



République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Faculté de la technologie
1^{ère} Année Master – Electromécanique



Modélisation et simulation des machines électriques

Cours:

Modélisation et simulation des machines à courant continu (MCC)

Préparé Par:

Dr. Labiod Chouaib

Année universitaire : 2022/2023

1- Introduction

Une machine à courant continu est une machine électrique : convertisseur électromécanique permettant la conversion bidirectionnelle d'énergie entre une installation électrique parcourue par un courant continu et un dispositif mécanique.

En fonctionnement moteur l'énergie électrique est transformée en énergie mécanique.

En fonctionnement générateur l'énergie mécanique est transformée en énergie électrique.

Dans ce cours nous allons voir la construction, le principe de fonctionnement, la modélisation et la simulation. Ensuite, le modèle MCC dans le repère dq.

2- Construction de MCC

La machine à courant continue comporte les parties principales suivantes :

- Une partie fixe appelée STATOR qui aura le rôle d'inducteur.
- Une partie mobile appelée ROTOR qui aura le rôle d'induit.
- Une liaison rotor - éléments extérieurs à la machine appelée COLLECTEUR.

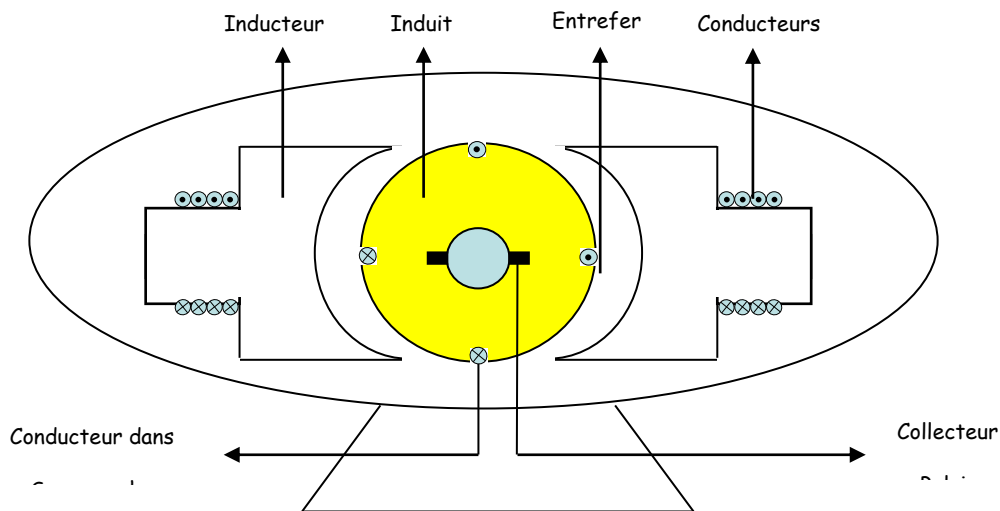


Figure 1 :Construction du Moteur à courant continu

► L'inducteur :

Il est formé soit d'aimants permanents en ferrite soit de bobines placées autour des noyaux polaires. Lorsque les bobines sont parcourues par un courant continu, elles créent un champ magnétique dans le circuit magnétique de la machine notamment dans l'entrefer, espace séparant la partie fixe et la partie mobile, où se situent les conducteurs.

- L'induit : Le noyau d'induit est en fer pour canaliser les lignes de champ, les conducteurs sont logés dans des encoches sur le rotor, deux conducteurs forment une spire.
- Collecteur et balais :

Le collecteur est un ensemble de lames de cuivre isolées, disposées sur l'extrémité du rotor, les balais portés par le stator frottent sur le collecteur.

3- Principe de fonctionnement

Une machine à courant continu possède un nombre N de conducteurs actifs, le flux utile sous un pôle créé par l'inducteur est Φ , exprimé en webers, et n représente la fréquence de rotation de l'arbre du rotor, en tours par seconde.

Deux cas peuvent se présenter :

- Soit un conducteur est à la fois traversé par un courant électrique et plongé à l'intérieur d'un champ magnétique, il est alors soumis à une force électromagnétique.
- Soit un conducteur est à la fois en mouvement de rotation et plongé à l'intérieur d'un champ magnétique, il est alors le siège d'une force électromotrice

Ces deux cas peuvent être décrits par le schéma suivant :

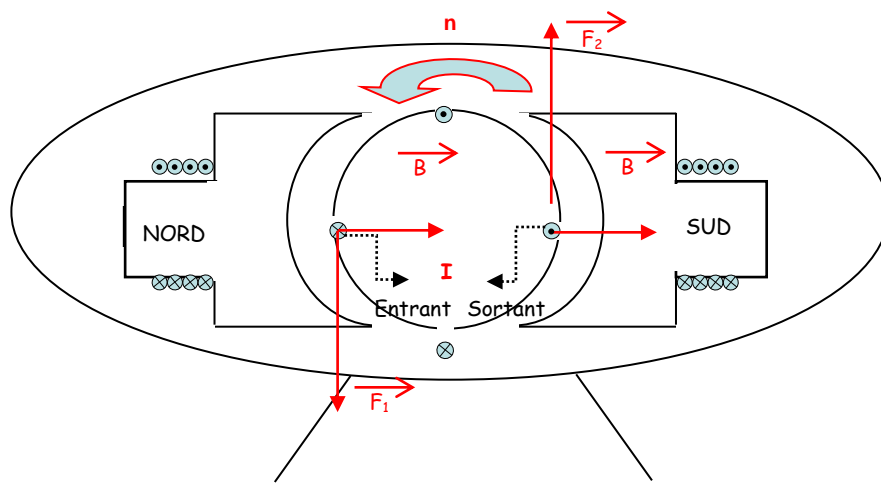


Figure 2: Principe de fonctionnement du Moteur à courant continu

Courant + Champ magnétique	—————>	Force Electromagnétique
Force + Champ magnétique	—————>	Force Electromotrice

Les conducteurs actifs, de nombre N , coupent les lignes du champ magnétique, ils sont donc le siège de forces électromotrices induites, la force électromotrice f.e.m résultante de l'ensemble de ces N spires :

$E = N.n. \Phi$	E	La f.e.m en volts [V]
	n	La fréquence de rotation en tours par seconde [tr.s ⁻¹]
	Φ	Le flux en webers [Wb]
	N	Le nombre de conducteurs actifs

➔ Cette relation est essentielle pour la machine, car elle est le lien entre le flux Φ une grandeur magnétique, la tension E une grandeur électrique, et la fréquence de rotation n, une grandeur mécanique.

➔ Sachant que $\Omega = 2\pi.n$, une autre relation, reliant les trois types de grandeurs, est fréquemment utilisée, elle prend en compte la vitesse angulaire Ω exprimée en radians par seconde :

$E = K.\Phi.\Omega$	E	La f.e.m en volts [V]
	Ω	La vitesse angulaire en radians par seconde [rad.s ⁻¹]
	Φ	Le flux en webers [Wb]
	K	Constante

4- Modèle dynamique du moteur à courant continu sur les axes d q

Pour étudier et exprimer l'équation dynamique, nous avons les hypothèses simplificatrices suivantes:

il faut adopter les simplificatrices suivant :

- ✓ Entrefer constant.
- ✓ Effet des encoches négligé.
- ✓ Circuit magnétique non saturé et a perméabilité constante.
- ✓ Pertes ferromagnétiques négligeables.
- ✓ L'influence de l'effet de peau et de l'échauffement sur les caractéristiques n'est pas prise en compte.
- ✓ Réaction magnétique d'induit négligeable

4.1- Modélisation et simulation MCC à excitation séparée

Dans un moteur à courant continu excité séparément, l'enroulement d'induit et l'enroulement de l'inducteur ont chacun des alimentations en courant continu séparées.

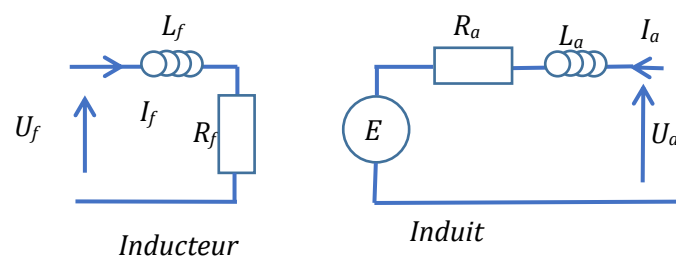


Fig 3. Schéma électrique de MCC à excitation séparée

Le modèle dynamique exprime le régime transitoire et permanent. Pendant le régime transitoire, la vitesse, le couple et le courant sont variables et étroitement liés aux paramètres du moteur (résistance, inductance, inertie, frottement, flux et tension d'alimentation).

La figure 4 montre les enroulements d'induit et l'excitation indépendant (sépare).

U_a : La tension de l'enroulement d'induit;

U_f : La tension de l'enroulement d'excitation sépare;

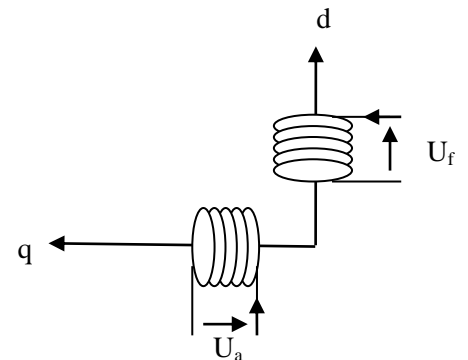


Figure 4 : Modèle simplifié de la MCC sur les axes d et q

Dans le cadre de ces hypothèses et pour une machine équilibrée, les équations de la machine s'écrivent sous la forme suivant :

Modèle électrique

$$\begin{cases} U_f = R_f \cdot I_f + \frac{d\phi_f}{dt} \\ U_a = R_a \cdot I_a + \frac{d\phi_a}{dt} + e_a \end{cases} \dots(1) \quad e_a = \omega \cdot K \cdot \phi_f = \omega \cdot Mfd \cdot I_f \dots(2)$$

Equations des flux

$$\begin{cases} \phi_f = L_f \cdot I_f \\ \phi_a = L_a \cdot I_a \end{cases} \dots(3)$$

L'équation mécanique s'écrit:

$$C_e = \frac{dW_{méc}}{d\theta} = K \cdot \phi_f \cdot I_a \dots(4)$$

$$\text{et } J \frac{d}{dt}(\Omega) = C_e - C_r - F\omega_m \dots(5)$$

Les équations sous forme matricielle ;

$$\begin{bmatrix} U_f \\ U_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_f & 0 \\ 0 & R_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_f \\ I_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_f & 0 \\ 0 & L_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_f \\ \dot{I}_a \end{bmatrix} + \omega \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ K \cdot L_f & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_f \\ I_a \end{bmatrix} \dots(6)$$

$$U = \begin{bmatrix} U_f \\ U_a \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} R_f & 0 \\ 0 & R_a \end{bmatrix}, I = \begin{bmatrix} I_f \\ I_a \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} L_f & 0 \\ 0 & L_a \end{bmatrix}, M = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ Mfd & 0 \end{bmatrix} \dots(7)$$

U_f : tension continue appliquée à l'inducteur.; U_a : tension continue appliquée à l'induit. ; R_a : résistance d'induit. ; I_a : courant d'induit. ; ω : Vitesse de rotation (rd/s). ; ϕ : Flux utile par pole (webers); C_e : Couple électromagnétique. ; k : Constante caractéristique de construction; e_a : f.c.e.m du moteur, C_r : couple résistant ; J : le moment d'inertie ; f : le coefficient frottement

Le schéma-bloc pour ce modèle sous SIMULINK présenté ci-dessous

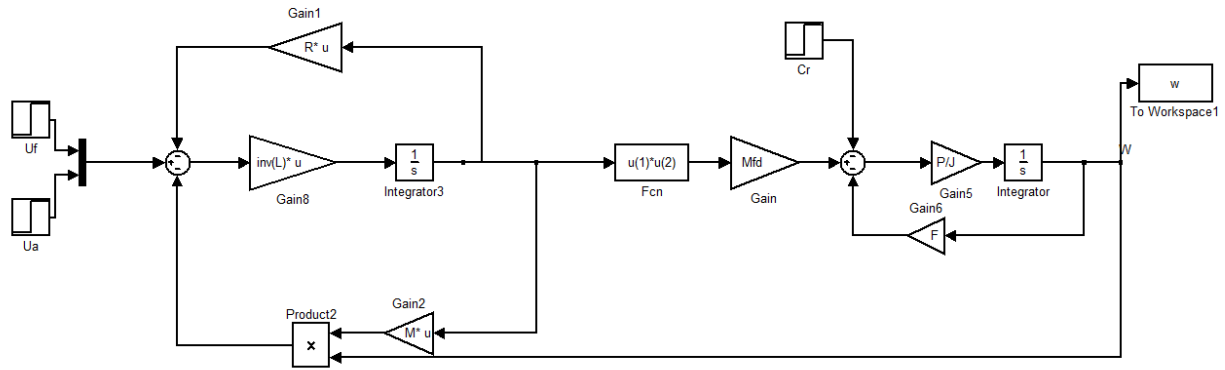


Figure 5: Schéma fonctionnel sous Simulink du moteur MCC

4.2- L'effet de réaction d'induit de MCC

Le courant qui circule dans l'induit crée un flux indésirable de sorte que le flux total en charge. Les lignes de flux d'inductance sans effet de réaction d'induit comme présenté sur figure 6 toujours perpendiculaire à l'induit rendant le couple produit grâce à la force de Laplace maximum d'une part, et d'autre part lorsque le moteur en charge le courant d'induit considérable donc le flux magnétique d'induit influencer sur les lignes de flux d'inducteur et ne sera pas perpendiculaire comme montre sur figure 7.

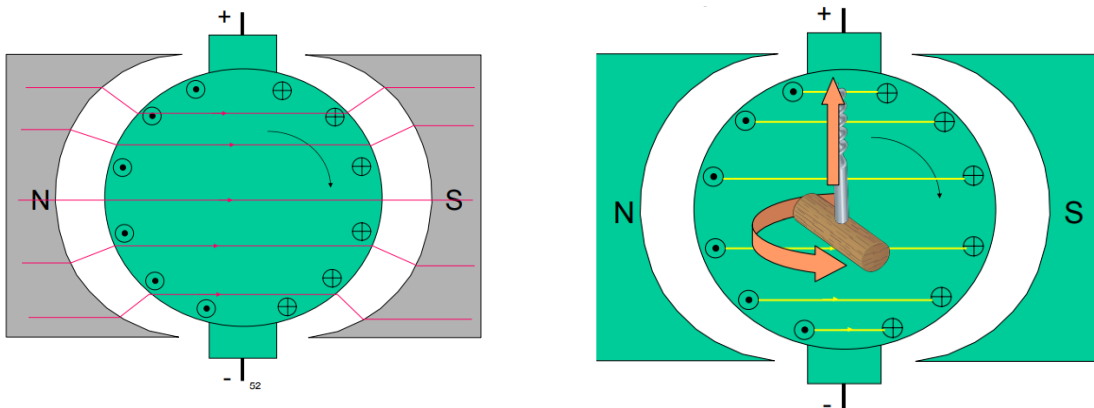


Figure 6: Ligne de flux d'inductance sans effet de réaction d'induit

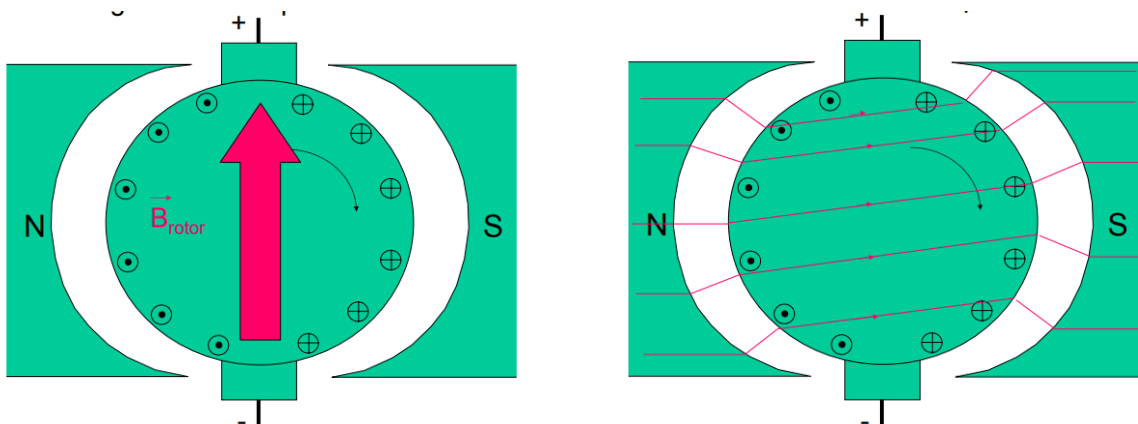


Figure 7: Réaction magnétique de l'induit et son effet sur la ligne de flux de l'inducteur

Pour annuler la réaction d'induit magnétique, il existe trois méthodes dans la littérature comme suit :

✓ **Modifier de façon dynamique la position des balais**

Cette compensation est d'autant plus nécessaire qu'elle produit un déplacement de la ligne neutre, et nécessite donc le "déplacement" des balais pour capter la tension maximale (permettant également d'éviter une tension trop importante entre lamelles de collecteur voisines).

✓ **Pôles auxiliaires de commutation**

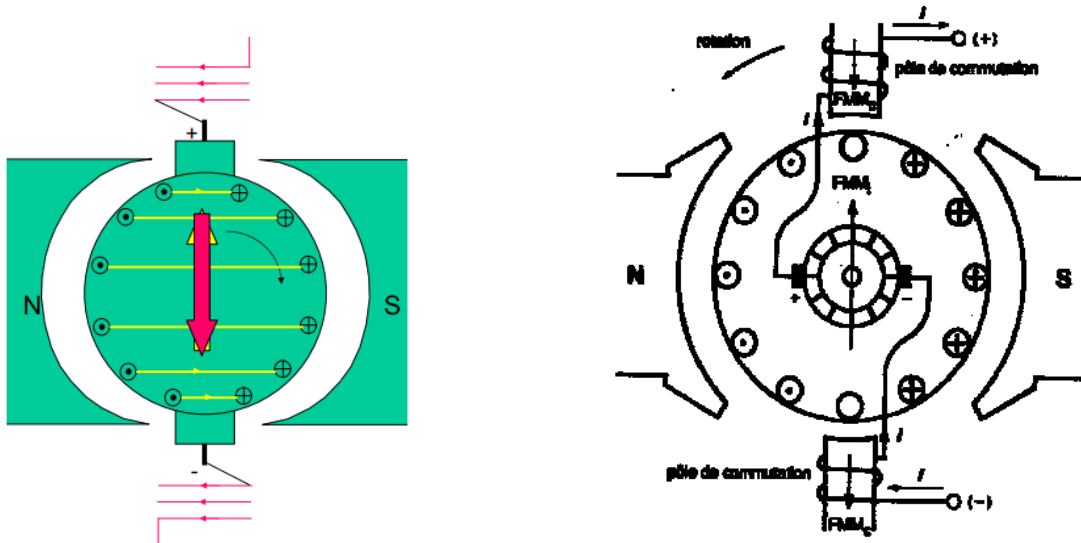


Figure 7: Les pôles auxiliaires pour réduit l'effet de réaction magnétique de l'induit

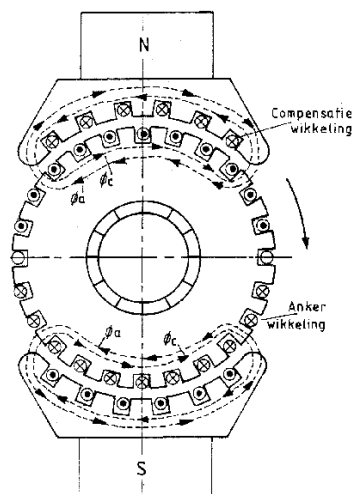
Les pôles auxiliaires ou de commutation sont placés dans l'axe interpolaire. Leur bobinage est parcouru par le courant I débité ou absorbé par l'induit. L'induction dans l'entrefer sous les pôles auxiliaires doit avoir une valeur telle qu'elle crée dans la section en commutation la tension de commutation.

✓ **Les enroulements de compensation de MCC**

Il n'est pas possible de modifier de façon dynamique la position des balais: on cale les balais en fonctionnement statique (sans charge) et on utilise des enroulements de compensation pour faire varier la position du champ selon la charge. Ces enroulements sont situés exactement en face des enroulements de l'induit et parcouru par exactement le même courant. Ces enroulements de compensation sont alimentée en série et contre-carrent le glissement du champ magnétique.

Les enroulements de compensation sont intégrés dans les pôles principaux dans les très grosses dynamos. Ils ne sont pas utilisés dans les dynamos de puissance moyenne.

Figure 8: Les enroulements de compensation pour réduire l'effet de réaction magnétique de l'induit



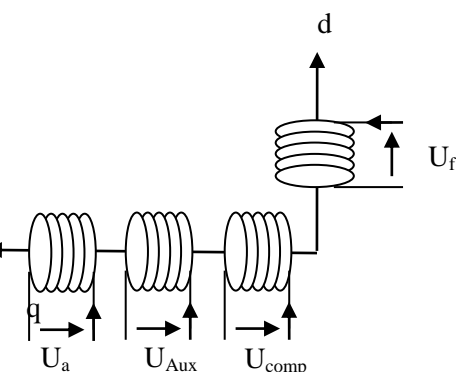
4.3- Modèle MCC à excitation séparée avec les pôles auxiliaires et les enroulements de compensation

La figure 8 montre les enroulements d'induit, les pôles auxiliaires, les enroulements de compensation et l'excitation indépendante (séparée) sur les axes d et q

U_a : La tension de l'enroulement d'induit;

U_f : La tension de l'enroulement d'excitation séparée;

Figure 9 : Modèle de la MCC avec les pôles auxiliaires, les enroulements de compensation sur les axes d et q



Dans le cadre de ces hypothèses et pour une machine équilibrée, les équations de la machine s'écrivent sous la forme suivante :

Modèle électrique

$$\begin{cases} U_d = U_f \\ U_{qa} = U_a + U_{Aux} + U_{comp} \\ I_{qa} = I_a = -I_{Aux} = -I_{comp} \end{cases} \quad \dots(8)$$

$$\begin{cases} U_f = R_f \cdot I_f + \frac{d\phi_f}{dt} \\ U_{qa} = R_{qa} \cdot I_a + \frac{d\phi_{qa}}{dt} + \omega \cdot M_{fd} \cdot I_f \end{cases} \quad \dots(9)$$

Equations des flux

$$\begin{cases} \phi_d = \phi_f = L_f \cdot I_f \\ \phi_a = L_a \cdot I_a + M_{a Aux} I_{Aux} + M_{a Comp} I_{Comp} = L_a \cdot I_{qa} - M_{a Aux} I_{qa} - M_{a Comp} I_{qa} \\ \phi_{Aux} = L_{Aux} \cdot I_{Aux} + M_{a Aux} I_a + M_{Aux Comp} I_{Comp} = -L_{Aux} \cdot I_{qa} + M_{a Aux} I_{qa} - M_{Aux Comp} I_{qa} \\ \phi_{Comp} = L_{Comp} \cdot I_{Comp} + M_{a Comp} I_a + M_{Aux Comp} I_{Aux} = -L_{Comp} \cdot I_{qa} + M_{a Comp} I_{qa} - M_{Aux Comp} I_{qa} \\ \phi_{qa} = \phi_a + \phi_{Aux} + \phi_{Comp} \end{cases} \quad \dots(10)$$

Donc les flux sur les axes d q sont:

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_d = \phi_f = L_f \cdot I_f \\ \phi_{qa} = I_{qa}(L_a - L_{Aux} - L_{comp} - 2 \cdot M_{Aux comp}) \end{array} \right. \dots(11)$$

Donc

$$L_{qa} = L_a - L_{Aux} - L_{comp} - 2 \cdot M_{Aux comp} \dots(12)$$

Et la résistance sur l'axe q

$$R_{qa} = R_{qa} + R_{Aux} + R_{comp} \dots(13)$$

L'équation mécanique s'écrit:

$$C_e = M_{fd} \cdot I_a \dots(14)$$

et $J \frac{d}{dt}(\Omega) = C_e - C_r - F\omega_m \dots(15)$

Les équations sous forme matricielle ;

$$\begin{bmatrix} U_f \\ U_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_f & 0 \\ 0 & R_{qa} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_f \\ I_{qa} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_f & 0 \\ 0 & L_{qa} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_f \\ \dot{I}_{qa} \end{bmatrix} + \omega \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ K \cdot L_f & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_f \\ I_a \end{bmatrix} \dots(16)$$

$$U = \begin{bmatrix} U_f \\ U_a \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} R_f & 0 \\ 0 & R_{qa} \end{bmatrix}, I = \begin{bmatrix} I_f \\ I_a \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} L_f & 0 \\ 0 & L_{qa} \end{bmatrix}, M = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ M_{fd} & 0 \end{bmatrix} \dots(17)$$

4.4- MCC à excitation série

L'inducteur de ce moteur est en série avec l'induit donc le courant d'induit égale le courant d'excitation

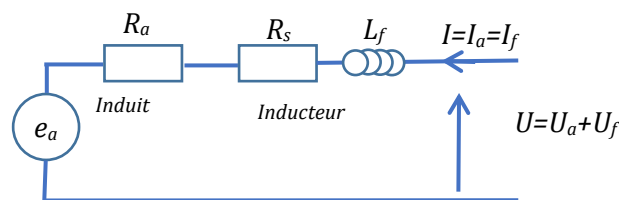


Figure 10: Schéma électrique équivalent de MCC à excitation séparée

Donc en régime transitoire on a:

$$U = (R_s + R_a) \cdot I + e_a + \frac{d(L_s + L_a)}{dt} \dots(18)$$

L'équation de la force contre-électromotrice s'écrit:

$$e_a = K \cdot \phi_f \cdot \omega = K \cdot L_s \cdot I \cdot \omega = M_{sd} \cdot I \cdot \omega \dots(19)$$

Lorsque l'on considère que $K \cdot L_s = M_{sd}$ l'équation (19) sera:

$$e_a = M_{sd} \cdot I \cdot \omega \dots(20)$$

En remplaçant l'équation (20) dans l'équation (18) on trouve :

$$U = (R_s + R_a).I + M_{sd}.I. \omega + \frac{d(L_s + L_a)}{dt} \quad (21)$$

Et le modèle mécanique s'écrit:

$$C_e = K_s.I^2$$

$$J \frac{d}{dt}(\omega_m) = C_e - C_r - F\omega \quad (22)$$

4.5- MCC à excitation constante

De nos jours, les moteurs à courant continu utilisent principalement un aimant permanent pour produire le flux de champ et l'alimentation en courant continu ne s'applique donc qu'au bobinage d'induit.

Dans cette partie, le modèle MCC est le plus simple et le schéma électrique équivalent de ce modèle peut être présenté dans la figure (11) ci-dessous :

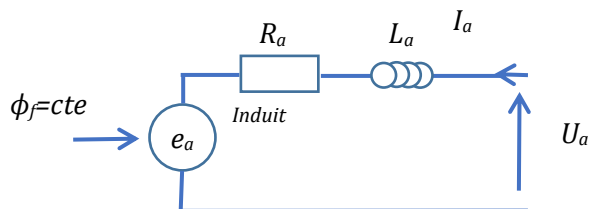


Figure 11: Schéma électrique équivalent de MCC à excitation constante

Alors,

L'équation de la force contre-électromotrice toujours s'écrit:

$$e_a = \omega . K . \phi_f \text{ et } K . \phi_f = cte = K' \text{ alors } e_a = K' . \omega \quad (23)$$

En régime transitoire le modèle électrique :

$$U_a = R_a . I_a + \frac{d\phi_a}{dt} + e_a \quad (24)$$

L'équation de flux:

$$\phi_a = L_a . I_a \quad (25)$$

En remplaçant l'équation de flux et l'équation de FCEM dans le modèle électrique on trouve donc:

$$U_a = R_a . I_a + L_a \frac{dI_a}{dt} + \omega . K' \quad (26)$$

Et le modèle mécanique s'écrit:

$$C_e = K . \phi_f . I_a \text{ et } K . \phi_f = cte = K' \Rightarrow C_e = K' . I_a \quad (27)$$

$$J \frac{d}{dt}(\omega_m) = C_e - C_r - F\omega \quad (28)$$

Maintenant nous allons examiner la réponse transitoire de l'atteinte de la vitesse finale par la tension d'induit appliquée pour un moteur à courant continu. Un moyen simple d'examiner la réponse transitoire consiste à utiliser la fonction de transfert du système.

Nous pouvons obtenir la fonction de transfert pour le système d'entraînement du moteur à courant continu en prenant la transformée de Laplace des équations différentielles comme suit:

Par l'équation 27

$$U_a = R_a \cdot I_a + L_a \frac{dI_a}{dt} + \omega \cdot K' \Rightarrow U_a = I_a(R_a + L_a \cdot s) + \omega \cdot K' \quad (29)$$

Et par l'équation 18

$$J \frac{d}{dt}(\omega_m) = C_e - C_r - F\omega_m \Rightarrow C_e = \omega_m(s \cdot J + F) - C_r = K' \cdot I_a \quad (30)$$

Donc, grâce à l'opérateur de Laplace et aux équations 29 et 30 peuvent être représentés par le schéma fonctionnel en boucle fermée comme illustré à la Figure 7.

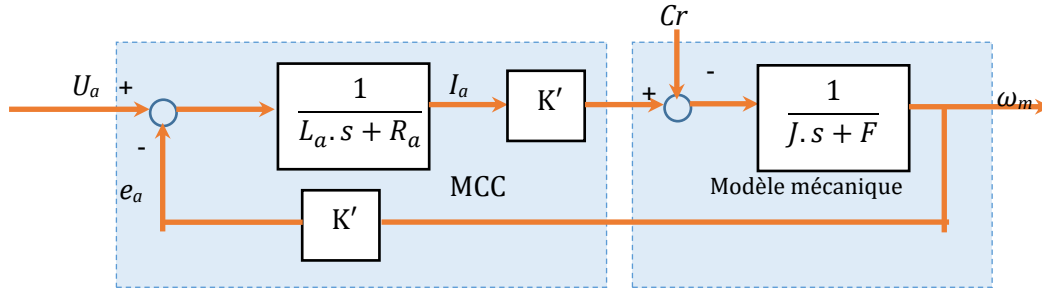


Figure 12: Schéma Bloc Fonctionnel du MCC à flux constant

D'après le schéma fonctionnel de la Fig12, la fonction de transfert de la tension d'induit d'entrée U_a et la sortie par la vitesse angulaire ω_m est donnée par:

$$\frac{\omega_m}{U_a} = \frac{\frac{1}{L_a \cdot s + R_a} \cdot K' \cdot \frac{1}{J \cdot s + B}}{1 + \left(\frac{1}{L_a \cdot s + R_a} \cdot K' \cdot \frac{1}{J \cdot s + B} \cdot K' \right)} \quad (31)$$

$$\frac{\omega_m}{U_a} = \frac{\frac{K'}{J \cdot L_a}}{s^2 + \left(\frac{R_a}{L_a} + \frac{B}{J} \right) \cdot s + \left(\frac{R_a}{L_a} \cdot \frac{B}{J} + \frac{K'^2}{J \cdot L_a} \right)} \quad (32)$$

Cette fonction de transfert est un système du second ordre comprenant deux pôles, qui sont des facteurs importants pour déterminer la réponse transitoire du système.

5- Modèle d'état d'un moteur à courant continu MCC

Dans cette partie on considère que la machine à courant continu avec excitation constante $\phi_f = Cte$ d'une part, et d'autre part la charge nulle $C_r = 0$;

Donc le modèle sera plus simple et comme suite :

$$\phi_f = Cte \Rightarrow K \cdot \phi_f = Cte = K_m \Rightarrow E = K_m \cdot \omega \quad \dots(32)$$

Les équations électriques (I.1, I.2) s'écrivent:

$$U_a = R_a \cdot I_a + L_a \frac{dI_a}{dt} + \omega \cdot K_m \quad \dots(33)$$

Suite de ladite proposition et par les équations A.4 et I.5 l'équation mécanique devient :

$$J \frac{d\omega}{dt} = C_e - F\omega \quad \dots(34)$$

$$C_e = K_m \cdot I_a \quad \dots(35)$$

Pour présenter le modèle d'état du MCC, on suppose que :

Entrée : U_a , Sortie : $y(t) = \omega$

Vecteur d'état : $x_1(t) = I_a$, $x_2(t) = \omega$, $x(t) = [x_1(t) \ x_2(t)]^T$

On utilise les équations I.21, I.22, I.23 et I.24 pour déterminer le modèle d'état de MCC, donc :

$$I.33 \rightarrow \frac{dI_a}{dt} = -\frac{R_a}{L_a} \cdot I_a - \frac{K_m}{L_a} \cdot \omega + \frac{1}{L_a} U_a \quad \dots(36)$$

$$I.34 \rightarrow \frac{d\omega}{dt} = \frac{K_m}{J} \cdot I_a - \frac{F}{J} \omega$$

Les équations sous forme matricielle ;

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{K_m}{L_a} \\ \frac{K_m}{J} & -\frac{F}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_a \\ 0 \end{bmatrix} \\ y(t) = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} I_a \\ \omega \end{bmatrix} \end{cases} \quad \dots(37)$$

$$X(t) = \begin{bmatrix} I_a \\ \omega \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{K_m}{L_a} \\ \frac{K_m}{J} & -\frac{F}{J} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, C = [0 \quad 1]$$

Le schéma-bloc pour ce modèle sous SIMULINK

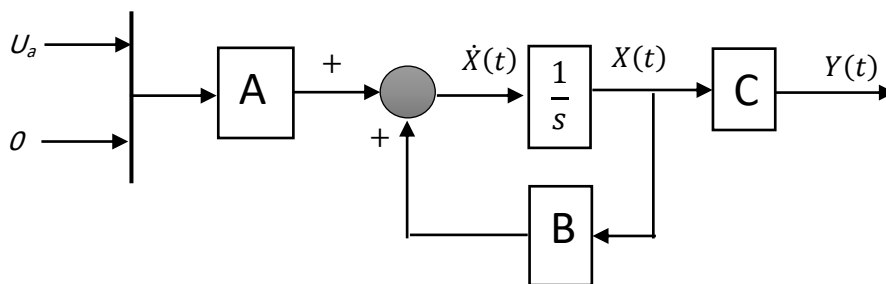


Figure 13: Simulation du moteur MCC

6- Conclusion

La modélisation et la simulation de la machine à courant continu ont été présentées dans ce cours. Dans un premier temps, la construction et les principes de fonctionnement du MCC ont été présentés. Par la suite, nous avons démontré le modèle dynamique du moteur à courant continu dans les axes d q avec un schéma bloc sous SIMULINK, puis le modèle MCC à excitation séparée en considérant les pôles auxiliaires et les enroulements de compensation.

Enfin, le modèle MCC avec excitation série et flux constant a été présenté ainsi que la présentation des variables d'état d'un système dynamique et son adaptation avec le modèle MCC.

Références:

- Rachid Abdessamed, "Modélisation et simulation des machines électriques", Electrotechnique, Ellipses, 2011.
- J.P. Caron, :Systèmes électrotechniques. Edition Technip Sciences et technologies
- K. Hartani, Y. Miloud, A. Miloudi "Méthodologie Causal de modélisation et de commande : application aux machines électriques" Université Tahar Moulay de Saida, ALGERIE.
- Jean-Paul Louis, "Modélisation des machines électriques en vue de leur commande ", concepts généraux, Génie Electrique.
- livier. Bachelier «Représentation d'état des Systèmes monovariabiles» Ecole nationale supérieure d'ingénieurs de Poitiers, 2012.
- www.techno-science.net
- Cours d'Electricité, Bruno FRANÇOIS