصيلة): وهي نوعان

أ- المباريات ذات المجموع الصفري (الصافية):

وهي المباراة التي تصل فيها إلى وضع التوازن مباشرة من خلال استخدام كل طرف لاستراتيجية واحدة.

ب- المباريات ذات المجموع غير الصفري (المختلطة):

وهي المباراة التي تصل فيها إلى وضع التوازن من خلال استخدام كل لاعب لأكثر من استراتيجية أو توزيع الوقت على أكثر من استراتيجية واحدة، أي استعمال جميع الأوراق المتاحة.

وسنتطرق في هذا البرنامج إلى المباريات بين طرفين فقط، مرة ذات المجموع الصفري ومرة أخرى ذات المجموع غير الصفري تواليا كما يلي:

أولا: المباريات ذات المجموع الصفري بين طرفين:

وهي مباراة بين لاعبين والتي يكون فيها مجموع عوائد اللاعبين في النهاية يساوي صفر، أي ما يربحه اللاعب الأول يخسره اللاعب الثاني ومن أجل حل هذه المباراة نتبع الخطوات التالية:

✍نجد أصغر قيمة في كل صف ونضعها في عمود(Min) ثم نختار من هذا العمود أكبر قيمة (Max) أي Maximim، وتكون هذه قيمة اللعبة بالنسبة للاعب الأول ونرمز لها بـــــــ V1.

✍نجد أكبر قيمة في كل عمود ونصها في صف Max، ثم نأخذ أصغر قيمة في هذا الصف (Min) أي Minimax، وتكون هذه القيمة هي نتيجة المباراة بالنسبة للاعب الثاني ونرمز لها بـــــ V2.

✍يكون مجموع المباراة صفر إذا كان V1=V2 وتسمى نقطة التوازن.

ثانيا: المباريات بين طرفين ذات مجموع غير صفري (مباريات الاستراتيجيات المختلطة):

لا يمكن أن تكون جميع المباريات مستقرة (احتوائها على نقطة استقرار) بل هناك بعض المباريات أعلى قيمة من القيم الصغرى للصفوف لا تساوي أصغر قيمة من القيم العظمى للأعمدة، أي أن:

$$\text{Maximin Value} \neq \text{Minimax Value}$$

وهذا لأن استراتيجيات اللاعبين استراتيجيات مختلطة (متنوعة) وأن كل لاعب سيوزع اهتماماته بين ما هو متاح له من استراتيجيات ولن يركز على استراتيجية واحدة فقط، وإنما سيخصص وقت من المباراة للعب باستراتيجية معينة، والجزء الأخر يخصصه الاستراتيجية أخرى وهكذا.

وبالتالي الوصول إلى وقت التوازن يتحقق من خلال توزيع أوقات اللعب على استراتيجية معينة لكل فترة زمنية من خلال الاستراتيجيات المتاحة، ويحقق الطرف المسيطر أقل ما يمكن الحصول عليه، ويخسر الطرف التابع أقل ما يجب التضحية به في ظل توفر معلومات كاملة عن سير المباراة، وطرق حل هذه المباريات نجد:

1- الطريقة الجبرية.

2- الطريقة الحسابية (المصفوفات).

3- طريقة الرسم البياني.

4- طريقة البرمجة الخطية.

➢ الاستراتيجيات المهيمنة:

بالنسبة لطرق حل المباريات المختلطة هناك من تفرض أن تكون المصفوفة من الشكل (2×2)، وبالتالي هناك طريقة في حالة ما إذا كانت المصفوفة أكثر من (2×2) من أجل اختزالها وجعلها(2×2) لتطبيق هذه الطرق أو بعضها.

في حالة ما إذا كانت المصفوفة ذات أبعاد كبيرة، وفي حال المباراة لا تحتوي على نقطة استقرار، نستطيع تحت ظروف معينة أن نختصر(نختزل) المصفوفة المعطاة إلى حجم أصغر بأسلوب الهيمنة.

ويقصد بالهيمنة هي درجة الأفضلية التي تتميز بها استراتيجيات اللاعب A أو B على غيرها من الاستراتيجيات، أما الاستراتيجيات التي يتم الهيمنة عليها (المحذوفة) فهي الاستراتيجيات التي لا يستخدمها اللاعب مهما كانت الاستراتيجية التي يلعب بها الخصم.

✍قواعد الهيمنة:

- إذا كانت جميع العناصر التي في الصف H أصغر أو مساوية للعناصر المقابلة لها في صف أخر I، فإن الصف H مهيمن عليه ويمكن حذفه، لأن اللاعب الأول سوف لن يستخدمه أبدا مهما كان ظرف المباراة.

- إذا كانت جميع العناصر في العمود K أكبر أو مساوية للعناصر المقابلة لها في العمود J، فإن العمود K مهيمن عليه ويمكن حذفه، لأن اللاعب الثاني سوف لن يستخدمه أبدا مهما كان ظرف المباراة.

- يمكن حذف أكثر من صف أو أكثر من عمود مهيمن عليه وجعل المصفوفة الخاصة بالحل في أبسط صورها(2×2)

- كما يمكن أن ننوه أن عملية حذف الصفوف والأعمدة (اختزال المصفوفة) لا تؤثر على قيمة المباراة سواء كانت مستقرة أو غير مستقرة.

مثال: لدينا المباراة التالية:

		اللاعب الثاني		
		د	هـ	و
اللاعب الاول	أ	-3	1	6
	ب	4	0	1
	ج	3	2	3

- نحاول الأن أن نختزل المصفوفة وفق نظرية الهيمنة ونقوم بالحل:

- نلاحظ أن العمود (و) أكبر من العمود (هـ) وبالتالي مهيمن عليه ونحذف العمود (و) لأن اللاعب الثاني لن يستخدمه أبدا مهما كانت ظروف المباراة:

	د	هـ
أ	-3	1
ب	4	0
ج	3	2

- نلاحظ أيضا أن: السطر (أ) أقل من (ج) وبالتالي السطر (أ) مهيمن عليه ونحذفه، لأن اللاعب الأول سوف لن يستخدمه أبدا مهما كانت ظروف المباراة:

	د	و
ب	4	0
ج	3	2

- نقوم بحل المباراة بعد الاختزال ونرى هل تبقى نفس النتيجة أو لا:

		اللاعب الثاني		
		د	ه	Min
اللاعب الأول	ب	4	0	0
	ج	3	2	2 ← max
	Max	4	2 ↑ min	

* نلاحظ أن نتيجة المباراة قيمتها V=2، وهذا يؤكد أن الاختزال يسهل من عملية الحل خاصة إذا كانت المباراة غير مستقرة وهوما سنتطرق له في النقطة الموالية.

❖ وطرق حل المباريات المختلطة (ذات المجموع غير الصفري): وهذه الطرق نجد منها:

1- الطريقة الجبرية.

2- الطريقة الحسابية.

3- الطريقة البيانية.

4- طريقة البرمجة الخطية.

وفي ما يلي سنعرض طرق حل المباريات المختلطة (الغير مستقرة) (الغير صفرية) بالطرق التالية حسب حجم المباراة وهذه الطرق سنعرضها تواليا كما يلي:

1- الطريقة الجبرية (طريقة القيمة المتوقعة للربح والخسارة):

لدينا مصفوفة من هذا الشكل(2×2)

A \ B	Y1	Y2
X1	a11	a12
X2	a21	a22

حيث يمتلك اللاعب A الاستراتيجيات X1 وX2 باحتمالات لعب P1 و P2 على التوالي:

ويمتلك اللاعب B الاستراتيجيات Y1 و Y2 باحتمالات لعب q1 وq2 على التوالي.

ولإيجاد احتمال اللعب لكل لاعب، نستخدم القوانين التالية:

$$P_1 = \frac{(a_{22} - a_{21})}{(a_{11} + a_{22}) - (a_{12} + a_{21})}$$

P2 = 1-P1

$$q_1 = \frac{(a_{22} - a_{12})}{(a_{11} + a_{22}) - (a_{12} + a_{21})}$$

q2 = 1-q1

أما قيمة المباراة فهي:

$$V = \frac{(a_{11} \times a_{22}) - (a_{12} \times a_{21})}{(a_{11} + a_{22}) - (a_{12} + a_{21})}$$

2- الطريقة الحسابية:

من أجل الحل بالطريقة الحسابية نقوم بإيجاد عدد مرات التنافس لكل لاعب، ومن أجل ذلك نقوم بضرب قيمة(a12 و a21) للمصفوفة بـــــ (1-).

وبالتالي عدد مرات التنافس الكلية بالنسبة للاعب A على الاستراتيجيتين (X1 و X2) هو نجمع مجموع السطر الاول والثاني، وبالتالي احتمالات اللعب (A) نجد:

$$P_1 = \frac{\text{السطر الثاني}}{\text{المجموع الكلي}}$$

$$P_2 = \frac{\text{السطر الأول}}{\text{المجموع الكلي}}$$

-أما عدد مرات التنافس الكلية على الاستراتيجيتين(Y1وY2) للاعب B هو مجموع العمود الأول والثاني بعد احتساب الإشارة فنتحصل على المجموع الكلي.

و احتمالات اللعب ل اللاعب (B) هي:

$$q_1 = \frac{\text{العمود الثاني}}{\text{المجموع الكلي}}$$

$$q_2 = \frac{\text{العمود الأول}}{\text{المجموع الكلي}}$$

3-الطريقة البيانية:

في هذه الطريقة يجب أن تكون إحدى اللاعبين ليديه استراتيجيتين فقط أو كلاهما من أجل أن نستطيع حل المباراة بالطريقة البيانية، بحيث نبدأ باللاعب الذي لديه استراتيجيتين فقط ونضع كل واحدة في عمود ثم عن طريق المعادلات نجد احداثيات استراتيجيات اللاحب الثاني ومن خلالها نجد احداثيات اللاعب وقيمة المباراة.

4- طريقة البرمجة الخطية:

تستخدم هذه الطريقة في جميع المباريات بين لاعبين، والتي تكون من نوع $(n \times m)$ حيث $n,m > 2$ ، وعند عدم وجود نقطة استقرار (توازن) وعدم تقليص المباراة إلى درجة أدنى حتى نتمكن من حلها بإحدى الطرق السابقة، وبالتالي فالطريقة الوحيدة لحل هذا النوع من المباريات هو طريقة البرمجة الخطية.

ولتوضيح فكرة هذه الطريقة فيجب علينا أن ننطلق من مصفوفة العائد[aij] ومحاولة صياغة البرنامج الخطي الذي سيتم حله بإحدى طرق البرمجة الخطية كالسمبلكس(simplex) و م الكبرى (Big.M)، وطريقة ذات الوجهين (two phase).

عند تحليل مصفوفة العائد [aij] نجد أن هناك عددا من الاستراتيجيات الممكنة المتاحة للاعب A وهي (A1.A2.A3....Am)،

أما استراتيجيات اللاعب B (B1.B2.B3....Bn).

وبالتالي اللاعب A بإمكانه اختيار أي من الاستراتيجيات المتاحة له بحرية تامة بالاحتمالات:

(X1.X2.X3....Xm) علما بأن $0 \leq Xi \leq 1$ حيث i=1.2.3....m

$X1+X2+X3+....Xm = 1$

نفترض أن نتيجة المباراة بالنسبة للاعب (A) هي تساوي (V) فإنه في هذه الحالة يكون هدفه هو تعظيم قيمة (V) إلى أكبر ما يمكن:

دالة الهدف: $Z = Max\ (v)$

أما قيود المشكلة فتكتب كما يلي:

$a11x1+a21\ x2+.......+am1xm \geq V$

$a12\ x2+a22x2+.......+am2\ xm \geq V$

.

.

$a1n\ x1+a2nx2+.......+a\ mn\ xm \geq V$

$x_1+x_2+................+ x_m = 1$

شرط عدم السلبية:

$x_1, x_2, x_3 \ldots\ldots.x_m \geq 0$

الملاحظ أن النموذج الرياضي السابق يمكن تبسيطه من خلال إجراء بعض العمليات الحسابية وذلك بقسمة قيم المتغيرات في طرفي العلاقة الرياضية على المقدار (V) حيث نحصل على ما يلي:

$$a_{11}\frac{x_1}{v} + a_{21}\frac{x_2}{v} + \cdots + a_{m1}\frac{x_m}{v} \ \geq \ \frac{v}{v}$$ أو (1)

$$a_{12}\frac{x_1}{v} + a_{22}\frac{x_2}{v} + \cdots + a_{m2}\frac{x_m}{v} \ \geq \ \frac{v}{v}$$

.

.

$$a_{1n}\frac{x_1}{v} + a_{2n}\frac{x_2}{v} + \cdots + a_{mn}\frac{x_m}{v} \ \geq \ \frac{v}{v}$$

$$\frac{x_1}{v} + \frac{x_2}{v} + \cdots + \frac{x_m}{v} \ \geq \ \frac{1}{v}$$

* بالنسبة لدالة الهدف باستخدام خصائص الدالة:

$$Z = Max\ (V) = Min\ (\frac{1}{V})$$

بالتعويض نحصل على ما يلي:

$$Z = Min(\frac{1}{V}) = Min\ (\frac{X_1}{V} + \frac{X_2}{V} + \cdots + \frac{X_m}{V})$$

بالتعويض عن كل قيمة $\frac{X_i}{V}$ بالمتغير $\overline{X}i$ حيث أن: $i = (1,2\ldots\ldots\ldots m)$

نحصل على ما يلي:

$$Z = Min(\overline{X}1 + \overline{X}2 + \ldots\ldots. + \overline{X}m)$$

وبالتالي البرنامج الخطي لإيجاد الاستراتيجيات المثلى ل A يكتب كما يلي:

$$PLA\begin{cases} \text{Min } Z = \sum_{i=1}^{m} \overline{X}i = \overline{X}_1 + \overline{X}_2 + \cdots + \overline{X}_m \\ \sum_{i=1}^{m} a_{ij}\ \overline{X}i \geq 1 \qquad j \in (1, n) \end{cases}$$

أما بالنسبة للاعب B فسوف يكون البرنامج الخطي له هو النموذج المقابل(dual model)

للاعب A كما يلي:

$$PLB\begin{cases} \text{Max } Z = \sum_{j=1}^{n} \overline{Y}j = \overline{Y}_1 + \overline{Y}_2 + \cdots + \overline{Y}_n \\ \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\ \overline{Y}j \leq 1 \qquad i \in (1, m) \end{cases}$$

المحور الثاني:

البرمجة العددية (برمجة الأعداد الصحيحة)

بعض المتغيرات الاقتصادية الخاصة بالكميات (الفيزيائية) لا يمكن تجزئتها، وإلا فقدت صفتها، فعندما نكون مثلا بصدد تحديد كميات الإنتاج اليومي لأجهزة التلفاز لمصنع معين ونقول 40.66 تلفاز، فالجهاز يجب أن يكون وحدة كاملة فنقول أن الإنتاج اليومي يجب أن يكون 40 تلفاز أو 41 تلفاز.

وفي البرامج الخطية كثيرا ما يعطينا الحل الأمثل قيمها بالفاصلة وهو ما أدى إلى البحث إلى التخلص من هذا المشكل، وهو ما يعرف ببرمجة الأعداد الصحيحة .

فبرمجة الأعداد الصحيحة هي طريقة من طرف البرمجة الخطية تقتضي البحث عن الحل الأمثل للبرامج الخطية بحيث يحتوي الحل الأمثل على متغيرات قيمها أعداد صحيحة ويتطلب ذلك المرور بعدة مراحل:

أولا: المرحلة الأولى

إيجاد الحل الأمثل وفق البرنامج الأصلي، إذ حصل حل أمثل متغيراته صحيحة فذلك هو المطلوب، أما إذا حصل حل أمثل قيمة غير صحيحة ننتقل إلى المرحلة الثانية.

ثانيا: المرحلة الثانية

وهناك طريقتان للحل هما:

- الطريقة البيانية
- طرية البرمجة الخطية

وسنتطرق إليهما تباعا في النقاط التالية:

1- الطريقة البيانية:

وهناك طريقتين

أ- طريقة المستوى القاطع لجوري Geomory's Cutting plane Method

ب-طريقة الحد و الفرع Branch and Bound Method

أ- طريقة المستوى القاطع :

وتعتمد على الخطوات التالية:

نجد الحل الأمثل بطريقة الرسم البياني و تحديد منطقة الحل و نقطة الحل الأمثل .

نعمل قاطع لـ X2 عند أقرب عدد صحيح لنقطة الحل .

نعمل قاطع آخر لـ X1 عند أقرب عدد صحيح لنقطة الحل .

ب-طريقة الحد والفرع:

للحل بهذه الطريقة نتبع الخطوات التالية :

نجد الحل الأمثل بالطريقة البيانية.

نأخذ كل أزواج النقاط الصحيحة ضمن منطقة الحل الأمثل (يمكن أخذ أقرب مربع لنقطة الحل الأمثل و ذلك للاختصار).

يكون الحل لأكبر قيمة تعطي حل بأعداد صحيحة إذا كانت دالة الهدف (Max)، وأقلها إذا كانت (Min) .

2- الطريقة المبسطة (simplex) (طريقة التفريع)

و تتم في مرحلة التفريغ إضافة قيود جديدة للبرنامج الأصلي ، وطبعا ذلك من أجل الحصول على حل أمثل آخر متغيراته تأخذ قيما صحيحة ، وتستمر عملية إضافة القيود لحين التوصل إلى حل أمثل جميع متغيراته صحيحة، وهناك طريقتان هما:

أ- طريقة التفريع و التحديد

ب-طريقة القطع

ونظرا لأن الطريقة الأولى الأكثر شيوعاً وسهولة و الأكثر استخدامًا سنقتصر عليها فقط.

أ- طريقة التفريغ والتحديد

نبدأ بحل البرنامج الأصلي إذا تحصلنا على حل صحيح (متغيرات صحيحة) نتوقف ويكون ذلك هو الحل ، أما إذا كانت المتغيرات المتحصل عليها للبرنامج الأصلي ليست قيما صحيحة عندها نقوم بتوليد برنامج جديد حيث نضيف للبرنامج الأصلي قيد جديد وفق القاعدة التالية :

إذا كان المتغير في الحل الأمثل هو Xj حيث يأخذ قيمة غير صحيحة وليكن bi ، فإنه يمكن كتابه ضمن مجال كما يلي:

$$b\ i1 < Xj < \ b\ i2$$

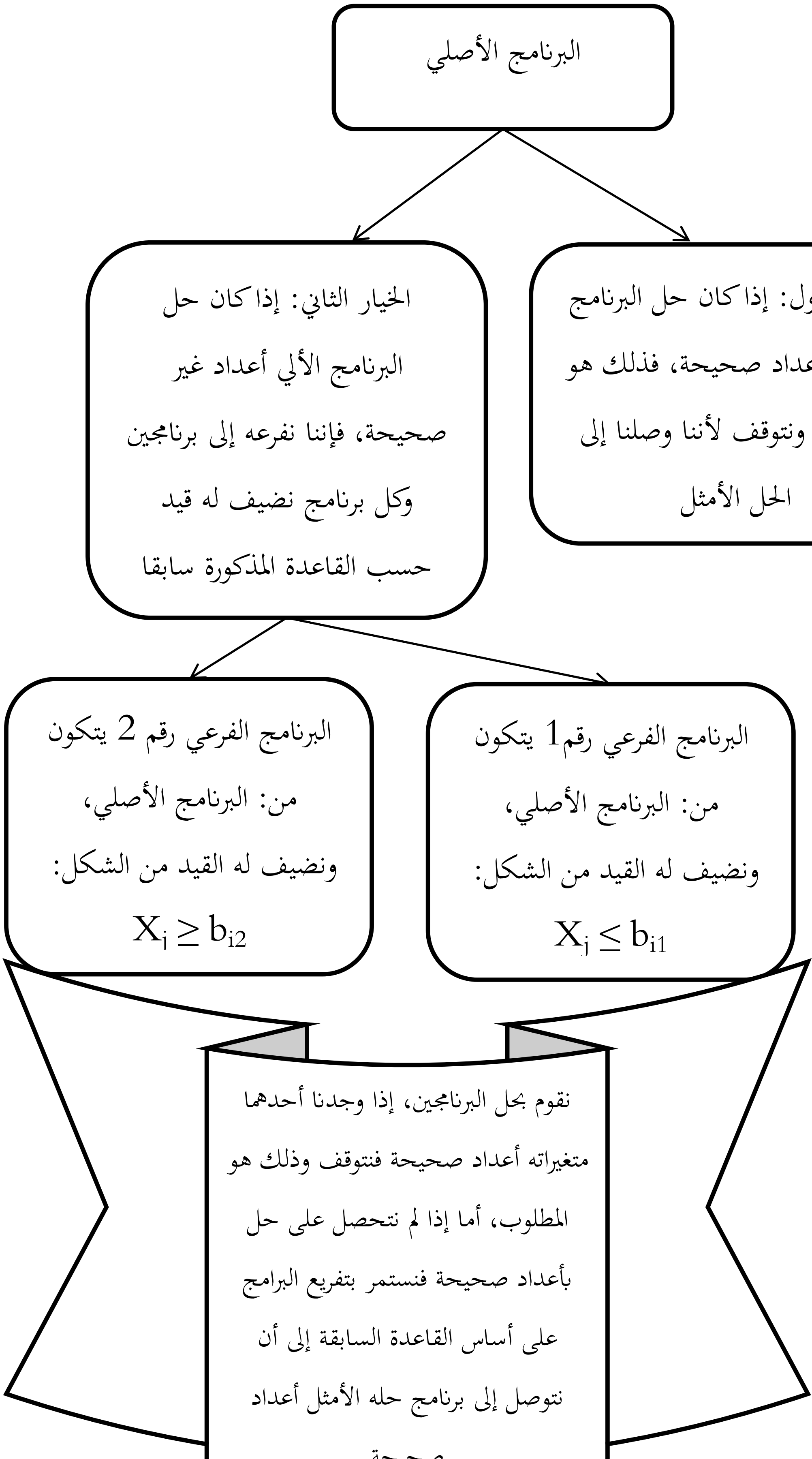
حيث bi1 و bi2 أعداد صحيحة غير سالبة، ولتجنيب المتغير قيمة ضمن هذا المجال فإنه يتم اشتقاق قيدين جديدين هما :

$$Xj \geq bi2 \quad \text{و} \quad Xj \leq bi1$$

ونضيف كل منهما إلى البرنامج الأصلي فنحصل على برنامجين آخرين ، نقوم بحل كل واحد منهما حلاً مستقلاً ، إذا كانت متغيرات الحل الأمثل صحيحة نتوقف ، ونأخذ الحل الذي يعطي أكبر قيمة للدالة الاقتصادية من بين الحلين في حالة التعظيم ، و أقل قيمة للدالة الاقتصادية في حالة التدنئة.

وإلا سنستمر في تفريع البرنامج الذي أعطى حل أمثل للدالة ، وهذا إلى غاية الوصول إلى حل أمثل قيم متغيراته صحيحة ، (وهذا هو التفريع).

ويمكن توضيح العملية عن طريق المخطط التالي:


البرنامج الأصلي
الخيار الأول: إذا كان حل البرنامج الأصلي أعداد صحيحة، فذلك هو المطلوب ونتوقف لأننا وصلنا إلى الحل الأمثل
الخيار الثاني: إذا كان حل البرنامج الألي أعداد غير صحيحة، فإننا نفرعه إلى برنامجين وكل برنامج نضيف له قيد حسب القاعدة المذكورة سابقا
البرنامج الفرعي رقم1 يتكون من: البرنامج الأصلي، ونضيف له القيد من الشكل: $X_j \le b_{i1}$
البرنامج الفرعي رقم 2 يتكون من: البرنامج الأصلي، ونضيف له القيد من الشكل: $X_j \ge b_{i2}$
نقوم بحل البرنامجين، إذا وجدنا أحدهما متغيراته أعداد صحيحة فنتوقف وذلك هو المطلوب، أما إذا لم نتحصل على حل بأعداد صحيحة فنستمر بتفريع البرامج على أساس القاعدة السابقة إلى أن نتوصل إلى برنامج حله الأمثل أعداد صحيحة

المحور الثالث:

البرمجة متعددة الاهداف

تمهيد:

أسلوب برمجة الأهداف وهو امتداد لأسلوب البرمجة الخطية. ويتم صياغة برنامج الأهداف بتحديد الأهداف goals المراد تحقيقها و القيم المقابلة لكل هدف و التي تعرف بالقيم المتهدفة ثم يعبر عن كل هدف بقيد يعرف بقيد الهدف في صورة معادلة تحتوي على متغيرين يمثل أحدهما الكمية الزائدة عن القيمة المستهدفة و يمثل الآخر الكمية الناقصة، ويعرف هذين المتغيرين بالمتغيرين الانحرافيين ويتم صياغة دالة الهدف في صورة تصغير مجموع متغيرات الانحرافات، ويمكن تقدير معامل يقابل كل هدف يسمى معامل أولوية يعكس درجة تفضيل متخذ القرار للهدف، وتشمل القيود الهيكلية لبرنامج الأهداف قيود البرنامج الأصلي بالإضافة إلى قيود الأهداف.

ماهية نموذج البرمجة بالأهداف:

لقد ظهرت خلال السنوات الماضية العديد من المحاولات لإعطاء فكرة عامة حول مفهوم نموذج البرمجة بالأهداف، من أبرز هذه الأعمال نجد:

حسب Mehrdad. Tamiz & Carlos Romero 1998 فإن نموذج البرمجة بالأهداف "عبارة عن منهجية رياضية مرنة و واقعية موجهة بالأساس لمعالجة تلك المسائل القرارية المعقدة و التي تتضمن الأخذ بعين الإعتبار لعدة أهداف إضافة للكثير من المتغيرات و القيود".

أما حسب Sang M Lee et David L.Olson 1999 فإن: " نموذج البرمجة بالأهداف يعتبر إحدى طرق التسيير العلمي الأولى الموجهة لحل مسائل القرار ذات الطابع المتعدد الأهداف".

أما حسب Belaid Aouni 1998 "فإن نموذج البرمجة بالأهداف تسمح بالأخذ بعين الإعتبار دفعة واحدة (في نفس الوقت) لعدة أهداف، و هذا تحت إشكالية اختيار أحسن حل من بين مجموعة من الحلول الممكنة".

و من خلال هذه التعاريف يمكن استخلاص أن نموذج البرمجة بالأهداف يهتم بالتطبيق الرياضي للطريقة العلمية، لحل مسائل القرار المتعلقة بإشكالية اختيار أحسن حل ممكن من بين مجموعة من الحلول الممكنة، و هذا اعتبارا لعدة معايير تؤخذ كلها دفعة واحدة إضافة إلى عدة معايير تؤخذ كلها دفعة واحدة إضافة إلى عدة قيود مفروضة على نظام معادلات تضم في تكوينها مجموعة من المتغيرات.

و ترتكز الصياغة الرياضية لنموذج البرمجة بالأهداف بشكل عام على المراحل التالية:

- أخذ بعين الاعتبار جميع الأهداف المختلفة التي يتم من خلالها اختيار الحل المناسب للمسألة.
- تحديد القيم المستهدفة أو مستويات الطموح المراد تحقيقها بالنسبة لكل هدف على حدا.
- إعطاء أولوية لهذه الأهداف حسب أهميتها.

بصفة أدق فإن هذا النموذج يهتم بالبحث عن الحل الذي يصغر بقدر الإمكان المجموع المرجح لهذه الانحرافات بالنسبة للقيم المستهدفة.

صياغة المشكلة باستخدام نموذج برمجة الأهداف

سوف يسعى نموذج البرمجة بالأهداف لتحقيق مجموعة أخرى من لأهداف المطلوب تحقيقها وبأولويات معينة تحددها إدارة الوحدة الاقتصادية في ضوء الظروف المحيطة بالمشكلة القرارية المطلوب صياغتها وحلها باستخدام نموذج برمجة الأهداف.

وفي ضوء ذلك سيكون الحل النهائي التي يتم التوصل إليه باستخدام نموذج برمجة الأهداف عبارة عن حل مرضي متعدد وليس حل أمثل وحيد، وبذلك يساعد نموذج برمجة الأهداف

على التوصل إلى الحل المرضي الممكن لمعظم أو لكافة الهداف في ضوء الموارد والظروف المتاحة.

وقبل صياغة نموذج برمجة الأهداف ينبغي أن نؤكد على لنقاط التالية:

- تتمثل دالة الهدف دائما في تدنية الانحرافات غير المرغوب فيها فقط سواء بالزيادة أو بالنقص.
- ينبغي أن نميز بين نوعين من القيود، يتمثل النوع الأول في القيود المرتبطة بالأهداف المطلوب تحقيقها، ويتمثل النوع الثاني كما هو الحال في نماذج البرمجة الأخرى بالقيود المرتبطة بالموارد.
- قد تشمل القيود المرتبطة بالأهداف المطلوب تحقيقها قيد يمثل هدف تحقيق ربح معين أو قيد يمثل هدف تحقيق حجم إنتاج معين أو قيد يمثل هدف توفير رصيد نقدي معين أو قيد يمثل هدف تحقيق رأس مال عامل معين أو قيد يمثل هدف استغلال الطاقة بالكامل.
- تكون القيود المرتبطة بالموارد المتاحة مماثلة تماما لما سبق دراسته سواء في نموذج البرمجة الخطية أو نموذج البرمجة العددية مثال تلك القيود المتعلقة بان احتياجات المنتجات من الموارد طاقة المورد.

وفي ضوء ذلك تأخذ دالة الهدف شكل تدنية مجموع الانحرافات غير المرغوب فيها لكل هدف من الأهداف المطلوب تحقيقها، ويمكن صياغتها بالشكل التالي:

$$\text{تدنية (ف)} = \text{ف}_2^{+} + \text{ف}_1^{-} + \text{ف}_2^{+} + \text{ف}_2^{-}$$

ونقصد بالرمز ف الفروق أو الانحرافات التي قد تعيق تحقيق الهدف وقد تكون فروق موجبة أو سالبة أو موجبة وسالبة كما يظهر من الصياغة السابقة.

فإذا رغبت إحدى الشركات في إنتاج 10000 وحدة بالضبط من المنتج س1كهدف أول مثلا دون فروق بالزيادة ف$_1^+$ ودون فروق بالنقص ف$_1^-$ فإنه يمكن التعبير عن ذلك بالقيد التالي ضمن قيود النموذج:

$$\text{س} = 10000 - \text{ف}_1^+ + \text{ف}_1^-$$

على أن تظهر الفروق في دالة الهدف مع مراعاة ان يسبق كل من الفروق الموجبة الفروق السالبة في دالة الهدف إشارة موجبة، وبالتالي لن يكون هناك حل للنموذج إلا 10000 وحدة طالما ان الطاقة الإنتاجية المتاحة تكفي لتحقيق هذا الحجم من الإنتاج.

مع مراعاة ان تظهر كافة لفروق سواء كانت فروق موجبة أو فروق سالبة أو فروق موجبة وسالبة معا في دالة الهدف مسبوقة بإشارة موجبة.

وفي ضوء ذلك، وحتى تتصف قيود النموذج بالمرونة الملائمة يتم افتراض أن الفروق الموجبة تعني الانحراف بالزيادة عن تحقيق حجم إنتاج 10000وحدة وهو انحراف غير مرغوب فيه لذا تخصم الفروق التي تعبر عنه.كما نفترض أن الفروق السالبة تعني الانحراف بالنقص عن تحقيق حجم إنتاج 10000 وحدة وهو انحراف غير مرغوب فيه لذا تصاف الفروق التي تعبر عنه.

تذكر أن:

تكون القاعدة في دوال القيود دائما، وبالنسبة إلى أي هدف مطلوب تحقيقه هي إضافة الانحرافات السالبة وطرح الانحرافات الموجبة وذلك لعكس أو إلغاء أثره تلك الانحرافات وبحيث يظل تابع القيد المعبر عن الهدف كما تم صياغته في النموذج مع مراعاة ان كافة الفروق تسجل بالموجب في دالة الهدف.

أما إذا كان الهدف هو تحقيق 10000 وحدة على الأقل أي 10000وحدةفأكثرفإن الفروق والانحرافات السالبة هي فقط غير المرغوب فيها لذلك تظهر ف السالبة فقط الخاصة بها في دالة الهدف وتكون دالة القيد كما يلي:

$$\text{س}_1=10000+\text{ف}_1^{-}$$

أما إذا كان الهدف هو تحقيق وحدة على الأكثر أي 5000 وحدة أو أقل فإن الفروق والانحرافات الموجبة هي فقط غير المرغوب فيها لذلك تظهر ف الموجبة فقط الخاصة بها في دالة الهدف وتكون دالة القيد كما يلي:

$$\text{س}=10000-\text{ف}_1^{+}$$

وقبل ان نتناول الأمثلة والحالات التي تستهدف بيان كيفية صياغة نموذج برمجة الهدف، وما يتضمنه من دوال ومتباينات ومعادلات تعبر عن مشكلة البرمجة قيد البحث. نؤكد مرة أخرى على النقاط التالية:

- لن نهتم ببيان كيفية وخطوات وطرق حل نموذج برمجة الأهداف بقدر اهتمامنا بصياغة النموذج مفترضين استخدام البرامج الجاهزة والحسابات لآلية التي تمكن من الوصول إلى كافة النتائج لمطلوبة في أقل وقت وبدقة أكبر.
- في دالة الهدف تظهر فقط الفروق والانحرافات غير المرغوب فيها بإشارة موجبة (جميع الفروق والانحرافات تسبقها علامة +زائد).
- في القيود المتعلقة بالأهداف يتم صياغة لقيد بشكل عادي وتكون إشارة= ثم يتم وضع الفروق والانحرافات غير المرغوبة بالقيد على أن يظهر في القيد كلا من الانحرافات بالزيادة والانحراف بالنقص (بعكس الإشارة).

$$\text{س}+\text{ف}_3^{-}-\text{ف}_3^{+}=10000$$

المحور الرابع:

البرمجة الديناميكية

أولا: تمهيد

يمكن القول أن البرمجة الديناميكية عموما ما هي إلا أسلوب تحليلي لتقرير الخطة المثلى لتحقيق أهداف معينة لمجموعة من المشروعات تخضع لعديد من القيود، وهي بعبارة أخرى طريقة لتحديد أقصى قدر من الكفاءة في منطقة الموارد الإنتاجية المحددة بين أوجه استعمالاتها البديلة.

وتتكفل البرمجة الديناميكية بتحديد الحلول المصلى للمشكلات، وهي لذلك مناسبة لتحليل السلوك الرشيد، سواء أكان في مجالات الإنتاج أم الاستهلاك أم غير ذلك من مجالات الأنشطة الاقتصادية على هذا لساس يمكن تعرفها أنها أسلوب يساعد على تحديد الخطة المثلى من بين عدد من الخطط البديلة.

وينفرد أسلوب تحليل المشاكل بطريقة البرمجة الديناميكية عن غيرها من أساليب التحليل الأخرى، بكونه يفترض إمكانية تقسيم عمليات القرارات المتعددة المراحل إلى عدد من الخطوات أو المراحل المتتالية، التي يمكن أن تستكمل بأكثر من طريقة، وتسمى البدائل لاستكمال هذه المراحل "قرارات décisions" وان القرار يجب ان يحكم بواسطة مجموعة من لمعادلات أو القواعد التي تدعى دالة الانتقال أو التحول Transformation Function أما السياسة، Policy، فهي تسلسل من القرارات واحد لكل مرحلة من العملية.

وبناء على ذلك يمكن تفسير هذا الأسلوب بأنه مجموعة الإجراءات اللازمة لإيجاد الحل الأمثل للمشكلة التي يمكن صياغتها على هيئة مجموعة من القرارات المتعددة المراحل يحكمها مبدأ بلمان للأمثلية، Bellman principale" optimalty وقد تضمن مبدأ بلمان أن السياسة المثلى خاصية، أنه بصرف النظر عن الحالة الأولية والقرارات المتعلقة بها فأن القرارات المتبعة يجب أن تكون سلسلة مثلى من القرارات بالنسبة للمسائل الجزئية المتبعة.

ويفترض هذا الأسلوبان معاملات المدخلات يجبان تكون معروفة Known input parameters ويتوقف إمكان التعبير عن لمرحلة عند النقطة التي يتخذ فيها القرار، لذلك فهي

تمثل فترة معينة أو قيمة فيزياوية، يتم على أساسها تقسيم المشكلة على مشاكل فرعية ويرمز لها عادة بالحرف (n).

أن شرط العملية عند أي مرحلة يسمى الحالة state،وتعرف المدخلات على أنها الحالة (Philips, 1976,P420) وينظر إلى حالة النظام state of system في شكل المنظومة التي تكون الأساس في تراكم المراحل المتعاقبة باتجاه توحيد أجزاء المسألة وصولا إلى الحل الأمثل للمسألة الرئيسية وقد يواجه المبتدئون صعوبة في تحديد حالة النظام ويعزى السبب في ذلك إلى عدم وجود طريقة محدد يمكن استخدامها في برمج البرمجة لديناميكية جميعها، ولكن هناك مؤشرين أساسيين يساعدان في تعريف حالة النظام وهما تحديد العلاقة التي تربط المراحل فيما بينها وثانيهما المعلومات التي يحتاجها من المراحل السابقة في سبيل اتخاذ القرار في المراحل اللاحقة، وبناء على ذلك فإن شكل النظام يأخذ صيغة الرابطة للمراحل أو أجزاء المسألة. ويستلزم ان يرتبط بكل مرحلة من ذلك النظام متغير للحالة state variable الذي يمثل القيود الأساسية المفروضة وحسب طبيعة المسألة التي تتم معالجتها.

وتستند نظرية البرمجة الديناميكية إلى ان الوحدة الاقتصادية تعمل في ظل مجموعة من المتغيرات السياسيةpolicy variable التي يتم من خلالها تحقيق هذه الوحدة لأهدافها.

وفي ضوء ذلك فإن معظم عمليات القرار المتعدد المراحل لها عائد Return (كلفة أو منفعة) مرتبط بكل قرار ويختلف هذا العائد بالنسبة لمرحلة العملية وحالتها ويكون الهدف هو تحليل هذه العمليات لتحديد السياسية المثلى التي ينتج عنها أفضل عائد كلي.

ان قيمة العائد تمثل قيمة نسبية قد تكون موجبة أو سالبة وهذه القيمة تعكسها معادلة قرار المنفعة décision benefit équation وفي الوقت نفسه فهي تمثل دالة العائد return function ويمكن أيضا ان يطلق على معادلة قرار المنفعة بالمعادلة التكرارية Recursive equation.

وتستخدم هذه المعدلة من اجل الحصول على الحل الأمثل النهائي للمشكلة الرئيسية عند حساب المعادلة التكرارية للمرحلة الأخيرة للمشكلة.

ان مفهوم المعادلة التكرارية مبني أساسا على الأسلوب التكراري للحسابات فعند حساب العائد المثل لـ (n) من المراحل فأنه يعتمد على العائد الأمثل لـ (n-1) من المراحل السابقة مضافا إليها العائد الأمثل للمرحلة (n) وبذلك يؤهلنا استخدام لمعادلة التكرارية للحصول على الحل المثل لك مرحلة بشكل منفرد ثم يمكننا هذه المعادلة من حساب العائد الإجمالي المثالي

المتراكم للمراحل السابقة وبذلك يتم الحصول على الحل الأمثل النهائي للمشكلة، ويمكن صياغة المعادلة التكرارية لكل مرحلة على النحو الآتي:

$$g1=r1(S1,d1)......................(1)$$

أما العائد المثل للمرحلة الأولى فأنه يمثل دالة لجميع متغيرات القرار في تلك المراحل ويتم اختيار أفضلها.

$$f1^*(S1)=\underset{d1}{opt}\{r1(S1,d1)\}..........................(2)$$

أما في لمرحلة الثانية فيمكن ان تأخذ الصيغة الآتية:

$$f2^*(S2)=\underset{d2}{opt}\{r2(s2,d2)+f1^*(S1)\}..........................(3)$$

or:

$$f2^*(S2)=\underset{d2}{opt}\{r2(s2,d2)+f1^*(S2-d2)\}..........................(4)$$

Where

$$s1=S2-ds$$

وهكذا بتكرار المعادلة لكل المراحل حتى تصل إلى المرحلة النهائية n-stage التي تمثلها المعادلة الآتية

$$fn^*(Sn)=\underset{dn}{opt}\{rn(sn,dn)+f^*n-1(Sn-1)\}..........................(4)$$

إذ تمثل Sn متغير الحالة الذي يمكن أن يخصص للمرحلة n، فيكون القرار هو dn ودالة العائد هي Fn*(Sn)، وما تبقى من هذا المتغير يمكن أن يخصص لمرحلة n-1، كما ذكرنا سابقا، فتكون دالة العائد السابق(fn-1(Sn-1* آخذين بنظر الاعتباران هذه الدالة تتحدد بمعرفة (f*n-2(sn-2 وهكذا حتى نجد قيمة (f1(S1 التي تمثل دالة العائد للمرحلة الابتدائية.

وترتيبا على ما سبق، نستطيع أن نقول أن دالة و العائد تعتمد على كل من متغير الحالة State variable وعلى القرارDécision المتخذ في المرحلة(n)وان القرار الأمثل عند المرحلة (n)سيكون ذلك القرار الذي يعظمmaximization العائد أو يدني Minimization القيمة المعطاة.

وهناك طريقتان لحساب قيم الدوال التي نحصل من خلالها على الحل الأمثل للمشكلة أولها طريقة الحسابات الأمامية Forward computation حيث يعتمد هذا الأسلوب على قيم المرتبة تصاعديا كما في المخطط أدناه:

$f1 \rightarrow f2 \rightarrow \ldots\ldots\ldots\ldots \rightarrow fn$

إن هذه الطريقة تعتمد على مبدأ التقدم في العمل إذ يتم حساب قيمة الدالة الأولى،f1 ثم لانتقال إلى الدالة الثانية f2 وهكذا حتى نصل إلى الدالة النهائية fn.

أما لطريقة الثانية فهي طريقة الحسابات الخلفية Backward cimputation وهي طريقة معاكسة للأسلوب السابق، إذ تستخدم العلاقة التكرارية في إيجاد الحل الأمثل عن طريق التحرك من الخلف مرحلة بمرحلة في كل مرحلة يتم إيجاد الخطة المثلى لكل حالة من حالات هذه المرحلة حتى نصل إلى المرحلة الأولى وبذلك يتم ترتيب الدوال تنازليا وكما في المخطط الآتي:

$f1 \rightarrow fn\text{-}1 \rightarrow fn\text{-}2 \rightarrow \ldots\ldots\ldots\ldots \rightarrow fn$

ان الفرق الرئيس ما بين الطريقتين تعود إلى لأسلوب الذي يتم استخدامه في تعريف متغير الحالة state of system.

ونتيجة لما سبق فمن أجل تحقيق أهداف الوحدة الاقتصادية يتم تحديد الخطة المثلىoptimum planالتي تمثل مجموعة من متغيرات البدائل بحيث يعد كل متغير أفضل فعل لحالة معينة.

ثانيا: البرمجة الديناميكية في ظل اليقين واللايقين

تكون عملية القرارات المتعددة المراحل مؤكدة Deterministic إذا كان الناتج من كل قرار معروفا تماما، أما إذا كان العائد المرتبط بقرار واحد على لأقل في العملية عشوائيا فتعد البرمجة الديناميكية و احتمالية أو تصادفيه Stochastic.

ويمكن عد البرمجة لديناميكية أنها في ظل اللايقين إذا تحقق الشرطان الآتيان:

أولها: إذا كان العائد المرتبط بحالة أو أكثر غير مؤكد.

وثانيها: إذا كانت الحالات الناتجة من واحد أو أكثر من القرارات غير مؤكدة.

وقد تستخدم أسلوب البرمجة الديناميكية المؤكدة في جعل عملية القرار التصادفية المتعددة المراحل مثلى متى ما توفر شرطان أساسيان هما: أن التوزيع لاحتمالي الذي يحكم الأحداث العشوائية يكون معروفا والآخر يشير إلى ان عدد الحالات والمرحل محددتان.

أن الحالة الشائعة في البرمجة الاحتمالية هي أمثلية لعائد المتوقع لذلك فإن العشوائية تحدث في العائد المرتبط بالحالات وليس في الحالات الناتجة من القرارات.

أما إذا كانت الحالة الناتجة من القرارات عشوائية فيمكن ان نتصور شكلا تخطيطيا لها كما في الشكل لآتي:

شكل للهيكل الأساسي للبرمجة الاحتمالية وفق عشوائية الحالة

Stage n+1

$$\begin{matrix} stage\ n \\ stat\ [Sn] \\ fn(Sn,dn) \end{matrix} \quad \xrightarrow{Decision} dn \rightarrow \left[\begin{matrix} P_1 \rightarrow C_1 \rightarrow (1) \\ f_{n+1}^*(1) \\ P_2 \rightarrow C_2 \rightarrow (2) \\ f_{n+1}^*(2) \\ P_n \rightarrow C_n \rightarrow (N) \\ f_{n+1}^*(N) \end{matrix} \right.$$

إذ أن (n) تمثل عدد الحالات الممكنة في المرحلة n+1

(P1,P2,............Pn): تمثل التوزيع الاحتمالي للحالة.

Sn: تمثل الحالة في المرحلة n

dn:تمثل القرار في المرحلة n

Ci: تمثل عائد مساهمة الناتج في دالة الهدف للمرحلةn، عندما تتبدل الحالة لتكون حالة i. واستنادا إلى الهيكل الاحتمالي الموضح في الشكل(2-1)يمكن صياغة العلاقة ما بين f*n (Sn,dn) و(Sn+1) f*n+1 اعتمادا على صيغة دالة الهدف وفق الحسابات الأمامية وكالآتي:

أن دالة العائد للمرحلة (n) هي:

$$f_n^*(S_n, d_n) = \sum_{i=1}^{n} P_i[C_i + f_{N+1}^*(i)]$$

and

f*n+1(Sn+1)=opt fn+1(Sn+1,dn+1)

dn+1

أما إذا توسع الشكل السابق (للهيكل الأساسي للبرمجة الاحتمالية وفق عشوائية الحالة) ليشمل الحالات والقرارات الممكنة جميعا في كل المراحل فعندئذ يسمى بشجرة القرار.

وفي حالة كون العمليات تتسم بالعشوائية، فإن السياسة المثلى تعرض في صورة "جدول السياسية"، Policy Table،وكما هو موضح بالشكل(12-2)، وعلى فرض أن

[i=1,2,3,............n   j=1,2,3,.....n] و dj(ai) تدل على القرار عند المرحلة j إذا وجدت العملية نفسها عند الحالة ai.

شكل جدول السياسة

States

	j \ I	a1	a2	--------	ar
States	1	d1(a1)	d1(a2)	--------	d1(ar)
	2	d2(a1)	d2(a2)	--------	d2(ar)
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	N	dn(a1)	dn(a2)	--------	dn(ar)

ثالثا: صياغة المشكلة:

تتضمن خطوات استخدام البرمجة الديناميكية تحديد دالة الهدف ومعدلات الإمكانيات الإنتاجية وذلك بتحديد أسعار الموارد والناتج والعلاقات بين الموارد والإنتاج والموارد الإنتاجية المتاحة وبناء على ذلك يتم صياغة المصفوفة التي يمكن في ضوئها اختيار البرنامج الممكن وتطويره للوصول إلى البرنامج الأمثل.

ان دالة الهدف تعبر كميا عما يستهدفه حل لمشكلة وتتوقف إمكانية التعبير عن الهدف في أية مشكلة على نوع المشكلة المراد حلها وطبيعتها باستخدام هذا الأسلوب، ويمكن ان يتحدد الهدف أما بتعظيم الدخل أو الناتج أو يهدف إلى تقليل التكاليف. أما معدلات الإمكانيات

الإنتاجية فهي توضح التوليفات الممكنة من الأنشطة الإنتاجية التي يمكن تحديدها من مورد إنتاجي معين. لذلك يعد تعدد البدائل في حل مشكلة البرمجة الديناميكية أحد الأركان الأساسية التي يستلزمها استخدام أسلوب مشكلة البرمجة ديناميكية فضلا عن دالة الهدف ووجود عدد من العوامل التي تضع قيودا على استخدام الموارد أو على القدر المتاح منها.

ويواجه الباحث بعض الصعوبات في استخدام البرمجة الديناميكية وتمثل هذه الصعوبات في صيغة المشكلة وفي خوارزمية الحل إذ أن كل مشكلة طبقت فيها البرمجة الديناميكية كان لها تطبيق مميز عن لأخرى وفي ضوء ذلك تعد البرمجة الديناميكية نقيضا للبرمجة الخطية لعدم وجود صياغة قياسية لها وبناء على ذلك تعد البرمجة الديناميكية نوعا عاما من طريقة لحل لمسائل على أن يتم تطوير المعادلات بما يوافق كل تطبيق معين.

وترتيب على ما تقدم فقط ظهر العديد من صياغات البرمجة الديناميكية للمشاكل المختلفة من شهرها مشكلة تخصيص رأس المال Capital Bufgingومشكلة العول(المعولية) Reliabluty Problem ومشكلة تخصيص الموارد Resource Allocation Problem ومشكلة التحميل Cargo Loaging Problemومشكلة موافقة (ملائمة) الاستخدام Employment Smothing Problem.

وكما سبقت الإشارة إليه فإن كل مشكلة من هذه المشاكل تختلف في صياغتها عن الأخرى ولكنها جميعا تشترك مع مشكلة أقصر مسار shortest route problem في تقسيم المشكلة إلى مراحل متعاقبة وإيجاد الحل الأمثل لكل مرحلة ومن ثم توفق العلاقة بين نتائج سلسلة المراحل السابقة للحصول على الحل النهائي للمشكلة الأصلية.

لقد صممت مشكلة أقصر مسار بقصد توفير فيزياوي لهيكلية مسائل البرمجة الديناميكية وفي ضوئها يمكن أن يقال لصياغة أي مشكلة أنها برمجة ديناميكية متى ما كان هيكلها الأساسي مماثل لهذه المشكلة.

ويرجع الفضل في صياغة هذه المشكلة لـ Wagner إذ افترض وجود مركبة سفر stogecoach لبائع أسطوري كان عليه أن يسافر بمركبته خلال بلاد معادية وإن نقطة بدايته ونهايته معلومتان.

قائمة المراجع

1- أبو القاسم مسعود الشيخ، بحوث العمليات، الطبعة الثانية، المجموعة العربية للتدريب والنشر، القاهرة، مصر، 2009م/1430هـ.

2-أحمد نصير، قعيد إبراهيم: أدوات مساعدة على اتخاذ القرار، مطبوعة بيداغوجية موجهة لطلبة سنة أولى ماستر تخصص اقتصاد كمي، كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، جامعة الشهيد حمه لخضر بالوادي، الموسم الجامعي 2018/2017.

3- أكرم مُحَّمد عرفان المهتدي، الأساليب الكمية في اتخاذ القرارات الادارية (بحوث العمليات)، الطبعة الأولى، دار صفاء للنشر والتوزيع، عمان، الأردن، 2010م/1431هـ.

4- حمدي طه، مقدمة في بحوث العمليات ، الجزء الأول النماذج المحددة، ترجمة أحمد حسين علي حسين، دار المريخ للنشر، الرياض، المملكة العربية السعودية، بدون تاريخ.

5- حمدي طه، مقدمة في بحوث العمليات ، الجزء الثاني النماذج الاحتمالية، ترجمة أحمد حسين علي حسين، دار المريخ للنشر، الرياض، المملكة العربية السعودية، بدون تاريخ.

6- دلال صادق الجواد وحميد ناصر الفتال، بحوث العمليات، الطبعة العربية، دار اليازوري للنشر، عمان، الأردن، 2008.

7- رابح بوقرة، بحوث العمليات، الجزء الأول، جامعة المسيلة، الجزائر، 2009/2010.

8- رابح بوقرة، بحوث العمليات – مدخل لاتخاذ القرارات، الجزء الثاني، جامعة المسيلة، الجزائر، 2012.

9- فتحي خليل حمدان، بحوث العمليات – مع تطبيقات باستخدام الحاسوب ، الطبعة الأولى، دار وائل للنشر، عمان، الأردن، 2010.

10- مُحَمَّد راتول، بحوث العمليات، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر،2006 .

11- مُحَمَّد عبد العال النعيمي، رفاه شهاب الحمداني، أحمد شهاب الحمداني، بحوث العمليات، الطبعة الثانية ، دار وائل للنشر، عمان، الأردن، 2011.

12- مُحَمَّد عبيدات، الأساليب الكمية في إتخاذ القرار، دار وائل للنشر، عمان، الأردن، .2006

13- مُحَمَّد الطراونة وسليمان عبيدات، مقدمة في بحوث العمليات، الطبعة الأولى، دار المسيرة للنشر، عمان، الأردن، .2009

14- سليمان خالد عبيدات، الأساليب الكمية في الادارة، بدون طبعة، دار المسيرة للنشر، عمان، الأردن،2015م/1436هـ.

15- منعم زمزير الموسوي، بحوث العمليات – مدخل علمي لإتخاد القرارات، الطبعة الأولى، دار وائل للنشر، عمان، الأردن، 2009.

16- اليمين فالته، بحوث العمليات، الجزء الأول، دار إيتراك للطباعة والنشر والتوزيع، القاهرة، مصر، 2006.