جامعة الوادي

كلية العلوم الإقتصادية و التجارية و علوم التسيير

السنة أولى ل.م.د

سلسلة تمارين رقم (2) : مقاييس النزعة المركزية

التمرين 01: في إحدى الولايات تم إحصاء عدد مشاريع السكن المنجزة في كل بلدية فكانت النتائج كالتالي: (بيانات مفردة)

بلديات	A	B	C	D	E	F	G	H
عدد المشاريع	4	8	6	3	5	7	2	1

- أحسب كل من المقاييس التالية: المتوسط الحسابي، المنوال و الوسيط، مع تفسير كل قيمة؟

نبيانات حدد التمرين تمثل نوع البيانات المفردة، وبالتالي نقوم بحساب المقاييس التالية:

1/ المتوسط الحسابي $\bar{X}$: $\bar{X} = \frac{\sum X_i}{N} \Rightarrow \bar{X} = \frac{36}{8} = 4,5$ (N: عدد البيانات)

متوسط عدد مشاريع السكن المنجزة من 4 إلى 5 مشاريع.

2/ الوسيط Me: ترتيب البيانات ترتيب تصاعدي

$Me = \frac{X_{(\frac{N}{2})} + X_{(\frac{N}{2}+1)}}{2} = \frac{4+5}{2} = 4,5$ قيمة الوسيط للبيانات زوجية 1,2,3,4,5,6,7,8

3/ المنوال Mo: لا يوجد قيمة للمنوال لأننا في حالة بيانات مفردة.

التمرين 02: الجدول التالي تبين التوزيع التكراري لعدد الغيابات التي سجلها عمال مؤسسة ما خلال الثلاثي الأول من السنة: (بيانات مكررة)

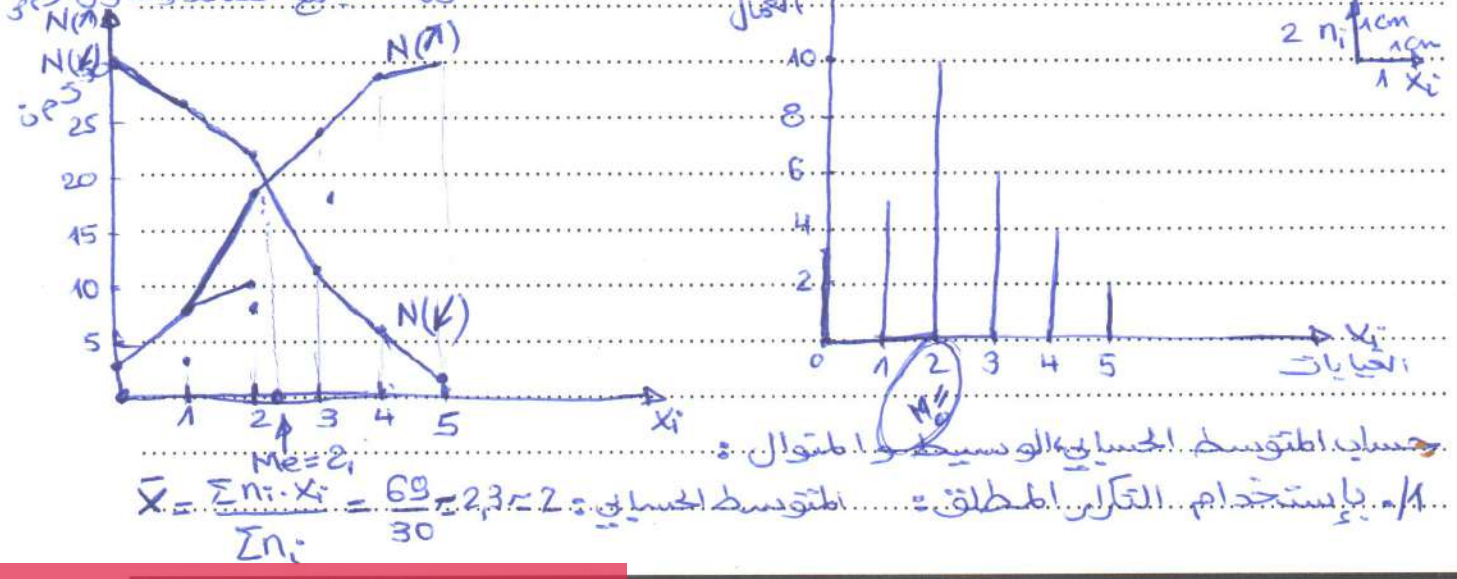
المتغير الاحصائي (الغيابات)	0	1	2	3	4	5	المجموع
التكرار (العمال)	3	5	10	6	4	2	30

1) مثل بيانيا الجدول التالي باستخدام طريقة الأعمدة البسيطة؟ ثم استنتج قيمة المنوال بيانيا؟

2) أرسم منحنى التكرارات المتجمعة الصاعدة والنازلة؟ ثم استنتج قيمة الوسيط بيانيا؟

3) أحسب باستخدام التكرار المطلق والتكرار النسبي كل من المقاييس التالية: المتوسط الحسابي، المنوال و الوسيط، الربيع الأول والربيع الثالث، مع تفسير قيمة كل مقياس؟

1/ الشكل رقم 01: التمثيل بطريقة الأعمدة البسيطة ... 2/ الشكل 2: التمثيل البياني باستخدام منحنى التكرارات المتجمع الصاعد والنازل رقم



حساب المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال:

1/ باستخدام التكرار المطلق: المتوسط الحسابي: $\bar{X} = \frac{\sum n_i \cdot X_i}{\sum n_i} = \frac{69}{30} \approx 2,3 \approx 2$

Ce document PDF a été édité via Icecream PDF Editor.
Passez à la version PRO pour retirer le filigrane.

القيمة المتغير x_i	التكرار n_i	$N(\nearrow)$	$N(\searrow)$	التكرار النسبي f_i	$f_i \cdot x_i$
0	3	3	30	0,1	0
1	5	8	27	0,17	0,17
2	10	18	22	0,33	0,66
3	6	24	12	0,2	0,6
4	4	28	06	0,13	0,52
5	2	30	02	0,07	0,35
$\sum$	30	/	/	1	2,3

أكبر تكرار

الوسيط Me: رتبة الوسيط $= \frac{N}{2} = \frac{30}{2} = 15$

ومنه قيمة الوسيط $M_e = 2$

المنوال M_o: هي قيمة المتغير التي يقابلها أكبر تكرار ومنه $M_o = 2$

2/ باستخدام التكرار النسبي:

المتوسط الحسابي: $\bar{X} = \sum f_i \cdot x_i = 2,3 \simeq 2$

الوسيط Me: رتبة الوسيط $= \frac{\sum f_i}{2} = \frac{1}{2} = 0,5$

ومنه الوسيط $M_e = 2$

المنوال M_o: قيمة المتغير التي يقابلها أكبر قيمة التكرار النسبي $M_o = 2$

التمرين 03: الجدول التالي تبين التوزيع التكراري لمبيعات كشك معين من جريدة الخبر خلال 50 يوم. (بيانات صيوية) -

الفئات (المبيعات)	29-20	39-30	49-40	59-50	69-60	79-70	89-80	المجموع
التكرار (الجرائد)	6	12	11	9	6	4	2	50

1) أرسم المدرج التكراري لهذا التوزيع واستنتج قيمة المنوال بيانيا ؟

2) أرسم منحنى التكرارات المتجمعة الصاعدة والنازلة؟ ثم استنتج قيمة الوسيط بيانيا؟

3) أحسب باستخدام التكرار المطلق والتكرار النسبي كل من المقاييس التالية: المتوسط الحسابي، المنوال و الوسيط، الربيع الأول والربيع الثالث، مع تفسير قيمة كل مقياس ؟

الفئات x_i	التكرار n_i	الحدود الفعلية	التكرار النسبي f_i	$N(\nearrow)$	$N(\searrow)$	مراكز الفئات x_i	$n_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i$	$F(\nearrow)$
20 - 29	6	19,5-29,5	0,12	6	50	24,5	147	2,94	0,12
30 - 39	12	29,5-39,5	0,24	18	44	34,5	414	8,28	0,36
40 - 49	11	39,5-49,5	0,22	29	32	44,5	489,5	9,79	0,58
50 - 59	9	49,5-59,5	0,18	38	21	54,5	490,5	9,81	0,76
60 - 69	6	59,5-69,5	0,12	44	12	64,5	387	7,74	0,88
70 - 79	4	69,5-79,5	0,08	48	6	74,5	298	5,96	0,96
80 - 89	2	79,5-89,5	0,04	50	2	84,5	169	3,38	1
$\sum$	50	/	1	/	/		2395	47,9	

f_i: التكرار النسبي

$N(\nearrow)$: تكرار المتجمع الصاعد

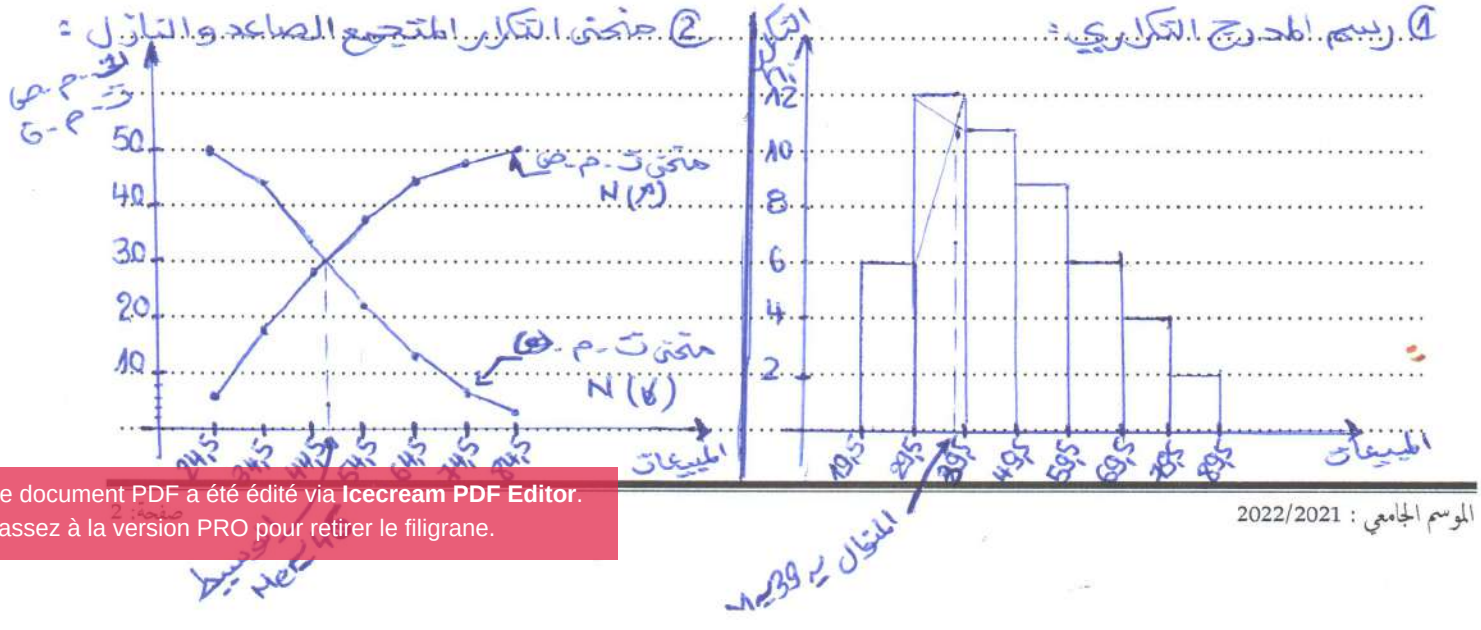
$N(\searrow)$: تكرار المتجمع النازل

X_i: مراكز الفئات

$F(\nearrow)$: تكرار المتجمع الصاعد للقيم النسبية

① رسم المدرج التكراري:

② منحنى التكرار المتجمع الصاعد والنازل:



Ce document PDF a été édité via **Icecream PDF Editor**.
Passez à la version PRO pour retirer le filigrane.

3/ حساب مقاييس النزعة التالية:

1/ باستخدام التكرار المطلق

المتوسط الحسابي: $\bar{x}$

$\bar{x} = \frac{\sum n_i \cdot x_i}{N} = \frac{2395}{50} = 47,9 \simeq 48$ متوسط عدد الأجراء

الوسيط: Me

رتبة الوسيط $= \frac{N}{2} = \frac{50}{2} = 25$ ⇐ فئة الوسيط هي [40-49]

$Me = L_0 + \left(\frac{N/2 - N_0}{N_1 - N_0}\right) \cdot k$

$Me = 40 + \left(\frac{25-18}{29-18}\right) \cdot 10 = 46,36 \simeq 46$

المنوال: M_o

فئة المنوال هي الفئة التي أكبر تكرار [30,39]

$M_o = L_0 + \left(\frac{d_1}{d_1+d_2}\right) \cdot k$

$M_o = 30 + \left(\frac{(12-6)}{(12-6)+(12-11)}\right) \cdot 10$

$M_o = 38,6 \simeq 39$

ب) باستخدام التكرار النسبي

المتوسط الحسابي: $\bar{x}$

$\bar{x} = \sum f_i \cdot x_i = 47,9 \simeq 48$

الوسيط: Me

رتبة الوسيط $= \frac{\sum f_i}{2} = \frac{1}{2} = 0,5$ ⇐ فئة الوسيط هي [40-49]

$Me = L_0 + \left(\frac{\sum f_i/2 - F_0}{F_1 - F_0}\right) \cdot K$

$Me = 40 + \left(\frac{0,5 - 0,36}{0,58 - 0,36}\right) \cdot 10 = 46,36 \simeq 46$

المنوال: M_o

فئة المنوال هي الفئة التي أكبر تكرار نسبي [30,39]

$M_o = L_0 + \left(\frac{d_1}{d_1+d_2}\right) \cdot K$

$M_o = 30 + \left(\frac{(0,24-0,12)}{(0,24-0,12)+(0,24-0,22)}\right) \cdot 10$

$M_o = 38,6 \simeq 39$

التمرين 04: الجدول التالي يمثل التوزيع التكراري للأجر اليومي لأربعين عاملا بالدينار:

الفئات (الأجر)	200-100	300-200	400-300	500-400	600-500	700-600	800-700	المجموع
التكرار (العمال)	12	7	8	5	4	3	1	40

1) أرسم المدرج التكراري لهذا التوزيع واستنتج قيمة المنوال بيانيا ؟

2) أرسم منحنى التكرارات المتجمعة الصاعدة والنازلة؟ ثم استنتج قيمة الوسيط بيانيا؟

3) أحسب باستخدام التكرار المطلق والتكرار النسبي كل من المقاييس التالية: المتوسط الحسابي، المنوال و الوسيط، الربيع الأول والربيع الثالث، مع تفسير قيمة كل مقياس؟

الفئات	تكرار n_i	مراكز الفئات x_i	تكرار نسبي f_i	$n_i \cdot x_i$	ت.م.ص $N(\nearrow)$	ت.م.ن $N(\searrow)$	$f_i \cdot x_i$	$F(\nearrow)$
100-200	12	150	0,3	1800	12	40	45	0,3
200-300	7	250	0,175	1750	19	28	43,75	0,475
300-400	8	350	0,2	2800	27	21	70	0,675
400-500	5	450	0,125	2250	32	13	56,25	0,8
500-600	4	550	0,1	2200	36	8	55	0,9
600-700	3	650	0,075	1950	39	4	48,75	0,975
700-800	1	750	0,025	750	40	1	18,75	1
$\sum$	40	/	1	13500	/	/	337,5	/

1) الرسم المدرج التكراري و المضلع التكراري المتجمع الصاعد والنازل

Ce document PDF a été édité via **Icecream PDF Editor**.
Passez à la version PRO pour retirer le filigrane.

بإستخدام التكرار المطلق:

① المتوسط الحسابي:

$\bar{X} = \frac{\sum n_i . x_i}{\sum n_i} = \frac{13500}{40} = 337,5$

② الوسيط:

رتبة الوسيط $= \frac{N}{2} = \frac{40}{2} = 20$ فئة الوسيط $[300-400[$ و منه:

$M_e = L_0 + \left(\frac{\frac{N}{2} - N_0}{N_1 - N_0}\right) . K$

$M_e = 300 + \left(\frac{20-19}{27-19}\right) . 100 = 312,5$

③ المنوال:

$M_0 = L_0 + \left(\frac{d_1}{d_1+d_2}\right) . K$

فئة المنوال هي الفئة التي لها أكبر تكرار $[100-200[$

$M_0 = 100 + \left(\frac{(12-0)}{(12-0)+(12-7)}\right) . 100$

$M_0 = 170,59$

ملاحظة: ① البيانات في حسابها نفس طريقة حساب الوسيط الاختلاف في الرتبة

- المتوسط الحسابي: ك 337 متوسط الأجر اليومي ك 337 دينار.
- الوسيط 312,5 أي أن 50٪ من العمال أجرهم أقل من 312,5 دينار و 50٪ الأخرى أكثر من 312,5 دينار.

بإستخدام التكرار النسبي:

① المتوسط الحسابي:

$\bar{X} = \sum f_i . x_i = 337,5$

② الوسيط:

رتبة الوسيط $= \frac{\sum f_i}{2} = \frac{1}{2} = 0,5$ فئة الوسيط $[300-400[$ و منه:

$M_e = L_0 + \left(\frac{\sum f_i/2 - F_0}{F_1 - F_0}\right) . K$

$M_e = 300 + \left(\frac{1/2 - 0,475}{0,675 - 0,475}\right) . 100$

$M_e = 312,5$

③ المنوال:

$M_0 = L_0 + \left(\frac{d_1}{d_1+d_2}\right) . K$

فئة المنوال هي الفئة التي لها أكبر تكرار نسبي $[100-200[$

$M_0 = 100 + \left(\frac{(0,3-0)}{(0,3-0)+(0,3-0,175)}\right) . 100$

$M_0 = 170,59$

- المنوال: 170,59 أي أن أكثر العمال لديهم أجر يومي يقدر بـ 170,59 دينار.

التمرين 05: الجدول التالي يبين توزيع العمال حسب عدد ساعات العمل الأسبوعية.

الفئات	38 -40	40 - 42	42 - 46	46 - 52	52 -56	56 -58
التكرارات	10	20	90	240	110	30

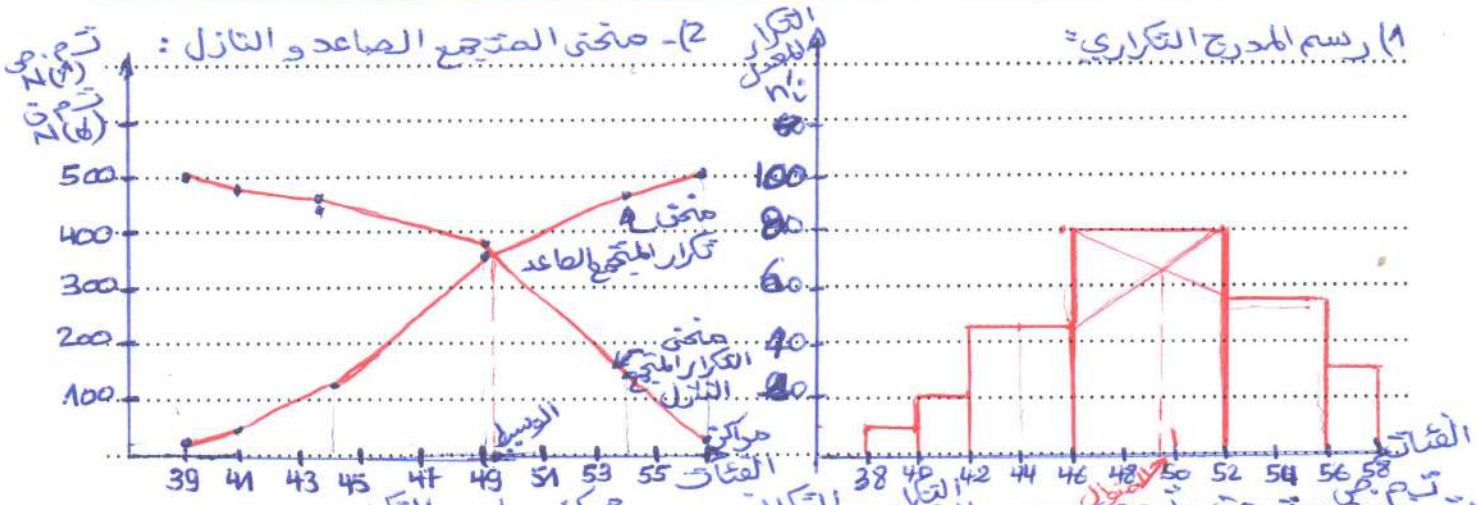
1) أرسم المدرج التكراري لهذا التوزيع واستنتج قيمة المنوال بيانيا ؟
2) أرسم منحنى المتجمع الصاعد والنازل ثم استنتج قيمة الوسيط بيانيا ؟
3) أحسب باستخدام التكرار المطلق والتكرار النسبي المتوسط الحسابي، الوسيط والمنوال ؟ ماذا تلاحظ ؟

5) نلاحظ أن طول الفئة لكل الفئات غير متساوي و بالتالي لرسم المدرج التكراري و حساب المنوال نجيب أو لا حساب التكرار المعدل أ

Ce document PDF a été édité via **Icecream PDF Editor**.
Passez à la version PRO pour retirer le filigrane.

1) رسم المدرج التكراري:

2) - منحنى المتجمع الصاعد والنازل:



الفئات	التكرار n_i	التكرار المعدل	طول الفئة	مركز الفئة x_i	$n_i \cdot x_i$	التكراري النسبي f_i	التكرار النسبي المعدل	$f_i \cdot x_i$	$N(\nearrow)$	$N(\searrow)$	$F(\nearrow)$
38-40	10	10	2	39	390	0,02	0,04	0,78	10	500	0,02
40-42	20	20	2	41	820	0,04	0,08	1,64	30	490	0,06
42-46	90	45	4	44	3960	0,18	0,19	7,92	120	470	0,24
46-52	240	80	6	49	11760	0,48	0,33	23,52	360	380	0,72
52-56	110	55	4	54	5940	0,22	0,23	11,88	470	140	0,94
56-58	30	30	2	57	1710	0,06	0,13	3,42	500	30	1
$\sum$	500	240	/	/	24580	1	1	49,16	/	/	/

التكرار المعدل = التكرار / طول الفئة × طول الفئة المختار يساوي 2.

حساب المقاييس التالية:

1/ باستخدام التكرار المطلق:

- المتوسط الحسابي $(\bar{X})$:

$$\bar{X} = \frac{\sum n_i \cdot x_i}{\sum n_i} = 49,16$$

- الوسيط (M_e):

رتبة الوسيط $= \frac{N}{2} = \frac{500}{2} = 250$

فئة الوسيط $[46-52[$

$$M_e = L_0 + \left(\frac{\frac{N}{2} - N_0}{N_1 - N_0}\right) \cdot K$$

$$M_e = 46 + \left(\frac{250 - 120}{360 - 120}\right) \cdot 6 = 49,25$$

- المنوال: يحسب باستخدام التكرار المعدل (أكبر تكرار معدل 80) $\Rightarrow$ فئة المنوال $[46-52[$

$$M_o = L_0 + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right) \cdot K$$

2/ باستخدام التكرار النسبي:

- المتوسط الحسابي $(\bar{X})$:

$$\bar{X} = \sum f_i \cdot x_i = 49,16$$

- الوسيط (M_e):

رتبة الوسيط $= \frac{\sum f_i}{2} = \frac{1}{2} = 0,5$ فئة الوسيط $[46-52[$

$$M_e = L_0 + \left(\frac{\frac{\sum f_i}{2} - F_0}{F_1 - F_0}\right) \cdot K$$

$$M_e = 46 + \left(\frac{0,5 - 0,24}{0,72 - 0,24}\right) \cdot 6 = 49,25$$

- المنوال: يحسب باستخدام التكرار النسبي المعدل (أكبر تكرار نسبي معدل 0,48) $\Rightarrow$ فئة المنوال $[46-52[$

$$M_o = 46 + \left(\frac{(0,33 - 0,19)}{(0,33 - 0,19) + (0,33 - 0,23)}\right) \cdot 6 = 49,5$$

$$M_o = 46 + \left(\frac{(80 - 45)}{(80 - 45) + (80 - 55)}\right) \cdot 6 = 49,5$$

Ce document PDF a été édité via **Icecream PDF Editor**.
Passez à la version PRO pour retirer le filigrane.