الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة الشهيد حمة لخضر الوادي

قسم العلوم الاجتماعية

محاضرات في مقياس المعالجة الإحصائية للبيانات

موجهة لطلبة السنة أولى ماستر إرشاد وتوجيه

إعداد الأستـــــــاذ:

د. محمد سبــع

السنة الجامعية: 2018 / 2019

محتوى المادة:

مقدمة

- 1. مدخل إلى علم الإحصاء : مفاهيم أساسية
- 2. مراجعة عامة حول مبادئ الإحصاء الوصفي
  - 1.2. مقاييس النزعة المركزية
  - 2.2. مقاييس التشتت
- 3. مدخل إلى الإحصائ المعمق (الاستدلالي)
  - 1.3. شرطيات الإحصاء البارامتري (المعلمي) والإحصاء اللابارامتري (اللامعلمي)
  - 2.3. معايير اختيار الإحصاء البارامتري (المعلمي) والإحصاء اللابارامتري (اللامعلمي)
- 4. نماذج من المعالجة الإحصائية اللابارمترية (اللامعلمية) في المستوى الاسمي
  - 1.4. إختبار كا^2 chi square لحسن المطابقة
  - 2.4. معامل ارتباط فاي
  - 3.4. معامل التوافق
- 5. نماذج من المعالجة الإحصائية اللابارمترية (اللامعلمية) في المستوى الرتبي
  - 1.5. اختبار ويلكوكسن للفرق بين الرتب
  - 2.5. اختبار فريدمان لتحليل التباين
  - 3.5. اختبار فروق الرتب سبيرمان
- 6. نماذج من المعالجة الإحصائية البارمترية (المعلمي) في المستويين النسبي / الفتري
  - 1.6. معامل ارتباط بيرسون
  - 2.6. اختبار ت لدلالة الفروق بين المتوسطات
  - 3.6. تحليل التباين الأحادي
- قائمة المراجع
- قائمة الملاحق:
- جداول الدلالة الاحصائية

مقدمة:

لم يعد في الإمكان النظر إلى مادة الإحصاء كمعطى معرفي ثانوي يتلقاه الطالب خلال مشواره الدراسي بالنظر إلى جملة من المعطيات لعل أهمها الملمح العام الذي تتسم به الدراسات المنجزة في مجال العلوم النفسية والتربوية والاجتماعية، من حيث النزوع إلى الطابع الكمي والعزوف عن المنحى الكيفي وهو ما يحتم على الطالب التمكن من أدوات التحليل الإحصائي الدقيق من أجل الإفادة مما تقدمه هذه الأخيرة.

من أجل ذلك تقدم هذه الوثيقة البيداغوجية سندا معرفيا للطلبة في مجال علوم التربية والعلوم النفسية والاجتماعية بشكل عام من حيث تناولها لجل الانشغالات التي يطرحها الطالب أثناء مشواره الدراسي في تلقي هذه المادة العلمية أو عند إنجازه للبحوث المكملة لإجراءات التخرج، وقد حاولت أثناء تناولي لمضامين هذه المادة البيداغوجية الوقوف على جل المباحث الممكنة من حيث التدرج في تسلسل الدروس بداية من مراجعة عامة لمبادئ الإحصاء الوصفي التي ظلمها النظام الجديد للتعليم في الجامعات بعد أن أصبح الطالب في مجال العلوم الاجتماعية لا يتلقى إلى ما مجموعه سداسي واحد في مرحلة الليسانس وهو ما أفرز قصورا معرفيا لدى الطالب في هذا المبحث الذي انعكس بدوره على استيعاب الطالب لما يلحق من مباحث في المراحل اللاحقة من التكوين فيما يتصل بالإحصاء الاستدلالي، عطفا على هذا الانشغال تضمنت المادة العلمية المقدمة في هذه الوثقية البيداغوجية جملة من المباحث المتصلة بالإحصاء الوصفي مرفقة ببعض الأمثلة والتمارين، قبل الولوج إلى عمق الدرس الإحصائي من ناحية تناول الأساليب الإحصائية الاستدلالية الأكثر استخداما في معالجة الفرضيات في البحوث النفسية والتربوية والاجتماعية مع مراعاة تقديمها في قالب يسهّل على الطالب استيعابها من حيث تقسيمها إلى أساليب إحصائية بارامترية ولابارمترية وتصنيف آخر يعتمد على تقسيمها من حيث مستويات القياس والمعالجة الإحصائية، وهو ما نعتقد أنه يسهل على الطالب التمكن من مفاصل المادة العلمية.

1. مدخل إلى علم الإحصاء: مفاهيم أساسية

- **الإحصاء Statistical** :

وردت كلمة الإحصاء بمختلف اشتقاقاتها في القرآن الكريم في غير ما موضع منها :

ثُمَّ بَعَثْنَاهُمْ لِنَعْلَمَ أَيُّ الْحِزْبَيْنِ **أَحْصَى** لِمَا لَبِثُوا أَمَدًا (12) . الكهف .

إِنَّا نَحْنُ نُحْيِي الْمَوْتَى وَنَكْتُبُ مَا قَدَّمُوا وَآثَارَهُمْ وَكُلَّ شَيْءٍ **أَحْصَيْنَاهُ** فِي إِمَامٍ مُبِينٍ (12) . ياسين .

يَوْمَ يَبْعَثُهُمُ اللَّهُ جَمِيعًا فَيُنَبِّئُهُم بِمَا عَمِلُوا **أَحْصَاهُ** اللَّهُ وَنَسُوهُ وَاللَّهُ عَلَى كُلِّ شَيْءٍ شَهِيدٌ (6) . المجادلة .

وَآتَاكُم مِّن كُلِّ مَا سَأَلْتُمُوهُ وَإِن تَعُدُّواْ نِعْمَتَ اللهِ لاَ **تُحْصُوهَا** إِنَّ الإِنسَانَ لَظَلُومٌ كَفَّارٌ (34) . إبراهيم .

في اللغة :عبر العرب عن كثرة الشيء وحجمه بالحصى، ويقال حصيت أي عددت وأحصيته أي ميزته بعضه عن بعض، والحصاة بمعنى العقل.

واختار الإمام ابن القيم في البدائع (164/1) من قوله صلى الله عليه وسلم إن لله تسع وتسعين إسما من أحصاها دخل الجنة أي أن الإحصاء على ثلاثة مراتب هي (1. إحصاء ألفاظها وعددها 2. فهم معانيها ومدلولها . 3. دعاؤه بها)

والإحصاء في الكلام: على ثلاث مراتب

(1العدد، ومنه قوله تعالى {وأحصى كل شيء عدداً} [الجن :28] . تخص أصحاب اليمين .

(2المفهم، ومنه يقال: رجل ذو حصاة أي: ذو لب وفهم، ومنه سمي العقل. . تخص السابقين .

(3الإطاقة على العمل والقوة، ومنه قوله تعالى: { علم ألن تحصوه } [المزمل : 20] أي: لن تطيقوا العمل بذلك. . للصديقين

استخدام كلمة إحصاء:

تستخدم بصيغة الجمع أي إحصائيات (Statistics) ومرادفتها بيانات وتستخدم كمفرد إحصاء أو إحصاءه بمعنى النتيجة التي توصلنا إليها من إجراء الرياضيات على البيانات فمتوسط العمر لمجموعة من الناس يطلق عليه إحصاء أو إحصاءه.

علماً : فرع من فروع العلم، فالإحصاء مجرد بيانات تعتبر المادة الخام لهذا العلم والبيانات تجمع من مصادرها المطلوبة حسب المطلوب فتبوب وتلخص وتقييم ومن ثم يستنتج المراد منها. **(01)**

فالإحصـــــاء هو علم يبحث فى طريق جمع الحقائق الخاصــــة بالظواهر العلمية الاجتماعية التى تتمثل فى حالات أو مشاهدات متعددة ، وفى كيفية تسجيل هذه الحقائق فى صورة قياسية رقمية، وتلخيصها بطريقة يسهل بها معرفة اتجاهات الظواهر وعلاقات بعضـــها ببعض ، ويبحث أيضـــاً فى دراســـة هذه العلاقات والاتجاهات واستخدامها فى تفهم حقيقة الظواهر ومعرفة القوانين التى تسير تبعاً لها . **(02)**

والإحصاء فرع من فروع العلم التى تتعامل مع البيانات وتحليلها وتنظيمها للإجابة عن التساؤلات والاستدلال منها وبذلك يستخدم الإحصاء فى فهم الكثير من المشكلات وأحياناً يساء استخدام الإحصاء فى عرض البيانات بشكل خاطئ أو خادع للاستدلال ويجب دائماً أن نفكر فى الإحصاء كوسائل لها وظائف ثلاث أساسية هي: **(03)**

أ- **الوصف Descriptive**: تعتبر طريقة جمع البيانات وتلخيصها وتبويبها من أهم وظائف علم الإحصاء، إذ لا يمكن الاستفادة من البيانات الخام، ووصف الظواهر المختلفة محل الاهتمام، إلا إذا تم جمع البيانات وعرضها في شكل جداول ورسومات بيانية توضيحية، وحساب بعض المؤشرات الإحصائية التي تدلنا على طبيعة البيانات.

ب- **الإحصاء الاستدلالي statistical Inference**: من بين أهم وظايف الإحصاء المستخدمة في مجال البحث العلمي، وتستند فكرة الإحصاء الاستدلالي على فكرة إختيار جزء من المجتمع يسمى عينة بطريقة علمية مناسبة بغرض استخدام بيانات هذه العينة في الوصول إلى نتائج يمكن تعميمها على بقية أفراد مجتمع الدراسة، ومن ثم فإن الاحصاء الاستدلالي يهتم بموضوعين رئيسين هما:

1. **التقدير estimate**: وفيه يتم حساب مؤشرات من بيانات العينة تسمى إحصاءة statistics تستخدم كتقدير لمؤشرات لتقديرات المجتمع تسمى معلمات paramètres ويطلق على المقاييس الإحصائية المحسوبة من من بيانات العينة في هذه الحالة التقدير بنقطة point estimate كما يمكن أيضا استخدام المقاييس الإحصائية المحسوبة من بيانات العينة في تقدير المدى الذي يمكن ان يقع داخله معلمة المجتمع باحتمال معين، ويمسى ذلك بالتقدير بفترة interval estimate .
2. **اختبار الفروض tests of hypotheses** : وفيه يستخدم بيانات العينة للوصول إلى قرار علمي سليم بخصوص الفروض المحددة حول معلمات المجتمع.

ج- التنبؤ forecasting: وفيه تستخدم نتائج الإحصاء الاستدلالي والتي تدلنا على سلوك الظاهرة في الماضي في معرفة ما يمكن أن يحدث لها في الحاضر والمستقبل، وهناك العديد من الأساليب الإحصائية المعروفة التي تستخدم في التنبؤ، ومن أبسطها اسلوب الاتجاه العام، وهي معادلة رياضية يتم تقدير معاملاتها باستخدام بيانات العينة . **(04)**

- **البيانات الإحصائية (data statistical)** : المقصود هنا بالبيانات والمعلومات الإحصائية المتعلقة بالمجتمع وتختلف البيانات باختلاف الظاهرة محل الدراسة، وتختلف البيانات من حيث النوع والطبيعة حسب الظاهرة محل الدراسة فمنها البيانات السكانية والتربوية والصحية وغير ذلك مما هو موجود في المجتمع وما يتعلق بنشاطات المجتمع الرياضية والفكرية وغيرها ولكل منها طريقته الخاصة في البيانات المتوفرة في المجتمع محل الدراسة، وقد يتطلب الأمر في بعض الحالات تحويل البيانات الوصفية لكمية باستخدام أدوات القياس سواء الكمية منها أو النوعية. **(05)**

- **البيانات النوعية (data Qualitative)** : البيانات النوعية وهي تصف ظاهرة بصورة غير رقمية كالجنس (ذكر و أنثى) والتقدير (ممتاز و جيد و ...) وقد تأخذ قيم كما هو الحال في استطلاعات الرأي فالقيمة هنا تعبر عن الشعور أو الرغبة للشخص المستجيب ويُعتقد أن هذا النوع من البيانات تساعد على حل العديد من المشاكل.
- **البيانات الكمية (data Quantitate)** والبيانات كما ذكرنا أما نوعية أو كمية (رقمية) وتعرف الرقمية بالبيانات المقيسة مثل الكيلوجرام للوزن والمتر للطول والدينار للسعر، وهي تعبر عن ظاهرة في المجتمع بصورة رقمية كإنتاج القطن بالطن، والبيانات الكمية تعبر عن خاصية ما في المجتمع.
- **المجتمع (Population)**: المجتمع يمثل جميع المفردات الممكنة للظاهرة محل الدراسة، والمجتمع قد يكون سكان دولة ما أو أجور عمال مهنة ما في بلد ما أو العاطلين في بلد ما والمجتمع قد يكون محدوداً (يمكن عد مفرداته ولو من الناحية النظرية) أو يكون مجتمع غير محدود (لا يمكن عد مفرداته)، وتعرف خصائص المجتمع التي يمكن قياسها كمياً بمعالم المجتمع (Parameters) كمتوسط أجر المدرسيين في الدولة والمتوسط كقيمة يعبر عن القيمة الحقيقية لمعلمة المجتمع ونسبة الناجحين في امتحانات الباكالوريا هي من معالم مجتمع المتقدمين لامتحانات الباكالوريا وللمجتمع غير المحدود يستحيل الوصول للقيمة الحقيقية عند دراسة ظاهرة ما فلذا نستدل عليها بأخذ مفردات قليلة العدد من المجتمع (العينة) للاستدلال على معالم المجتمع، والمجتمع قد يكون مستهدف أو معاين فالمجتمع المستهدف هو ذلك المجتمع الذي يعمل الباحث لاتخاذ قرار بشأنه والمعاين هو مجموعة المفردات التي يختبرها الباحث والمعروف بالعينة الآتي تعريفها.
- **العينة (Sample)** : العينة هي جزء من المجتمع ودراستها وما ينجم عنها من خصائص يمكن بواسطتها الاستدلال على خواص المجتمع ككل، وإحصائية العينة أي أحد خصائصها كالمتوسط الحسابي لأفرادها وهو قياس كمي أو جزء من أفرادها للكل كنسبة الناجحين بين أفراد العينة ويعتبر الوسط الحسابي أو النسبة (الاحتمال) من خصائص العينة ومنها يستدل على معالم المجتمع المسحوب منه العينة فرسوب ثلاثة طلاب من بين 20 طالباً (العينة) أي $3 \div 50 = 0.06$ هي من خواص العينة ويمكن الاستدلال منها حال عدد مفردات المجتمع (1000 مثلاً) من الطلاب المتقدمون للامتحان السابق في العينة يستدل برسوب $1000 \times 0.06 = 60$ طالب.
- **المعلمة والإحصاءة: المعلمة (Parameter)** وهي القياس المستنتج من بيانات المجتمع، والإحصاءة (Statistic) وهي المقياس المستخرج من بيانات العينة وهي محل التعامل مع بياناتها في معظم الأحوال، وعليه يكون للعينة أهمية قصوى في معرفة خصائص مجتمع أو أكثر من خلال خصائص العينة محل الدراسة وباعتبار معلمة المجتمع مجهولة فتقدر بالمناسب من خلال حسابه من بيانات العينة. **(06)**

2. أنواع الإحصاء :

يترتب على أي دراسة علمية ذات منحى كمي عادة مجموعة من الأرقام الناتجة عن استخدام المقاييس ويطلق على هذه الأرقام بيانات، والإحصاء هو دراسة طرق معالجة هذه الأرقام معالجة كمية بما فى ذلك أساليب تنظيم وتلخيص تلك الأرقام والخروج باستدلالات وتعميمات منها ويمكن تصنيف هذه الطرق على النحو التالى :

- (أ) الإحصاء الوصفى & الإحصاء الاستدلالى : **(07)**

أنواع الإحصاء	
الوصفى Descriptive	الاستدلالىInferential
• طرق تنظيم وتلخيص ووصف البيانات وصفاً كمياً. • مجموعة من المفاهيم والأساليب الإحصائية التى تستخدم فى تنظيم وتلخيص وعرض مجموعة من البيانات بهدف إعطاء فكرة عامة عنها. • ملخص جيد لمجموعة كبيرة من المعلومات والبيانات. • أهم صور التصنيف جداول التوزيع التكرارى والرسوم البيانية التى تعبر عن هذا التوزيع. • أما التخليص فيتخذ ثلاثة صور هى:1. النزعة المركزية " المتوسط – الوسيط – المنوال " 2.التشتت " المدى – الانحراف المعيارى – نصف المدى الربيعى.	• مجموعة من الأساليب الإحصائية المستخدمة للتوصل إلى استنتاجات من بيانات العينة إلى المجتمع الأكبر . • يشير إلى طرق الاستدلال عن المجتمع من بيانات العينة. • عملية اتخاذ قرار منطقى باستخدام بيانات العينة وأسلوب إحصائى مناسب. • يعتمد على افتراضين أساسيين هما :العشوائية فى اختيار العينة المستخدمة فى الدراسة والتوزيع الاعتدالى للمتوسطات ومنه : اختبار"ت" – تحليل التباين – اختبار مان ويتنى – النسبة الحرجة – فريدمان –كروسكال واليز –ولكوكسون – كا2

➢ 2. مراجعة عامة حول مبادئ الإحصاء الوصفي

1.2. مقاييس النزعة المركزية

- نسعى من وراء دراستنا لظاهرة إحصائية معينة إلى استنتاج صفة مميزة ما أو أكثر من صفة فعند دراستنا لدرجات طلاب السنة التمهيدية في مادة الرياضيات نستنتج أن معظم الدرجات تميل إلى التمركز حول نقطة أو درجة معينة وهي درجة النجاح بينما نجد أن الدرجات المتطرفة الأخرى من الدرجات المدروسة ، قليلة نوعاً ما وهذه الدرجات ، المتطرفة ، هي الدرجات العالية جداً أو المنخفضة جداً أو كلاهما . نسمي هذا الميل بالتمركز أو بالنزعة المركزية ، ونسمي القيم التي تتمركز حولها القيم الأخرى مقاييس النزعة المركزية Measures of Central location ولهذه المقاييس أهمية كبيرة في علم الإحصاء فهي تعطينا فكرة عامة عن قيم الظاهرة المدروسة وبالتالي مقارنة مجموعتين أو أكثر . هناك عدة مقاييس لهذا الغرض منها الوسط الحسابي أو المتوسط (المعدل) Mean الوسيط Median والمنوال Mode . **(08)**

أولا: الوسط الحسابي أو المتوسط: **Mean** :

- يمثل الوسط الحسابي أو المتوسط (Arithmetic Average or Mean) مقياس النزعة المركزية الأكثر شهرة والأكثر أهمية في المقاييس المختلفة. وتمثل قيمة الوسط الحسابي القيمة التي تتمركز حولها جميع القيم المختلفة للمتغير الكمي. يمكن الحصول على القيمة الحقيقية لمتوسط متغير عشوائي في مجتمع محدود إذا تم التعامل مع كافة القيم في المجتمع. في هذه الحالة يرمز لقيمة الوسط الحسابي المحصل بالرمز μ والتي تمثل معلمة المجتمع. وبافتراض التعامل مع متغير عشوائي X لمجتمع محدود حجمه N فانه يمكن حساب قيمة الوسط الحسابي من خلال الدالة التالية: **(09)**

$$\mu_X = \frac{\sum_{i=1}^{N} X_i}{N} \quad [\,1\,]$$

أما في حال التعامل مع عينة عشوائية ممثلة لمجتمع الدراسة حجمها n قراءة، فان معادلة تقدير قيمة الوسط الحسابي الذي يعبر عنه بالرمز $\bar{x}$ ويقرأ (xbar) لمجموعة من القيم $x_1, x_2, ... x_n$ هو حاصل قسمة مجموع القيم في العينة على عددها

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + ... + x_n}{n} \quad [\,2\,]$$

ويشار إليها في كتب الإحصاء المتخصصة بأحد المعادليتين التالييتين:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \quad [\,3\,]$$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} \quad [\,4\,]$$

مثال (01):

تمثل الدرجات التالية درجات مجموعة من الطلبة في مقياس الإحصاء:

5 ، 8 ، 12 ، 10 ، 15 ، 9 ، 11 ، 10

فإن $\sum_{i=1}^{n} x_i = 10+11+9+15+10+12+8+5$

فإن المتوسط الحسابي وفق المعادلة **[3]**: $\bar{x} = \frac{1}{10}[10+11+9+15+10+12+8+5] = \frac{80}{10} = 8$

وهي ذات القيمة باستخدام المعادلة [4] : $\bar{x}=\frac{[10+11+9+15+10+12+8+5]}{10}=\frac{80}{10}=8$

أما إذا كانت البيانات معطاة بجدول توزيع تكراري ذو قيم $x_1,x_2,...x_n$ وتكراراتها على التوالي هي $f_1.f_2.f_3...f_K$:

$$\boxed{\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}x_i\,f_i} \qquad [5]$$

مثال (02): تمثل القيم التالية تكرارات درجات 25 طالبا: **2 ، 3، 4، 5، 6، 7، 8،**

تكراراتهم على التوالي كانت 7، 10، 10، 4، 5، 3، 4، 7

درجات الطلبة x_i	التكرار f_i	الدرجة xالتكرار $x_i f_i$
2	1	2
3	2	6
4	3	12
5	4	20
6	5	30
7	4	28
8	2	16
9	4	36
المجموع	25	150

$$\bar{x}=\frac{\sum_{i}^{k}x_i f_i}{\sum_{i}^{k}f_i}=\frac{\sum_{1}^{8}x_i f_i}{\sum_{1}^{8}f_i}=\frac{1}{25}[2(1)+3(2)+4(3)+5(4)+6(5)+7(4)+8(2)+9(4)]=\frac{150}{25}=6$$

مثال (03): باستخدام المعادلة نفسها يمكن حساب المتوسط الحسابي لبيانات مبوبة في شكل فئات انطلاقا من المثال التالي:

فئات درجات قلق الامتحان	التكرار f_i	مراكز الفئات x_i	مركز الفئة x التكرار $x_i f_i$	خطوات الحل:
24–20	6	22	132	1. نحسب مراكز الفئات من خلال حاصل قسمة الحد الأعلى للفئة + الحد الأدنى للفئة /2
29–25	4	27	108	2. نخصص عمود في الجدول لحساب حاصل ضرب مركز الفئة x تكرار الفئةمخ من خلال : $\sum f\cdot x$
34–30	9	32	288	
39–35	8	37	296	3. نحسب مجموع التكرارات من خلال $\sum f$.
44–40	6	42	252	
49–45	7	47	329	

54–50	5	52	260	4. نعوض النواتج في قانون حساب المتوسط
المجموع	45		1665	$\bar{x}=\frac{\sum_{i}^{k} x_i f_i}{\sum_{i}^{k} f_i}=\frac{1665}{45}=37$

- الخواص الإحصائية للمتوسط:

– مجموع انحرافات قيم مجموعة بيانات عن وسطها الحسابي دائما يساوي الصفر أي: $\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})=0$

– يأخذ جميع القيم في الاعتبار.

– من أكثر المقاييس الوصفية استخداما

– يتأثر بالقيم المتطرفة الكبيرة والصغيرة.

ثانيا: الوسيط Median

يعتبر الوسيط (Median) مقياس آخر للنزعة المركزية، حيث يتم من خلال الوسيط الوصول إلى رقم كمي يمثل القيمة التي تقع في منتصف قيم المتغير الكمي المدروس، لذا فإن الوسيط يمثل القيمة الكمية التي تكون نصف قراءات المتغير الكمي أقل منها بينما النصف الآخر أعلى منها، ولحساب الوسيط لابد أولا من أن يتم ترتيب القيم تصاعديا، حيث يتم ذلك من خلال الترتيب التصاعدي (أو الهابط) العادي في حال البيانات الخام ، والوسيط واحد من القيم الوضعية التي يمكن من خلالها معرفة تموضع الدرجات وعموما يمكن معرفة قيمة الوسيط بعد ترتيب الدرجات تصاعديا أو تنازليا ثم حساب قيمته باستخدام إحدى المعادلتين **[6]** أو **[7]** وذلك بحسب عدد القيم إما أن يكون فرديا أو زوجيا وهي المعادلة التي تسمح لنا بمعرفة رتبة الوسيط وليس الوسيط نفسه. **(10)**

المعادلة **[6]** إذا كان عدد القيم غير المبوبة فرديا

$$Med = X_{(n+1)/2} \qquad [\,6\,]$$

أما إذا كان عدد القيم زوجيا فإن المعادلة الخاصة بحساب قيمة الوسيط هي:

$$Med = \frac{1}{2}\left(X_{(n/2)} + X_{(n+2)/2}\right) \qquad [\,7\,]$$

مثال (04): إذا كان لدينا مجموعة من القيم عددها فردي هي : 2، 5، 3، 9، 12، 10، 8

1. نقوم بترتيب الدرجات تصاعديا: 2، 3، 5، 8، 9، 10، 12
2. عدد القيم n = 7 $\quad / \; Med = x\,(7+1)/2 = 4$
3. 8 = 4x

مثال (05): إذا كان لدينا مجموعة من القيم عددها زوجي هي: 2، 5، 3، 9، 12، 10، 8، 11

1. نقوم بترتيب القيم تصاعديا: 2، 3، 5، 8، 9، 10، 11، 12
2. عدد القيم هنا زوجي باستخدام المعادلة [7] نحصل على:

$$Med = \frac{1}{2}\{x\,(8)/2 + x(8+2)/2\} = \frac{1}{2}(8+9) = 8.5$$

أما إذا كانت البيانات مبوبة في فئات فإن قيمة الوسيط تحسب من خلال المعادلة ويتعين قبل ذلك تحديد الفئة الوســيطية وهي الفئة التي يزيد أو يســاوي تكرارها المتجمع الصــاعد رتبة الوســيط $\frac{n}{2}$ حيث n هو مجموع التكرارات .

$$\boxed{Me = L_1 + (\frac{\frac{n_i}{2} - \Sigma f_1}{f_{Me}}) \times C} \quad [\,8\,]$$

حيث:

Me: هو الوسيط

L_1 : الحد الأدنى الفعلي للفئة الوسيطية وهو قيمة الحد الأدنى $- 0.5$

n_i : مجموع التكرارت $(\sum_{i=1}^{K} f_i)$

$\frac{n_i}{2}$ رتبة الوسيط

Σf_1 التكرار المتجمع الصاعد السابق للفئة الوسيطية

f_{Me} تكرار الفئة الوسيطية

C طول الفئة

مثال (**06**): انطلاقا من القيم الواردة في الجدول أدناه أوجد قيمة الوسيط

فئات درجات قلق الامتحان	الحدود الحقيقية للفئات	التكرار f_i	مراكز الفئات x_i	التكرار المتجمع الصاعد
24–20	24.5–19.5	6	22	6
29–25	29.5–24.5	4	27	10
34–30	34.5–29.5	9	32	19
39–35	39.5–34.5	8	37	27
44–40	44.5–39.5	6	42	33
49–45	49.5–44.5	7	47	40
54–50	54.5–49.5	5	52	45

من خلال عمود التكرار التجميعي الصاعد نجد أن : $\frac{n}{2} = \frac{45}{2} = 22.5$

وبالتالي فالفئة الرابعة تحتوي على الوســيط وحدها الأدنى 35 وبالتالي فان حدها الادنى الفعلي هو 34.5 فبتطبيق العلاقة السابقة **[8]** نجد أن وسيط البيانات هو

$$\tilde{x} = 34.5 + \frac{22.5 - 19}{8}5 = 36.68$$

ثالثا: المنوال Mode :

يمثـل المنـوال (Mode) ويشـار إليـه عـادة بـالرمز Mod وهـو القيمـة الأكثـر شـيوعا مـن بـين القـيم المختلفـة للمتغـير العشـوائي محـل الدراسـة، ويـتم تحديـد قيمـة المنـوال مـن خـلال تحديـد تكـرار جميـع القـيم المختلفـة للمتغـير العشـوائي محـل الدراسـة إذا كانـت البيانـات غـير مبوبـة (بيانـات خـام)، بينمـا يـتم الاستعانة بقاعدة رياضية إذا كانت قيم المتغير العشوائي متوفرة في جدول تكراري (بيانات مبوبة).

بالنسـبة للبيانـات الخـام، يـتم تحديـد قيمـة وحيـدة للمنـوال إذا وجـدت قيمـة واحـدة تكـررت أكثـر مـن بـاقي القـيم المختلفـة للمتغـير العشـوائي. كـذلك يمكـن أن يكـون المنـوال متمثـل بـأكثر مـن قيمـة إذا كـان هنالـك أكثـر مـن قيمـة واحـدة لهـا نفـس التكـرار الأكثـر مـن بـين جميـع التكـرارات المتـوفرة. وفي حـال عـدم تكـرر أي قيمـة مـن قـيم المتغـير العشـوائي المختلفـة فانـه في هـذه الحالـة لا يكـون هنالـك منـوال بـين قـيم المتغير العشوائي. **(11)**

وبما أن المنوال هو القيمة الأكثر تكرارا فإن المنوال من القيم التالية: 1,1,2,3,3,4,5,5,5,6,7 منوالا واحدا وهو $Mod = 5$ ، قد لا يكون لمجموعة من القيم منوال كما هو الحال في القيم 1,2,3,4,5,6,7 وقد يكون لمجموعة من القيم أكثر من منوال واحد كما هو الحال في القيم 1,1,1,2,2,2,3,4,5,5,6 .

و إذا كانت البيانات غير عددية (أي نوعية) كأن نسأل مثلا ستة أشخاص عن أي الألوان المحببة لهم ، قد تكون إجاباتهم كالتالي:

أزرق, أصفر, أبيض, أزرق, أبيض أو أزرق فسيكون المنوال في هذه الحالة هو اللون "الأزرق" .

أما إذا كانت البيانات مبوبة في جدول توزيع تكراري فنحســب المنوال كما يلي : نعين الفئة المنوالية وهي الفئة التي تقابل أكبر قيمة للتكرارات ثم نحسب الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة التي قبلهاΔ_1 ثم نحسب الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة التي بعدها وليكن Δ_2 نرمز للحد الأدنى الفعلي للفئة المنوالية بالرمز a ولطول الفئة بالرمز Δ فنحصل على المنوال كما يلي: **(12)**

$$\boxed{x^{\circ} = a + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}.\Delta}$$

[9]

وكتطبيق مباشر على ذلك ، المنوال للقيم المعطاة بالجدول مثال رقم 06 أعلاه هو

$$x^{\circ} = 29.5 + \frac{9-4}{5+1} \times 5 = 33.66 \, .$$

2.2. مقاييس التشتت (التباين): Measure of Variation

لا تكتمل الإفادة من مقاييس الإحصـاء الوصـفي دون مقاييس التشـتت التي تشـكل إضـافة إلى مقاييس النزعة المركزة موضـوع الشرح والتفصـيل في الصـفحات السـابقة طرفي معادلة الإحصـاء الوصـفي، إذ غالبا ما تكون

مقاييس النزعة المركزية لوحدها غير كافية لتمثل الواقع بشــكل كامل أو لمقارنة مجموعتين من المشــاهدات أو أكثر، فمن خلال معطيات القيم للمجموعتين التاليتين نقف على عدم كفاية مقاييس التمركز لوحدها كدالة لوصـــف معالم العينة والمجتمع المستهدف بالدراسة الإحصائية:

مثال (07): المجموعة الأولى : 9، 10، 10، 11، 12، 12، 14، 18

المجموعة الثانية : 2، 8، 9، 11، 12، 16، 19، 19

لوجدنا أن الوسط الحسابي لكل مجموعة هو 12 كما أن الوسيط هو نفسه للمجموعتين ويساوي 11.5 ومع ذلك فهناك فرق واضح بين قيم المجموعتين حيث تختلف مفردات المجموعة الأولى عن مفردات المجموعة الثانية، كما أن قيم المجموعة الثانية موزعة على مدى أوسع من المجموعة الأولى ويمكن أن نقول إن تشتت المجموعة الثانية أكبر منه في المجموعة الأولى، لذلك تمثل مقاييس التشتت الجانب الآخر من المقاييس الإحصائية الأساسية بجانب مقاييس النزعة المركزية، حيث تستخدم تلك المقاييس في وصف البيانات والتعرف على خصائصها، كما تعمل مقاييس التشتت كجزئية مكملة ومهمة جدا بجانب مقاييس النزعة المركزية في عمليات الاستدلال الإحصائي المبنية على عملية التعامل مع البيانات، وينصب الاهتمام عند التعامل مع مقاييس التشتت حول قياس درجة الاختلاف بين القيم المختلفة للمتغير الكمي المدروس، ويتم ذلك من خلال عدة مقاييس مختلفة يهتم كل واحد منها بقياس درجة الاختلاف من زاوية مختلفة، ويمثل التباين والانحراف المعياري بالإضافة إلى المدى مقاييس مختلفة لقياس تشتت المتغيرات الكمية.

يتم الحصول على تصور دقيق عن خصائص المتغير الكمي في حال توفر كل من مقياس النزعة المركزية ومقياس التشتت، حيث تعطي مقاييس النزعة المركزية تصور عن تمركز القيم بينما تعطي مقاييس التشتت تصور عن درجة اختلاف تلك القيم عن بعضها البعض، لذا يمكن القول بأن الاعتماد على مقياس واحد قد لا يغني عن الآخر في عملية الاستدلال الإحصائي، حيث ينتج عنه دوما قصور في المعلومة المعتمد عليها ومن ثم عدم القدرة على قراءة البيانات إحصائيا بشكل سليم.

يـتم في الواقـع حسـاب مقـاييس التشـتت للبيانـات الكميـة بصـيغتيها الخـام والمبوبـة، ولكـن الطريقـة المتبعـة في عمليـات الحسـاب تختلـف بـاختلاف طبيعـة البيانـات المدروسـة. وبـالطبع، كمـا تم الإشـارة إليـه سـابقا، تمثـل التقـديرات المحصـلة مـن البيانـات الخـام معلومـة أدق وأكثـر صـحة مـن المعلومـة المحصـلة مـن البيانـات المبوبـة، لـذا فانـه يجـب الاعتمـاد علـى البيانـات الخـام في حـال توفرهـا في عمليـة حسـاب مقـاييس التشـتـت، كمـا يجـب قصـر الاعتمـاد علـى البيانـات المبوبـة ليـتم فقـط في حالـة عـدم تـوفر الصـيغة الخـام للبيانـات حيـث أنهـا تعطـي قـيم تقريبيـة لا ترقـى إلى دقـة التقـديرات المحصـلة مـن خـلال اسـتخدام البيانـات الغير مبوبة. **(13)**

تجـدر الإشـارة إلى أن جميـع مقـاييس التشـتت هـي قـيم موجبـة، وذلـك شـرط أساسـي يجـب تـوفره في جميـع مقـاييس التشـتت. لـذا فـان مقـاييس التشـتت لا تأخـذ قـيم سـالبة أبـدا بـل تكـون قيمهـا موجبـة دومـا أو مسـاوية للصـفر فقـط وذلـك إذا كانـت جميـع قـيم المتغـير الكمـي محـل الدراسـة متسـاوية، أي أنـه لا يوجد تباين أو تشتت أصلا.

أولا: المدى : Range

المدى هو الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة في مجموعة ما، فمدى المجموعة الأولى 18- 9= 9 . **مثال (07)**:
بينما مدى المجموعة الثانية 19-2= 17 لاحظ أن المجموعة الثانية أكثر تشـــتتاً من المجموعة الأولى، أما المدى لقيم معطاة في جدول توزيع تكراري فيحســـب من الفرق بين الحد الأعلى للفئة العليا والحد الأدنى للفئة الدنيا . ففي الجدول الحاص بالمثال رقم **(06)** المدى هو 34 = 20 - 54 .

يسـتخدم المـدى الممثـل للفـرق بـين أكـبر قيمـة وأصـغر قيمـة كمقيـاس بسـيط وسـطحي عـن درجـة تشـتت قـيم المتغـير الكمـي، ولكـن لا يجـب الأخـذ بهـذا المقيـاس والاعتمـاد عليـه في العمليـات الاسـتدلالية الإحصـائية حيـث أنـه يتـأثر بشـدة بـالقيم المتطرفـة بالإضـافة إلى عـدم اسـتخدامه لبـاقي قـيم المتغـير الكمـي، وكمقيـاس أدق يعمـل في حـال وجـود قـيم متطرفـة، يمكـن اسـتخدام الانحـراف الربيعـي والـذي يعتمـد علـى ترتيـب القـيم كمـا هـو معمـول بـه في عمليـة حسـاب الوسـيط، في المقابـل عنـدما لا تكـون مشـكلة القـيم المتطرفـة حاضـرة فانـه يمكـن اسـتخدام الانحـراف المتوسـط أو الانحـراف المعيـاري كمقيـاس للتشـتت، حيـث يتم استخدام كافة القيم في عملية حساب المقاييس السابقة. **(14)**

ثانيا: الإنحراف المعياري والتباين Standard Deviation and variance

يعتـبر الانحـراف المعيـاري والتبـاين مـن أهـم مقـاييس التشـتت الإحصـائية، ويـرتبط المقياسـين بعلاقـة رياضـية قويـة، حيـث يمكـن دومـا الحصـول علـى المقيـاس الآخـر في حـال معرفـة قيمـة أحـدهما، يرمـز للتبـاين بـالرمز σ^2 في حـال الحصـول علـى قيمتـه مـن خـلال تغطيـة مجتمـع الدراسـة، بينمـا يـتم اسـتخدام الرمـز S^2 للدلالـة علـى مقـدر التبـاين المحصـل مـن خـلال بيانـات عينـة عشـوائية مسـحوبة مـن مجتمـع الدراسـة، وبأخـذ الجـذر التربيعـي للتبـاين يـتم الحصـول علـى قيمـة الانحـراف المعيـاري وذلـك في الحـالتين، حالـة المجتمـع وحالـة العينة،

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \qquad \text{or} \qquad S = \sqrt{S^2}$$

وبحكـم العلاقـة الرياضـية القويـة بـين كـل مـن التبـاين والانحـراف المعيـاري فإنـه يمكـن اعتبارهمـا وجهين لعملة واحدة لهما نفس الأهمية.

يعتمـد الانحـراف المعيـاري والتبـاين علـى فكـرة تربيـع الفـروق بـين قـيم المتغـير الكمـي X ووسـطها الحسـابي، وتتأسـس فكـرة تربيـع فـروق القـيم عـن متوسـطها الحسـابي مـن مشـكلة تتعلـق بمجمـوع تلـك

الفـروق، فقـد لاحظنـا في الجـزء المتعلـق بالمتوسـط الحسـابي أن مجمـوع الفـروق (الانحرافـات) دائمـا وأبـدا تسـاوي 0، وبمـا التعريـف الـدقيق للانحـراف المعيـاري هـو في الحقيقـة متوسـط الانحرافـات، ولأن مجمـوع الإنحرافـات أصـلا يسـاوي صـفر فقـد تم تربيـع هـذه الانحرافـات للـتخلص مـن الإشـارة السـالبة للفـروق الـتي تقـل عـن قيمـة المتوسـط الحسـابي، لـذلك فـإن حسـاب متوسـط مربـع الفـروق يعطينـا قيمـة التبـاين بينمـا جذر القيمة المتحصل عليها يعطينا الإنحراف المعياري.

مثال (08): انطلاقا من القيم التالية 9، 10، 10، 11، 12، 12، 14، 18

1. حساب المتوسط الحسابي: $\bar{x}=\frac{1}{8}[9+10+10+11+12+14+18]=\frac{96}{8}=12$

2. حساب مجموع فروق القيم عن المتوسط (الانحرافات) $\sum (x_1-\bar{x})+(x_2-\bar{x})+(x_3-\bar{x})...$

نجد: (12-9) (12-10) + (12-10) + (12-11) + (12-12) + (12-14) + (12-18)

= (6+) + (2+) + (0) + (1-) + (2-) +(2-) +(3-) =0

وهو ما يعني أن مجموع الإنحرافات يســـاروي 0 لذلك نلجأ إلى تربيع تلك الانحرافات وهو ما يتضـــمنه قانون حساب قيمة الانحراف المعياري والتباين بما أن:

الانحراف المعياري = $\sqrt{\text{التباين}}$

1. تحسب قيمة التباين للبيانات غير المبوبة من القانون التالي:

$$\boxed{S^2=\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2}{n-1}} \qquad [10]$$

ويستخدم الباحثون النسخة المختصرة للقانون

$$\boxed{S^2=\frac{n\sum X_i^2-(\sum X_i)^2}{n(n-1)}} . \qquad [11]$$

مثال (09): انطلاقا من القيم التالية: 18، 10، 11، 12، 6، 8، 5 أوجد قيمة التباين باستخدام المعادلتين [10] و [11]

الحل وفق المعادلة[10]

- حساب قيمة المتوسط الحسابي:

$$\bar{x}=\frac{1}{7}\sum_{i=1}^{7}x_i \quad \bar{x}=\frac{1}{7}[5+8+6+12+11+10+18]=\frac{70}{7}=10$$

- حساب مربعات انحرافات القيم عن متوسطها الحسابي

X	5	8	6	12	11	10	18	$\sum=70$
$(X_i-\bar{X})$	5-	2-	4-	2+	1+	0	8+	$\sum=0$
$(X_i-\bar{X})^2$	25	4	16	4	1	0	64	$\sum=114$

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}{n-1} \quad = \quad \frac{114}{7-1} = 19$$

بما ان قيمة التباين هي 19

فإن قيمة الإنحراف المعياري هي $S = \sqrt{19} = 4.35$

الحل باستخدام المعادلة [11]

X	5	8	6	12	11	10	18	$\sum X = 70$	$(\sum X)^2 = 4900$
X²	25	64	36	144	121	100	324	$\sum X^2 = 814$	

$$S^2 = \frac{n\sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}{n(n-1)} = \frac{7(814)-(70)^2}{7(7-1)} = \frac{5698-4900}{42} = 19$$

بما ان قيمة التباين هي 19فإن قيمة الإنحراف المعياري هي $S = \sqrt{19} = 4.35$

2. حساب قيمة التباين والانحراف المعياري للبيانات المبوبة:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k}(X_i - \bar{X})^2 f_i}{n-1} \qquad \textbf{[12]}$$

$$S^2 = \frac{n\sum f_i X_i^2 - (\sum f_i X_i)^2}{n(n-1)} \qquad \textbf{[13]}$$

مثال (010): انطلاقا من القيم الواردة في الجدول أدناه أوجد قيمة التباين والانحراف المعياري باســـتخدام المعادلة [13]

المجموع	34 – 30	29 – 25	24 – 20	19 – 15	14 – 10	9 – 5	4 – 0	الفئات
/	32	27	22	17	12	7	2	مراكز الفئات X
56	5	12	7	5	9	10	8	التكرار fi
917	160	324	154	85	108	70	16	X fi
	1024	729	484	289	144	49	4	X²
17519	5120	8748	3388	1445	1296	490	32	X² fi

$$S^2 = \frac{n\sum f_i X_i^2 - (\sum f_i X_i)^2}{n(n-1)} \qquad \frac{56(17519)-(917)^2}{56(56-1)} = \frac{981064-840889}{3080} = 45.51$$

قيمة التباين هي 45.51 وعليه فإن قيمة الانحراف المعياري $S = \sqrt{45.51} = 6.74$

ملاحظات هامة :

(1)–إن السبب في القسمة على (n-1) عوضاً عن n لأن هناك (n-1) إنحرافاً مستقلاً من الشكل $x_i - \bar{x}$. ولأن مجموع هذه الانحرافات يساوي الصفر دوماً فإن أيا منها يساوي مجموع كل البقية بإشارة سالبة و أي منها يعطى بدلالة مجموع القيم الأخرى وبإشارة معاكسة . ولتوضيح هذه الفكرة تصور أن لدينا ثلاث بيانات x_1 , x_2 , x_3 ولدينا $\bar{x} = \frac{1}{3}(x_1 + x_2 + x_3)$.

نعلم أن $(x_1 - \bar{x}) + (x_2 - \bar{x}) + (x_3 - \bar{x}) = 0$

وبالتالي يمكن التعبير عن أي منهم وليكن الأول بـ $x_1 - \bar{x} = -[(x_2 - \bar{x}) + (x_3 - \bar{x})]$

أو $x_2 - \bar{x} = -[(x_1 - \bar{x}) + (x_3 - \bar{x})]$

أو $x_3 - \bar{x} = -[(x_1 - \bar{x}) + (x_2 - \bar{x})]$

أي يمكن تمثيل أي انحراف بدلالة الاثنين الآخرين وحيث لدينا n = 3 فسنقسم على 3-1=2 . **(15)**

3. مدخل إلى الاحصاء الاستدلالي

المعلم (parametric) مفردة تعني صفة أو خاصية لمجتمع معين في مقابل تقدير (estimate) التي تكون صفة أو خاصية لعينة ما ، وأهم ما يميز الاحصاء المعلمي عن اللامعلمي هو الوسط الحسابي والانحراف المعياري ولذلك فان علم الاحصاء يميز بين شروط اختبار (ت) للعينات المستقلة و (ت) للعينات المترابطة لأن الأخير لا يتعامل مع أوساط وانحرافات، بينما نلاحظ أن اختبار (ت) للعينات المستقلة يتعامل معها أسوة بقوانين تحليل التباين (F) وقوانين (Z) ، من هنا يمكن فهم الاحصاء المعلمي أنه مجموعة من الطرق التي تتطلب تحقق افتراضات محددة حول المجتمع الذي تسحب منه العينة –وهنا مقتضى الدقة الانتباه للتعبير (حول المجتمع) كونه يختلف عن (حول العينة)، وبالتالي فإن الاحصاء اللامعلمي هو مجموعة من الطرق البديلة التي تستخدم في حالات عدم تحقق الافتراضات حول المجتمع الذي تسحب منه العينة أو في حالة البيانات الإسمية والرتبية، وكلا الإحصائين (المعلمي،اللامعلمي) من طرق الاحصاء الاستدلالي التي يمكن تعميم نتائجها على المجتمع إلا أن لكل منها مستوى ثقة معين يتحدد على ضوء البيانات المتوفرة وكذلك شروط تحقق الافتراضات . **(16)**

1.3.شروط الإحصاء البارامتري (المعلمي)

لا يختلف الاحصائيون على أن هناك مجموعة من الافتراضات أو الشروط التي يجب توافرها لكي نستطيع أن نتعامل مع البيانات بالطرق المعلمية* والتي باختلال أي منها يحصل عدم اطمئنان من النتائج المستخرجة بهذه الطرق مما يعني اللجوء الى طرق أخرى لمعالجتها ، وهذه الشروط هي : **(17)**

أولا: التوزيع الطبيعي :

حسب نظرية النهاية المركزية فإنه كلما زاد عدد أفراد العينة كلما اقترب تباينها من تباين المجتمع ويمكن اعتبار أن التوزيع يكون طبيعيا بصورة تقريبية عندما يصبح حجم العينة (30) فما فوق.

ويعلق على هذا الشرط بكونه متعلق بقياس تباين العينة إلى تباين المجتمع، إذ وجد أنه كلما اقترب حجم العينة من (30) وصعوداً فإن تباينه سيقارب تباين حجم العينات الكبيرة (المئات والالاف) ومن هنا وضع الحد الفاصل (30) في التعامل مع بعض الوسائل الاحصائية من قبيل اختبار (ت) وتم التعامل معه كونه من المسلمات وعمم من خلاله فكرة أنه إذا كان عدد العينات أو المشاهدات أقل من (30) فإن شرط اعتدالية التوزيع (التوزيع الطبيعي) قد اختل وبالتالي وجب الانتقال إلى الإحصاء البديل (اللامعلمي) ، ويتفق العديد من الباحثين جزئيا مع هذه المقولة إذ أن شرط الاعتدالية للتوزيع يتحقق بالعدد (30) ويكون التوزيع طبيعياً ولكن يكون الكلام فيما لو قل العدد عن (30) حيث لا يعني بالضرورة فقدان هذا الشرط (التوزيع الطبيعي) إذ أن الأمر يكون خاضعا حينها لخصائص البيانات المأخوذة من العينات، ومن هنا نلاحظ تساهل البعض مع هذا الشرط في حدود الاعداد من (20-29)، لكننا نجد التشدد واضحا فيما لو قلت الأعداد عن (15) إذ ينصح الكثيرون باللجوء إلى البديل ، وهذا الكلام مدعوما بمعادلة الخطأ المعياري :

[14]

$$\text{الخطا المعياري} = \frac{\text{ع}}{\sqrt{\text{ن}}}$$

.* يتعين على القارئ الانتباه هنا أننا أشرنا إلى شروط الإحصاء البارامتري (المعلمي) ولم نقل اللابارامتري لأن الأصل في اختيار أسلوب المعالجة الإحصائية هو أن يتبع الباحث الأساليب الاحصائية البارامترية التي تتطابق فيها خصائص العينة مع خصائص المجتمع الإحصائي وهو ما يمنح نتائج المعالجة الإحصائية موثوقية أعلى من تلك اللابرامترية التي تصبح بديلا للأولى في حالة عدم توفر الشروط الضامنة لاتباع أحد الاساليب البارامترية

بمعنى أن التناسب بين الخطا المعياري وحجم العينة يكون عكسيا فكلما زاد حجم العينة كلما قل الخطأ المعياري وكلما قل حجم العينة (والحالة هذه) كلما زاد الخطأ المعياري أي أن الخطا إذا زاد فإن عملية تعميم النتائج لن تكون ممكنة.

أقول : إن القول السابق وإن كان لا يخلو من المنطقية إلا أنه يناقش من عدة وجوه :

أ. إن القول السابق معارض بقول مجموعة من كبار الاحصائيين العالميين من أمثال (Glass) و (Hopkins) اذ يرون اأن افتراض التوزيع الطبيعي يمكن مخالفته بدون تبعات تذكر.

ب. أن معادلة الخطأ المعياري تضع حجم العينة تحت الجذر بمعنى أنها تقلل من تأثيره إذ لا يخفى أن جذر أي عدد هو أقل من العدد نفسه ومثاله الفارق بين العدد (25) وجذره (5) وهنا نورد المثال التالي :

لو كان هناك عينتين الأولى حجمها (15) والثانية حجمها (30) ولكل منهما نفس الانحراف المعياري ولنفرض أنه 3 ، فاننا وبعد تطبيق المعادلة آنفة الذكر سيتبين أنه في الحالة الأولى (العينة 15) ستبلغ قيمة الخطأ المعياري (0.77) ، أما في الحالة الثانية (العينة 30) فانه ستبلغ قيمة الخطا المعياري (0.55) ومن ملاحظة القيمتين سنجد أن الفارق ليس بالشيء الكبير الذي يتوقف عليه تعميم النتائج .

جـ . إن فلسفة افتراض التوزيع الطبيعي أي الحد (30) هو ليس السبب في حد ذاته إذ أنه من الجدير بالذكر الاشارة بأنه كلما قل حجم العينة ستظهر مشكلة من نوع آخر وهي مشكلة القيم الشاذة أو الالتواء الحاصل نتيجة عدم توزع البيانات طبيعيا لقلتها.

الا أن هذه المشكلة –وإن كانت قائمة في حالات معينة– فأنه يمكن تخطيها وذلك بالتأكد من عدم إلتواء التوزيع باختبار القيم احصائيا بوسائل متعددة من قبيل (مربع كاي ، سميرنوف –كولموجروف) أو بالكشف عن اعتدالية التوزيع من خلال رسم البيانات على منحنى كاوس أو بطريقة الساق والأوراق وكل هذه الطرق يمكن استخدامها في البرنامج الاحصائي الشهير (SPSS)، فإن ظهر أن التوزيع طبيعي أو غير ملتوي فإننا نكون حينها بمأمن من تبعات هذا الشرط وإن ظهر وجود التواء فليس أمامنا إلا استبعاد القيم المسببة للالتواء من العينة (إن أمكن ذلك) وإن لم يمكن ذلك فإننا سنكون مضطرين الى استخدام أحد الأساليب اللابارامترية.

د. يرى البعض أن شرط التوزيع الطبيعي هو للمجتمع وليس للعينة إذ يذكر (عبد الجبار توفيق) أنه يجب الإيفاء بافتراض التوزيع الطبيعي للمجتمع والذي هو غالباً ما يكون متحققاً .

وأخيرا ومن كل ما تقدم فاننا نرى بأن هذا الشرط لا يمثل عائقا كبيرا أمام استخدام الأساليب البارامترية (المعلمية) إذ يمكن تجاوزه مبدئياً أو إجرائياً باحدى الطرق التي تم ذكرها .

ثانيا: الاستقلالية

مفهوم الاستقلالية في مقابل مفهوم الارتباط، فإذا كان الارتباط يعني الاقتران في التغير بين متغيرين أو أن التباين في المتغير (س) يرافقه تباين في المتغير (ص) فإن الاستقلالية تعني أن قيمة الارتباط بين (س) و (ص) منعدمة أو تساوي صفرا عند استخدام عدد من العينات أو المشاهدات وهذا يقتضي أن يتم اختيار كل من العينتين عشوائيا من مجتمعاتها ومن هنا نلاحظ أن هذا الشرط لا يتوفر في حالة إجراء اختبار قبلي وبعدي لنفس العينة أي اختبار (ت) للعينات المترابطة لأنه يكون على عينة واحدة وليس عينتين الأمر الذي يكون فيه هذا الاختبار مستغني عن هذا الشرط (الاستقلالية)، ومثال شرط الاستقلالية عينتين عشوائيتين من مجتمعين مختلفين أو عينتين عشوائيتين من مجتمع واحد مع عدم الخلط بين أفراد المجموعتين لأنه سيؤدي إلى خطر انهيار الشرط والذي يمنع استخدام الاحصاء البارامتري (المعلمي) وعندها يتم اللجوء إلى الطرق اللامعلمية للاستدلال.

وهنا لابد من الإشارة إلى أن هذا الشرط متوافر غالباً إذ نجد أن أكثر الباحثين يلجؤون إلى استخدام العينات العشوائية (من دون قصد) وبالتالي هذا الشرط تحصيل حاصل في أغلب البحوث التروبية.

ثالثا: تجانس التباين

ويعني هذا الشرط أن لكل من العينتين تبايناً لا يختلف عن تباين العينة الثانية، وعدم الاختلاف هذا لا يعني بالضرورة التطابق في قيمة التباينين بل يعني أنه ليس بينهما فرق معنوي، ويجري اختبار تجانس التباينين باستخدام قانون (F) نسبة إلى Fisher:

$$\boxed{F = \frac{S^2_{\text{Largest}}}{S^2_{Smallest}}..} \qquad [15]$$

حيث تشير قيمة S^2 largest إلى قيمة التباين الأكبر

وتشير قيمة S^2 smallest إلى قيمة التباين الأصغر

إذ نستخرج القيمة المحسوبة لنقارنها بالقيمة الجدولية من جداول النسبة الفائية في الملاحق لغرض الحكم بتجانس التباين في حالة صغر القيمة المحسوبة عن الجدولية والعكس بالعكس ، وهنا نقترح التعامل

بتسمية (تكافؤ التباين) كبديل عن الاسم المشهور لهذا الشرط (تجانس التباين) لأنه أنسب في المقام ، ويمكن التعامل مع هذا الافتراض بعدة وجوه :

اولاً: اذا كانت العينتين متساويتين في عدد افرادهما أي أن (ن1=ن2) ، وهنا اتفق الاحصائيون بأنه يمكن مخالفة هذا الشرط وإهماله في حالة تساوي عدد أفراد العينتين ومثاله (إذا كان لدينا عينتين كل منهما تتكون من 20 فردا حيث ن1=20 و ن2=20) فهنا لاداعي للاستغراق في هذا الشرط ويمكن غض النظر عنه ، ولعل السبب في ذلك يعود إلى أن الانحراف المعياري يعتمد بنسبة كبيرة على عدد العينة كون أن قانونه يحوي على قيمة (ن) في المقام وبتساوي قيمة ال(ن) تتساوى الانحرافات تقريباً:

$$ع = \sqrt{\frac{مج\,(س - \bar{س})^{٢}}{ن - ١}}$$

ثانياً: اذا كانت العينتين غير متساويتين بالعدد أي أن (ن1 $\neq$ ن2) بمعنى أن إحدى العينتين أكبر من الأخرى وفي هذه الحالة هناك احتمالان لا ثالث لهما :

أ.الاحتمال الاول : أن تكون العينة الكبيرة منتمية للمجتمع ذي التباين الكبير والعينة الصغيرة منتمية للمجتمع ذي التباين الصغير ، وفي هذه الحالة يمكن اغفال هذا الشرط إذ يكون الباحث في وضع آمن ، والسبب في ذلك أن احتمال ارتكاب خطأ من النوع الاول (أن تكون الفرضية الصفرية صحيحة ويتم رفضها) يكون قليل إلى درجة يمكن إهماله.

ب.الاحتمال الثاني : أن تكون العينة الكبيرة منتمية للمجتمع ذي التباين الأقل والعينة الصغيرة منتمية للمجتمع ذي التباين الأكبر ، وهنا تكمن المشكلة إذا يكون هذا الشرط معرض للانتهاك نتيجة ارتفاع خطر ارتكاب خطأ من النوع الأول إلا أنه أيضاً لا يخلو من حالتين لا ثالث لهما :

الاولى : اذا قبلت الفرضية الصفرية : أي أن القيمة المحسوبة أصغر من القيمة الجدولية مما يعني أن الفروق مرجعها للصدفة وهي ليست معنوية وهنا لا نقع بالخطأ من النوع الأول ويكون الباحث بالجهة الامينة .

الثانية : إذا رفضت الفرضية الصفرية : أي أن تكون القيمة المحسوبة أكبر من الجدولية وبالتالي ليس للصدفة دور في الفروق وأن هناك فروق معنوية، وهنا يحدث التوقف غالباً، إذ نرى أن

شرط تجانس التباين من أهم الشروط الثلاثة التي تم ذكرها وبالتالي فإنه لا يمكن التغافل عنه في الحالة المذكورة (الثانية) ، إلا أنه ومع خطر اختلال هذا الشرط فقد وضعت مجموعة حلول ممكن استخدامها لتجعلنا في الجانب الأمين من هذا الشرط وبالتالي يمكن إغفاله وهذه الحلول هي :

1.يمكن اجراء اختبار ليفين (Leven) وهو الاختبار المسؤول عن تجانس التباين والذي يحدد هل أن التباينات متجانسة أم لا ، فإذا ظهر عدم تجانسها فإننا نلجأ للخيار التالي.

2.تطبيق اختبار ويلتش (Welch) الذي يقوم بتعديل درجات الحرية، حيث ومن خلال هذه المعادلة يتم استخراج درجة حرية معدلة وهي غير درجة الحرية في الحالات الطبيعية وباستخراجها يتم استخراج القيمة الجدولية ليتم مقارنتها بالقيمة المحسوبة لـ (ت)

ومن هنا يمكننا رفض أو قبول الفرضية الصفرية فإذا رفضت لا يكون أمامنا الا اللجوء الى الاحصاء اللامعلمي إذ أنه حينها ستكون نتائجه أوثق من الطرق المعلمية.

2.3. معايير اختيار الاحصاء البارامتري (المعلمي) واللابارمتري (اللامعلمي)

تبين مما تقدم أن نوع البيانات وخصائص الأفراد والمشاهدات هو الحاكم الرئيسي في توجيه البحث نحو استخدام النوع المناسب (البارامتري أو اللابارمتري) حيث نرى أن البيانات تصنف على أربعة مقاييس وهذه المقاييس (مع الاختصار) هي: **(18)**

أ.**المقاييس الاسمية** : مثل (ذكور–اناث) (عمال– موظفين) (أحمر–أصفر–....) وضابطه عملية التصنيف بمعنى التعامل مع أي متغير يمكن تصنيفه وهنا يعطى لكل صنف رقم لا يعبر إلا عن صنفه بحيث لا يمكن إجراء العمليات الحسابية الأربع عليه كأن يعطى للتصنيف (الذكور) رقم (1) و (الاناث) رقم (2) وهنا لا يمكن أن تجرى عملية جمع فنقول (1+2)لأنها أرقام معبرة عن أصناف وليست أعداد ، ويتم التعامل مع هذا النوع من المقاييس بالطرق اللابارمترية بغض النظر عن عدد أفراد العينة فيتبدل الوسط الحسابي بالمنوال والانحراف المعياري بالمدى و(ت) لعينة واحدة باختبار ذي الحدين ومربع كاي وسميرنوف كل بحسبه و(ت) المستقلة بمربع كاي وت مترابطة بماكنمار وتحليل التباين للعينات المترابطة بكوجران وللعينات المستقلة بمربع كاي وكذا الأمر بالنسبة لقوانين الارتباط حيث تستبدل بقوانين (فاي ومعامل الارتباط الرباعي وبايسيريال وبوينت بايسيريال ...) كل بحسبه .

ب.المقاييس الرتبية: وهو أفضل من سابقه إحصائيا وفيه ترمز الأعداد إلى رتب لتبين المواقع النسبية للاشياء وضابطه الترتيب من أعلى إلى أدنى مثل (أكبر – أصغر ..) أو (ممتاز–جيد جدا – جيد ...) أو (أثقل من – أخف من ..) إذ ترتب المشاهدات تصاعديا أو تنازليا ولا تمثل الأرقام فيها كميات بل رتب لذا لا تجرى عليها العمليات الأربع وأغلب استخدامه في استمارات الاستبيان (موافق– غير موافق) (موافق بدرجة عالية ...– موافق بدرجة منخفضة) إذ تعطى الدرجة (5) لـ (موافق بشدة) والدرجة (4) ا (موافق بدرجة عالية) ...وهكذا ، وهنا يتم استخدام الاحصاء اللابارمتري فتستخدم اختبارات سبيرمان وكندال بدل ارتباط بيرسون وتستخدم قوانين ويلكوكسن ومان وتني بدل اختبارات (ت) المترابطة والمستقلة على التوالي وكذا يستخدم اختبار كوسكال واليز وفريدمان بدل تحليل التباين للعينات المستقلة والمترابطة على التوالي، وكذا يستخدم اختبار الوسيط وسميرنوف لعينتين مستقلتين على وفق تفصيلات سيأتي ذكرها لاحقا.

ج.المقياس الفتري (الفاصل): وهو أعلى من سابقيه ويتميز بخاصية الفواصل والمسافات المتساوية التي تفصل بين درجة وأخرى ومن أمثلته (درجة الحرارة) و (مستوى الذكاء) إذ يختلف هذا المقياس عن سابقيه بأنه يمكن إجراء عمليات الجمع والطرح عليه وبالتالي إمكانية استخدام الأوساط الحسابية والانحرافات المعيارية وبالتالي استخدام الإحصاء البارامتري الذي يكون الأنسب معه وأهمها اختبار (ت) و (ف) ، وأهم ما يميز هذا المقياس أن الصفر فيه لايعتبر مطلقا أي أن الدرجة (صفر) لا تعني انعدام الصفة فعندما نقول إن درجة الحرارة هي (صفر) فهذا لا يعني انعدام درجة الحرارة بل إنها درجة كبقية الدرجات لها دلالة معينة على خلاف ما إذا قلنا بأن طالبا ما في اختبار ما حصل (صفر) أي انعدام الإجابة وعدم تحقق أي شيء ، وتعتبر هذه الميزة (الصفر النسبي) هي ما يميز هذا المقياس عن المقياس النسبي.

وتجدر الاشارة الى أنه لا يمكن استخدام معامل الاختلاف في هذا المقياس وهي ميزة أخرى لهذا المقياس عن المقياس النسبي.

د.المقياس النسبي:

وهو أعلى مستويات القياس وأهمها وأكثرها ثقة من حيث النتائج الصادرة منه ويستخدم معه الإحصاء البارامتري (المعلمي) مثل (الطول –الوزن–المسافات–الزمن) ويكون فيه الصفر دال على

انعدام الحالة فعندما نقول أن (س) من الأفراد حصل على صفر في مقياس ما فإنه يدل أن ليس لديه هذه الخاصية ويمكن إجراء جميع العمليات الحسابية عليه ويستخدم معه معامل الاختلاف أيضاً.

وبعد هذه الاشارة إلى مستويات القياس نقول أن المستويين الأولين (الاسمي والرتبي) يستخدم معها الطرق اللابارامترية (اللامعلمية) أما المقياسين (الفاصل والنسبي) فيستخدم معها الاحصاء البارامتري (المعلمي) إلا في حالات عدم توافر الافتراضات المذكورة سابقاً والتي تبين إمكانية التغلب على أكثر مشاكلها وبالتالي فلا يبقى هناك أي داع لاستخدام الأساليب اللامعلمية في المقاييس الفاصلة والنسبية إلا في حالات نادرة جدا، ومن هنا يتبين أن عملية العدول عن الإحصاء البارامتري المعلمي لمجرد عدم اكتمال العدد (30) أو تجانس التباين أو الاستقلالية هو من الأخطاء الشائعة الاستخدام كما تم تفصيل شرحه سابقاً.

وهنا على الباحثين أن يضعوا في اعتبارهم أن الاختبارات البارامترية (المعلمية) هي أقوى وأدق في اختبار الفرضيات الإحصائية من الاختبارات اللابارمترية (اللامعلمية) وذلك لأنها تتحسس الفروق الموجودة في البيانات كونها تتعامل مع الانحرافات المعيارية وهذا ما يجعلها أعلى قدرة في ايجاد الفروقات وبالتالي فهي أكفأ وأقدر على رفض الفرضية الصفرية من الاختبارات اللابارمترية (اللامعلمية).

والجدول التالي يلخص بعض الأساليب الإحصائية ومستوى القياس الملائم.

عدد العينات	الفرض	التصميم التجريبى	نوع البيانات	الاختبار الإحصائى
عينة واحدة	التحقق من جودة المطابقة	مجموعة واحدة ذات الاختبار الواحد	اسمية	ذى الحدين – كا^2 –سمير نوف
			رتبية	سمير نوف – الإشارة
			فترية	اختبار Z – اختبار ت
عينتان مستقلتان	الفروق بين المجموعات	مجموعتان تجريبية – ضابطة	اسمية	كا^2 – فيشر – سمير نوف
			رتبية	الوسيط – مان ويتنى – التتابع
			فترية	اختبار ت
عينتان مترابطتان	الفروق بين القياسات	مجموعة واحدة ذات اختبارين قبلى وبعدى	اسمية	ماكنمار
			رتبية	ولكوكسن – الإشارة
			فترية	اختبار ت
عدة عينات مستقلة	الفروق بين المجموعات	المجموعات المتعددة	اسمية	كا^2
			رتبية	الوسيط– كروسكال ولاس
			فترية	تحليل التباين – تحليل التغاير
عدة عينات مترابطة	الفروق بين القياسات	مجموعة واحدة ذات الاختبارات المتعددة	اسمية	كوجران
			رتبية	فريدمان
			فترية	تحليل التباين ذى القياسات المتكررة
عينة واحدة أو عينتان أو عدة عينات	الارتباط بين القياسات أو العلاقة بين المتغيرات "دراسات ارتباطية"	مجموعة واحدة ذات اختبار قبلى أو بعدى أو عدة اختبارات	اسمية	معامل ارتباط فاى– معامل التوافق – معامل الاقتران الرباعى
			رتبية	معامل ارتباط سبيرمان– معامل ارتباط كندال
			فترية	معامل ارتباط بيرسون – الارتباط القانونى – الارتباط المتعدد
عينة واحدة أو عينتان أو عدة عينات	"دراسات تنبؤية " للمتغيرات أو عضوية الجماعة	مجموعة واحدة أو عدة مجموعات مع عدة اختبارات	فترية	تحليل الانحدار بأنواعه المختلفة– السلاسل الزمنية
				التحليل التمييزى بأنواعه المختلفة
عينة واحدة أو عينتان أو عدة عينات	" دراسات عاملية" البناء العاملى	مجموعة واحدة أو عدة مجموعة مع عدة اختبارات	فترية	التحليل العاملى الاستكشافى – التحليل العاملى التوكيدى

- . نماذج من المعالجة الإحصائية اللابارمترية (اللامعلمية) في المستوى الاسمي
  - 1.4. إختبار كا^2 chi square
  - 2.4. معامل ارتباط فاي
  - 3.4. معامل التوافق

• 1.4. إختبار كا² chi square test

ترجع النشأة الأولى لاختبار كا² إلى البحث الذي نشره كارل بيرسون فى أوائل القرن العشرين وهى تعد من أهم اختبارات الدلالة الإحصائية وأكثرها شيوعاً لأنها لا تعتمد على شكل التوزيع ولذا فهى تعد من المقاييس اللابارامترية أى مقاييس التوزيعات الحرة ولأنها تحسب لكل خلية من خلايا أى جدول تكرارى ثم تجميع القيم الجزئية للحصول على القيمة الكارلية لـ كا². **(19)** ورغم شيوع استخدام كا² لحساب دلالة فروق التكرار أو البيانات العددية التي يمكن تحويلها إلى تكرار مثل النسب والاحتمال إلا أن استخدامات اختبار متعددة منها**(20)**:

1. تقدير فترة الثقة
2. أختبار تساوي التباين والاستقلالية
3. اختبار حسن المطابقة
4. اختبار عدد النسب

وسيرتكز الحديث ههنا على الاستخدامات الأوسع لاختبار كا² chi square test χ^2 وهي:

أولا اختبار مربع كاي لحسن المطابقة chi square test Testing of Goodness of Fit χ^2

يتم استخدام χ^2 في البيانات التي تقع في تصنيفات متعددة والتي يبلغ عددها اثنين أو أكثر ، مثل الإجابة عن أسئلة الاستبيان (نعم ، لا) (موافق بشدة، موافق، محايد معارض، معارض بشدة) والتي تتطلب الإجابة عنها اختيار بديل من عدة بدائل،كنوع التخصص الذي يرغب الطالب في الالتحاق به، أي أن كا² تستخدم في حالة البيانات الإسمية، ويطلق عليه في هذه الحالة Testing of Goodness of Fit نظرا لأنه يستخدم في حالة الكشف عن دلالة الفروق بين الأعداد المشاهدة، أو التكرارات الملاحظة، أو الاستجابات الواقعة في كل تصنيف وتسمى observed frequency وبين العدد المتوقع المعتمد على الفرض الصفري، أو التكرارات المتوقعة وهي التكرارات النظرية للمتغير موضوع الدراسة في المجتمع الأصلي وتسمى expected frequency .

فإذا كانت قيمة كا² = 0 فهذا يدل على أن عينة البحث ممثلة للمجتمع في تكرارها ومتطابقة معه، أما إذا كانت كا² > 0 فهذا يدل على وجود فروق بين تكرارات العينة الملاحظة وبين تكرارات التوزيع النظري للمجتمع (التكرارات المتوقعة) ويكون الفرض الصفري هنا حول المجتمع الأصلي الذي تسحب منه العينة، فهو يفترض عدم وجود فروق دالة إحصائيا بين تكرارات العينة الملاحظة أو المشاهدة والتكرارات المتوقعة فإذا ما تم رفض الفرض الصفري (تطابق العينة مع المجتمع) فيتم قبول الفرض البديل للبحث والذي عادة ما يكون عكس الفرض الصفري ويتم حساب قيمة كا² إجمالا انطلاقا من صيغة المعادلة التالية: **(21)**

$$\boxed{\chi^2 = \sum\frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}} \qquad \textbf{[16]}$$

حيث أن f_0 يمثل التكرارات المشاهدة و f_e يمثل التكرارات المتوقعة

في جميع الحالات نخرج من الحسابات بقيمة كا^2 المحسوبة نقارنها بقيمة كا^2 الجدولية كالتالي :

- إذا كانت كا^2 المحسوبة > كا^2 الجدولية فان كا^2 تكون دالة إحصائية .
- إذا كانت كا^2 المحسوبة < كا^2 الجدولية فان كا^2 ليست دالة إحصائية .

مثال (11): الجدول التالي يوضح آراء 80 طالبا سنة أولى ماستر حول إمكانية تأجيل الامتحانات فكانت استجاباتهم على النحو التالي :

الرأي	موافق	غير موافق	المجموع
التكرار	60	40	100

السؤال: هلة هناك فروق دالة احصائيا عند مستوى 0.05 بين تكرارات استجابات الطلبة

الفرضية

- ليس هناك فرق بين التكرارات $\quad f_E = f_O \quad H_0 : \chi^2 = 0$
- هناك فروق بين التكرارات $\quad f_E \neq f_O \quad H_1 : \chi^2 > 0$

f_e = حاصل قسمة مجموع التكرارات على عدد البدائل

$$f_e = \frac{\sum f}{C}$$

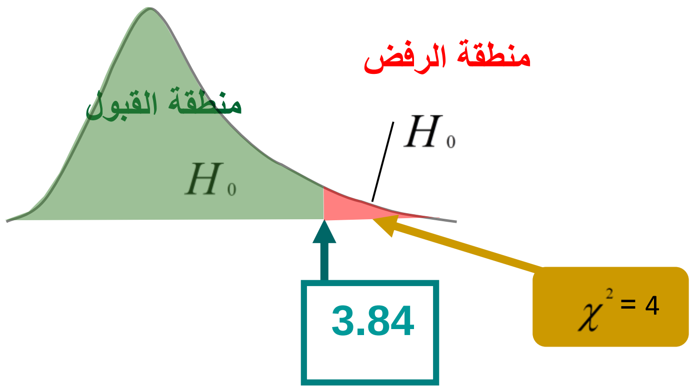
لحساب قيمة كا^2 نتبع الخطوات الموضحة في الجدول

البدائل	التكرارات المشاهدة f_o	التكرارات المتوقعة f_e	$f_o - f_e$	$(f_o - f_e)^2$	$\frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$
موافق	60	50	10	100	2=50/100
غير موافق	40	50	10	100	2=50/100
المجموع	100	100	/	/	4

حساب درجة الحرية : df = c–1 حيث أن c هو عدد البدائل (موافق/ غير موافق) أو الاعمدة

بالبحث في جداول كا^2 عند درجة حرية = 1 ومستوى دلالة 0.05 نجد قيمة كا^2 الجدولية = 3.84

$$\chi^2_{(df\ 1, \alpha 0.05)} = 3.84 \cdot$$



اتخاذ القرار : بما أن القيمة المحسوبة $\chi^2 = 4$ أكبر تماما من القيمة الجدولية (3.84) نرفض الفرض الصفري ونقبل الفرض البديل الذي يقول هناك فروق دالة احصائيا بين تكرارات استجابات الطلبة

ثانيا اختبار مربع كاي للاستقلالية chi square test Teting of Independences

كاي تربيع للاستقلالية (Chi-Square test of independency) هو اختبار بسيط يقوم به الباحث لمعرفة ما إذا كان هناك علاقة بين متغيرين. اسميين في جدول تقاطعي يقرن بين المتغيرين فإذا كان المتغير الأول مثل الجنس ينقسم إلى قيمسن (ذكور/ إناث) والمتغير الثاني التحصيل ينقسم بدوره إلى قسمين (ناجح/ راسب)نسمي هذا الجدول التقاطعي بجدول 2x2 وهكذا ...الخ.

يجرى هذا الاختبار عن طريقة مقارنة قيمة يحددها الباحث مسبقا تعرف بمستوى المعنوية (الفا) بالقيمة المسماة p-Value تحسب من البيانات التوفرة، حيث سيتضح عن طريق المقارنة بين القيمتين ما إذا كانت هنالك علاقة بين الاثنين أم لا

فرضية العدم (Null hypothesis): لا توجد أي علاقة بين المتغيرين ويرمز لهذه الفرضية H0 والذي يتم افتراض صحته عند القيام بالاختبار.

عند القيام بالاختبار لمتغيرين، تكتب هذه الفرضية بهذه الطريقة: V1مستقل عن V2 ، حيث V1 و V2 تمثل المتغيرين تحت الدراسة. ويمكن كتابة فرض العدم الإحصائي بالشكل التالي:

H0: V1 is independent of V2

الفرض البديل (Alternative hypothesis): توجد علاقة بين المتغيرين تحت الدراسة ويرمز لهذه الفرضية HA وتكتب الطريقة التالية: V1 غير مستقل أو يتبع لـ V2 ، حيث V1 و V2 المتغيرين تحت الدراسة. ويمكن كتابة الفرض البديل بالشكل التالي:

HA: V1 is dependent on V2

مستوى المعنوية (Level of Significance) الفا:

عند إجراء إختبار كاي تربيع فإن على الباحث اختيار قيمة تسمى Level of Significance أو مستوى المعنوية (الفا) وهذه القيمة يمكن القول بأنها تمثل احتمال الوقوع في خطأ في الاختبار يسمى الخطأ من النوع الأول

وهو رفض فرض العدم H0مع أنه صحيح. بمعنى أن يستنتج الباحث بناء على البيانات المتوفرة أن هنالك علاقة بين المتغيرين مع أنه لا توجد علاقة وهو استنتاج خاطئ.

هذه القيمة التي يحددها الباحث يقوم بمقارنتها بقيمة تسمى p-value والتي يمكن حسابها يدويا أو باستخدام أحد البرامج الإحصائية وذلك من البيانات التي جمعها الباحث.

غالبا في الأبحاث ما يتم استخدام قيمة الفا أو Level of Significance على أنها 0،01 أو 0،05، و الاختيار يرجع للباحث ومدى مجال الخطأ الذي يود أن يسمح به، حيث في حالة إختيار الفا = 0،01 فإن نتيجة الاختبار تكون أدق.

اعتمادا على القانون العام لاختبار كا^2 رقم [16]

$$\text{التكرار المتوقع للخلية} = \frac{\text{مجموع الصف} \times \text{مجموع العمود}}{\text{حجم العينة}}$$

$$f_e = \frac{(\sum r)\times(\sum c)}{n}$$

نكرر تطبيق هذه المعادلة لجميع على كل الخلايا في الصفوف والأعمدة لكلا المتغيرين

تحديد درجات الحرية:

درجات الحرية = (عدد الصفوف – 1) × (عدد الأعمدة – 1)

تحديد قيمة كا^2 المجدولة:

يتم بعد ذلك تحديد قيمة كا^2 المجدولة من خلال الرجوع إلى جدول كا^2 عند درجة حرية محددة وفقا لمعطيات الدراسة

القرار:

نقارن كا^2 المحسوبة بالجدولية، فعندما تكون قيمة كا^2 المحسوبة أكبر من قيمة كا^{2}المجدولة فإننا نرفض الفرضية الصفرية أو فرض العدم والتي تنص على أنه لا توجد أي علاقة بين المتغيرين ونقبل الفرض البديل والتي تثبت وجود علاقة بين المتغيرين تحت الدراسة.

أما إذا كانت قيمة كا^2 المحسوبة أقل من قيمة كا^2 المجدولة فإننا نقبل الفرضية الصفرية أو فرض العدم **(22)**

مثال رقم (11) أراد الفريق العامل باحد المستشفيات معرفة العلاقة بين التدخين والإصابة بسرطان الرئة لدى عينة بلغ عدد أفرادها 200 فرد فتحصلوا على الجدول التالي:

	مصاب	غير مصاب	المجموع
مدخن	78	32	110
غير مدخن	30	60	90
المجموع	108	92	200

السؤال: هل هناك علاقة بين التدخين والإصابة بمرض السرطان

ملاحظة: التساؤل هنا عن العلاقة بمعنى اللااستقلالية ويمكن معرفته بالتأكد من وجود اختلاف معنوي بين المدخنين وغير المدخنين، أومن خلال البحث عن العلاقة بين المتغيرين وفي كلا الحالتين نتبع الخطوات التالية باستخدام كاي تربيع. (أنظر 23)

الفرضية الصفرية H0 – ليس هناك علاقة بين التدخين والإصابة بالسرطان

أو يمكن القول H0 – لا توجد فروق دالة بين تكرارات المصابين وغير المصابين تبعا لمتغير التدخين

	مصاب		غير مصاب			مصاب	غير مصاب	مصاب	غير مصاب	مصاب	غير مصاب
	f_o	f_e	f_o	f_e	مج	$f_o - f_e$	$f_o - f_e$	$(f_o - f_e)^2$	$(f_o - f_e)^2$	$\frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$	$\frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$
مدخن	**78**	59.4	**32**	50.6	**110**	18.6	-18.6	345.96	345.96	5.82	6.83
غير مدخن	**30**	48.6	**60**	41.4	**90**	-18.6	18.6	345.96	345.96	7.11	8.35
مج	**108**		**92**		**200**		/	/		المجموع= 28.11=8.35+7.11+6.83+5.82	

القيمة المحسوبة : كا^2 =28.11

حساب درجة الحرية: df = (عدد الاعمدة -1) x (عدد الصفوف -1)

بالبحث في جداول كا^2 عند درجة حرية = 1 ومستوى دلالة 0.05 نجد قيمة كا^2 الجدولية = 3.84

$$\chi^2_{(df\ 1,\alpha 0.05)} = 3.84$$

اتخاذ القرار : بما أن القيمة المحســـوبة χ^2 =28.11 أكبر تماما من القيمة الجدولية (3.84) نرفض الفرض الصفري ونقبل الفرض البديل الذي يقول هناك فروق دالة احصائيا بين تكرارات استجابات الطعلاقة بين التدخين والإصابة بالسرطان.

ثانيا معامل ارتباط فاي (Phi Correlation Coefficient)

يستخدم معامل ارتباط فاي في حساب العلاقة بين متغيرين منفصلين اسميين وتحديدا في الحالات التي ينقسم فيها كل متغير إلى نوعين مختلفين مثل الصفات ونقيضها ذكور إناث ، علمي أدبي، لذا فهو يصلح لتحليل مفردات أسئلة الاختبارات النفسية التي تنقسم إلى قسمين مثل (نعم، لا) . **(24).**

ويتم حساب قيمة معامل فاي انطلاقا من المعادلة رقم [17]

$$R\phi = \frac{AD-BC}{\sqrt{(A+B)(C+D)(A+C)(B+D)}} \qquad \textbf{[17]}$$

مثال رقم (12)

لمعرفة العلاقة الارتباطية بين نوع الجنس والتحصيل الدراسي جرى تقسيم عينة من الطلبة وفق ما هو موضح في الجدول

المتغير	ناجح	راسب	المجموع
ذكور	A 35	B 37	A+B 72
إناث	C 14	D 34	C+D 48
المجموع	A+C 49	B+D 71	120

الفرضية الصفرية H0 . لا توجد علاقة ارتباطية دالة إحصائيا بين الجنس والتحصيل الدراسي
الفرضية البديلة: توجد علاقة ارتباطية دالة احصائيا بين الجنس والتحصيل الدراسي إذا كانت القيمة المحسوبة كا^2 أكبر من كا^2 الجدولية
ملاحظة: يتم تحويل قيمة فاي إلى كا^2 من خلال القانون التالي:

$$\chi^2 = (R\phi)^2 \times N$$

حساب قيمة فاي: $R\phi = \frac{(35x34)-(37x14)}{\sqrt{(49)(71)(48)(72)}}$

$= 0.19$

هناك علاقة ارتباطية طردية ضعيفة

للتحقق من دلالة قيمة فاي تحولها إلى كا^2 حيث أن

كا2 = فاى2 × ن

كا2 = (0.19)2 × 120 = 4.33

حساب كا2 الجدولية :

لحسابها يلزم حساب درجة الحرية ومستوى الدلالة :

درجة الحرية = (عدد الصفوف – 1) × (عدد الأعمدة – 1)

= (2 – 1) × (2 – 1) = 1 × 1 = 1

مستوى الدلالة = 0.05 .

بالبحث فى جداول كا2 عند درجة حرية = 1 ومستوى دلالة 0.05 نجد قيمة كا2 الجدولية = 3.841

تحديد مدى دلالة كا2 :

نقارن قيمة كا2 المحسوبة بقيمة كا2 الجدولية نجد أن :

قيمة كا2 المحسوبة = 4.33 > قيمة كا2 الجدولية = 3.841

لذا فان كا2 دالة إحصـائية عند مسـتوى دلالة 0.05 .وهو ما يشـير إلى رفض الفرض الصـفري وقبول الفرض البديل الذي يشير إلى وجود علاقة ارتباطية دالة احصائيا بين الجنس والتحصيل الدراسي.

3.4. معامل التوافق: contingency coeficient of correlation

يســـتخدم معامل ارتباط التوافق في حســـاب العلاقة الارتباطية بين متغيرات اسمية غير قابلة للقياس العددي بعد رصـدها في جداول تقاطعية عدد خلايا أعمدتها أو صـفوفها أكبر من 2 مثل الحالة الاجتماعية (أعزب، متزوج، مطلق، أرمل) أو الجنسـية (جزائري، مصـري، تونسـي، ...الخ) وغيرها من المتغيرات التي لا نسـتطيع ياسـها كميا على ان يزيد عدد عن اربعة (04) خلايا (25) وتعرف قيمته انطلاقا من قيمة كا^2 انطلاقا من القانون التالي:

$$C = \sqrt{\frac{\chi^2}{N + \chi^2}} \qquad [18]$$

كما يمكن حساب قيمته بشكل مباشر من خلال القانون التالي:

$$C = \sqrt{1 - \frac{1}{L}} \qquad [19]$$

C = معامل التوافق

$$L = \text{مج} \left[\frac{\text{مربع تكرار الخلية}}{\text{مجموع التكرارات عمود الخلية} \times \text{مجموع تكرارات صف الخلية}} \right]$$

مثال رقم 13: لمعرفة دلالة العلاقة بين المسـتوى الاقتصـادي للطالب والتحصـيل الدراسـي تحصـل باحث على بيانات عينة تتكون من 80 طالبا وفق ما هو موضح في الجدول التالي:

	مستوى اق ضعيف	مستوى اق متوسط	مستوى اق جيد	المجموع
ناجح	22	18	10	50
راسب	13	12	5	30
	35	30	15	80

السؤال: هل هناك علاقة ارتباطية دالة احصائيا بين المستوى الاقتصادي للطالب والتحصيل الدراسي

الفرضية الصفرية: H0 لا توجد علاقة ارتباطية دالة احصائيا بين المستوى الاقتصادي للطالب والتحصيل الدراسي

الفرضـــية البديلة : إذا ثبت أن قيمة كا^{2}المحســـوبة أكبر من قيمة كا^2 الجدولية فإننا نرفض الفرض الصــفري ونقبل الفرض البديل الذي يشير إلى وجود علاقة ارتباطية دالة احصائيا بين المستوى الاقتصادي والتحصيل الدراسي

نحصل على قيمة كا^2 المحسوبة انطلاقا من القانون التالي:

$$\boxed{\chi^2 = \frac{N \, x \, c^2}{1-c^2}}$$

N = عدد أفراد العينة

C^2 = مربع معامل التوافق

- حساب قيمة معامل التوافق $c = \sqrt{1-\frac{1}{L}}$

$$L = \frac{22^2}{50x35} + \frac{18^2}{50x30} + \frac{10^2}{50x15} + \frac{13^2}{30x30} + \frac{12^2}{30x30} + \frac{5^2}{30x15} = 1.21$$

$$C = \sqrt{1-\frac{1}{1.21}} = \sqrt{1-0.82} = \sqrt{0.18} = 0.42$$ علاقة ارتباطية طردية متوسطة

حساب قيمة كا^2

$$\chi^2 = \frac{N \, x \, c^2}{1-c^2} = \frac{80 \, x \, (0.42)^2}{1-(0.42)^2} \; \frac{13.6}{0.83} = 16.38$$

حساب كا2 الجدولية :

لحسابها يلزم حساب درجة الحرية ومستوى الدلالة :

درجة الحرية = (عدد الصفوف – 1) × (عدد الأعمدة – 1)

= (2 – 1) × (3 – 1) = 2 × 1 = 2

مستوى الدلالة = 0.05 .

بالبحث في جداول كا^2 عند درجة حرية = 2 ومستوى دلالة 0.05 نجد قيمة كا^{2}الجدولية = 5.99

تحديد مدى دلالة كا^2 :

نقارن قيمة كا^2 المحسوبة بقيمة كا^2 الجدولية نجد أن :

قيمة كا^2 المحسوبة = 16.38 > قيمة كا^2 الجدولية = 5.99

لذا فان كا^2 دالة إحصــائية عند مســتوى دلالة 0.05 .وهو ما يشــير إلى رفض الفرض الصــفري وقبول الفرض البديل الذي يشير إلى وجود علاقة ارتباطية دالة احصائيا بين المستوى الاقتصادي والتحصيل الدراسي.

- 5. نماذج من المعالجة الإحصائية اللابارمتربة (اللامعلمية) في المستوى الرتبي
  - 1.5. اختبار ويلكوكسن للفروق ذات الإشارة الأقل عددا
  - 3.5. اختبار فريدمان لتحليل التباين
  - 4.5. معامل سبيرمان لارتباط الرتب

1.5. اختبار ويلكوكسن للفروق ذات الإشارة الأقل عددا

يستخدم الباحثون اختبار ويلكوكسن حينما يتعذر عليهم استخدام اختبار "ت" لمتوسطين مرتبطين)عينة واحدة) أي حينما لا تتفر الشروط اللازمة لاستخدام اختبار "ت" – سيأتي تفصيلها لاحقا- ويصلح اختبار ويلكوكسن في حالة المقارنة بين دراجات المجموعة التجريبية في القياسين القبلي والبعدي كما يصلح في حساب الفروق بين درجات مجموعة من الأفراد في اختبار ما ودرجات نفس المجموعة من الألإراد في اختبار آخر ، وبصفة عامة يصلح هذا الاختبار في المجموعات المتكافئة التي يناظر فيها كل درجة في القياس الاول درجة في القياس الثاني لنفس المجموعة من الأفراد وقد أطلقت رمزية الغريب على هذا الاختبار اسم اختبار الأزواج المتماثلة، ولا يستخدم هذا الاختبار في التصنيفات الاسمية أي انه يشترط أن تكون البيانات في شكل درجات وذلك حينما تتراوح أعدادها بين (6- 25) ويمكن حساب قيمة ويلكوكسن إذا تجاوز عدد الأفراد (25) باستخدام قانون خاص بهذه الحالة **(26)**

ملاحظة: ويلكوكسن ليس له قانون تتم من خلاله حساب القيمة المحسوبة بل تتم حساب قيمته اعتمادا على الخطوات الموضحة في الجدول للمثال التالي:

مثال رقم (14) طبق باحث مقياسا لقياس الدافعية نحو التعلم (قياس قبلي) على عينة تتكون من (12) طالبا وبعد تطبيق برنامج لزيادة درجة الدافعية قام بتطبيق نفس المقياس على نفس المجموعة من الأفراد(قياس بعدي) فتحصل على النتائج التالية:

القياس القبلي	12	14	15	18	16	13	14	18	16	15	12	11
القياس البعدي	11	12	11	12	19	13	16	19	12	13	16	16

السؤال: هل هناك فروق دالة إحصائيا بين درجات القياس القبلي والبعدي

الفرضية الصفرية $H0$ لا توجد فروق دالة إحصائيا بين درجات القياس القبلي والبعدي

الفرض البديل $H1$ توجد فروق دالة احصائيا بين درجات القياس القبلي والبعدي إذا تحقق أن قيمة w ويلكوكسن المحسوبة أقل من القيمة w الجدولية عند مستوى دلالة 0.05 بدلالة الطرفين

خطوات الحل:

1. نضع درجات القياس القبلي والبعدي في عمودين متتاليين .
2. نحسب الفروق بين القياس القبلي والبعدي كما هو موضح في العمود الثالث من الجدول اللاحق.
3. نرتب الفروق ترتيبا تصاعديا بغض النظر عن الإشارة وتجاهل الفروق المنعدمة.
4. نسجل رتب الفروق الموجبة في العمود الرابع ومجموعها $w1$.
5. نسجل رتب الفروق السالبة ومجموعها في العمود الخامس $w2$
6. قيمة وسلكوكسن هي مجموع رتب الفروق ذات الإشارة الأقل عددا، وفي حال التساوي في العدد نأخذ الأقل مجموعا، وإذا تساوو في المجموع نأخذ واحدة منهما.

القياس القبلي	القياس البعدي	الفرق	رتبة الفرق الموجب	رتبة الفرق السالب
12	14	-2		4
14	12	+2	4	
15	11	+4	8	
18	12	+6	11	
16	19	-3		6
13	13	0	/	/
14	16	-2		4
18	19	-1		1.5
16	12	+4	8	
15	14	+1	1.5	
12	16	-4		8
11	16	-5		10
		المجموع	w1=32.5	w2 =33.5

بما أن الفروق الأقل عددا هي الفروق الموجبة فإن قيمة ويلكوكسن هي مجموع رتب هه الفروق أي w1= 32.5

حساب درجة الحرية: ن – 1 مع استبعاد الفروق الصفرية أي أن ن = 11-1 = 10

بالعودة إلى جداول ويلكوكسن نجد أن قيمة w الجدولية عند مستوى دلالة 0.05 وبدلالة الطرفين تساوي w=8

اتخاذ القرار : بما ان القيمة المحسوبة 32.5 أكبر من القيمة المجدولة فإننا نقبل الفرض الصفري الذي يقول بعدم وجود فروق معنوية بين القياسين القبلي والبعدي.

- **2.5. اختبار فريدمان لتحليل التباين للعينات المترابطة**

اقترح الباحث Milton Friedman سنة (1937) طريقة لاختبار وجود فروق في تأثير المعالجة المختلفة من عدمه إذا أعطيت المشاهدات رتبا بدل القيم الاصلية **(27)** وهو من الأساليب الإحصائية اللابارمترية في المستوى الرتبي التي تستخدم لاختبار دلالة الفرق بين رتب أكثر من مجموعتين مترابطتين أو مجموعات متشابهة من الأفراد، ويستخدم أيضا في التجارب التي يتم فيها إعادة القياس عددا من المرات على نفس المجموعة، ويعتمد اختبار فريدمان على افتراض أن مجموعات القيم المترابطة تأتي من مجموعات متشابهة (الفرض الصفري) باستخدام البيانات الرتبية

بدلا من بيانات نسبية أو المسافة.**(28)** واستنادا إلى المعادلة رقم [20] أو [21] **(29)** يمكن اختبار صحة الفرضية الصفرية التي تشير إلى أن مجموعات الدرجات التالية تنتمي إلى مجموعات متشابهة

$$\chi_F^2 = \left[\frac{12}{nr(r+1)}\sum R_{.j}^2\right] - 3n\,(r+1)$$ [20]

$$\chi_F^2 = 12n[r(r+1)]^{-1}\sum_{j=1}^{r}(\overline{R_j} - \frac{r+1}{2})^2$$ [21]

مثال رقم (15) لمعرفة أثر طريقة التدريس على تحصيل مجموعة من الطلبة قام أحد الباحثين بقياس درجات تحصيل الطلبة بعد الفراغ من تطبيق طريقة من طرق التدريس في نهاية كل فصل دراسي فتحصل على النتائج الموضحة في الجدول أدناه.

الأفراد	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	مج الرتب
الطريقة 1	12	14	12	14	15	11	16	13	11	14	/
الطريقة 2	12	12	16	14	15	11	18	13	15	12	/
الطريقة 3	15	15	16	14	12	16	12	14	12	12	/
رتبة طريقة 1	1.5	2	1	2	2.5	1.5	2	1.5	1	3	18
رتبة طريقة 2	1.5	1	2.5	2	2.5	1.5	3	1.5	3	1.5	20
رتبة طريقة 3	3	3	2.5	2	1	3	1	3	2	1.5	22

خطوات الحل: يمثل الصف الأول أرقام أفراد العينة بينما تمثل الصفوف الثلاث التالية درجات كل فرد من أفراد العينة حسب طرق التدريس الثلاث

1. نقوم بترتيب درجات كل فرد من أفراد العينة ترتيبا تصاعديا فمثلا درجات الفرد 01 هي (12، 12، 15) فتعطى الرتب (1.5، 1.5، 3) على التوالي وهكذا مع بقية أفراد العينة
2. نحسب مجموع رتب كل طريقة من طرق التدريس
3. اعتمادا على نص المعادلة رقم [20] حيث أن r هي عدد البدائل (طرق التدريس) و n تمثل عدد الأفراد

بينما $\sum_{j=1}(\overline{R_j}$ تمثل مجموع مربعات مجاميع رتب كل صف

$$\chi_F^2 = \frac{12}{10x3x\,(3+1)}\,x[\,(18)^2+(20)^2+(22)^2]-3x10x(3+1)=0.8$$

القيمة المحسوبة هي 0.8

نقارن الفقيمة المحسوبة بالقيمة الجدولية في جداول كا^2 التي تحسب من خلال درجة الحرية (عدد البدائل −1)

مستوى الدلالة = 0.05 .

بالبحث فى جداول كا^2 عند درجة حرية = 2 ومستوى دلالة 0.05 نجد قيمة كا^{2}الجدولية = 5.99

تحديد مدى دلالة كا^2 :

نقارن قيمة كا^2 المحسوبة بقيمة كا^2 الجدولية نجد أن :

قيمة كا^2 المحسوبة = 0.8 < قيمة كا^2 الجدولية = 5.99

لذا فان كا^2 دالة إحصائية عند مستوى دلالة 0.05 .وهو ما يشير إلى قبول الفرض الصفري الذي يشير إلى أن مجموعات الدرجات تنتمي إلى مجموعات متشابهة.

3.5. معامل سبيرمان لارتباط الرتب : Spearman rank Correlation Coefficient

يستخدم معامل ارتباط سبيرمان في الحالات التي ينقسم فيها كلا المتغيرين إلى فئات منفصلة، وإذا كانت المتغيران في صورة رتب، أو إذا كان المتغيران متصلين ضمن شروط معينة، ويفضل استخدام الرتب بدل الدرجات الخام حيث يعد معامل ارتبط سبيرمان حالة خاصة من معامل ارتباط بيرسون الذي يستخدم مع المتغيرات التي يكون قياسها في المستوى الفئوي أو النسبي، ويفضل استخدام معامل ارتباط سبيرمان في الحالات التي يقل فيها عدد أفراد العينة عن (10) ومن الممكن استخدامه بوجه خاص حينما لا يتجاوز حجم أفراد العينة (30) فردا ويعتمد في حسابه على الفروق بين الرتب في كلا المتغيرين ولا يعتمد على الدرجات الخام، فهو من أساليب المعالجة الإحصائية اللابارامترية التي تعتمد المعالجة غير المباشرة للبيانات، وهو واحد من أقدم طرق المعالجة الإحصائية للفرضيات الارتباطية. **(30)**

لحساب معامل سبيرمان لارتباط الرتب يقوم بترتيب كل من المتغيرين ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً (أما تصاعدياً لكلا المتغيرين أو تنازلياً لكليهما). وفي حالة الترتيب التصاعدي تأخذ أقل قيمة من قيم المتغير الرتبة رقم 1، والقيمة الأعلى منها مباشرة الرتبة رقم 2 وهكذا (بالنسبة لكل من المتغيرين). أما

في حالة الترتيب التنازلي تأخذ أكبر قيمة من قيم المتغير الرتبة رقم 1، والقيمة الأقل منها مباشرة الرتبة رقم 2 وهكذا (بالنسبة لكل من المتغيرين). وعند تساوي قيمتين (أو أكثر) من قيم المتغير نعطي كل قيمة رتبة مختلفة (كما لو كانت القيم غير متســاوية) ثم نحســب متوســط هذه الرتب، ويعطى هذا المتوسط لكل من هذه القيم المتساوية.

وبعد ترتيب المتغيرين نحسب الفروق بين رتب كل من المتغيرين (ونرمز للفروق بالرمز d) ثم نقوم بتربيع هذه الفروق ونحصــل على مجموعها أي نحصــل على $\sum d^2$ ثم نعوض في معامل ســبيرمان لارتباط الرتب والذي يأخذ الشكل التالي : **(31)**

[22]

$$r_s = 1 - \frac{6(\sum d^2)}{n(n^2-1)}$$

حيث : $\sum d^2$ هو مجموع مربعات الفروق بين رتب المتغيرين، n هي عدد أزواج القيم.

مثال رقم (16) لمعرفة نوع العلاقة بين تحصيل الطالب في مادة الإحصاء والقياس النفسي قام أحد الأساتذة برصد درجات عينة من الطلبة في كلا المقياسين فتحصل على النتائج التالية:

الأفراد	الاحصاء (س)	القياس (ص)	رتبة (س)	رتبة (ص)	الفرق d	مربع الفرق d^2
01	14	11	3.5	1	2.5	6.25
02	12	12	1.5	2.5	-1	1
03	15	14	5	4.5	0.5	0.25
04	16	18	6	7	-1	1
05	18	15	7	6	1	1
06	14	12	3.5	2.5	1	1
07	12	14	1.5	4.5	3	9
المجموع						19.5

$$r_s = 1 - \frac{6(Sd^2)}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6(\sum d^2)}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6(19.5)}{7(49-1)}$$

$$= 1 - \frac{117}{336} = 1 - 0.35$$

$$r_s = 0.65$$

من أجل معرفة نوع العلاقة بين درجات الاحصاء والقياس يمكن الرجوع إلى السلم التالي:

(32)

ضعيفة جدا	صفر – أقل من 0.20
ضعيفة	0.20 – أقل من 0.40
متوسطة	0.40 – أقل من 0.60
قوية	0.60 – أقل من 0.80
قوية جدا	0.80 – أقل من 1.00
تام	1.00

وبما أن قيمة معامل الارتباط في المثال هي 0.65 فإن العلاقة بين التحصيل في مقياس الإحصاء ومقياس القياس النفسي هي علاقة ارتباطية طردية قوية.

مثال رقم (17) بما أن معامل سبيرمان لارتباط الرتب يصلح للبيانات الكمية والنوعية. تمثل التقديرات التالية تقديرات مجموعة من الطلبة في مقياسي الإحصاء والقياس النفسي، والمطلوب هو معرفة نوع العلاقة الارتباطية بين المتغيرين.

الاحصاء	مقبول	حسن	ممتاز	جيد	جيد جداً	ممتاز	جيد
القياس	جيد جداً	مقبول	جيد جداً	جيد جدا	جيد	حسن	ممتاز

والمطلوب حساب معامل سبيرمان لارتباط الرتب بين هذين المتغيرين ؟

الحل :

تنظم الحل في الجدول التالي مع ملاحظة ما يلي :

1 – بالنسبة للمتغير الأول، فإن التقدير الأعلى سيحصل على الرتبة رقم 1 والأقل منه مباشرة سيحصل على الرتبة رقم 2 وهكذا.. أي أن الترتيب تنازلي. ونكرر العمل نفسه مع السؤال الثاني.

2 – عند حصول إجابتين أو أكثر على التقدير نفسه نعطي لكل إجابة مبدئياً رتبة كما لو كانوا مختلفين ثم نحسب متوسط هذه الرتب، وهذا المتوسط هو الذي يعطى لكل إجابة.

3 – ثم نحسب الفروق بين رتب السؤالين ونرمز لها بالرمز d ثم نربع هذه الفروق فنحصل على d2 ونعوض في القانون عن $\sum d^2$ مع ملاحظة أن n = 7. (**مطبوعة الارتباط، ص 188**)

d^2 مربعات الفرق	**d الفرق بين الرتب**	**رتب Y**	**رتب X**	**القياس Y**	**الاحصاء X**
12.25	3.5	3.5	7	جيد جدا	مقبول
1	−1	7	6	مقبول	حسن
16	−4	5.5	1.5	جيد	ممتاز
1	1	3.5	4.5	جيد جدا	جيد
2.25	−1.5	5.5	3	جيد	جيد جداً
0	0	1.5	1.5	ممتاز	ممتاز
9	3	1.5	4.5	ممتاز	جيد
41.5	**Zero**				

$$r_s = 1 - \frac{6(\sum d^2)}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6(\sum d^2)}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6(41.5)}{7(49-1)}$$

$$= 1 - \frac{348}{336} = 1 - 0.74$$

$$r_s = 0.26$$

وهذا يعني أن الارتباط بين تقديرات الطلبة في مقياسي الإحصاء والقياس النفسي هو ارتباط طردي ضعيف.

اختبار معنوية ارتباط الرتب :

عند اختبار الفرض العدمي بعدم وجود ارتباط رتب بين المتغيرين لسنا في حاجة لوضع أي شروط عن طبيعة المجتمع المسحوبة منه العينة.

وتحت الفرض العدمي بعدم وجود ارتباط فإن توزيع المعاينة للمعامل يكون له متوسط يساوي صفر وانحراف معياري يساوي : $\sigma rs = \frac{1}{\sqrt{n-1}}$ وأن هذا التوزيع يكون له – تقريباً – توزيع طبيعي فإن خطوات الاختبار تكون كما يلي :

1 – الفرض العدمي : لا يوجد ارتباط بين المتغيرين (أو معامل الارتباط يساوي الصفر):

$$Ho : R = 0$$

2 – الفرض البديل : يوجد ارتباط بين المتغيرين (أو معامل الارتباط لا يساوي الصفر):

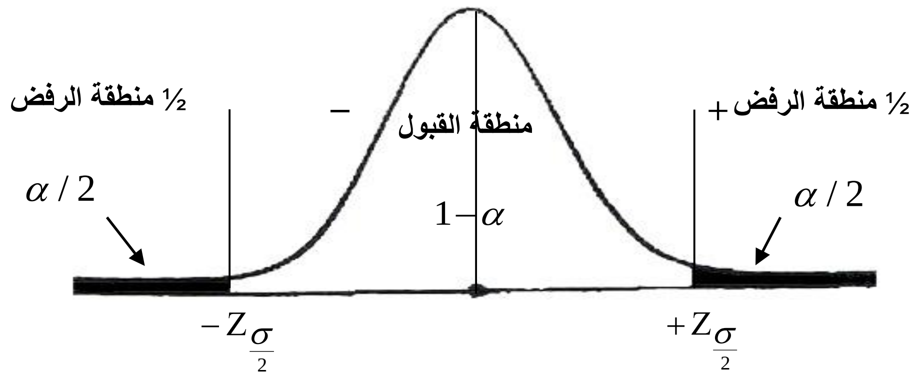
$$H1 : R \# 0$$

3 – الإحصائية : والتي تكتب – اختصاراً – كما يلي :

$$Z = r_s \sqrt{n-1}$$

والتي لها توزيع طبيعي معياري.

4 – حدود منطقتي القبول والرفض : (اختبار الطرفين للتوزيع الطبيعي)



5 – المقارنة والقرار: حيث نقارن قيمة الإحصـــائية بحدود منطقتي القبول والرفض. فإذا وقعت في منطقة القبول نقبل الفرض العدمي والعكس صحيح.

لبيانات المثال السابق رقم (16) حيث $n = 7$، $r_s = 0.65$

اختبر الفرض العدمي بعدم وجود ارتباط بين عدد الســـاعات التي يذاكرها الطالب والدرجات التي يحصل عليها في الامتحان وذلك بمستوى معنوية % 1.

<u>الحل :</u>

1 – الفرض العدمي :_لا يوجد ارتباط بين المتغيرين. أي أن :

$$Ho : R = 0$$

2 – الفرض البديل : يوجد ارتباط بينهما. أي أن :

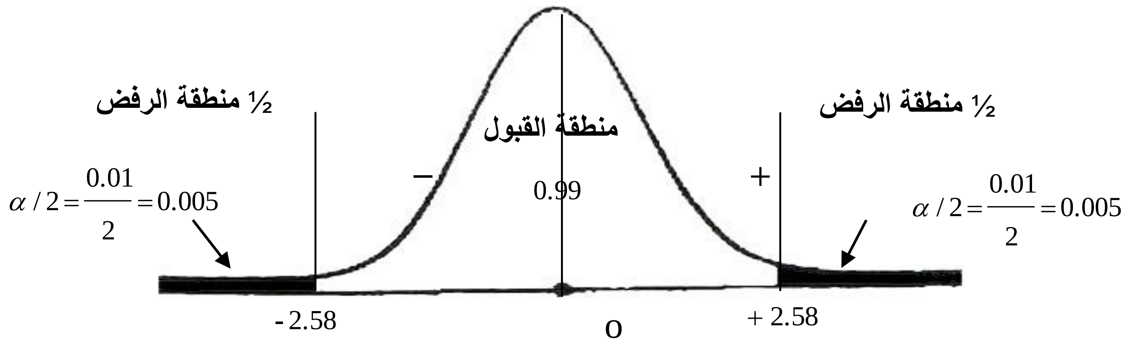
$$H1 = R \# 0$$

3 – الإحصائية :

$$Z = r_s \sqrt{n-1} = 0.65\sqrt{7-1} = 0.65\sqrt{6}$$
$$Z = 1.59$$

4 – حدود منطقتي القبول والرفض :

(توزيع Z، واختبار الطرفين، ومستوى المعنوية % 1 = &)



5 – المقارنة والقرار : وحيث أن قيمة الإحصائية (1.59) تقع في منطقة القبول (أقل من 2.58) فإن القرار هو قبول الفرض العدمي أي أنه لا توجد علاقة ارتباطية دالة إحصـــائيا بين المتغيرين عند مستوى دلالة 1%.

لبيانات المثال السابق رقم (17) حيث n = 7، $r_s = 0.26$

اختبر الفرض العدمي بعدم وجود ارتباط بين عدد الســـاعات التي يذاكرها الطالب والدرجات التي يحصل عليها في الامتحان وذلك بمستوى معنوية 1 %.

<u>الحل :</u>

1 – الفرض العدمي :_لا يوجد ارتباط بين المتغيرين. أي أن :

Ho : R = 0

2 – الفرض البديل : يوجد ارتباط بينهما. أي أن :

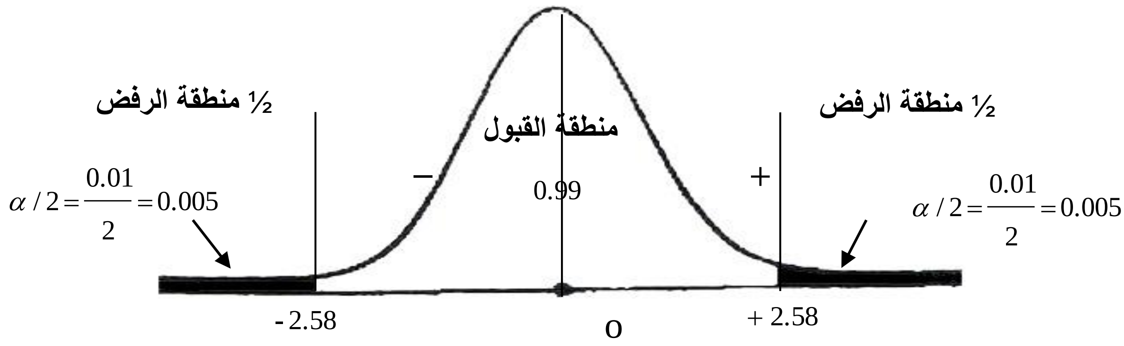
H1 = R # 0

3 – الإحصائية :

$$Z = r_s\sqrt{n-1} = 0.26\sqrt{7-1} = 0.26\sqrt{6}$$
$$Z = 0.63$$

4 – حدود منطقتي القبول والرفض :

(توزيع Z، واختبار الطرفين، ومستوى المعنوية 1 % = &)



5 – المقارنة والقرار : وحيث أن قيمة الإحصائية (0.63) تقع في منطقة القبول (أقل من 2.58) فإن القرار هو قبول الفرض العدمي أي أنه لا توجد علاقة ارتباطية دالة إحصـــائيا بين المتغيرين عند مستوى دلالة 1%.

1.6. معامل بيرسون للارتباط الخطي البسيط :

معامل بيرسون للارتباط الخطي من أكثر معاملات الارتباط استخداماً خاصة في العلوم الإنسانية والاجتماعية، ومستوى القياس المطلوب عند تطبيقه هو أن يكون كلا المتغيرين مقياس فترة أو نسبي أو بمعنى اخر أن تكون بيانات كلا المتغيرين(الظاهرتين) بيانات كمية .**(33)**

يفترض بيرســون Pearson أن المتغيرين كميان، وأن العلاقة بينهما خطية (أي تأخذ شــكل خط مســتقيم). كما يرى بيرســون أن أفضـــل مقياس للارتباط بين متغيرين قد يختلفان في وحدات القياس و / أو في مستواهما العام – حسب رأي بيرسون – هو عن طريق حساب انحرافات كل من المتغيرين عن وسـطه الحسـابي وقسـمة هذه الانحرافات على الانحراف المعياري لكل منهما، فنحصـل على ما يسـمى بالوحدات المعيارية لكل متغير. ويكون معامل ارتباط بيرسـون هو " متوسـط حاصـل ضرب هذه الوحدات المعيارية ". ومعامل الارتباط يكون بدون تمييز. **(34)**

وبالرموز، إذا فرضنا أن المتغيرين هما X , Y وأن لدينا عدد n من أزواج القيم هي :

$$(x_1 , y_1),(x_2 , y_2),...,(x_n , y_n)$$

وأن الوسط الحسابي للمتغير X هو $\overline{X}$ وللمتغير Y هو $\overline{Y}$ وأن الانحراف المعياري للمتغير X هو Sx وللمتغير Y هو Sy فإن معامل بيرسون للارتباط الخطي والذي يرمز له بالرمز r هو :

الصيغة التعريفية لمعامل الارتباط **[23]**

$$r = \frac{1}{n}\sum\left(\frac{x-\bar{x}}{S_x}\right)\left(\frac{y-\bar{y}}{S_y}\right)$$

ونلاحظ من تعريف معامل بيرسون للارتباط الخطي البسيط أنه يجب أولاً حساب كل من $\overline{X}, \overline{Y}, S_x, S_y$، ثم حساب $\frac{x-\bar{x}}{S_x}$ لكل قيمة من قيم X، وحساب $\frac{y-\bar{y}}{S_y}$ لكل قيمة من قيم y

ثم ضرب $\frac{x-\bar{x}}{S_x}$ في $\frac{y-\bar{y}}{S_y}$ لكل زوج من القيم وأخذ مجموع حاصل الضرب ثم القسمة على n.

إن هذه العملية كما نرى تستغرق وقتاً طويلاً ونحتاج عمليات حسابية معقدة، لذلك فإنه عادة لا تستخدم الصيغة السابقة في حساب معامل الارتباط وتستخدم بدلاً منه الصيغة المختصرة التالية والتي تعطي بطبيعة الحال النتائج نفسها : -**(35)**

[24]

$$r = \frac{n(\sum xy) - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2}\sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

وكل ما نحتاجه لحساب معامل الارتباط الخطي لبيرسون بالصيغة المختصرة رقم **[24]** هو حساب : $\sum xy$, $\sum x^2$, $\sum y^2$ أي مجموع مربعات قيم x ومجموع مربعات قيم y ومجموع حاصل ضربهما بعد معرفة $\sum X$ ، $\sum Y$ ، n (حيث n هي عدد أزواج القيم)

مثال رقم (18): لمعرفة العلاقة بين الدافعية ومستوى الطموح لدى عينة عشوائية تتكون من 10 أفراد ، وتمثل القيم في العمود الأول من الجدول درجات الدافعية بينما تمثل القيم الواردة في العمود الثاني درجات أفراد العينة على مقياس مستوى الطموح.

الحل :

لحساب معامل بيرسون للارتباط الخطي يلزم حساب المجاميع:

$\sum x, \sum y, \sum xy$, $\sum x^2$, $\sum y^2$ لذلك يتم تنظيم حساب هذه المجاميع كما في الجدول التالي:

x الدافعية	y الطموح	xy	x^2	y^2
14	35	490	196	1225
18	42	756	324	1764
16	38	608	256	1444
15	35	525	225	1225
13	45	585	169	2025
14	32	448	196	1024
15	37	555	225	1369
18	38	684	324	1444
19	35	665	361	1225
18	45	810	324	2025
160	382	6126	2600	14770

ثم نطبق في الصيغة المختصرة رقم [24] لمعامل الارتباط حيث n = 10 :

$$r=\frac{n(\sum xy)-(\sum x)(\sum y)}{\sqrt{n\sum x^2-(\sum x)^2}\sqrt{n\sum y^2-(\sum y)^2}}$$

$$=\frac{10(6126)-(160)(382)}{\sqrt{10(2600)-(160)^2}\sqrt{10(14770)-(382)^2}}$$

$$=\frac{61260-61120}{\sqrt{26000-25600}\sqrt{147700-145924}}$$

$$=\frac{12184}{\sqrt{400}\sqrt{1776}}$$

$$=\frac{140}{824.85}$$

$$r=0.16$$

أي أن معامل بيرســون للارتباط الخطي بين الدافعية ومســتوى الطموح يســاوي 0.16 وهو ارتباط طردي (لأن إشارته موجبة) وضعيف جدا لأنه أقل من 0.20.

اختبار معنوية الارتباط Significance Of Correlation Coefficient :

إذا كانت قيمة معامل ارتباط العينة r قريبة **من** $+1$ أو -1 فإن هناك علاقة خطية قوية بين المتغيرين، وإذا كانت $r = 0$ فإنه لا توجد علاقة خطية بينهما، أما إذا كانت قيم r متوســطة فإنه يجب اختبار معنوية (أو دلالة) معامل ارتباط العينة، وهل هناك ارتباط حقيقي بين المتغيرين في المجتمع، أم أن الارتباط بينهما زائف وغير حقيقي. وفيما يلي نتناول بالتفصــيل اختبار معنوية معامل ارتباط المجتمع والذي نرمز له بالرمز R.

إذا كان المطلوب هو اختبار ما إذا كان هناك ارتباط بين المتغيرين أم لا أي إذا كان المطلوب هو اختبار الفرض العدمي : $R = 0$ أي أنه لا يوجد ارتباط حقيقي بين المتغيرين في المجتمع، مقابل الفرض البديل : $R \neq 0$ أي يوجد ارتباط حقيقي بين المتغيرين في المجتمع.

بافتراض أن المجتمع له توزيع طبيعي فإن معامل ارتباط العينة r يكون له توزيع t بوسط حسابي يســاوي R وانحراف معياري يســاوي $\sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}$ وذلك بدرجات حرية $n-2$. وبالتالي تكون خطوات اختبار أن معامل ارتباط المجتمع يساوي صفر كما يلي:

1 – الفرض العدمي : أن معامل ارتباط المجتمع يساوي صفر، أي لا يوجد ارتباط بين المتغيرين.

وبالرموز : $Ho: R = o$

2 – الفرض البديل : معامل ارتباط المجتمع لا يساوي صفر، أي ويجد ارتباط بين المتغيرين، وبالرموز

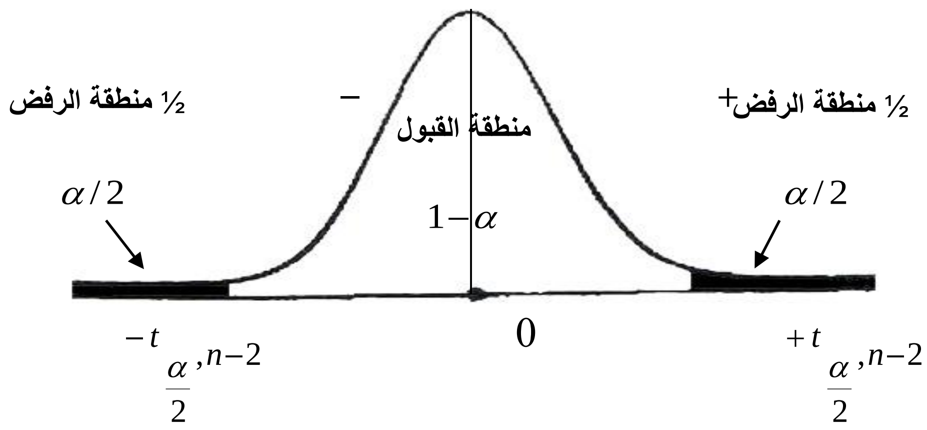
: $H_1 : R \# 0$

3 – إحصائية الاختبار : ستكون إحصائية الاختبار في هذه الحالة هي t والتي تأخذ الشكل التالي:

$$\boxed{T = \frac{r}{\sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}}}$$

والتي لها توزيع t بدرجات حرية $n-2$.

4 – حدود منطقتي القبول والرفض : والتي نحصل عليها من جدول t لمستوى معنوية يساوي $\frac{\alpha}{2}$ ودرجات حرية تساوي $n-2$ (اختبار الطرفين) :



– **المقارنة والقرار** : حيث نقارن قيمة إحصائية الاختبار (المحسوبة في الخطوة رقم 3) بحدود منطقتي القبول والرفض (من الخطوة رقم 4). فإذا وقعت قيمة الإحصائية في منطقة القبول فإن القرار هو قبول الفرض العدمي بأن $R = o$ أي لا يوجد ارتباط بين المتغيرين والعكس إذا وقعت قيمة الإحصائية في منطقة الرفض فإن القرار هو رفض الفرض العدمي، وفي هذه الحالة نقبل الفرض البديل بأن هناك ارتباط بين المتغيرين وذلك بمستوى معنوية يساوي α. **(36)**

من أجل اختبار معنوية معامل الارتباط المحســوب في المثال رقم (18) وذلك بمســتوى معنوية 0.05

الحل :

r = 0.16 ، n = 10

وتكون خطوات اختبار معنوية الارتباط كما يلي :

1 – الفرض العدمي : Ho : R = o

2 – الفرض البديل : H1 : R # o

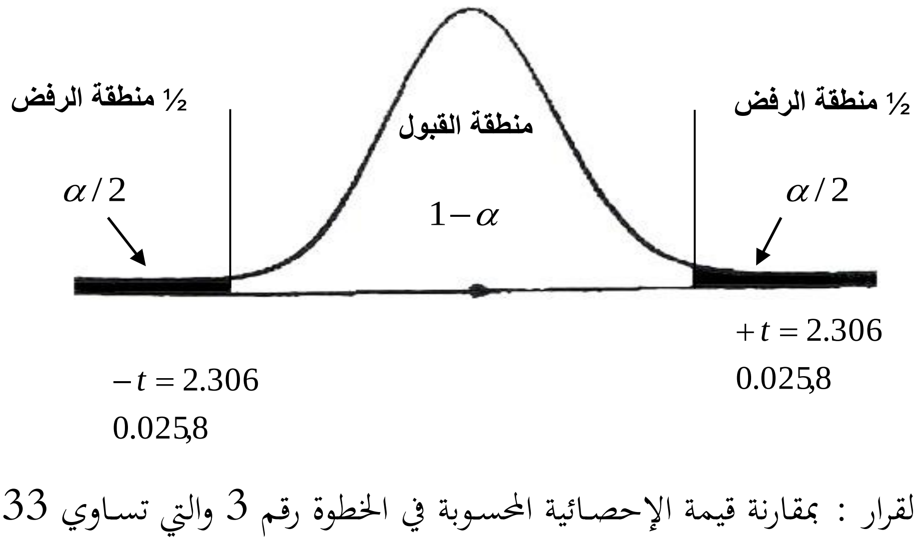
3 – الإحصائية :

$$t=\frac{r}{\sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}}=\frac{0.16}{\sqrt{\frac{1-(0.16)^2}{10-2}}}=\frac{0.16}{\sqrt{\frac{0.98}{8}}}=\frac{0.16}{0.12}$$

$$t=1.33$$

4 – حدود منطقتي القبول والرفض :

من جدول t حيث مستوى المعنوية $\alpha=0.05$, $\frac{\alpha}{2}=0.025$ ودرجات الحرية تساوي (n – 2 = 10 – 2=8) نجد أن قيمة t تساوي 2.306 وتكون حدود منطقتي القبول والرفض كما يلي:



5 – المقارنة والقرار : بمقارنة قيمة الإحصائية المحسوبة في الخطوة رقم 3 والتي تساوي 1.33 بحدود منطقتي القبول والرفض (أو قيم t الجدولية في الخطوة رقم 4) نجد أنها تقع في منطقة القبول (حيث أنها أقل من 2.306) لذلك فإن القرار هو : قبول الفرض العـدمي أي لا توجـد علاقة معنوية دالة عند مستوى 0.05.

2.6. اختبار ت لدلالة الفروق بين المتوسطات:

يعد اختبار "ت" من أكثر اختبارات الدلالة شيوعاً فى الأبحاث النفسية والاجتماعية والتربوية، وترجع نشــأته الأولى إلى أبحاث العالم "ســتودنت" ولهذا سمى الاختبار بأكثر الحروف تكراراً فى اسمه وهو حرف التاء، .ومن أهم المجالات التى يســـتخدم فيها هذا الاختبار الكشـــف عن الفروق بين تحصيل الذكور والإناث فى مادة دراسية ما وذلك عن طريق حساب دلالة فرق متوسط تحصيل الذكور عن متوسـط تحصـيل الإناث، ويمكن القول أن اختبار "ت" يسـتخدم لقياس دلالة فروق المتوسـطات غير المرتبطة والمرتبطة للعينات المتساوية والغير متساوية . **(37)**

ويشترط اختبار "ت" لتطبيقه جملة من الشروط يمكن إجمالها حسب **(38)**

1. حجم كل عينة.
2. الفرق بين حجم عينتي البحث.
3. مدى تجانس العينة.
4. مدى اعتدالية التوزيع التكرارى لكل من عينتى البحث.

1. **حجم كل عينة**: بما أن اختبار "ت" من الأساليب الإحصائية البارامترية فهو يقوم على نفس الاشـتراطات التي تتطلبها الأسـاليب الإحصـائية البارامترية وهي أن يزيد حجم أفراد العينة عن 30، غير أنه يمكن استخدام اختبار " ت" إذا قل حجم العينة عن 30 مع توفر بقية شروط الاحصاء البارامتري بشرط ان يزيد عن 5.
2. **الفرق بين حجم عينتى البحث** :بما أن حجم العينة يؤثر على قيمة المتوســط الحســابي لكل مجموعـة من مجموعتي المقـارنـة فمن المهم جـدا أن لا يكون الفرق بين حجمي العينتين كبيرا جدا.
3. **مدى تجانس العينتين**: يقصـــد بتجانس العينات مدى انتســابها إلى أصــل واحد أو أصــول متعددة . فإذا انتسـبت العينات إلى أصـل واحد فهى متجانسـة وإذا لم تنتسـب العينات إلى أصل واحد فهى غير متجانسة.

يحدد تجانس العينتين من خلال حساب قيمة النسبة الفائية حيث تحسب من العلاقة :

$$F = \frac{s^2 largest}{s^2 smallest}$$

حيث أن $s^2largest$ تعني التباين الأكبر بين المجموعتين و$s^2smallest$ تعني التباين الأصــغر هو الأصغر فى القيمة دون التحيز لأحد العينتين .

ومنه نحصل على قيمة لـ "F" تسمى بقيمة F المحسوبة ولتحديد التجانس تتم مقارنتها بقيمة F الجدولية ونحصـل عليها من جداول "F" الإحصـائية عند درجة حرية التباين الأكبر ودرجة حرية التباين الأصـغر ومسـتوى الدلالة الذى قيمته إما "0.05" أو "0.01" حيث نحسب درجات الحرية من القانون التالى :

درجة حرية التباين الأكبر البسط $df = n - 1$

حيث "ن" هى عدد أفراد العينة التى تباينها هو الأكبر .

درجة حرية التباين الأصغر المقام $df = n - 1$

حيث "ن" هى عدد أفراد العينة التى تباينها هو الأصغر .

تحديد التجانس

- إذا كانت قيمة "F" المحسوبة > قيمة "F" الجدولية فلا يوجد هناك تجانس .
- أما إذا كانت قيمة "F" المحسوبة < قيمة "F" الجدولية فيوجد هناك تجانس .

4. مدى اعتدالية التوزيع التكرارى لكل من العينتين

يكون التوزيع التكرارى معتدلاً عندما تكون قيمة الالتواء الخاص به محصـورة بين القيمتين [-3 ، +3] أى واقعة فى الفترة المغلقة -3 و +3 .

ويحسب الالتواء من القانون التالى :-

$$\text{الالتواء} = \frac{3\ (\text{متوسط} - \text{وسيط})}{\text{الانحراف المعياري}}$$

بعد التحقق من توافر الشروط اللازمة لاستخدام اختبار "ت" يمكن الإشارة إلى أنه إذا سقط أحد الشروط تسقط بقية الشــروط أي أنه لا يمكن اســتخدام اختبار "ت" ويتم اللجوء حينها لاســتخدام البديل اللابارامتري بحســب العلاقة بين المجموعتين، باســتثناء الشــرط الخاص بالتجانس حيث أنه في حل عدم تحقق هذا الشــرط يتم اللجوء للحالة الرابعة الموضحة في الجدول أدناه وهي الحالة الخاصة بحساب قيمة "ت" لعينتين غير متجانستين، ويتضـمن الجدول كل الحالات الممكنة لاختبار "ت"

الحالات المختلفة	التعيين	القانون	DF	اتخاذ القرار
متوسطين مرتبطين (ن1 = ن2)	مجموعة واحدة ونوعين من الدرجات مثل (درجات اختبار قبلي وبعدي، درجات مجموعة من الطلبة في اختبارين مختلفين)	$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\sum \mathrm{Div}^2 \mathrm{d}}{\mathrm{n(n-1)}}}}$	$DF = \mathrm{n} - 1$ القيمة تَ الجدولية من جداول ت بدلالة الطرفين أو الطرف حسب صياغة الفرض	إذا كانت ت المحسوبة < ت الجدولة نقبل **H0** إذا كنت ت المحسوبة ≤ تَ الجدولة نرفض **Ho** ونقبل الفرض البديل
متوسطين غير مرتبطين (ن1 = ن2)	مجموعتين مختلفتين مثل (ذكور وإناث ، العمال والبطالون) (ن1 = ن2)	$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s^2 1 + s^2 2}{n - 1}}}$	$DF = 2\mathrm{n} - 2$ القيمة تَ الجدولية من جداول ت بدلالة الطرفين أو الطرف حسب صياغة الفرض	إذا كانت ت المحسوبة < ت الجدولة نقبل **H0** إذا كنت ت المحسوبة ≤ تَ الجدولة نرفض **Ho** ونقبل الفرض البديل
متوسطين غير مرتبطين (ن1 ≠ ن2)	مجموعتين مختلفتين مثل (ذكور وإناث ، العمال والبطالون) (ن1 ≠ ن2)	$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2(n_1 - 1) + s_2^2(n_2 - 1)}{n_1 + n_2 - 2}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$	$DF = \mathrm{n1} + \mathrm{n2} - 2$ القيمة تَ الجدولية من جداول ت بدلالة الطرفين أو الطرف حسب صياغة الفرض	إذا كانت ت المحسوبة < ت الجدولة نقبل **H0** إذا كنت ت المحسوبة ≤ تَ الجدولة نرفض **Ho** ونقبل الفرض البديل
متوسطين غير متجانسين	يمكن تمييز هذا الصنف انطلاقا من قيمة معامل **Fisher** (أي أن هناك فرقا كبيرا بين تباين المجموعتين)	$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\mathrm{S}^2 1}{n1} + \frac{\mathrm{S}^2 2}{n2}}}$	تَ المجدولة تحسب بإتباع الخطوات التالية: 1. حساب **df1** = ن1 – 1 = $t1$ من جداول ت 2. حساب **df2** = ن2 – 1 = t2من جداول ت 3. نعوض قيمة تَ1 وتَ2 في المعادلة التالية: $t = \frac{t1\,\frac{\mathrm{S}^2 1}{n1} + \mathrm{t2}\,\frac{\mathrm{S}^2 2}{n2}}{\sqrt{\frac{\mathrm{S}^2 1}{n1} + \frac{\mathrm{S}^2 2}{n2}}}$	إذا كانت ت المحسوبة < ت الجدولة نقبل **H0** إذا كنت ت المحسوبة ≤ تَ الجدولة نرفض **Ho** ونقبل الفرض البديل

تمارين حول اختبار "ت" لدلالة الفروق بين المتوسطات

كيف يؤثر تجانس العينتين في قيمة "ت". التمرين الأول :

1. ضمن أية شروط ينبغي تطبيق اختبار "ت" لدلالة الفروق بين المتوسطات .
2. حدد ما يميز اختبار "ت" عن غيره من اختبارات دلالة الفروق .
3. ما الذي يميز اختبار "ت" عن اختبار تحليل التباين one way Anova
4. ما درجة الإخلال التي يتركها عدم تحقق إحدى شروط استخدام اختبار "ت" لدلالة الفروق بين المتوسطات .
5. ما الفرق بين دلالة الطرفين ودلالة الطرف الواحد.

التمرين الثاني:

1) لو أن باحثا في مجال علم النفس العمل والتنظيم أراد معرفة الأثر الذي تتركه الضوضاء على أداء عمال مصنع الكوابل في مدينة بسكرة ENICAB فقام بتصميم مجموعتين إحداهما ضابطة لم تتعرض لمثير الضوضاء والثانية تجريبية تعرضت لذلك المثير طيلة فترة الدراسة التجريبية وتحصل الباحث على النتائج التالية .

	المجموعة الضابطة	المجموعة التجريبية
المتوسط	54.5	50.5
الوسيط	52	53
عدد أفراد العينة	145	145
الانحراف المعياري	8.56	9.10

السؤال : أوجد دلالة الفرق بين المتوسطين بين المجموعتين الضابطة والتجريبية عند مستوى 0.05

2) ضمن دراسة تبحث في أثر العلاج المعرفي السلوكي على درجات الرُهَاب لدى عينة من المصابين بهذا الاضطراب السيكولوجي، قام الأخصائي القائم بالعمل بتطبيق مقياس الرهاب على عينة بلغ عدد أفرادها 15 لرصد درجة الخواف قبل وبعد تطبيق البرنامج العلاجي فتحصل على النتائج التالية :

نتائج الاختبار البعدي	18	19	15	16	17	21	16	16	18	17	15	18	18	19	16
نتائج الاختبار القبلي	20	19	18	17	16	15	18	19	12	18	20	16	12	17	16

السؤال : اختبر صحة الفرضية التالية :0H ليست هناك فروق دالة بين نتاج الاختبار القبلي والبعدي

3) طبق باحث مقياس لقياس ديناميكية الجماعة التربوية ، وذلك على عينة عنقودية من أساتذة المرحلة المتوسطة من 48 ولاية جزائرية (240 أستاذا و280 أستاذة) علما بأن المقياس يقيس جملة من الأبعاد هي (الصراع التنظيمي ، التعاون التنظيمي، التنافس الوظيفي ، الإنتماء التنظيمي، التماسك) فتحصل على النتائج الموضحة في الجدول أدناه :

	بعد الصراع		بعد التعاون		بعد التنافس		بعد الانتماء		بعد التماسك	
	ذكور	إناث	ذكور	إناث	ذكور	إناث	ذكور	إناث	ذكور	إناث

المتوسط	25	23	26	22	45	40	55	53	26	24.5
المنوال	24	24	23	25	46	43	52	51	23	22
التباين	25	24	26.3	22.5	15.5	12.25	24	22.23	21.5	20.3

السؤال : أوجد دلالة الفروق بين الأساتذة والأستاذات حسب متغيرات أبعاد مقياس ديناميكة الجماعة التربوية.

4) وضع باحث جملة من الفروض هذا نصها

- H 0 لا توجد فروق دالة إحصـــائيا بين متوســـطي الأطفال ذوي نقص الانتباه المصـــحوب بالنشـــاط الزائد ADHA والأطفال العاديين في درجات العدوانية لصالح الأطفال ذوي ADHD.
- H0 ليت هناك فروق دالة إحصائيا بين متوسطي درجات أفراد المجموعتين في بعد القلق.
- هناك فروق دالة إحصائيا لصالح الأفراد العاديين في درجاتهم على بعد الانتباه.

وقد كشفت نتائج التحليل الإحصائي القيم التالية :

	العدوانية		القلق		الانتباه	
	ADHD	العاديون	ADHD	العاديون	ADHD	العاديون
المتوسط	140.20	95.64	90.23	84.65	85.60	80.63
الوسيط	139.8	95.12	90.9	83.75	84.65	81.22
ن	72	72	72	72	72	72
الانحراف المعياري	6.42	5.58	3.65	3.84	4.55	5.25

5) اختبر دلالـة الفرق بين متوســـطي درجات القيـاس القبلي والبعدي لعينـة تتكون من 33 تلميذا على مقياس حب الاستطلاع قبل وبعد تطبيق برنامج تنمية حب الاستطلاع من البيانات الآتية:

القياس القبلي	**القياس البعدي**
م1 = 35.81	م2 = 48.30
و1 = 36.20	و2 = 49.11
S^2 = 8.51	S^2 = 6.65

6) اختبر دلالة الفرق بين تحصيل مجموعتين من الطلبة على مقياس القياس النفسي:

المجموعة الأولى	**المجموعة الثانية**
ن1 = 100	ن2 = 120
م1 = 15.62	م2 = 14.62
و1 = 36.20	و2 = 49.11
$1S^2$ = 28.43	$2S^2$ = 6.72

7) بعد إجراء المداولات المتعلقة بالسداسي الأول من السنة الجامعية الحالية لقسم علم النفس تبين أن نتائج السنة الثانية ج.م.علم النفس في مقياس القياس النفسي تشير إلى التالي:

	الفوج الأول	الفوج الثاني	الفوج الثالث	الفوج الرابع	الفوج الخامس
عدد الأفراد	25	28	26	24	22
المتوسط	14.52	13.25	9.85	10.25	13.36
المنوال	14.49	12.85	9.45	11.2	13.89
التباين	7.87	6.56	5.25	4.35	5.85

H0= ليست هناك فروق دالة إحصائيا بين متوسطات درجات الأفواج على مقياس القياس النفسي.

3.6. تحليل التباين الأحادي: one way annova

دلت الأبحاث الإحصائية التي قام بها فيشر على أهمية التباين الاحادي كأسلوب احصائي في الميادين المختلفة لعلوم الحياة في الكشف عن مدى تجانس العينات ومدى انتسابها إلى أصل واحد او أصول متعددة وقد كان لبيرت Burt فضل تطبيق هذا الأسلوب في ميادين العلوم النفسية والتربوية، (39) ونظر لقلة المراجع التي تتناول هذا المبحث تحديدا بالطريقة الحسابية –بما أن أغلب المراجع المتوفرة تتحدث عن طرق حساب الأسلوب باستخدام الحزم الإحصائية المختلفة لذا سيجد الطالب في هذ العنصر اعتمادا على المرجع (40) وذلك من أجل فهم كيفية حساب أسلوب تحليل التباين بطريقة سهلة ومبسطة، ويستخدم تحليل التباين في كثير من الحالات لغرض المقارنة بين عدد من المجموعات لمعرفة ما إذا كان يوجد فروق معنوية بينهم أم لا حيث يعتبر تحليل التبيان من أكثر الأساليب الإحصائية لأهمية واستخداما في التطبيقات والدراسات العلمية.

من أجل ذلك يقوم الأسلوب على عدد من الافتراضات الرئيسية:

يجب أن تكون بيانات كل مجموعة متجانسة.

يجب أن يتبع المتغير المطلوب دراسته التوزيع الطبيعي.

يجب أن تكون المجموعات مستقلة عن بعضها البعض.

الفرض العدمي (الصفري) لتحليل التباين في اتجاه واحد هو:

$$(H_0\text{: } \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = \mu_k)$$

الفرض البديل لتحليل التباين في اتجاه واحد هو:

H_1: At least two means are not equal (يوجد على الأقل متوسطين مختلقين

خطوات إجراء تحليل التباين

اختبار تحليل التباين يعتمد على توزيع F ، ولذلك يجب علينا الوصول إلى قيمة المختبر الاحصائي المسمى بنفس الاسم أي قسمة (f).

- ثم مقارنة هذه القيمة المحسوبة مع قيمة (f) الجدولية فإذا كانت (f) المحسوبة أكبر من (f)الجدولية فإننا نرفض الفرض العدمي القائل بعدم وجود فروق ذات دلالة احصائية عند مستوى معنوية α معين ، وبالتالي نقبل الفرض البديل الذي ينص على وجود فروق معنوية بين متوسطات المجموعات.
- للوصول إلى قيمة (f) المحسوبة نحتاج إلى إجراء مجموعة من الخطوات الحسابية التي يمكن تجميعها في جدول يسمى جدول تحليل التباين ، والذي يأخذ الصورة التالية:
- يتكون جدول تحليل التباين من خمسة أعمدة وأربعة صفوف :
- العمــود الأول مخصص لمصادر التباين.
- العمود الثــاني مخصص لدرجات الحرية df.
- العمود الثــالث مخصص لمجموع المربعات.
- العمود الــرابع مخصص لمتوسط المربعات.
- العمود الخامس مخصص لقيمة (f) المحسوبة.

مصادر التباين Sources of Variation	مصادر التباين df	مصادر التباين SS	مصادر التباين MS	F
تباين بين المجموعات Between	k-1	SS_B	MS_B	$\frac{MS_B}{MS_E}$
تباين داخل (الخطأ) Erroe	n-k	SS_E	MS_E	
التباين الكلي Total	n-1	SS_{Tot}		

مثال : أراد أحد الباحثين معرفة أثر طريقة التدريس على درجة التحصيل لدى مجموعة من الطلبة، فاختار لذلك 18 طالبا متقاربين في مستوى التحصيل وقسمهم إلى ثلاث مجموعات، وقدم الدروس للمجموعات الثلاث باستخدم طرق تدريس مختلفة فتحصل على النتائج الموضحة في الجدول

الطريقةA	16	17	11	15	18	19
الطريقة B	9	13	12	11	15	12
الطريقةC	14	19	13	11	13	14

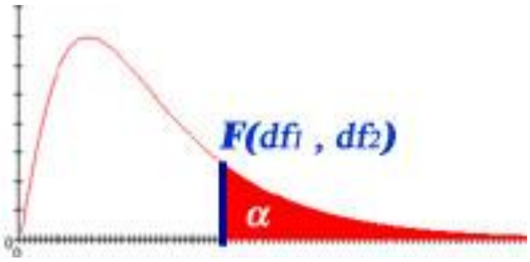
المطلوب هو اختبار ما إذا كان بين هذه المجموعات فروق ذات دلالة إحصائية أم لا عند مستوى دلالة(0.05).

صياغة الفروض : الصياغة ثابتة

$$\boldsymbol{H_0}:\ \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$$

$\boldsymbol{H_1}$: At least two means are not equal يوجد على الأقل متوسطين مختلفين

دائما اختبار تحليل التباين من طرف واحد



k :(عدد المجموعات)	n : (عدد جميع الأفراد في جميع المجموعات)
$CF = \frac{(\sum x_{ij})^2}{n}$ (معامل التصحيح)	
$SS_{Tot} = (x_{i1}^2 + x_{i2}^2 \dots\dots x_{in}^2) - CF$	
$SS_B = \sum\left(\frac{T_k^2}{n_k}\right) - CF$	T_k^2 : تعني مربع مجموع درجات كل مجموعة لوحدها
$SS_E = SS_{Tot} - SS_B$	
$MS_B = \frac{SS_B}{k-1}$	إذا قسمنا الخلية SS_B على $k-1$ يعطينا MS_B
$MS_E = \frac{SS_E}{n-k}$	إذا قسمنا الخلية SS_E على $n-k$ يعطينا MS_E

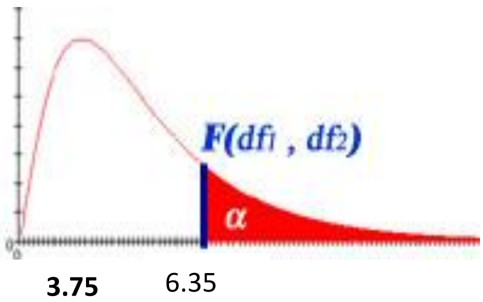
C^2	B^2	A^2	الطريقة C	الطريقة B	الطريقة A	
196	81	256	**14**	**9**	**16**	
361	169	289	**19**	**13**	**17**	
169	144	121	**13**	**12**	**11**	
121	121	225	**11**	**11**	**15**	
169	225	324	**13**	**15**	**18**	
196	144	361	**14**	**12**	**19**	
1212	884	1576	**84**	**72**	**96**	المجموع
3672			$(\sum x_{ij})$=252			المجموع الكلي

k	**k=3 :(عدد المجموعات)**
n	**n=18 : (عدد جميع الأفراد في جميع المجموعات)**

CF	$CF=\frac{(\sum x_{ij})^2}{n}$ (معامل التصحيح) $CF=\frac{(\sum x_{ij})^2}{n}=\frac{(252)^2}{18}=\frac{63504}{18}=3528$
SS_{Tot}	$SS_{Tot}=(x_{i1}^2+x_{i2}^2 \dots \dots x_{in}^2)-CF=3672-3528=144$
SS_B	$SS_B=\sum\left(\frac{T_k^2}{n_k}\right)-CF=\frac{96^2}{6}+\frac{72^2}{6}+\frac{96^2}{6}-3528=3276-3528=48$ T_k^2 : تعني مربع مجموع درجات كل مجموعة لوحدها
SS_E	$SS_E=SS_{Tot}-SS_B=144-48=96$
MS_B	$MS_B=\frac{SS_B}{k-1}=\frac{48}{2}=24$ إذا قسمنا الخلية SS_B على $k-1$ يعطينا MS_B
MS_E	$MS_E=\frac{SS_E}{n-k}=\frac{96}{15}=6.4$ إذا قسمنا الخلية SS_E على $n-k$ يعطينا MS_E

مصادر التباين Sources of Variation	مصادر التباين df	مصادر التباين SS	مصادر التباين MS	F المحسوبة
Betweenتباين بين المجموعات	2	48	24	3.75
Erroeتباين داخل (الخطأ)	15	95	6.4	
Totalالتباين الكلي	17	144		

- **قيمة f الجدولية هي:** $f_{(df_B, df_E, \alpha)}=f_{(2,15,0.01)}=6.35$
- **القرار:** قيمة f المحسوبة أقل من قيمة f الجدولية أي أنها تقع في منطقة القبول ، وبالتالي يكون القرار هو قبول الفرض العدمي القائل بعدم وجود فروق بين المتوسطات الثلاثة



قائمة المراجع:

01 محمد شكري الجماصي، الإحصاء، نقلا عن https://www.jmasi.com/ehsa/index.htm

02 محمد محمد عطا (2011)، مبادئ الإحصاء، كلية المجتمع ، جامعة الملك سعود، ص4.

03 محمود محمد سليم صالح (2011) مبادئ التحليل الإحصائي ، ط1، جامعة الإمام محمد بن سعود الإسلامية ، ص 20.

04 محمود محمد سليم صالح (2011)، المرجع نفسه، ص 20.

05 محمد شكري الجماصي، مرجع سابق.

06 محمد شكري الجماصي، مرجع سابق.

08 مقاييس النزعة المركزية والتشتت، مطبوعة بيداغوجية، جامعة البحرين ص28، نقلا عن http://staff.uob.edu.bh/files/540148784_files/achapter3.doc

09 مقدمة في الإحصاء، مطبوعة بيداغوجية، جامعة الملك سعود ص25 نقلا عن https://fac.ksu.edu.sa/sites/default/files/mqdm_hsyy.doc

10 مقدمة في الإحصاء، مرجع سابق ، ص23

11 مقدمة في الإحصاء، مرجع سابق، ص22

12 مقاييس النزعة المركزية والتشتت، مرجع سابق، ص35

13 مقدمة في الإحصاء، مرجع سابق، ص28.

14 مقدمة في الإحصاء، مرجع سابق، ص28.

15 مقاييس النزعة المركزية والتشتت، مرجع سابق، ص39

16 هشام هنداوي، الإحصاء المعلمي واللامعلمي، نقلا عن http://www.husseinmardan.com/DrHisham-08.htm

17 هشام هنداوي، المرجع نفسه.

18 هشام هنداوي، المرجع نفسه .

19 فؤاد بهي السيد، فؤاد بهي السيد (1979) علم النفس الإحصائي وقياس العقل البشري، ط3، دار الفكر العربي، القاهرة مصر . ص498

20 محمود محمد سليم صالح (2011)، مرجع سابق، ص260.

21 عبد المنعم الدردير (2006) الاحصاء البارامتري و اللابارامتري : في اختبار فروض البحوث النفسية والتربوية والاجتماعية ، ط1، عالم الكتب، القاهرة مصر.ص 130.

22 نافذ محمد محمد بركات، (ب ت) كاي تربيع، مطبوعة بيداغوجية نقلا عن http://site.iugaza.edu.ps/nbarakat

23 محمود محمد سليم صالح (2011)، مرجع سابق، ص389.

24 مهدي محمد القصاص (2007) مبادئ الإحصاء والقياس الاجتماعي، منشورات كلية الآداب جامعة المنصورة، مصر .ص 300.

25 عبد المنعم الدردير (2006)، مرجع سابق، ص217.

26 عبد المنعم الدردير (2006)، مرجع سابق، ص151.

27 ظافر حسين رشيد، سجى محمد حسين (2007)، مقارنة بعض الطرق المعلمية واللامعلمية لتصميم القطاعات العشوائية للقياسات المتكررة، مجلة العلوم الاقتصادية والإدارية، مج 13، ع 48، ص283

28 عبد المنعم الدردير (2006)، مرجع سابق، ص164

29 ظافر حسين رشيد، سجى محمد حسين (2007)، مرجع سابق، ص284.

30 عبد المنعم الدردير (2006)، مرجع سابق، ص205.

31 الارتباط دراسة لاقة بين متغيرين، مطبوعة بيداغوجية، جامعة الدمام، ص 186نقلا عن https://vb.ckfu.org

32 عبد المحسن المبدل (1437) محاضرات في مقرر الإحصاء النفسي، جامعة الملك سعود ، ص 25

33 عبد المحسن المبدل (1437)، المرجع نفسه ص25.

34 الارتباط دراسة لاقة بين متغيرين، المرجع نفسه، ص172.

35 الارتباط دراسة لاقة بين متغيرين، المرجع نفسه ، ص 173.

36 الارتباط دراسة لاقة بين متغيرين، المرجع نفسه ص ص 176- 179.

37 مهدي القصاص ،(2007)، مرجع سابق ص 236.

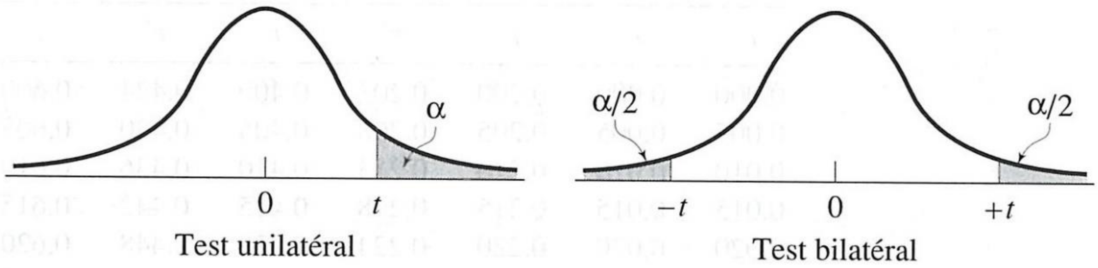
38 عبد المنعم الدردير (2006) مرجع سابق ، ص 65

39 فؤاد بهي السيد، فؤاد بهي السيد (1979)، مرجع سابق ،ص666.

40 عبد المحسن المبدل (1437)، المرجع نفسه ص ص 56-58.

قائمة الملاحق

Table *t* : points de pourcentage supérieurs de la distribution *t*



	Seuil de signification pour le test unilatéral								
	.25	.20	.15	.10	.05	.025	.01	.005	.0005
	Seuil de signification pour le test bilatéral								
dl	.50	.40	.30	.20	.10	.05	.02	.01	.001
1	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	636.620
2	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	31.599
3	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	12.924
4	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	8.610
5	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	6.869
6	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959
7	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	5.408
8	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041
9	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781
10	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.587
11	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.437
12	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318
13	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	4.221
14	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140
15	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073
16	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015
17	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.965
18	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.922
19	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.883
20	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.850
21	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819
22	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792
23	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.768
24	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745
25	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.725
26	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.707
27	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.690
28	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.674
29	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.659
30	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.646
40	0.681	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.551
50	0.679	0.849	1.047	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678	3.496
100	0.677	0.845	1.042	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626	3.390
∞	0.674	0.842	1.036	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.291

Table entry for p is the critical value F^* with probability p lying to its right.

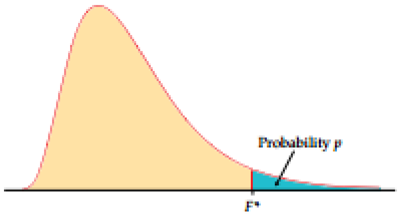


TABLE E

F critical values

Degrees of freedom in the denominator	p	Degrees of freedom in the numerator 1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	.100	39.86	49.50	53.59	55.83	57.24	58.20	58.91	59.44	59.86
	.050	161.45	199.50	215.71	224.58	230.16	233.99	236.77	238.88	240.54
	.025	647.79	799.50	864.16	899.58	921.85	937.11	948.22	956.66	963.28
	.010	4052.2	4999.5	5403.4	5624.6	5763.6	5859.0	5928.4	5981.1	6022.5
	.001	405284	500000	540379	562500	576405	585937	592873	598144	602284
2	.100	8.53	9.00	9.16	9.24	9.29	9.33	9.35	9.37	9.38
	.050	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38
	.025	38.51	39.00	39.17	39.25	39.30	39.33	39.36	39.37	39.39
	.010	98.50	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.36	99.37	99.39
	.001	998.50	999.00	999.17	999.25	999.30	999.33	999.36	999.37	999.39
3	.100	5.54	5.46	5.39	5.34	5.31	5.28	5.27	5.25	5.24
	.050	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81
	.025	17.44	16.04	15.44	15.10	14.88	14.73	14.62	14.54	14.47
	.010	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.35
	.001	167.03	148.50	141.11	137.10	134.58	132.85	131.58	130.62	129.86
4	.100	4.54	4.32	4.19	4.11	4.05	4.01	3.98	3.95	3.94
	.050	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00
	.025	12.22	10.65	9.98	9.60	9.36	9.20	9.07	8.98	8.90
	.010	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66
	.001	74.14	61.25	56.18	53.44	51.71	50.53	49.66	49.00	48.47
5	.100	4.06	3.78	3.62	3.52	3.45	3.40	3.37	3.34	3.32
	.050	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77
	.025	10.01	8.43	7.76	7.39	7.15	6.98	6.85	6.76	6.68
	.010	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16
	.001	47.18	37.12	33.20	31.09	29.75	28.83	28.16	27.65	27.24
6	.100	3.78	3.46	3.29	3.18	3.11	3.05	3.01	2.98	2.96
	.050	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10
	.025	8.81	7.26	6.60	6.23	5.99	5.82	5.70	5.60	5.52
	.010	13.75	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98
	.001	35.51	27.00	23.70	21.92	20.80	20.03	19.46	19.03	18.69
7	.100	3.59	3.26	3.07	2.96	2.88	2.83	2.78	2.75	2.72
	.050	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68
	.025	8.07	6.54	5.89	5.52	5.29	5.12	4.99	4.90	4.82
	.010	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72
	.001	29.25	21.69	18.77	17.20	16.21	15.52	15.02	14.63	14.33

Table entry for p is the critical value F^* with probability p lying to its right.

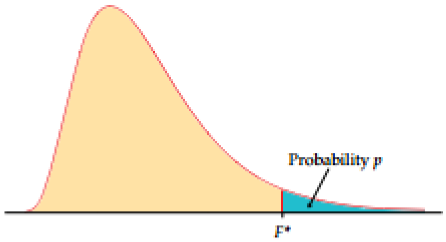


TABLE E

F critical values (continued)

Degrees of freedom in the numerator										
10	12	15	20	25	30	40	50	60	120	1000
60.19	60.71	61.22	61.74	62.05	62.26	62.53	62.69	62.79	63.06	63.30
241.88	243.91	245.95	248.01	249.26	250.10	251.14	251.77	252.20	253.25	254.19
968.63	976.71	984.87	993.10	998.08	1001.4	1005.6	1008.1	1009.8	1014.0	1017.7
6055.8	6106.3	6157.3	6208.7	6239.8	6260.6	6286.8	6302.5	6313.0	6339.4	6362.7
605621	610668	615764	620908	624017	626099	628712	630285	631337	633972	636301
9.39	9.41	9.42	9.44	9.45	9.46	9.47	9.47	9.47	9.48	9.49
19.40	19.41	19.43	19.45	19.46	19.46	19.47	19.48	19.48	19.49	19.49
39.40	39.41	39.43	39.45	39.46	39.46	39.47	39.48	39.48	39.49	39.50
99.40	99.42	99.43	99.45	99.46	99.47	99.47	99.48	99.48	99.49	99.50
999.40	999.42	999.43	999.45	999.46	999.47	999.47	999.48	999.48	999.49	999.50
5.23	5.22	5.20	5.18	5.17	5.17	5.16	5.15	5.15	5.14	5.13
8.79	8.74	8.70	8.66	8.63	8.62	8.59	8.58	8.57	8.55	8.53
14.42	14.34	14.25	14.17	14.12	14.08	14.04	14.01	13.99	13.95	13.91
27.23	27.05	26.87	26.69	26.58	26.50	26.41	26.35	26.32	26.22	26.14
129.25	128.32	127.37	126.42	125.84	125.45	124.96	124.66	124.47	123.97	123.53
3.92	3.90	3.87	3.84	3.83	3.82	3.80	3.80	3.79	3.78	3.76
5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.70	5.69	5.66	5.63
8.84	8.75	8.66	8.56	8.50	8.46	8.41	8.38	8.36	8.31	8.26
14.55	14.37	14.20	14.02	13.91	13.84	13.75	13.69	13.65	13.56	13.47
48.05	47.41	46.76	46.10	45.70	45.43	45.09	44.88	44.75	44.40	44.09
3.30	3.27	3.24	3.21	3.19	3.17	3.16	3.15	3.14	3.12	3.11
4.74	4.68	4.62	4.56	4.52	4.50	4.46	4.44	4.43	4.40	4.37
6.62	6.52	6.43	6.33	6.27	6.23	6.18	6.14	6.12	6.07	6.02
10.05	9.89	9.72	9.55	9.45	9.38	9.29	9.24	9.20	9.11	9.03
26.92	26.42	25.91	25.39	25.08	24.87	24.60	24.44	24.33	24.06	23.82
2.94	2.90	2.87	2.84	2.81	2.80	2.78	2.77	2.76	2.74	2.72
4.06	4.00	3.94	3.87	3.83	3.81	3.77	3.75	3.74	3.70	3.67
5.46	5.37	5.27	5.17	5.11	5.07	5.01	4.98	4.96	4.90	4.86
7.87	7.72	7.56	7.40	7.30	7.23	7.14	7.09	7.06	6.97	6.89
18.41	17.99	17.56	17.12	16.85	16.67	16.44	16.31	16.21	15.98	15.77
2.70	2.67	2.63	2.59	2.57	2.56	2.54	2.52	2.51	2.49	2.47
3.64	3.57	3.51	3.44	3.40	3.38	3.34	3.32	3.30	3.27	3.23
4.76	4.67	4.57	4.47	4.40	4.36	4.31	4.28	4.25	4.20	4.15
6.62	6.47	6.31	6.16	6.06	5.99	5.91	5.86	5.82	5.74	5.66
14.08	13.71	13.32	12.93	12.69	12.53	12.33	12.20	12.12	11.91	11.72

TABLE E

F critical values (continued)

Degrees of freedom in the denominator	*p*	Degrees of freedom in the numerator 1	2	3	4	5	6	7	8	9
8	.100	3.46	3.11	2.92	2.81	2.73	2.67	2.62	2.59	2.56
	.050	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39
	.025	7.57	6.06	5.42	5.05	4.82	4.65	4.53	4.43	4.36
	.010	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91
	.001	25.41	18.49	15.83	14.39	13.48	12.86	12.40	12.05	11.77
9	.100	3.36	3.01	2.81	2.69	2.61	2.55	2.51	2.47	2.44
	.050	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18
	.025	7.21	5.71	5.08	4.72	4.48	4.32	4.20	4.10	4.03
	.010	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35
	.001	22.86	16.39	13.90	12.56	11.71	11.13	10.70	10.37	10.11
10	.100	3.29	2.92	2.73	2.61	2.52	2.46	2.41	2.38	2.35
	.050	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02
	.025	6.94	5.46	4.83	4.47	4.24	4.07	3.95	3.85	3.78
	.010	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94
	.001	21.04	14.91	12.55	11.28	10.48	9.93	9.52	9.20	8.96
11	.100	3.23	2.86	2.66	2.54	2.45	2.39	2.34	2.30	2.27
	.050	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90
	.025	6.72	5.26	4.63	4.28	4.04	3.88	3.76	3.66	3.59
	.010	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63
	.001	19.69	13.81	11.56	10.35	9.58	9.05	8.66	8.35	8.12
12	.100	3.18	2.81	2.61	2.48	2.39	2.33	2.28	2.24	2.21
	.050	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80
	.025	6.55	5.10	4.47	4.12	3.89	3.73	3.61	3.51	3.44
	.010	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39
	.001	18.64	12.97	10.80	9.63	8.89	8.38	8.00	7.71	7.48
13	.100	3.14	2.76	2.56	2.43	2.35	2.28	2.23	2.20	2.16
	.050	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71
	.025	6.41	4.97	4.35	4.00	3.77	3.60	3.48	3.39	3.31
	.010	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19
	.001	17.82	12.31	10.21	9.07	8.35	7.86	7.49	7.21	6.98
14	.100	3.10	2.73	2.52	2.39	2.31	2.24	2.19	2.15	2.12
	.050	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65
	.025	6.30	4.86	4.24	3.89	3.66	3.50	3.38	3.29	3.21
	.010	8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03
	.001	17.14	11.78	9.73	8.62	7.92	7.44	7.08	6.80	6.58
15	.100	3.07	2.70	2.49	2.36	2.27	2.21	2.16	2.12	2.09
	.050	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59
	.025	6.20	4.77	4.15	3.80	3.58	3.41	3.29	3.20	3.12
	.010	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89
	.001	16.59	11.34	9.34	8.25	7.57	7.09	6.74	6.47	6.26
16	.100	3.05	2.67	2.46	2.33	2.24	2.18	2.13	2.09	2.06
	.050	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54
	.025	6.12	4.69	4.08	3.73	3.50	3.34	3.22	3.12	3.05
	.010	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78
	.001	16.12	10.97	9.01	7.94	7.27	6.80	6.46	6.19	5.98
17	.100	3.03	2.64	2.44	2.31	2.22	2.15	2.10	2.06	2.03
	.050	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49
	.025	6.04	4.62	4.01	3.66	3.44	3.28	3.16	3.06	2.98
	.010	8.40	6.11	5.19	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68
	.001	15.72	10.66	8.73	7.68	7.02	6.56	6.22	5.96	5.75

TABLE E

F critical values (continued)

Degrees of freedom in the numerator

10	12	15	20	25	30	40	50	60	120	1000
2.54	2.50	2.46	2.42	2.40	2.38	2.36	2.35	2.34	2.32	2.30
3.35	3.28	3.22	3.15	3.11	3.08	3.04	3.02	3.01	2.97	2.93
4.30	4.20	4.10	4.00	3.94	3.89	3.84	3.81	3.78	3.73	3.68
5.81	5.67	5.52	5.36	5.26	5.20	5.12	5.07	5.03	4.95	4.87
11.54	11.19	10.84	10.48	10.26	10.11	9.92	9.80	9.73	9.53	9.36
2.42	2.38	2.34	2.30	2.27	2.25	2.23	2.22	2.21	2.18	2.16
3.14	3.07	3.01	2.94	2.89	2.86	2.83	2.80	2.79	2.75	2.71
3.96	3.87	3.77	3.67	3.60	3.56	3.51	3.47	3.45	3.39	3.34
5.26	5.11	4.96	4.81	4.71	4.65	4.57	4.52	4.48	4.40	4.32
9.89	9.57	9.24	8.90	8.69	8.55	8.37	8.26	8.19	8.00	7.84
2.32	2.28	2.24	2.20	2.17	2.16	2.13	2.12	2.11	2.08	2.06
2.98	2.91	2.85	2.77	2.73	2.70	2.66	2.64	2.62	2.58	2.54
3.72	3.62	3.52	3.42	3.35	3.31	3.26	3.22	3.20	3.14	3.09
4.85	4.71	4.56	4.41	4.31	4.25	4.17	4.12	4.08	4.00	3.92
8.75	8.45	8.13	7.80	7.60	7.47	7.30	7.19	7.12	6.94	6.78
2.25	2.21	2.17	2.12	2.10	2.08	2.05	2.04	2.03	2.00	1.98
2.85	2.79	2.72	2.65	2.60	2.57	2.53	2.51	2.49	2.45	2.41
3.53	3.43	3.33	3.23	3.16	3.12	3.06	3.03	3.00	2.94	2.89
4.54	4.40	4.25	4.10	4.01	3.94	3.86	3.81	3.78	3.69	3.61
7.92	7.63	7.32	7.01	6.81	6.68	6.52	6.42	6.35	6.18	6.02
2.19	2.15	2.10	2.06	2.03	2.01	1.99	1.97	1.96	1.93	1.91
2.75	2.69	2.62	2.54	2.50	2.47	2.43	2.40	2.38	2.34	2.30
3.37	3.28	3.18	3.07	3.01	2.96	2.91	2.87	2.85	2.79	2.73
4.30	4.16	4.01	3.86	3.76	3.70	3.62	3.57	3.54	3.45	3.37
7.29	7.00	6.71	6.40	6.22	6.09	5.93	5.83	5.76	5.59	5.44
2.14	2.10	2.05	2.01	1.98	1.96	1.93	1.92	1.90	1.88	1.85
2.67	2.60	2.53	2.46	2.41	2.38	2.34	2.31	2.30	2.25	2.21
3.25	3.15	3.05	2.95	2.88	2.84	2.78	2.74	2.72	2.66	2.60
4.10	3.96	3.82	3.66	3.57	3.51	3.43	3.38	3.34	3.25	3.18
6.80	6.52	6.23	5.93	5.75	5.63	5.47	5.37	5.30	5.14	4.99
2.10	2.05	2.01	1.96	1.93	1.91	1.89	1.87	1.86	1.83	1.80
2.60	2.53	2.46	2.39	2.34	2.31	2.27	2.24	2.22	2.18	2.14
3.15	3.05	2.95	2.84	2.78	2.73	2.67	2.64	2.61	2.55	2.50
3.94	3.80	3.66	3.51	3.41	3.35	3.27	3.22	3.18	3.09	3.02
6.40	6.13	5.85	5.56	5.38	5.25	5.10	5.00	4.94	4.77	4.62
2.06	2.02	1.97	1.92	1.89	1.87	1.85	1.83	1.82	1.79	1.76
2.54	2.48	2.40	2.33	2.28	2.25	2.20	2.18	2.16	2.11	2.07
3.06	2.96	2.86	2.76	2.69	2.64	2.59	2.55	2.52	2.46	2.40
3.80	3.67	3.52	3.37	3.28	3.21	3.13	3.08	3.05	2.96	2.88
6.08	5.81	5.54	5.25	5.07	4.95	4.80	4.70	4.64	4.47	4.33
2.03	1.99	1.94	1.89	1.86	1.84	1.81	1.79	1.78	1.75	1.72
2.49	2.42	2.35	2.28	2.23	2.19	2.15	2.12	2.11	2.06	2.02
2.99	2.89	2.79	2.68	2.61	2.57	2.51	2.47	2.45	2.38	2.32
3.69	3.55	3.41	3.26	3.16	3.10	3.02	2.97	2.93	2.84	2.76
5.81	5.55	5.27	4.99	4.82	4.70	4.54	4.45	4.39	4.23	4.08
2.00	1.96	1.91	1.86	1.83	1.81	1.78	1.76	1.75	1.72	1.69
2.45	2.38	2.31	2.23	2.18	2.15	2.10	2.08	2.06	2.01	1.97
2.92	2.82	2.72	2.62	2.55	2.50	2.44	2.41	2.38	2.32	2.26
3.59	3.46	3.31	3.16	3.07	3.00	2.92	2.87	2.83	2.75	2.66
5.58	5.32	5.05	4.78	4.60	4.48	4.33	4.24	4.18	4.02	3.87

TABLE E

F critical values (continued)

Degrees of freedom in the denominator	*p*	Degrees of freedom in the numerator: 1	2	3	4	5	6	7	8	9
18	.100	3.01	2.62	2.42	2.29	2.20	2.13	2.08	2.04	2.00
	.050	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46
	.025	5.98	4.56	3.95	3.61	3.38	3.22	3.10	3.01	2.93
	.010	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60
	.001	15.38	10.39	8.49	7.46	6.81	6.35	6.02	5.76	5.56
19	.100	2.99	2.61	2.40	2.27	2.18	2.11	2.06	2.02	1.98
	.050	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42
	.025	5.92	4.51	3.90	3.56	3.33	3.17	3.05	2.96	2.88
	.010	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52
	.001	15.08	10.16	8.28	7.27	6.62	6.18	5.85	5.59	5.39
20	.100	2.97	2.59	2.38	2.25	2.16	2.09	2.04	2.00	1.96
	.050	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39
	.025	5.87	4.46	3.86	3.51	3.29	3.13	3.01	2.91	2.84
	.010	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46
	.001	14.82	9.95	8.10	7.10	6.46	6.02	5.69	5.44	5.24
21	.100	2.96	2.57	2.36	2.23	2.14	2.08	2.02	1.98	1.95
	.050	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37
	.025	5.83	4.42	3.82	3.48	3.25	3.09	2.97	2.87	2.80
	.010	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.64	3.51	3.40
	.001	14.59	9.77	7.94	6.95	6.32	5.88	5.56	5.31	5.11
22	.100	2.95	2.56	2.35	2.22	2.13	2.06	2.01	1.97	1.93
	.050	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34
	.025	5.79	4.38	3.78	3.44	3.22	3.05	2.93	2.84	2.76
	.010	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35
	.001	14.38	9.61	7.80	6.81	6.19	5.76	5.44	5.19	4.99
23	.100	2.94	2.55	2.34	2.21	2.11	2.05	1.99	1.95	1.92
	.050	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32
	.025	5.75	4.35	3.75	3.41	3.18	3.02	2.90	2.81	2.73
	.010	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.30
	.001	14.20	9.47	7.67	6.70	6.08	5.65	5.33	5.09	4.89
24	.100	2.93	2.54	2.33	2.19	2.10	2.04	1.98	1.94	1.91
	.050	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30
	.025	5.72	4.32	3.72	3.38	3.15	2.99	2.87	2.78	2.70
	.010	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26
	.001	14.03	9.34	7.55	6.59	5.98	5.55	5.23	4.99	4.80
25	.100	2.92	2.53	2.32	2.18	2.09	2.02	1.97	1.93	1.89
	.050	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28
	.025	5.69	4.29	3.69	3.35	3.13	2.97	2.85	2.75	2.68
	.010	7.77	5.57	4.68	4.18	3.85	3.63	3.46	3.32	3.22
	.001	13.88	9.22	7.45	6.49	5.89	5.46	5.15	4.91	4.71
26	.100	2.91	2.52	2.31	2.17	2.08	2.01	1.96	1.92	1.88
	.050	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27
	.025	5.66	4.27	3.67	3.33	3.10	2.94	2.82	2.73	2.65
	.010	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.18
	.001	13.74	9.12	7.36	6.41	5.80	5.38	5.07	4.83	4.64
27	.100	2.90	2.51	2.30	2.17	2.07	2.00	1.95	1.91	1.87
	.050	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25
	.025	5.63	4.24	3.65	3.31	3.08	2.92	2.80	2.71	2.63
	.010	7.68	5.49	4.60	4.11	3.78	3.56	3.39	3.26	3.15
	.001	13.61	9.02	7.27	6.33	5.73	5.31	5.00	4.76	4.57

TABLE E

F critical values (continued)

Degrees of freedom in the numerator										
10	12	15	20	25	30	40	50	60	120	1000
1.98	1.93	1.89	1.84	1.80	1.78	1.75	1.74	1.72	1.69	1.66
2.41	2.34	2.27	2.19	2.14	2.11	2.06	2.04	2.02	1.97	1.92
2.87	2.77	2.67	2.56	2.49	2.44	2.38	2.35	2.32	2.26	2.20
3.51	3.37	3.23	3.08	2.98	2.92	2.84	2.78	2.75	2.66	2.58
5.39	5.13	4.87	4.59	4.42	4.30	4.15	4.06	4.00	3.84	3.69
1.96	1.91	1.86	1.81	1.78	1.76	1.73	1.71	1.70	1.67	1.64
2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	2.00	1.98	1.93	1.88
2.82	2.72	2.62	2.51	2.44	2.39	2.33	2.30	2.27	2.20	2.14
3.43	3.30	3.15	3.00	2.91	2.84	2.76	2.71	2.67	2.58	2.50
5.22	4.97	4.70	4.43	4.26	4.14	3.99	3.90	3.84	3.68	3.53
1.94	1.89	1.84	1.79	1.76	1.74	1.71	1.69	1.68	1.64	1.61
2.35	2.28	2.20	2.12	2.07	2.04	1.99	1.97	1.95	1.90	1.85
2.77	2.68	2.57	2.46	2.40	2.35	2.29	2.25	2.22	2.16	2.09
3.37	3.23	3.09	2.94	2.84	2.78	2.69	2.64	2.61	2.52	2.43
5.08	4.82	4.56	4.29	4.12	4.00	3.86	3.77	3.70	3.54	3.40
1.92	1.87	1.83	1.78	1.74	1.72	1.69	1.67	1.66	1.62	1.59
2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.94	1.92	1.87	1.82
2.73	2.64	2.53	2.42	2.36	2.31	2.25	2.21	2.18	2.11	2.05
3.31	3.17	3.03	2.88	2.79	2.72	2.64	2.58	2.55	2.46	2.37
4.95	4.70	4.44	4.17	4.00	3.88	3.74	3.64	3.58	3.42	3.28
1.90	1.86	1.81	1.76	1.73	1.70	1.67	1.65	1.64	1.60	1.57
2.30	2.23	2.15	2.07	2.02	1.98	1.94	1.91	1.89	1.84	1.79
2.70	2.60	2.50	2.39	2.32	2.27	2.21	2.17	2.14	2.08	2.01
3.26	3.12	2.98	2.83	2.73	2.67	2.58	2.53	2.50	2.40	2.32
4.83	4.58	4.33	4.06	3.89	3.78	3.63	3.54	3.48	3.32	3.17
1.89	1.84	1.80	1.74	1.71	1.69	1.66	1.64	1.62	1.59	1.55
2.27	2.20	2.13	2.05	2.00	1.96	1.91	1.88	1.86	1.81	1.76
2.67	2.57	2.47	2.36	2.29	2.24	2.18	2.14	2.11	2.04	1.98
3.21	3.07	2.93	2.78	2.69	2.62	2.54	2.48	2.45	2.35	2.27
4.73	4.48	4.23	3.96	3.79	3.68	3.53	3.44	3.38	3.22	3.08
1.88	1.83	1.78	1.73	1.70	1.67	1.64	1.62	1.61	1.57	1.54
2.25	2.18	2.11	2.03	1.97	1.94	1.89	1.86	1.84	1.79	1.74
2.64	2.54	2.44	2.33	2.26	2.21	2.15	2.11	2.08	2.01	1.94
3.17	3.03	2.89	2.74	2.64	2.58	2.49	2.44	2.40	2.31	2.22
4.64	4.39	4.14	3.87	3.71	3.59	3.45	3.36	3.29	3.14	2.99
1.87	1.82	1.77	1.72	1.68	1.66	1.63	1.61	1.59	1.56	1.52
2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.84	1.82	1.77	1.72
2.61	2.51	2.41	2.30	2.23	2.18	2.12	2.08	2.05	1.98	1.91
3.13	2.99	2.85	2.70	2.60	2.54	2.45	2.40	2.36	2.27	2.18
4.56	4.31	4.06	3.79	3.63	3.52	3.37	3.28	3.22	3.06	2.91
1.86	1.81	1.76	1.71	1.67	1.65	1.61	1.59	1.58	1.54	1.51
2.22	2.15	2.07	1.99	1.94	1.90	1.85	1.82	1.80	1.75	1.70
2.59	2.49	2.39	2.28	2.21	2.16	2.09	2.05	2.03	1.95	1.89
3.09	2.96	2.81	2.66	2.57	2.50	2.42	2.36	2.33	2.23	2.14
4.48	4.24	3.99	3.72	3.56	3.44	3.30	3.21	3.15	2.99	2.84
1.85	1.80	1.75	1.70	1.66	1.64	1.60	1.58	1.57	1.53	1.50
2.20	2.13	2.06	1.97	1.92	1.88	1.84	1.81	1.79	1.73	1.68
2.57	2.47	2.36	2.25	2.18	2.13	2.07	2.03	2.00	1.93	1.86
3.06	2.93	2.78	2.63	2.54	2.47	2.38	2.33	2.29	2.20	2.11
4.41	4.17	3.92	3.66	3.49	3.38	3.23	3.14	3.08	2.92	2.78

TABLE E

F critical values (continued)

Degrees of freedom in the denominator		Degrees of freedom in the numerator								
	p	1	2	3	4	5	6	7	8	9
28	.100	2.89	2.50	2.29	2.16	2.06	2.00	1.94	1.90	1.87
	.050	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24
	.025	5.61	4.22	3.63	3.29	3.06	2.90	2.78	2.69	2.61
	.010	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.36	3.23	3.12
	.001	13.50	8.93	7.19	6.25	5.66	5.24	4.93	4.69	4.50
29	.100	2.89	2.50	2.28	2.15	2.06	1.99	1.93	1.89	1.86
	.050	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22
	.025	5.59	4.20	3.61	3.27	3.04	2.88	2.76	2.67	2.59
	.010	7.60	5.42	4.54	4.04	3.73	3.50	3.33	3.20	3.09
	.001	13.39	8.85	7.12	6.19	5.59	5.18	4.87	4.64	4.45
30	.100	2.88	2.49	2.28	2.14	2.05	1.98	1.93	1.88	1.85
	.050	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21
	.025	5.57	4.18	3.59	3.25	3.03	2.87	2.75	2.65	2.57
	.010	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07
	.001	13.29	8.77	7.05	6.12	5.53	5.12	4.82	4.58	4.39
40	.100	2.84	2.44	2.23	2.09	2.00	1.93	1.87	1.83	1.79
	.050	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12
	.025	5.42	4.05	3.46	3.13	2.90	2.74	2.62	2.53	2.45
	.010	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89
	.001	12.61	8.25	6.59	5.70	5.13	4.73	4.44	4.21	4.02
50	.100	2.81	2.41	2.20	2.06	1.97	1.90	1.84	1.80	1.76
	.050	4.03	3.18	2.79	2.56	2.40	2.29	2.20	2.13	2.07
	.025	5.34	3.97	3.39	3.05	2.83	2.67	2.55	2.46	2.38
	.010	7.17	5.06	4.20	3.72	3.41	3.19	3.02	2.89	2.78
	.001	12.22	7.96	6.34	5.46	4.90	4.51	4.22	4.00	3.82
60	.100	2.79	2.39	2.18	2.04	1.95	1.87	1.82	1.77	1.74
	.050	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04
	.025	5.29	3.93	3.34	3.01	2.79	2.63	2.51	2.41	2.33
	.010	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72
	.001	11.97	7.77	6.17	5.31	4.76	4.37	4.09	3.86	3.69
100	.100	2.76	2.36	2.14	2.00	1.91	1.83	1.78	1.73	1.69
	.050	3.94	3.09	2.70	2.46	2.31	2.19	2.10	2.03	1.97
	.025	5.18	3.83	3.25	2.92	2.70	2.54	2.42	2.32	2.24
	.010	6.90	4.82	3.98	3.51	3.21	2.99	2.82	2.69	2.59
	.001	11.50	7.41	5.86	5.02	4.48	4.11	3.83	3.61	3.44
200	.100	2.73	2.33	2.11	1.97	1.88	1.80	1.75	1.70	1.66
	.050	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.14	2.06	1.98	1.93
	.025	5.10	3.76	3.18	2.85	2.63	2.47	2.35	2.26	2.18
	.010	6.76	4.71	3.88	3.41	3.11	2.89	2.73	2.60	2.50
	.001	11.15	7.15	5.63	4.81	4.29	3.92	3.65	3.43	3.26
1000	.100	2.71	2.31	2.09	1.95	1.85	1.78	1.72	1.68	1.64
	.050	3.85	3.00	2.61	2.38	2.22	2.11	2.02	1.95	1.89
	.025	5.04	3.70	3.13	2.80	2.58	2.42	2.30	2.20	2.13
	.010	6.66	4.63	3.80	3.34	3.04	2.82	2.66	2.53	2.43
	.001	10.89	6.96	5.46	4.65	4.14	3.78	3.51	3.30	3.13

TABLE E

F critical values (continued)

Degrees of freedom in the numerator										
10	12	15	20	25	30	40	50	60	120	1000
1.84	1.79	1.74	1.69	1.65	1.63	1.59	1.57	1.56	1.52	1.48
2.19	2.12	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.79	1.77	1.71	1.66
2.55	2.45	2.34	2.23	2.16	2.11	2.05	2.01	1.98	1.91	1.84
3.03	2.90	2.75	2.60	2.51	2.44	2.35	2.30	2.26	2.17	2.08
4.35	4.11	3.86	3.60	3.43	3.32	3.18	3.09	3.02	2.86	2.72
1.83	1.78	1.73	1.68	1.64	1.62	1.58	1.56	1.55	1.51	1.47
2.18	2.10	2.03	1.94	1.89	1.85	1.81	1.77	1.75	1.70	1.65
2.53	2.43	2.32	2.21	2.14	2.09	2.03	1.99	1.96	1.89	1.82
3.00	2.87	2.73	2.57	2.48	2.41	2.33	2.27	2.23	2.14	2.05
4.29	4.05	3.80	3.54	3.38	3.27	3.12	3.03	2.97	2.81	2.66
1.82	1.77	1.72	1.67	1.63	1.61	1.57	1.55	1.54	1.50	1.46
2.16	2.09	2.01	1.93	1.88	1.84	1.79	1.76	1.74	1.68	1.63
2.51	2.41	2.31	2.20	2.12	2.07	2.01	1.97	1.94	1.87	1.80
2.98	2.84	2.70	2.55	2.45	2.39	2.30	2.25	2.21	2.11	2.02
4.24	4.00	3.75	3.49	3.33	3.22	3.07	2.98	2.92	2.76	2.61
1.76	1.71	1.66	1.61	1.57	1.54	1.51	1.48	1.47	1.42	1.38
2.08	2.00	1.92	1.84	1.78	1.74	1.69	1.66	1.64	1.58	1.52
2.39	2.29	2.18	2.07	1.99	1.94	1.88	1.83	1.80	1.72	1.65
2.80	2.66	2.52	2.37	2.27	2.20	2.11	2.06	2.02	1.92	1.82
3.87	3.64	3.40	3.14	2.98	2.87	2.73	2.64	2.57	2.41	2.25
1.73	1.68	1.63	1.57	1.53	1.50	1.46	1.44	1.42	1.38	1.33
2.03	1.95	1.87	1.78	1.73	1.69	1.63	1.60	1.58	1.51	1.45
2.32	2.22	2.11	1.99	1.92	1.87	1.80	1.75	1.72	1.64	1.56
2.70	2.56	2.42	2.27	2.17	2.10	2.01	1.95	1.91	1.80	1.70
3.67	3.44	3.20	2.95	2.79	2.68	2.53	2.44	2.38	2.21	2.05
1.71	1.66	1.60	1.54	1.50	1.48	1.44	1.41	1.40	1.35	1.30
1.99	1.92	1.84	1.75	1.69	1.65	1.59	1.56	1.53	1.47	1.40
2.27	2.17	2.06	1.94	1.87	1.82	1.74	1.70	1.67	1.58	1.49
2.63	2.50	2.35	2.20	2.10	2.03	1.94	1.88	1.84	1.73	1.62
3.54	3.32	3.08	2.83	2.67	2.55	2.41	2.32	2.25	2.08	1.92
1.66	1.61	1.56	1.49	1.45	1.42	1.38	1.35	1.34	1.28	1.22
1.93	1.85	1.77	1.68	1.62	1.57	1.52	1.48	1.45	1.38	1.30
2.18	2.08	1.97	1.85	1.77	1.71	1.64	1.59	1.56	1.46	1.36
2.50	2.37	2.22	2.07	1.97	1.89	1.80	1.74	1.69	1.57	1.45
3.30	3.07	2.84	2.59	2.43	2.32	2.17	2.08	2.01	1.83	1.64
1.63	1.58	1.52	1.46	1.41	1.38	1.34	1.31	1.29	1.23	1.16
1.88	1.80	1.72	1.62	1.56	1.52	1.46	1.41	1.39	1.30	1.21
2.11	2.01	1.90	1.78	1.70	1.64	1.56	1.51	1.47	1.37	1.25
2.41	2.27	2.13	1.97	1.87	1.79	1.69	1.63	1.58	1.45	1.30
3.12	2.90	2.67	2.42	2.26	2.15	2.00	1.90	1.83	1.64	1.43
1.61	1.55	1.49	1.43	1.38	1.35	1.30	1.27	1.25	1.18	1.08
1.84	1.76	1.68	1.58	1.52	1.47	1.41	1.36	1.33	1.24	1.11
2.06	1.96	1.85	1.72	1.64	1.58	1.50	1.45	1.41	1.29	1.13
2.34	2.20	2.06	1.90	1.79	1.72	1.61	1.54	1.50	1.35	1.16
2.99	2.77	2.54	2.30	2.14	2.02	1.87	1.77	1.69	1.49	1.22

Critical Values for the Wilcoxon Signed-Rank Test

	α			
n	.005 (one tail) .01 (two tails)	.01 (one tail) .02 (two tails)	.025 (one tail) .05 (two tails)	.05 (one tail) .10 (two tails)
5	*	*	*	1
6	*	*	1	2
7	*	0	2	4
8	0	2	4	6
9	2	3	6	8
10	3	5	8	11
11	5	7	11	14
12	7	10	14	17
13	10	13	17	21
14	13	16	21	26
15	16	20	25	30
16	19	24	30	36
17	23	28	35	41
18	28	33	40	47
19	32	38	46	54
20	37	43	52	60
21	43	49	59	68
22	49	56	66	75
23	55	62	73	83
24	61	69	81	92
25	68	77	90	101
26	76	85	98	110
27	84	93	107	120
28	92	102	117	130
29	100	111	127	141
30	109	120	137	152

Chi-square Distribution Table

d.f.	.995	.99	.975	.95	.9	.1	.05	.025	.01
1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	2.71	3.84	5.02	6.63
2	0.01	0.02	0.05	0.10	0.21	4.61	5.99	7.38	9.21
3	0.07	0.11	0.22	0.35	0.58	6.25	7.81	9.35	11.34
4	0.21	0.30	0.48	0.71	1.06	7.78	9.49	11.14	13.28
5	0.41	0.55	0.83	1.15	1.61	9.24	11.07	12.83	15.09
6	0.68	0.87	1.24	1.64	2.20	10.64	12.59	14.45	16.81
7	0.99	1.24	1.69	2.17	2.83	12.02	14.07	16.01	18.48
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	13.36	15.51	17.53	20.09
9	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	14.68	16.92	19.02	21.67
10	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	15.99	18.31	20.48	23.21
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	17.28	19.68	21.92	24.72
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	18.55	21.03	23.34	26.22
13	3.57	4.11	5.01	5.89	7.04	19.81	22.36	24.74	27.69
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	21.06	23.68	26.12	29.14
15	4.60	5.23	6.26	7.26	8.55	22.31	25.00	27.49	30.58
16	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	23.54	26.30	28.85	32.00
17	5.70	6.41	7.56	8.67	10.09	24.77	27.59	30.19	33.41
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.86	25.99	28.87	31.53	34.81
19	6.84	7.63	8.91	10.12	11.65	27.20	30.14	32.85	36.19
20	7.43	8.26	9.59	10.85	12.44	28.41	31.41	34.17	37.57
22	8.64	9.54	10.98	12.34	14.04	30.81	33.92	36.78	40.29
24	9.89	10.86	12.40	13.85	15.66	33.20	36.42	39.36	42.98
26	11.16	12.20	13.84	15.38	17.29	35.56	38.89	41.92	45.64
28	12.46	13.56	15.31	16.93	18.94	37.92	41.34	44.46	48.28
30	13.79	14.95	16.79	18.49	20.60	40.26	43.77	46.98	50.89
32	15.13	16.36	18.29	20.07	22.27	42.58	46.19	49.48	53.49
34	16.50	17.79	19.81	21.66	23.95	44.90	48.60	51.97	56.06
38	19.29	20.69	22.88	24.88	27.34	49.51	53.38	56.90	61.16
42	22.14	23.65	26.00	28.14	30.77	54.09	58.12	61.78	66.21
46	25.04	26.66	29.16	31.44	34.22	58.64	62.83	66.62	71.20
50	27.99	29.71	32.36	34.76	37.69	63.17	67.50	71.42	76.15
55	31.73	33.57	36.40	38.96	42.06	68.80	73.31	77.38	82.29
60	35.53	37.48	40.48	43.19	46.46	74.40	79.08	83.30	88.38
65	39.38	41.44	44.60	47.45	50.88	79.97	84.82	89.18	94.42
70	43.28	45.44	48.76	51.74	55.33	85.53	90.53	95.02	100.43
75	47.21	49.48	52.94	56.05	59.79	91.06	96.22	100.84	106.39
80	51.17	53.54	57.15	60.39	64.28	96.58	101.88	106.63	112.33
85	55.17	57.63	61.39	64.75	68.78	102.08	107.52	112.39	118.24
90	59.20	61.75	65.65	69.13	73.29	107.57	113.15	118.14	124.12
95	63.25	65.90	69.92	73.52	77.82	113.04	118.75	123.86	129.97
100	67.33	70.06	74.22	77.93	82.36	118.50	124.34	129.56	135.81