# chapitre III

# 3. MAITRISE DES CHAMPS ELECTRIQUES

L'étude des champs électriques est importante dans l'engineering haute tension. En effet, plus la tension est élevée, plus les distances d'isolation nécessaires sont importantes et le matériel encombrant, donc cher ! Il faut utiliser au mieux les systèmes d'isolation afin de réduire la taille des appareils, mais sans pour autant en diminuer la qualité. Un champ trop élevé signifie inéluctablement une durée de vie courte et un manque de fiabilité.

# 3.1. Champ électrique et dépendance de la forme

Pour les détails, on se référera au cours d'électrostatique. Seules les notions utiles sont rappelées. En particulier, la loi de la circulation du champ électrique indique :

$$\overrightarrow{E}\overrightarrow{dl} = -dU$$

où E = champ électrique; U = potentiel; l = distance.

Entre deux électrodes parallèles, le champ E est donc égal à :

$$E = -\frac{U}{d}$$

où U = différence de potentiel entre les électrodes; d = distance entre les électrodes.

Chaque matériau admet un champ disruptif maximum dont le dépassement provoque un claquage (valeurs, voir tableaux dans l'annexe 8).

On se souviendra aussi de la loi de la conservation des charges, ainsi que de celle du déplacement électrique D :

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \, \varepsilon_r \cdot \vec{E}$$

où  $\varepsilon_0$  = permittivité du vide = 8,854 · 10<sup>-12</sup> [ $f_m$ ];  $\varepsilon_r$  = perm. rel. du matériau.

Le théorème de Gauss est ainsi souvent nécessaire; il exprime le fait que le flux total du déplacement électrique à travers une surface fermée, est égal à la charge totale contenue à l'intérieur du volume considéré :

$$\oint_{S} \vec{D} \, d\vec{S} = \iiint_{v} \delta_{ch} \cdot dv = \sum_{v} q$$

où  $\delta_{ch}$ = densité de charge dans le volume  $\upsilon \left[ \frac{c}{m^3} \right]$ 

Appliquées aux formes courantes en HT, ces lois aboutissent aux formules suivantes :

- pour l'extérieur d'un conducteur :

$$E(r) = \frac{q/\ell}{2r\pi\epsilon}$$

- pour l'extérieur d'une sphère :

$$E(r) = \frac{q}{r^2 4\pi \epsilon}$$

En appliquant la loi de la circulation du champ au long d'un rayon, on obtient pour le conducteur :

$$\vec{E}(r) \cdot \vec{dr} = -dU$$
 donc  $dU = -\frac{q/\ell}{2\pi\epsilon} \cdot \frac{dr}{r}$ 

On obtient en intégrant :

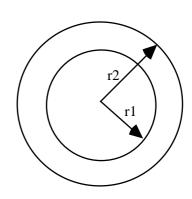
$$U = K + \frac{q / \ell}{2\pi\epsilon} \ln r$$

Pour un conducteur coaxial (par ex. un câble), on peut tenir le même raisonnement que pour le conducteur extérieur. La différence de potentiel devient donc  $U_{\text{ext}}$  -  $U_{\text{int}}$ , les constantes d'intégration "K" s'annulent et on obtient :

$$E(r) = \frac{U}{r \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

ou pour des sphères coaxiales

$$E(r) = \frac{U}{r^2 \frac{r_2 - r_1}{r_2 \cdot r_1}}$$



## **Remarques importantes:**

- On remarque dans les formules ci-dessus que, pour une tension fixée, le champ E augmentera d'autant plus que le rayon diminue! Ceci explique qu'en HT tous les appareils ont de grands rayons et sont munis d'anneaux de répartition de champ. Des rayons sous dimensionnés provoquent **l'effet couronne**, avec toutes ses conséquences (bruit, perturbations radio...).
- En vertu des mêmes lois, le champ E est nul à l'intérieur des conducteurs. Cette propriété permet la construction des cages de Faraday, écrans électriques. Pour l'atténuation de larges gammes de fréquences, une chambre blindée est nécessaire.

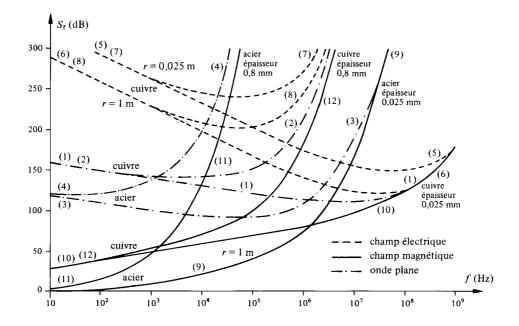


fig. 3.1-1 Atténuation de blindages, en fonction de la fréquence pour les champs électrique, magnétique et l'onde plane, r, distance source-blindage  $\{1\}$ 

- Dû à la structure de la matière (dipôles), les champs maximaux admissibles ne sont pas les mêmes s'il s'agit de contraintes continues, alternatives ou de choc positives ou de choc négatives!

# Facteur de forme (de Schwaiger)

Comme on l'a vu, le champ dépend de la forme et de la tension. Pour l'étude des champs, on définit un facteur liant champ et tension pour certaines électrodes, en fonction de la distance les séparant.

$$\eta = \frac{U}{E_{max} \cdot d}$$

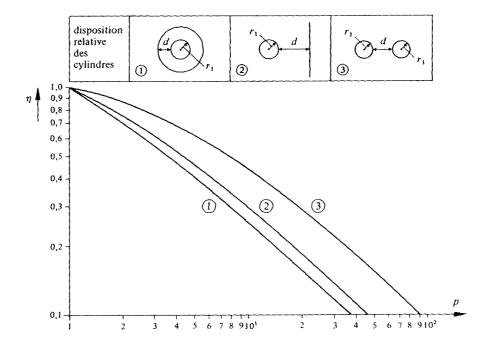


fig. 3.1-2. Facteur de Schwaiger pour des configurations cylindriques avec  $p \le 10^2$ ,  $p = (d + r_1) / r_1 \{1\}$ 

On définit également parfois un facteur d'intervalle, qui tient compte de la forme des électrodes pour le calcul de la tension disruptive.

## Effet Couronne (ou Corona) pour les conducteurs aériens

Lorsque les rayons des conducteurs sont mal dimensionnés, le champ disruptif de l'air est dépassé. L'effet Corona se produit, générant de la lumière (arcs = UV), du bruit, des perturbations radiophoniques, de l'ozone et des pertes électriques. Il est donc impératif de l'éviter.

## Champ électrique entre conducteurs :

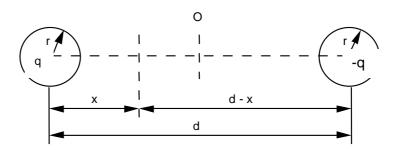


fig. 3.1-3. Deux conducteurs aériens

Le champ électrique entre 2 conducteurs est donné par :

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left[ \frac{q}{x} - \frac{q}{d-x} \right]$$

On en tire le potentiel en intégrant par rapport à x :

$$U_{c} = \frac{q}{2\pi\varepsilon} \left[ \int_{r}^{d-r} \frac{1}{x} dx + \int_{r}^{d-r} \frac{1}{d-x} dx \right] \cong \frac{q}{\pi\varepsilon} \ln\frac{d}{r} \quad (d >> r)$$

d'où on tire:

$$q = \frac{\pi \varepsilon U}{\ln\left(\frac{d}{r}\right)}$$

Le champ maximum sera à la périphérie du conducteur et le champ minimum à l'entraxe; Pour le champ max., on peut écrire :

$$E_{max} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left[ \frac{q}{r} - \frac{q}{d-r} \right]$$

et comme  $d \gg r$ :

$$E_{max} \cong \frac{q}{2\pi\epsilon r}$$

où on remplace q pour obtenir:

$$E_{\text{max}} \cong \frac{U_{\text{c}}}{2 \text{ r ln}\left(\frac{d}{r}\right)}$$

On a considéré ci-dessus un système biphasé avec une tension  $U_c$  entre conducteur  $U_c = 2 \ U_s$ , donc si l'on exprime la formule ci-dessus par rapport à la tension simple, on obtient :

$$E_{\text{max}} \cong \frac{U_{\text{s}}}{r \ln \left(\frac{d}{r}\right)}$$

formule valable aussi en triphasé. On remarquera que ce champ maximum se trouve sur l'axe entre conducteurs.

## **Décharges Corona**

Lorsque le champ disruptif est dépassé, le claquage de l'air environnant se produit; il devient conducteur et le diamètre du conducteur devient ainsi plus grand... ce qui paradoxalement réduit le champ maximum.

## Tension critique<sup>1</sup>

Calculons la tension maximum applicable à un conducteur, sans que l'effet corona n'apparaisse; la tension disruptive de l'air  $E_o$  est de  $3k\hat{V}$  / max ou 2,1  $kV_{eff}$ /max aux conditions de pression et de températures normalisées (20° et 760 mm Hg, voir § 6.3.1). Le champ disruptif peut être corrigé en fonction de conditions atmosphériques différentes au moyen de la densité relative de l'air :

$$k = 0.386 \frac{b}{T}$$
  $b = pression atm. en mmHg$   $T = 273 ^{\circ}C + température ambiante ^{\circ}C$ 

Il faut aussi tenir compte de l'état de surface du conducteur; pour cela on inclut un facteur de surface expérimental m valant :

Conducteur	facteur de surface m			
lisse et neuf	1			
lisse, oxydé	0,93 - 0,98			
toronné	0,72 - 0,9 par défaut : 0,85			

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Ref. : « l'effet couronne en tension alternative », G. Gary, M. Moreau, Eyrolles 1976

Des expressions obtenues précédemment et en incluant les facteurs nécessaires, on obtient la tension critique (tension simple) :

$$U_{crit.} = m \cdot k \cdot E_{oeff} \cdot r \cdot ln\left(\frac{d}{r}\right)$$

L'effet visuel apparaît à une tension (simple) légèrement supérieure, qui peut être calculée avec la formule semi-empirique de Peek :

$$U_{visu} = E_{oeff} \cdot m \cdot k \cdot r \cdot \left(1 + \frac{0.3}{\sqrt{k \cdot r}}\right) \cdot \ln\left(\frac{d}{r}\right)$$

#### **Pertes Corona**

On calcule aussi les pertes avec deux formules semi-empiriques; lorsque le rapport  $\frac{U_s}{U_{s\,crit.}} > 1,8$  on utilisera la formule de Peek; (U signifie  $U_{s\,eff}$  [kV] et f= fréquence [Hz])

$$P_{c} = 224(f + 25) \cdot \sqrt{\frac{r}{d}} \cdot (U - U_{crit.}) \cdot 10^{-5} \qquad [kW / phase / km]$$

et si  $\frac{U_s}{U_{s,crit}}$  < 1,8 formule de Peterson donne de bons résultats :

$$P_{c} = \frac{21 \cdot 10^{-6} \cdot f \cdot U^{2}}{\left(\log_{10}\left(\frac{d}{r}\right)\right)^{2}} \cdot F \qquad [kW/phase/km]$$

avec le facteur F variant avec le rapport  $\frac{U_s}{U_{s \text{ crit.}}}$ 

$\frac{U_{\rm s}}{U_{\rm s\ crit.}}$	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2
F	0,012	0,018	0,05	0,08	0,3	1,0	3,5	6,0	8,2

Ces pertes sont par contre appréciables pour amortir la propagation des ondes de foudre.

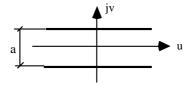
# 3.2. Contrôle du champ électrique

Augmenter l'épaisseur d'isolant n'est souvent pas souhaitable. On choisira donc un dimensionnement astucieux, utilisant des formes et matériaux adéquats.

## Profil de Rogowski

Si le champ est perpendiculaire et uniforme entre deux plaques, ce n'est plus le cas dans les bords. On peut s'affranchir de ce problème en utilisant le profil que Rogowski obtient au moyen de la transformation conforme suivante :

Plan complexe w = u + jv



On admet que le champ est uniforme dans le plan w, puis on transforme tous les points dans le plan z = x + jy au moyen de la formule suivante :

$$z = \frac{a}{\pi} \left( w + 1 + e^{w} \right)$$

En séparant les parties réelles et imaginaires, on obtient :

$$x = \frac{a}{\pi} \left( u + 1 + e^u \cos v \right)$$

$$y = \frac{a}{\pi} \left( v + e^u \sin v \right)$$

Le résultat apparaît ainsi :

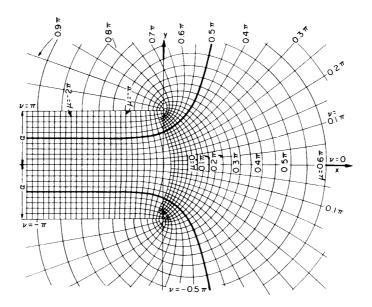


fig. 3.2-1 Transformation d'un champ uniforme dans le plan w en un champ dans le plan z: Profil de Rogowski ( $v = \pm \frac{\pi}{2}$ )

On constate que le champ décroît régulièrement dans les bords. La forme peut changer dès que le champ atteint des valeurs suffisamment faibles.

Ce profil est utilisé pour les plaques d'essai des isolants et les écrans, entre autres.

#### **Utilisation de diélectriques composites**

L'utilisation de diélectriques différents est souvent nécessaire pour des raisons constructives mécaniques.

Par exemple papier + presspan + huile dans les transformateurs. L'utilisation de diélectriques d'ɛ différents peut s'avérer utile pour la répartition du champ, mais peut aussi s'avérer très dangereuse si mal contrôlée ou si c'est un résultat involontaire (par ex. une bulle dans l'isolant ou une couche d'air entre des isolants sandwich...).

## Répartition du champ

Admettons une région composée de deux diélectriques soumis à un champ uniforme.

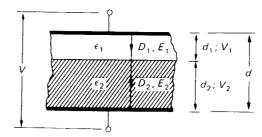


fig. 3.2-2 Deux diélectriques dans un champ uniforme

Cette configuration représente deux capacités en série dont les caractéristiques diffèrent d' $\epsilon_1$ ,  $d_1$  et  $\epsilon_2$ ,  $d_2$ . Le déplacement électrique  $D = \epsilon E$  est identique pour les deux couches. On en déduit :

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$$

D'autre part, la différence de potentiel aux bornes du système est :

$$U = E_1 d_1 + E_2 d_2$$

En remplaçant, on peut en déduire les valeurs de chaque champ par rapport à la tension totale et des  $\epsilon$  et d :

$$E_{1} = \frac{U}{\varepsilon_{1} \left(\frac{d_{1}}{\varepsilon_{1}} + \frac{d_{2}}{\varepsilon_{2}}\right)} = U \cdot \frac{1}{d_{1} + d_{2} \left(\frac{\varepsilon_{1}}{\varepsilon_{2}}\right)}$$

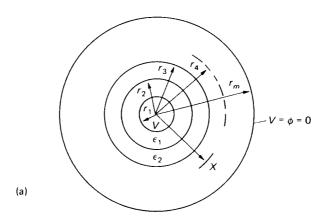
$$E_2 = \frac{U}{\varepsilon_2 \left(\frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{d_2}{\varepsilon_2}\right)} = \frac{U}{d} \cdot \frac{1}{\frac{d_1}{d} \cdot \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - 1\right) + 1}$$

Le dénominateur représente une distance équivalente.

L'influence des différents paramètres peut être examinée et la conclusion la plus importante est la suivante; plus une couche devient fine et que son  $\varepsilon_r$  devient faible, plus le champ dans cette couche devient important.

C'est par exemple le cas d'une couche d'air entre conducteur et isolant ou, pour un câble, entre l'isolant et la gaine métallique, ou encore une couche d'air dans un connecteur HT. Ces configurations sont évidemment à proscrire.

En respectant cependant quelques conditions d'épaisseur et d'ε pas trop différents, on trouve une utilisation intéressante de ce procédé dans les câbles, leurs extrémités et jonctions, dans les bornes de traversées et les capacités;



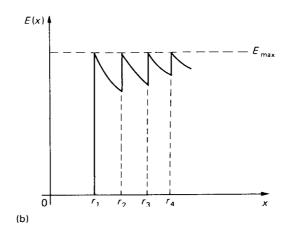


fig. 3.2-3 Câble coaxial avec couches de différentes permittivités. (a) Geometrie. (b) Répartition du champ pour  $\epsilon_1$  r $_1 = \epsilon_2$  r $_2 = ...$   $\epsilon_n$  r $_n = const.$ 

En appliquant la loi de Gauss, on déduit le champ dans les couches :

$$E(x) = \frac{U}{\varepsilon_{x} \cdot x \sum_{n=1}^{m} \frac{1}{\varepsilon_{n}} \ln \left( \frac{r_{n+1}}{r_{n}} \right)}$$

Dans le cas illustré, on conserve  $E_{max}$  en gardant constant les multiples  $\epsilon_n$   $r_n$ . Ceci permet de réduire le diamètre de l'objet, mais implique l'utilisation d'isolants supportant tous  $E_{max}$ .

## La réfraction diélectrique

Lorsque le déplacement électrique D rencontre la surface d'un isolant d'ɛ différent et qui n'est pas perpendiculaire, la direction de ce vecteur va changer. Les angles d'incidence et de réfraction obéissent à la relation suivante :

$$\frac{\tan\alpha_1}{\tan\alpha_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$$

L'effet est illustré sur la figure suivante :

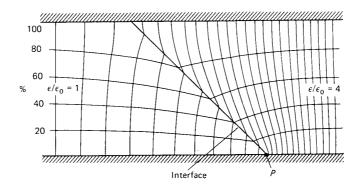


fig. 3.2-4 Deux diélectriques différents entre des électrodes planes

Ceci peut conduire à quelques difficultés, par exemple lors de l'essai diélectrique des matériaux.

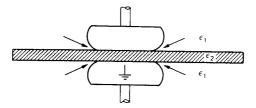


fig. 3.2-5 Essai de claquage sur une plaque  $(\epsilon_2)$  : endroits où le champ est maximum pour  $\epsilon_1 < \epsilon_2$ 

Pour éviter ceci, ε<sub>1</sub> doit être augmenté, en utilisant par exemple du SF6 ou de l'huile.

On utilise cependant favorablement ce phénomène, par exemple dans les extrémités de câbles ou dans le dimensionnement des isolateurs placés à l'intérieur des installations SF6.

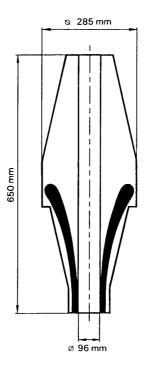


figure: 3.2-6 Déflecteur d'extrémité de câble HT

# 3.3. Méthodes d'évaluation du champ électrique

Disons d'emblée que l'ordinateur permet, grâce à l'application de méthodes numériques, la résolution efficace des problèmes de champs. Citons cependant pour mémoire les autres méthodes existantes :

#### Méthodes expérimentales

Au moyen d'un voltmètre électrostatique (sondes de champ), promené aux alentours de l'objet sous tension. L'objet doit évidemment être déjà fabriqué. Cette méthode est cependant utilisée pour des vérifications dans le contexte réel. Il faut prendre garde à ce que la mesure ne déforme pas le champ.

# Méthodes analogiques

Les plus connues sont :

- Les méthodes graphiques, par lesquelles on trace un ensemble de lignes orthogonales.
- La cuve électrolytique; des électrodes ayant la forme de l'objet sont immergées dans un liquide semi-conducteur. L'objet est mis sous tension (≤ 50V), la cuve à la terre et les champs sont relevés au moyen de sondes.

 Les réseaux d'impédances dans lesquels le "fluide de la cuve rétrostatique" est remplacé par un réseau de résistances; ces tensions sont mesurables aux noeuds.

# Méthodes analytiques et numériques

- Transformations conformes; méthodes utilisant des passages d'un plan complexe, dans lequel les champs sont simples, à un autre plan complexe représentant les champs réels. (Voir l'exemple du profil de Rogowski). Les formules de passage sont difficiles à trouver.
- Principe des charges fictives, basé sur la simulation de la distribution superficielle de charges électriques à la surface des électrodes. La résolution implique le calcul de coefficients de potentiel, donc ici également calculs matriciels.
- Différence finie; méthode numérique basée sur la dérivée du potentiel. Le système d'équation résultant est traité sous forme matricielle. Cette méthode n'est pas pratique ou peu précise lorsque les champs ne sont pas homogènes.
- Eléments finis. Parente proche de la différence finie, cette méthode consiste à "minimiser l'énergie" dans la région d'intérêt. Celle-ci est découpée en petits éléments (triangles, rectangles, ...) dans chacun duquel on admet une variation linéaire ou quadratique du champ, ce qui permet un résolution matricielle simple. Pour une bonne précision, il est cependant nécessaire de diviser une région comportant de grandes variations de champ en de plus nombreux éléments.

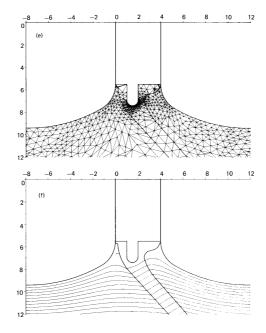


fig. 3.3-1 a) Découpage en éléments triangulaires et b) résultat

Cette méthode est très utilisée, car les mêmes algorithmes sont valables pour toutes sortes de champs (magnétiques, thermiques, ...).