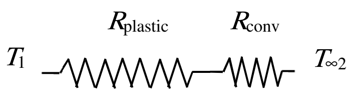
Ex.01.*Solution*

Il va diminuer.

Ex.02.*Solution*



En régime stationnaire, le flux de transfert de chaleur du fil est égal à la chaleur générée à l'intérieur du fil,

$$\dot{Q} = \dot{W}_e = VI = (8\ \text{V})(10\ \text{A}) = 80\ \text{W}$$

La résistance thermique totale est,

$$R_{\text{conv}} = \frac{1}{h_o A_o} = \frac{1}{(24\ \text{W/m}^2.°\text{C})[\pi(0.004\ \text{m})(10\ \text{m})]} = 0.3316\ °\text{C/W}$$

$$R_{\text{plastic}} = \frac{\ln(r_2/r_1}{2\pi\lambda L} = \frac{\ln(2/1)}{2\pi(0.15\ \text{W/m.°C})(10\ \text{m})} = 0.0735\ °\text{C/W}$$

$$R_{\text{total}} = R_{\text{conv}} + R_{\text{plastic}} = 0.3316 + 0.0735 = 0.4051\ °\text{C/W}$$

La température d'interface devient alors;

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_{\infty 2}}{R_{\text{total}}} \longrightarrow T_1 = T_\infty + \dot{Q}R_{\text{total}} = 30°\text{C} + (80\ \text{W})(0.4051\ °\text{C/W}) = \mathbf{62.4°C}$$

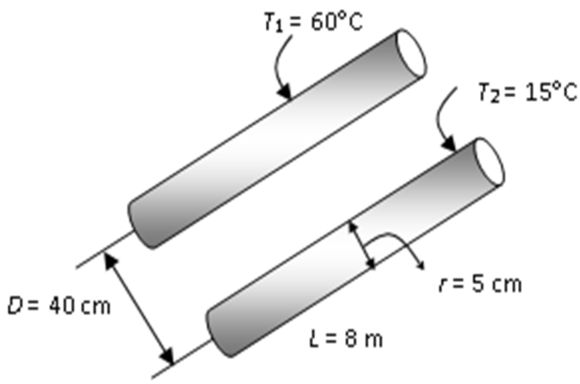
Le rayon critique de l'isolant plastique est,

$$r_{cr} = \frac{\lambda}{h} = \frac{0.15\ \text{W/m.°C}}{24\ \text{W/m}^2.°\text{C}} = 0.00625\ \text{m} = 6.25\ \text{mm}$$

En doublant l'épaisseur de la couverture en plastique le rayon extérieur du fil augmentera à 3 mm, ce qui est inférieur au rayon critique d'isolation. Par conséquent, doubler l'épaisseur de la couverture en plastique augmentera le taux de perte (flux) de chaleur et diminuera la température de l'interface.

Ex.03.*Solution*

Les deux tubes d'eau chaude et froide s'étendent en parallèle dans une couche épaisse du béton.



On suppose que le régime soit stationnaire, le transfert de chaleur est bidimensionnel (aucun changement dans la direction axiale).
On a la conductivité thermique du béton $\lambda = 0.75\ W/m.°C$.
D'après la littérature, le facteur de forme de la conduction pour cette configuration (voir aussi **Annexe A**) pour être ;

$$F = \frac{2\pi L}{cosh^{-1}\left(\frac{D^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1 r_2}\right)}$$

$$= \frac{2\pi(8)}{cosh^{-1}\left(\frac{0.4^2 - 0.025^2 - 0.025^2}{2(0.025)(0.025)}\right)}$$

$$= 9.078\ m$$

Alors le flux de transfert de chaleur permanent entre les pipes devient

$\dot{\boldsymbol{Q}} = \lambda\, F(T_1 - T_2) = (9.078\,)(0.75)(60 - 15) = \mathbf{306\ W}$.

Ex.04.*Solution*

Augmentation du flux du transfert de chaleur des surfaces en augmentant leurs surfaces d'échange de chaleur.

Ex.05.*Solution*

On suppose que les ailettes sont suffisamment longues pour que la température à leurs extrémités soit presque T_∞ et le transfert de chaleur aux extrémités des ailettes est négligeable.
En prenant la température de la base de l'ailette pour être T_b et en utilisant la relation de transfert de chaleur pour une ailette longue, l'efficacité de l'ailette peut être exprimée comme

$$\eta_{ailette} = \frac{Taux\ du\ transfert\ de\ chaleur\ réel\ par\ l'ailette}{Taux\ du\ transfert\ de\ chaleur\ idéal\ si\ l'ailette\ entière\ est\ à\ la\ température\ de\ la\ base}$$

$$\eta_{ailette} = \frac{\sqrt{h\,p_e \lambda A_s}\,(T_b - T_\infty)}{hA_{ailette}(T_b - T_\infty)} = \frac{\sqrt{h\,p_e \lambda A_s}}{h\,p_e L} = \frac{1}{L}\sqrt{\frac{\lambda A_s}{h\,p_e}}$$

Cette relation peut être simplifiée pour une ailette circulaire de diamètre D et une ailette rectangulaire d'épaisseur t et de largeur w, pour être

$$\eta_{ailette,circulaire} = \frac{1}{L}\sqrt{\frac{\lambda A_s}{h\,p_e}} = \frac{1}{L}\sqrt{\frac{\lambda(\frac{\pi D^2}{4})}{h(\pi D)}} = \frac{1}{2\,L}\sqrt{\frac{\lambda D}{h}}$$

$$\eta_{ailette,rectangulaire} = \frac{1}{L}\sqrt{\frac{\lambda A_s}{h\,p_e}} = \frac{1}{L}\sqrt{\frac{\lambda(w\,t)}{h\,2(w+t)}} \cong \frac{1}{L}\sqrt{\frac{\lambda(w\,t)}{h\,2(w)}} = \frac{1}{L}\sqrt{\frac{\lambda\,t}{2\,h}}$$

Ex.06.*Solution*

Détermination de l'augmentation du transfert de chaleur du tube par unité de sa longueur suite à l'addition des ailettes. En supposons que les conditions de fonctionnement soient stationnaires, le coefficient du transfert de chaleur soit constant et uniforme sur les surfaces entières des ailettes, et le transfert de chaleur par rayonnement soit négligeable.
On a la conductivité thermique des ailettes $\lambda = 186\,\frac{W}{m.°C}$, et l'efficacité de l'ailette $\eta_{ailette} = 0.97$.
En cas d'aucune ailette, le transfert de chaleur du tube par unité de longueur est,

$$A_{sans\ ailettes} = \pi D_1 L = \pi\,(0.05)(1) = 0.1571\,m^2$$

$$\dot{Q}_{sans\ ailettes} = hA_{sans\ ailettes}(T_b - T_\infty) = 40\,(0.1571)(180-25) = 974\,W$$

Le transfert de chaleur d'une seule ailette est,

$$A_{ailette} = 2\pi(r_2^2 - r_1^2) + 2\pi r_2 t = 2\pi(0.03^2 - 0.025^2) + 2\pi(0.03)(0.001)$$
$$= 0.001916\,m^2$$

$$\dot{Q}_{ailette} = \eta_{ailette}\,\dot{Q}_{ailette,max} = \eta_{ailette}\,h\,A_{ailette}(T_b - T_\infty)$$
$$= 0.97(40)(0.001916)(180-25) = 11.53\,W$$

Le transfert de chaleur d'une seule partie non-ailetée du tube est

$$A_{non-ailetée} = \pi D_1 S = \pi(0.05)(0.003) = 0.0004712\,m^2$$

$$\dot{Q}_{non-ailetée} = h\,A_{non-ailetée}(T_b - T_\infty) = 40(0.0004712)(180-25) = 2.92\,W$$

Il y a 250 ailettes et ainsi 250 espacements inter-ailettes par unité de longueur du tube. Le transfert de chaleur total du tube aileté est alors déterminé de ;

$$\dot{Q}_{total\ ailette} = n\,(\dot{Q}_{ailette} + \dot{Q}_{non-ailetée}) = 250(11.53 + 2.92) = 3613W$$

Donc l'augmentation du transfert de chaleur du tube par unité de longueur suite à l'addition des ailettes est,

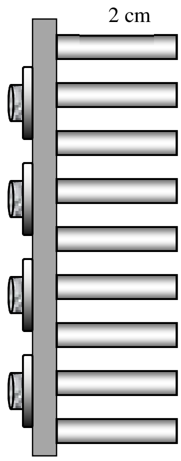
$\boldsymbol{\dot{Q}_{augment\acute{e}e}} = \dot{Q}_{total\ ailette} - \dot{Q}_{sans\ ailettes} = 3613 - 974 = \mathbf{2639\ W.}$

<u>Ex.07.</u>*Solution*

Une carte électronique renferme 80 éléments logiques étroitement situées sur un côté, dissipant chacun $0.04\ W$ par l'arrière côté de la carte électronique vers le milieu environnant. On suppose des conditions de fonctionnement stationnaires, la température dans la carte et le long des ailettes épines varie dans une seule direction (normale à la carte). Toute la quantité de chaleur produite dans les chips (composants) est conduite à travers la carte de circuit et est dissipée de l'arrière côté de la carte, le transfert de chaleur aux extrémités des ailettes est négligeable, le coefficient de transfert de chaleur par convection est constant et uniforme sur la surface entière de l'ailette, et on ne prend pas en considération l'effet du transfert de chaleur par rayonnement des ailettes.

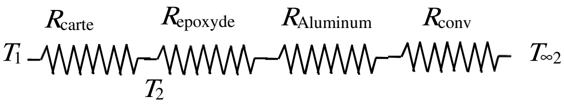
On a les conductivités thermiques : $\lambda_{carte} = 20\ W/m.°C$ pour la carte de circuit, $\lambda = 237\ W/m.°C$ pour la plaque d'aluminium et les ailettes et $\lambda = 1.8\ W/m.°C$ pour l'adhésif d'époxyde.

a) Le flux total du transfert de chaleur dissipé par les chips (composants électroniques) est,



$\dot{Q} = 80\ (0.04) = 3.2\ W$

Les résistances individuelles sont,



$A = (0.12)(0.18) = 0.0216\ m^2$

$$R_{carte} = \frac{L}{\lambda_{carte}\ A} = \frac{0.003}{(20)(0.0216)} = 0.00694\ °C/W$$

$$R_{conv} = \frac{1}{h\ A} = \frac{1}{(50)(0.0216)} = 0.9259\ °C/W$$

$$R_{totale} = R_{carte} + R_{conv} = 0.00694 + 0.9259 = 0.93284\ °C/W$$

Les températures sur les deux côtés de la carte de circuit sont

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_{\infty 2}}{R_{totale}} \longrightarrow \boldsymbol{T_1} = T_{\infty 2} + \dot{Q}R_{totale} = 40 + (3.2)(0.93284) = \mathbf{43.0\ °C}$$

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_2}{R_{carte}} \longrightarrow \boldsymbol{T_2} = T_1 - \dot{Q}R_{carte} = 43.0 - (3.2)(0.00694) = 43.0 - 0.02 \cong \mathbf{43.0\ °C}$$

Donc, la carte est presque *isotherme*.

b) Sachant que les sections des ailettes épines soient constantes, l'efficacité d'une ailette circulaire peut être déterminée pour être

$$a = \sqrt{\frac{h\ p_e}{\lambda A_s}} = \sqrt{\frac{h(\pi D)}{\lambda(\frac{\pi D^2}{4})}} = \sqrt{\frac{4h}{\lambda D}} = \sqrt{\frac{4(50)}{(237)(0.0025)}} = 18.37\ m^{-1}$$

$$\eta_{ailette} = \frac{tanh\ aL}{aL} = \frac{tanh(18.37\ \times 0.02)}{(18.37\ \times 0.02)} = 0.957$$

Les ailettes peuvent être supposées d'être à la température de la base à condition que la section de l'ailette soit modifiée en la multipliant par 0.957. Alors les diverses résistances thermiques sont,

$$R_{\acute{e}poxy} = \frac{L}{\lambda\ A} = \frac{0.0002}{(1.8)(0.0216)} = 0.0051\ °C/W$$

$$R_{Al} = \frac{L}{\lambda\ A} = \frac{0.002}{(237)(0.0216)} = 0.00039\ °C/W$$

$$A_{ailet\acute{e}e} = \eta_{ailet\acute{e}e}\ n\pi DL = 0.957\ (864)\ \pi(0.0025)(0.02) = 0.130\ m^2$$

$$A_{non-ailetée} = 0.0216 - 864\frac{\pi D^2}{4} = 0.0216 - 864\frac{\pi(0.0025)^2}{4} = 0.0174\ m^2$$
$$A_{totale} = A_{ailetée} + A_{non-ailetée} = 0.130 + 0.017 = 0.147\ m^2$$
$$R_{conv} = \frac{1}{h\,A_{totale}} = \frac{1}{(50)(0.147)} = 0.1361\ °C/W$$
$$R_{totale} = R_{carte} + R_{époxy} + R_{Al} + R_{conv} = 0.00694 + 0.0051 + 0.00039 + 0.1361 = 0.1484\ °C/W$$
Alors les températures sur les deux côtés de la carte deviennent ;
$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_{\infty 2}}{R_{totale}} \longrightarrow \boldsymbol{T_1} = T_{\infty 2} + \dot{Q}R_{totale} = 40 + (3.2)(0.1484\ ) = \mathbf{40.5\ °C}$$
$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_2}{R_{carte}} \longrightarrow \boldsymbol{T_2} = T_1 - \dot{Q}R_{carte} = 40.5 - (3.2)(0.00694) = 40.5 - 0.02 \cong \mathbf{40.5\ °C}.$$

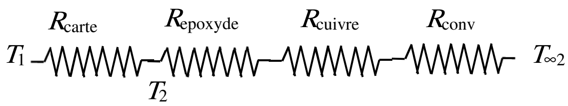
<u>Ex.08.</u>*Solution*

Une carte électronique renferme 80 éléments logiques étroitement situées sur un côté, dissipant chacun $0.04\ W$ par l'arrière côté de la carte électronique vers le milieu environnant. On suppose des conditions de fonctionnement stationnaires, la température dans la carte et le long des ailettes épines varie dans une seule direction (normale à la carte). Toute la quantité de chaleur produite dans les chips (composants) est conduite à travers la carte de circuit et est dissipée de l'arrière côté de la carte, le transfert de chaleur aux extrémités des ailettes est négligeable, le coefficient de transfert de chaleur par convection est constant et uniforme sur la surface entière de l'ailette, et on ne prend pas en considération l'effet du transfert de chaleur par rayonnement des ailettes.

On a les conductivités thermiques : $\lambda_{carte} = 20\ W/m.°C$ pour la carte de circuit, $\lambda = 386$ W/m. °C pour la plaque en cuivre et les ailettes et $\lambda = 1.8\ W/m.°C$ pour l'adhésif d'époxyde.

a) Le flux total du transfert de chaleur dissipé par les chips (composants électroniques) est,

$\dot{Q} = 80\ (0.04) = 3.2\ W$



Les résistances individuelles sont,

$A = (0.12)(0.18) = 0.0216\ m^2$
$$R_{carte} = \frac{L}{\lambda_{carte}\,A} = \frac{0.003}{(20)(0.0216)} = 0.00694\ °C/W$$
$$R_{conv} = \frac{1}{h\,A} = \frac{1}{(50)(0.0216)} = 0.9259\ °C/W$$
$$R_{totale} = R_{carte} + R_{conv} = 0.00694 + 0.9259 = 0.93284\ °C/W$$
Les températures sur les deux côtés de la carte de circuit sont,
$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_{\infty 2}}{R_{totale}} \longrightarrow \boldsymbol{T_1} = T_{\infty 2} + \dot{Q}R_{totale} = 40 + (3.2)(0.93284) = \mathbf{43.0\ °C}$$
$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_2}{R_{carte}} \longrightarrow \boldsymbol{T_2} = T_1 - \dot{Q}R_{carte} = 43.0 - (3.2)(0.00694) = 43.0 - 0.02 \cong \mathbf{43.0\ °C}$$
Donc, la carte est presque *isotherme*.

b) Sachant que les sections des ailettes épines soient constantes, l'efficacité d'une ailette circulaire peut être déterminée pour être
$$a = \sqrt{\frac{h\,p_e}{\lambda A_s}} = \sqrt{\frac{h(\pi D)}{\lambda(\frac{\pi D^2}{4})}} = \sqrt{\frac{4h}{\lambda D}} = \sqrt{\frac{4(50)}{(386)(0.0025)}} = 14.40\ m^{-1}$$
$$\eta_{ailette} = \frac{\tanh aL}{aL} = \frac{\tanh(14.40 \times 0.02)}{(14.40 \times 0.02)} = 0.973$$

Les ailettes peuvent être supposées d'être à la température de la base à condition que la section de l'ailette soit modifiée en la multipliant par 0.973. Alors les diverses résistances thermiques sont,

$$R_{époxy} = \frac{L}{\lambda\, A} = \frac{0.0002}{(1.8)(0.0216)} = 0.0051\ °C/W$$

$$R_{Al} = \frac{L}{\lambda\, A} = \frac{0.002}{(386)(0.0216)} = 0.00024\ °C/W$$

$$A_{ailetée} = \eta_{ailetée}\ n\pi DL = 0.973\ (864)\ \pi(0.0025)(0.02) = 0.132\ m^2$$

$$A_{non-ailetée} = 0.0216 - 864\frac{\pi D^2}{4} = 0.0216 - 864\frac{\pi(0.0025)^2}{4} = 0.0174\ m^2$$

$$\mathrm{A_{totale}} = A_{ailetée} + A_{non-ailetée} = 0.132 + 0.017 = 0.149\ m^2$$

$$R_{conv} = \frac{1}{h\, A_{totale}} = \frac{1}{(50)(0.149)} = 0.1342\ °C/W$$

$$R_{totale} = R_{carte} + R_{époxy} + R_{Al} + R_{conv} = 0.00694 + 0.0051 + 0.00024 + 0.1342 = 0.1465\ °C/W$$

Alors les températures sur les deux côtés de la carte deviennent ;

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_{\infty 2}}{R_{totale}} \longrightarrow \boldsymbol{T_1} = T_{\infty 2} + \dot{Q}R_{totale} = 40 + (3.2)(0.1465\ ) = \mathbf{40.5\ °C}$$

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_2}{R_{carte}} \longrightarrow \boldsymbol{T_2} = T_1 - \dot{Q}R_{carte} = 40.5 - (3.2)(0.00694) = 40.5 - 0.02 \cong \mathbf{40.5\ °C.}$$

<u>Ex.09.</u>*Solution*

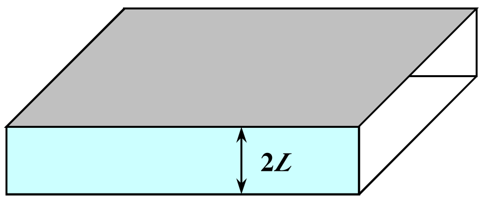
Dans l'analyse de transfert de chaleur, quelques corps sont observés pour se comporter comme "*un morceau*" dont la température de corps entier reste *essentiellement uniforme* à tout moment pendant un processus de transfert de chaleur. La température de tels corps peut être considérée comme une fonction du temps seulement. On connaît l'analyse de transfert de chaleur qui utilise cette idéalisation comme l'analyse de *système en capacitance*. Il est applicable quand le nombre de Biot (rapport de la résistance de conduction dans le corps à la résistance de convection à la surface du corps) est moins ou égal à 0.1.

<u>Ex.10.</u>*Solution*

La baisse de la température de la pomme de terre pendant la deuxième minute sera moins de 4 $°C$ puisque la température d'un corps s'approche de la température du milieu ambiant asymptotiquement et ainsi il change rapidement au commencement, mais lentement plus tard.

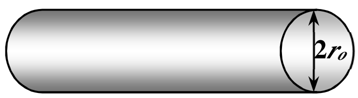
<u>Ex.11.</u>*Solution*

Les relations pour les longueurs caractéristiques d'un grand mur plan d'épaisseur $2L$, un très long cylindre de rayon r_0 et une sphère de rayon r_0 sont

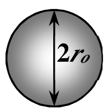


$$L_{c,mur} = \frac{V}{A_s} = \frac{2LA}{2A} = L$$

$$L_{c,cylindre} = \frac{V}{A_s} = \frac{\pi {r_0}^2\ h}{2\pi r_0\ h} = \frac{r_0}{2}$$



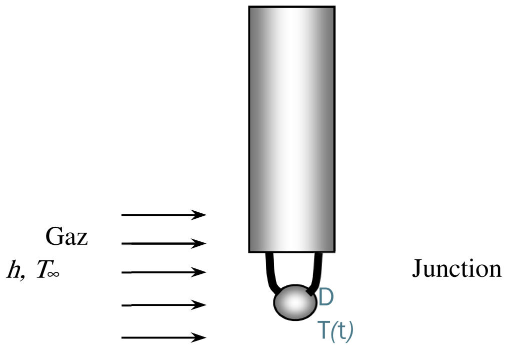
$$L_{c,sphère} = \frac{V}{A_s} = \frac{\frac{4}{3}\pi {r_0}^3}{4\pi {r_0}^2} = \frac{r_0}{3}.$$



Ex.12.*Solution*

La température d'un flux de gaz doit être mesurée par un thermocouple. On calcule le temps qu'il prend pour enregistrer 99% de ΔT initial.

Supposons que la jonction soit de forme sphérique avec un diamètre D = 0.0012 m ; les propriétés thermiques de la jonction sont constantes ; le coefficient de transfert de chaleur est constant et uniforme sur la surface entière ; les effets du rayonnement sont négligeables ; le nombre de Biot est $Bi < 0.1$ pour que l'analyse de système en global soit applicable (cette supposition sera vérifiée).



On a les propriétés de la jonction : $\lambda = 35\ \mathrm{W/m\cdot°C}$, $\rho = 8500\ \mathrm{kg/m^3}$ et $C_p = 320\ \mathrm{J/kg\cdot°C}$.

La longueur caractéristique de la jonction et le nombre de Biot sont,

$$L_c = \frac{V}{A_s} = \frac{\frac{\pi D^3}{6}}{\pi D^2} = \frac{D}{3} = \frac{0.0012\ m}{6} = 0.0002\ m$$

$$Bi = \frac{hL_c}{\lambda} = \frac{(65)(0.0002)}{35} = 0.00037 < 0.1$$

Puisque Bi < 0.1, l'analyse de système en global (système en capacitance thermique) est applicable. Alors le temps nécessaire au thermocouple pour lire 99% de la différence initiale de température est déterminé de,

$$\frac{T(t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = 0.01$$

$$\tau = \frac{\rho C_p V}{h A_s} = \frac{\rho C_p L_c}{h} = \frac{(8500)(320)(0.0002)}{65} = 8.3692\ s$$

$$\frac{T(t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = e^{-\frac{t}{\tau}} \longrightarrow \quad e^{-\frac{t}{8.3692}} = 0.01 \longrightarrow \boldsymbol{t = 38.5\ \mathrm{s.}}$$

Ex.13.*Solution*

Un fer à repasser de 1000 W de puissance dont l'embase est faite d'alliage d'aluminium est allumé. On suppose que 85% de la chaleur produite dans les fils de résistance est transférée à la base (plaque). Les propriétés de la plaque en alliage d'aluminium sont ;

la densité (masse volumique) $\rho = 2770\ kg/m^3$, la chaleur spécifique $C_p\ =\ 875\frac{kJ}{kg.°C}$ et la diffusivité thermique $\alpha = 7.3 \times 10^{-5}\ m^2/s$.

La conductivité thermique de la plaque peut être déterminée par : $\lambda =\ \alpha\rho C_p = 177\frac{W}{m.°C}$.

La masse de l'embase du fer est : $m = \rho V = \rho L A = (2770)(0.005)(0.03) = 0.4155\ kg$

En notant que seulement 85% de la chaleur produite soit transférée à la plaque de base, le flux de transfert de chaleur à l'embase du fer est,

$\dot{Q}_{prod} = 0.85 \times 1000 = 850\ W$

La température de la plaque et ainsi que le flux de chaleur de la plaque, changent pendant le processus. En employant la température moyenne de la plaque, le taux moyen de perte de chaleur de la plaque est déterminé de,

$$\dot{Q}_{perte} = hA\left(\bar{T}_{plaque} - T_\infty\right) = (12)(0.03)\left(\frac{140+22}{2} -\ 22\right) = 21.2\ W$$

Le bilan d'énergie de la plaque peut être exprimé comme

$$E_{ent} - E_{sor} =\ \Delta E_{plaque} \longrightarrow \quad \dot{Q}_{in}\Delta t - \dot{Q}_{out}\Delta t =\ \Delta E_{plaque} = mC_p\Delta T_{plaque}$$

En résolvant par rapport à Δt et en substituant,

$$\boldsymbol{\Delta t} = \frac{mC_p \Delta T_{plaque}}{\dot{Q}_{in} - \dot{Q}_{out}} = \frac{(0.4155)(875)(140 - 22)}{(850 - 21.2)} = \mathbf{51.8\ s}$$

qui est le temps nécessaire pour la température de la plaque pour atteindre $140°C$.

Pour déterminer s'il est réaliste de supposer que la température de l'embase soit uniforme à tout moment, nous devons calculer le nombre de Biot,

$$L_c = \frac{V}{A_s} = \frac{LA}{A} = L = 0.005\ m$$

$$\boldsymbol{Bi} = \frac{V}{A_s} = \frac{h\, L_c}{\lambda} = \frac{(12)(0.005)}{(177.0)} = \mathbf{0.00034 < 0.1}$$

Il est réaliste d'adopter la température uniforme pour l'embase (la plaque) puisque $Bi < 0.1$.

Remarque : Ce problème peut aussi être résolu en obtenant l'équation différentielle d'après un bilan d'énergie sur la plaque pour un intervalle de temps infinitésimal et en l'intégrant par résolution de l'équation différentielle. Il donne

$$T(t) = T_\infty + \frac{\dot{Q}_{ent}}{hA}\left(1 - exp(-\frac{hA}{mC_p}t)\right)$$

Substituant les quantités connues et résolvant pour t donne aussi **51.8 s.**
