برنامج بحوث العمليات

المحور01: مدخل إلى بحوث العمليات « النشأة، المفهوم، مجالات الاستخدام »

المحور02: البرمجة الخطية

* تحليل ما بعد الأمثلية
* المسألة المعكوسة
* أسعار الظل

المحور03: نماذج النقل

المحور04: النموذج الرياضي

المحور05: الطرق المستخدمة في مشاكل النقل

المحور06: إيجاد الحل الأمثل

* طريقة القفز على الحجر
* طريقة المضاعفات.

المحور07: الحالات الخاصة في مسائل النقل

المحور08: مشاكل التخصيص

* الطريقة الهنغارية « المجرية »
* حالة التعظيم والتخفيض

المحاضرة 01: مدخل إلى بحوث العمليات

إذا كان الأفراد يتخذون قراراتهم معتمدين على خبراتهم وقدراتهم وظروفهم الشخصية والبيئة التي يعيشون فيها إلا أنه نتيجة ازدياد حجم المشاكل وتداخلها كان لابد من البحث عن أساليب أكثر دقة وفعالية لمواجهتها ومن هاته الأساليب "بحوث العمليات". يرجع بعض العلماء نشأة بحوث العمليات إلى عامل الصدفة في انجلترا عام 1889 حيث لاحظ الازدحام في كبينة الهاتف من قبل طالبي المكالمات الهاتفية والتي حاول من خلالها أن ينشئ نظرية الطوابير ومع تطورها لتبدأ الإدارة الحركية العلمية في الظهور سنة 1918 أين دعا "تايلور" في كتابه "الإدارة العامة" إلى ضرورة استبدال طريقة الحكم الشخصي والتجربة والخطأ بطرق أخرى تعتمد على البحث العلمي إلا أن البداية الفعلية لبحوث العمليات كانت سنة 1936 خلال ح ع II بين دول الحلفاء ودول المحور حيث واجه دول الحلفاء العديد من المشاكل المعقدة ظهرت حاجة بريطانيا الماسة إلى مساهمة العلماء بوضع أسلوب علمي لصد الهجوم الألماني الناجح آنذاك، فدعت إدارة السلاح الهدف البريطاني عددا من العلماء والمتخصصين في الرياضيات والاقتصاد وعلى رأسهم S. Blakett من جامعة مانشستر لحل المشاكل الاستراتيجية والتكتيكية المتعلقة بالدفاع الجوي، البحري، البري، بل تحليل الموارد المتاحة من القوة العاملة والمعدات من القوات البريطانية وتحديد المواقع المثلى للقتال لصد العدوان الألماني وتحويل بريطانيا من موقف الدولة المدافعة إلى

موقف الدولة المهاجمة. وفي نهاية ح ع II طورت بريطانيا
هذه العلوم للاستفادة منها في شتى القطاعات الصناعية،
الزراعية، الصحية، وهو ما جعل بقية الدول ومنها و م أ تقوم
بدراسات مماثلة لتشمل ميادين أوسع. كما ساهمت الجامعات
في تطويرها ليتم تأسيس أول نادي لبحوث العمليات سنة 1947
في بريطانيا وتغير اسمه بعد ذلك إلى جمعية العلماء، وفي
نفس السنة تأسست الجمعية الأمريكية لبحوث العمليات و
إدارة الأعمال. وقام George dantzing سنة 1947 بتطوير
طريقة simplexe لحل مشاكل البرمجة الخطية، وفي سنة
1957 ظهر أول كتاب لبحوث العمليات بواسطة Gir girman
في نيويورك بعنوان "مقدمة في بحوث العمليات".

3- تعريف بحوث العمليات:

تعريف جمعية البحوث العمليات البريطانية: "تعني باستخدام الأساليب العلمية لحل المشاكل المعقدة لإدارة الأنظمة الكبيرة من القوى العاملة والمعدات والمواد الأولية في المصانع والمؤسسات الحكومية والقوات المسلحة".

* تعريف جمعية بحوث العمليات الأمريكية: "ترتبط بحوث العمليات باتخاذ القرارات العلمية في المؤسسة حول كيفية تصميم وعمل أنظمة من المعدات والقوى العاملة وفقا لشروط تتطلب تخفيض الموارد النادرة".

* تعريف بحوث العمليات: تعرف على أنها علم يتناول عملية صنع القرار المبنية على المنهج العلمي باعتماد أساليب

التحليل الكمي بهدف الوصول إلى البديل الأمثل في حدود الإمكانيات المتاحة بناءا على بيانات تفصيلية وبالتالي فهو علم التمثيل الرياضي لمشاكل عملية اتخاذ القرار وإيجاد طرق لحل هذه النماذج الرياضية.

2/ شروط تطبيق بحوث العمليات:

* محدودية الموارد: أي أن الموارد التي تستعملها المؤسسة محدودة الكمية ومنها الموارد المالية، البشرية ذات الكفاءة العالية والمتخصصة، المواد الأولية، مساحات الأراضي ذات المواصفات النادرة.
* تعدد البدائل: أي وجود أكثر من طريقة أو بديل يتم بموجب إستغلال الموارد وهما شرطان متلازمان عند تطبيق بحوث العمليات.

3/ مجالات إستخدام بحوث العمليات:

* الإنتاج: وتشمل دراسات الجدوى، تحديد المدخلات اللازمة للعمليات الإنتاجية، تحديد نماذج المنتجات، إختيار موقع المشروع، التصميم الداخلي للمصنع...
* التسويق والمبيعات: وتشمل بحوث السوق، وضع الأسعار، الدعاية والإعلان، رسم السياسات التسويقية، تحديد الأسواق وسياسات التوزيع.
* التمويل: وما يتعلق به من تحديد مصادر الحصول على الأموال وتخطيطها وتوجيه الإستثمار.

- الأفراد - إدارة الموارد البشرية: وما يرتبط بذلك من سياسات تحديد الاحتياجات والتعيين والتدريب وأنظمة التحفيز.
- المشتريات والمخازن: من حيث تحديد مصادر الشراء وكميات الشراء وأسعار المواد المشتراة وأوقات الحصول عليها ووضع نظم سليمة للمخزون مما يؤدي إلى زيادة الربحية وتخفيض التكاليف.
- الرقابة الإدارية: إذ أن وضوح وتحديد الأهداف بشكل علمي ومدروس يسهّل مهمة الرقابة وبالتالي زيادة الفعالية

5

14- حل مشاكل البرمجة الخطية بطريقة Simplexe :

مثال:

يريد مزارع تخصيص 150 هكتار من المساحة الزراعية من محصولي الطماطم و الفلفل و لديه 480h من العمل و $440m^3$ من الماء. يتطلب هكتار واحد من الطماطم ساعة عمل واحدة 1h و $4m^3$ من الماء و يحقق ربح صافي 100DA
- يتطلب هكتار واحد من الفلفل 4h من العمل و $2m^3$ من الماء و يحقق ربح صافي قدره 200DA. تريد مديرية التجارة حماية أسعار الطماطم فلن تسمح له بزراعة أكثر من 90 هكتار من الطماطم.

- ماهو التخصيص الأمثل للأرض لمزارعه؟

الإجابة:

x: المساحة المزروعة من الطماطم

y: " " الفلفل

- دالة الهدف: $Max[Z] = 100x + 200y$

القيود:

- قيد المساحة: $x + y \leq 150$
- قيد العمل: $x + 4y \leq 480$
- قيد الماء: $4x + 2y \leq 440$

$x \leq 90$

قيد عدم السلبية: $x, y \geq 0$

النموذج المعياري =

$$Max[Z] = 100x + 200y + 0e_1 + 0e_2 + 0e_3 + 0e_4$$

$$x + y + e_1 = 150$$

$$x + 4y + e_2 = 480$$

$$4x + 2y + e_3 = 440$$

$$x + e_4 = 90$$

جدول الحل الأولي =

			100	200	0	0	0	0
C	V	Q	x	y	e_1	e_2	e_3	e_4
0	e_1	150	1	1	1	0	0	0
0	e_2 ←	480	1	4	0	1	0	0
0	e_3	440	4	2	0	0	1	0
0	e_4	90	1	0	0	0	0	1
Z = 0			100	200 ↑	0	0	0	0

- المتغير الداخل = هو أكبر قيمة في سطر Z
- ثم نقسم عمود Q على عمود المتغير الداخل أي أقل حاصل قسمة هو المتغير الخارج

			100	200	0	0	0	0
c	V	Q	x	y	e_1	e_2	e_3	e_4
0	e_1	30	3/4	0	1	-1/4	0	0
200	y	120	1/4	1	0	1/4	0	0
0	e_3	200	14/4	0	0	-1/2	1	0
0	e_4	90	1	0	0	0	0	1
$Z = 24000$			50 ↑	0	0	-50	0	0

			100	200	0	0	0	0
c	V	Q	x	y	e_1	e_2	e_3	e_4
100	x	40	1	0	4/3	-1/3	0	0
200	y	110	0	1	-1/3	1/3	0	0
0	e_3	60	0	0	-14/3	2/3	1	0
0	e_4	50	0	0	-4/3	1/3	0	1
$Z = 26000$			0	0	-200/3	-100/3	0	0

القراءة الاقتصادية

حالات خاصة في البرمجة الخطية

1/ حالة عدم وجود حلول ممكنة.

مثال:

$$Max[Z] = 4x_1 + 3x_2$$

$$x_1 + x_2 \leq 2$$

$$3x_1 + x_2 \geq 10$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

الحل الأمثل:

			4	3	0	0	-M
C	V	Q	x_1	x_2	e_1	e_2	A
4	x_1	2	1	1	1	0	0
-M	A	5	0	-2	-3	-1	1
Z = 8 - 5M			0	-1-2M	-1-3M	-M	0

- بما أن الحل الأمثل بقيت في المتغيرات الاصطناعية "A" يعني المسألة ليس لها حل.

2/ حالة وجود عدد لانهائي من الحلول:

مثال:

$$Max[Z] = x + 3x_2$$

$$x_1 + x_2 \geq 2$$

$$x_2 \leq 3$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

			1	2	0	0
C	V	Q	x_1	x_2	e_1	e_2
2	x_2	3	0	1	0	1
0	e_2	1	-1	0	1	1
Z = 6			1	0	0	-2

- نقسم عمود Q ع عمود المتغير الداخل "x" نجد ص: $\frac{3}{0}$ و $\frac{1}{-1} = -1$
وهذا مرفوض لأنه سالب إذن وجود ما لا نهاية من الحلول

د) - حالة وجود حل بديل:

مثال:

$$\text{Max}[Z] = 2x + 4y$$
$$x \leq 8$$
$$y \leq 3$$
$$3x + 6y \leq 30$$
$$x, y \geq 0$$

جدول الحل الأمثل:

			2	4	0	0	0
C	V	Q	x	y	e_1	e_2	e_3
0	e_1	4	0	0	1	2	-1/3
4	y	3	0	1	0	1	0
2	x	4	1	0	0	-2	1/3
Z = 20			0	0	0	$\boxed{0}$	-2/3

قيمة e_2 في سطر Z تساوي 0 ولكنه لم يظهر في عمود
V دليل على وجود حل بديل ثم نعتبر e_2 هو المتغير داخل
ونكمل ..

			2	4	0	0	0
C	V	Q	x	y	e_1	e_2	e_3
0	e_2	2	0	0	1/2	1	-1/6
4	y	1	0	1	-1/2	0	1/6
2	x		1	0	1	0	0
Z = 20			0	0	0	0	-2/3

- وصلنا لنفس الحل عند دخول e_2 وخروج e_1 يعطينا نفس الحل الأفضل إذن e_1 حل بديل لـ e_2 و e_2 حل بديل لـ e_1

14- حالة عدم الانتظام :

مثال :

$$\text{Max}\,[Z] = 2x_1 + 0x_2 + \frac{3}{2}x_3$$

$$x_1 - x_2 \leq 2$$

$$2x_1 + x_3 \leq 4$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 3$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

C	V	Q	x_1	x_2	x_3	e_1	e_2	e_3
			2	0	3/2	0	0	0
0	e_1 ←	2	1	-1	0	1	0	0
0	e_2	4	2	0	1	0	1	0
0	e_3	3	1	1	1	0	0	1
	$Z=0$		2 ↑	0	-3/2	0	0	0

- عند قسمة عمود Q ÷ عمود المتغير الداخل نجد قيمتين متساويتين إذن نختار أي واحدة منهم نعتبرها متغير خارج في المثال هذا e_1 هو الخارج

C	V	Q	x_1	x_2	x_3	e_1	e_2	e_3
			2	0	3/2	0	0	0
2	x_1	2	1	-1	0	1	0	0
0	e_2 ←	0	0	2	1	-2	1	0
0	e_3	1	0	1	1	-1	0	1
	$Z = 4$		0	2 ↑	3/2	-2	0	0

C	V	Q	x_1	x_2	x_3	e_1	e_2	e_3
			2	0	3/2	0	0	0
2	x_1	2	1	0	1/2	0	1/2	0
0	x_2	0	0	1	1/2	-1	1/2	0
0	e_3	1	0	0	0	1	-1	1
	$Z=4$		0	0	1/2	0	0	0

تحليل الحساسية

أولا: التغيرات في معاملات دالة الهدف:

1/ حالة تغير قيمة معامل دالة الهدف لمتغير غير أساسي "غير داخل في الحل" أي لا يوجد في عمود V

مثال:

$$Max[Z] = 20x_1 + 10x_2$$

$$5x_1 + 4x_2 \leq 24$$

$$2x_1 + 5x_2 \leq 15$$

			20	$10 + \alpha$	0	0
C	V	Q	x_1	x_2	e_1	e_2
20	x_1	24/5	1	4/5	1/5	0
0	e_2	17/5	0	17/5	-2/5	1
Z = 96			0	-6	-4	0

$$(10+\alpha) - 20\left(\frac{4}{5}\right) = -6 + \alpha$$

$$-6 + \alpha \leq 0 \Rightarrow \alpha \leq 6 \Rightarrow \alpha \in]-\infty, 6]$$

إذا خرج α عن هذا المجال $]-\infty, 6]$ يتغير الحل الأمثل.

- وطالما α ينتمي إلى هذا المجال فيبقى الحل نفسه لا يتغير

القراءة الاقتصادية:

- الربح لا يتأثر لأنه متغير غير أساسي أي الربح يبقى نفسه

(x_1)

ب- حالة تغير معامل الدالة الاقتصادية لمتغير أساسي من دالة الهدف

			$20+\alpha$	10	0	0
C	V	Q	x_1	x_2	e_1	e_2
$20+\alpha$	x_1	$24/5$	1	$4/5$	$1/5$	0
0	e_2	$17/5$	0	$17/5$	$-2/5$	1
	$Z=96$		0	-6	-4	0

$Z = 96 + \frac{24}{5}\alpha \quad 10-(20+\alpha)\left(\frac{4}{5}\right) = -6 - \frac{4}{5}\alpha \quad -4 - \frac{1}{5}\alpha$

ماهي القيم الممكنة لـ α حتى يبقى الحل أمثل ؟؟؟

$-6 - \frac{4}{5}\alpha \leq 0 \Rightarrow \alpha \geq \frac{-30}{4}$

$-4 - \frac{1}{5}\alpha \leq 0 \Rightarrow \alpha \geq -20$

إذن المجال المشترك هو $\alpha \in \left[-\frac{30}{4} , +\infty\right[$

$Z \in [60 , +\infty[\qquad Z = 96 + \frac{24}{5}\left(-\frac{30}{4}\right) = 60$

قيمة Z تتأثر لكن الحل يبقى أمثل .

ثانيا: التغيرات في الموارد المتاحة .

مثال: ط

$Max[Z] = 20x_1 + 30x_2$

$3x_1 + 6x_2 \leq 2400 + \alpha$

$2x_1 + x_2 \leq 1000 + \beta$

$\Downarrow$

النموذج المعياري

$$\text{Max}[Z] = 20x_1 + 30x_2 + 0e_1 + 0e_2$$

$$3x_1 + 6x_2 + e_1 = 2400 + \alpha + 0\beta$$

$$2x_1 + x_2 + e_2 = 1000 + \beta + 0\alpha$$

					20	30	0	0
C_J	V_J	Q_J	α	β	x_1	x_2	e_1	e_2
0	e_1	2400	1	0	3	6	1	0
0	e_2	1000	0	1	2	1	0	1
$Z = 0$					20	30	0	0

جدول الحل الأمثل

					20	30	0	0
C	V	Q	α	β	x_1	x_2	e_1	e_2
30	x_2	200	$2/9$	$-1/3$	0	1	$2/9$	$-1/3$
20	x_1	400	$-1/9$	$2/3$	1	0	$-1/9$	$2/3$
$Z = 14000$			$-40/9$	$-10/3$	0	0	$-40/9$	$-10/3$

$$200 - \frac{1}{3}\beta \geq 0 \Rightarrow \beta \leq 600$$

$\alpha = 0$ لد

$$400 + \frac{2}{3}\beta \geq 0 \Rightarrow \beta \geq -600$$

$$\beta \in [-600, 600]$$

$200 + \frac{2}{9}\alpha \geqslant 0 \Rightarrow \alpha \geqslant -900$ لما $\beta = 0$ =

$400 - \frac{1}{9}\alpha \geqslant 0 \Rightarrow \alpha \leqslant 3600$

$\alpha \in [-900, 3600]$.

لكي نجد المجال الذي تنتمي إليه e_1 نعوّض قيمة α مرة بـ -900 و مرة بـ 3600

$e_1 = 2400 + \alpha \Rightarrow e_1 = 2400 + 3600 \Rightarrow e_1 = 1500$.

$e_1 = 2400 - 900 \Rightarrow e_1 = +6000$

$e_1 \in [1500, 6000]$.

لكي نجد مجال e_2 الذي ينتمي إليه :

$e_2 = 1000 + \beta \Rightarrow e_2 = 1000 - 600 = 400$

$e_2 = 1000 + 600 = 1600$

$e_2 \in [400, 1600]$.

$\boxed{2ط}$ بالنسبة لـ α .

$\frac{Q_J}{e_J}(-1)$

Q_J	$\overset{e_1}{\downarrow}$ e_J	$\frac{Q_J}{e_J}(-1)$
200	2/9	$200\left(\frac{9}{2}\right)(-1) = -900$
400	-1/9	$400\left(\frac{-9}{1}\right)(-1) = 3600$.

إذن $\alpha \in [-900, 3600]$

بالنسبة لـ β .

Q_J	$\overset{\beta}{e_J}$	$\frac{Q_J}{e_J}(-1)$
200	-1/3	$200\left(-\frac{3}{1}\right)(-1) = 600$
400	2/3	$400\left(\frac{3}{2}\right)(-1) = -600$

$\Rightarrow \beta \in [-600, 600]$.

ثالثا: التغير في المعاملات التقنية:

أ- حالة التغير في معامل متغير غير أساسي:

مثال: $\boxed{\text{ط}1}$

			2	4	3	0	0	0
C	V	Q	x_1	x_2	x_3	e_1	e_2	e_3
4	x_2	4	1/3	1	0	$\frac{1}{3}$		
3	x_3	32/3	5/6	0	1	-1/6		
0	e_3	52/3	-5/3	0	0	-2/3		
$Z = 152/3$			-11/6	0	0	-5/6	-2/3	0

- بافتراض أن القيد الأول قد تغير من $3x_1+4x_2+2x_3 \leq 60$

إلى $(3+\alpha)x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 60$

الصف	المعاملات القديمة لـ x_1	معاملات e_1	معاملات الجديدة لـ x_1
x_2	1/3	1/3	$\frac{1}{3} + \frac{1}{3}(\alpha)$
x_3	5/6	-1/6	$\frac{5}{6} - \frac{1}{6}(\alpha)$
e_3	-5/3	-2/3	$\frac{-5}{3} - \frac{2}{3}(\alpha)$

$\Downarrow$

			2	4	3	0	0	0
C	V	Q	x_1	x_2	x_3	e_1	e_2	e_3
4	x_2	4	$\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\alpha$	1	0	$1/3$		
3	x_3	$32/3$	$\frac{5}{6} - \frac{1}{6}\alpha$	0	1	$-1/6$		
0	e_3	$52/3$	$\frac{-5}{3} - \frac{2}{3}\alpha$	0	0	$-2/3$		
$Z = 152/3$			$-11/6$	0	0	$-5/6$	$-2/3$	0

$-11/6 - 5/6\alpha$

- ماهي قيم α حتى يبقى الحل امثل ؟؟؟

$$2 - \left[4\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\alpha\right) + 3\left(\frac{5}{6} - \frac{1}{6}\alpha\right) + 0\right] \leqslant 0$$

درنا $\leqslant$ لكي يبقى الحل أمثل اي تبقى القيم سالبة

$$2 - \left(\frac{23}{6} + \frac{5}{6}\alpha\right) \leqslant 0 \Rightarrow \frac{-11}{6} - \frac{5}{6}\alpha \leqslant 0$$

$$\Rightarrow \alpha \geqslant \frac{-11}{5} \Rightarrow \alpha \in \left[\frac{-11}{5}, +\infty\right[$$

ط2

القانون : $-\left|\frac{x_j}{e_j}\right| \leqslant \alpha \leqslant +\infty$

$$\Rightarrow -\left|\frac{-11}{6}\left(\frac{-6}{5}\right)\right| \leqslant \alpha \leqslant +\infty$$

$$\frac{-11}{5} \leqslant \alpha \leqslant +\infty$$

$$\alpha \in \left[\frac{-11}{5}, +\infty\right[$$

ب ـ حالة التغير في معامل متغير أساسي:

مثال:

			10	9	0	0
C	V	Q	x_1	x_2	e_1	e_2
10	x_1	20	1	0	1/3	-1/3
9	x_2	5	0	1	-1/6	5/12
Z = 245			0	0	-11/6	-5/12

بإفتراض أن القيد الأول $5x_1 + 4x_2 \leqslant 120$ قد تغير إلى

$= (5+\alpha)x_1 + 4x_2 \leqslant 120$

المعاملات الجديدة العمود x_1	معاملات e_1	معاملات قديمة العمود x_1	الصف
$1+\frac{1}{3}(\alpha)$	1/3	1	x_1
$0-\frac{1}{6}(\alpha)$	-1/6	0	x_2

$$10 - \left[10\left(1 + \frac{1}{3}\alpha\right) + 9\left(-\frac{1}{6}\alpha\right)\right] \leqslant 0$$

$$10 - 10 - \frac{10}{3}\alpha - \frac{9}{6}\alpha \leqslant 0$$

$$-\frac{11}{6}\alpha \leqslant 0 \Rightarrow \alpha \geqslant 0 \Rightarrow \alpha \in [0, +\infty[$$

دائما في حالة متغير أساسي تكون النتيجة $\alpha \in [0, +\infty[$

المسائل المعكوسة = الثنائية »

مثال:

$$Max[Z] = 100x + 200y$$

$$x + y \leqslant 150 \;\; y_1$$

$$x + 4y \leqslant 480 \;\; y_2$$

$$4x + 2y \leqslant 440 \;\; y_3$$

$$x \leqslant 90 \;\; y_4$$

$$\Downarrow$$

y_1 = سعر الهكتار الواحد.

y_2 = " الساعة

y_3 : " م³ من المياه.

y_4 :

$$Min[C] = 150y_1 + 480y_2 + 440y_3 + 90y_4$$

$$y_1 + y_2 + 4y_3 + y_4 \geqslant 100$$

$$y_1 + 4y_2 + 2y_3 + 0y_4 \geqslant 200$$

مثال 02:

$$Max[Z] = 10x_1 + 14x_2$$

$$6x_1 + 3x_2 \leqslant 25$$

$$2x_1 + x_2 \leqslant 20$$

$$4x_1 + 2x_2 \leqslant 30$$

$$\Downarrow$$

$$Min[C] = 25y_1 + 20y_2 + 30y_3$$

$$6y_1 + 2y_2 + 4y_3 \geqslant 10$$

$$3y_1 + y_2 + 2y_3 \geqslant 14$$

إستنتاج الحل الأمثل للمسألة المعكوسة من الحل الأمثل للأصلية

حل المسألة الأصلية بالأمثل (المثال للتوزيع)

C	V	Q	x_1	x_2	e_1	e_2	e_3	e_4
			100	200	0	0	0	0
			w_1	w_2	y_1	y_2	y_3	y_4
100	x_1	40	1	0	4/3	0	-1/3	0
0	e_2	60	0	0	-4/3	1	2/3	0
200	x_2	110	0	1	-1/3	0	1/3	0
0	e_4	50	0	0	-4/3	0	1/3	1
Z = 26000			0	0	$-\frac{200}{3}$	0	$-\frac{100}{3}$	0

إذن y_1 ، y_3 هي التي

$\Downarrow$

إستنتاج حل المسألة المعكوسة من المسألة الأصلية نكتب في

الأعمدة عكس V

C	V	Q	y_1	y_2	y_3	y_4	W_1	W_2	A_1	A_2
			150	440	480	90	0	0	M	M
150	y_1	$\frac{200}{3}$	1	$\frac{14}{3}$	0	$\frac{4}{3}$	$-\frac{4}{3}$	$\frac{1}{3}$	4/3	-1/3
480	y_3	$\frac{100}{3}$	0	$-\frac{2}{3}$	1	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	-1/3	1/3
C = 26000			0	60	0	50	40	110	M-40	M-110

نوع نهر الصعوبة مقابلة المتغيرات في V وهنا يوجد x_1

و x_2 نهر الصعوبة الثانية

w_1 w_2

$x_1 + x_2 \leq 110$ — y_1

$4x_1 + 2x_2 \leq 480$ — y_2

$x_1 + 4x_2 \leq 440$ — y_3

$x_1 \leq 90$ — y_4

متابعة :

			w_1	w_2	y_1	y_2	y_3
			12	15	0	0	0
C	V	Q	x_1	x_2	e_1	e_2	e_3
12	w_1 x_1	2	1	0	1/3	0	-1/4
0	y_2 e_2	14	0	0	-1	1	1/2
15	w_2 x_2	4	0	1	-1/6	0	1/4
$Z = 84$			0	0	-3/2	0	-3/4

حل المسألة المكافئة :

						0	0	M	M
C	V	Q	y_1	y_2	y_3	w_1	w_2	A_1	A_2
	y_1	3/2	1	1	0	-1/3	1/6	$\frac{1}{3}$	-1/6
	y_3	3/4	0	-1/2	1	$\frac{1}{4}$	-1/4	-1/4	1/4
$C = 84$			0	14	0	2	4	M-2	M-4

14-14-2019

مسائل النقل و التوزيع

1) تمهيد:

تعتبر مشكلة النقل حالة خاصة من البرمجة الخطية و هي تعالج مشكلة نقل البضائع و توزيعها و تركز على تحديد مخططات عمليات نقل البضائع من مكان لآخر و جداولها الزمنية، حيث يكمن الهدف الأساسي لها في إيجاد الحل الأمثل من حيث الطرق الواجب إستخدامها لنقل البضائع و بأي كمية بهدف تقليل تكلفة عملية النقل الكلية إلى أقل ما يمكن.

عناصر مشكلة النقل:

يتطلب هذا الأسلوب توفر العناصر التالية:

- مواقع توزيع «مصانع، مستودعات»
- مواقع طلب «مراكز تجارية، زبائن محددة مواقعهم»
- تكلفة نقل محددة
- كمية العرض = كمية الطلب.

2) - خوارزمية النقل:

تستخدم طريقة حل هذه المشكلة خوارزمية النقل التالية:

- إيجاد الحل الأساسي الممكن
- إختبار الحل الأساسي في معرفة إذا كان ممكن
- إذا لم يكن ممكن نعدل الحل بتكرار الخطوات 1 و 2 لحين

التوصل إلى الحل الأمثل)

③ - شروط مسألة النقل :

- أن إجمالي الكميات المنتجة بمركز الإنتاج = إجمالي الكميات المطلوبة بمراكز التوزيع (الطلب = العرض)
- أن يكون معامل كل متغير في قيود البرمجة الخطية إما 0 أو 1

④ - حل مسائل النقل :

* إذا كان الطلب = العرض فإن عملية النقل تسمى عملية متوازنة
* إذا زاد الطلب عن العرض (الطلب > العرض) نحتاج إلى صف جديد ويسمى عمود وهمي.
* إذا زاد العرض عن الطلب (الطلب < العرض) نحتاج إلى عمود جديد ويسمى مخزونا

وهنا عملية النقل غير متوازنة

② يتم إيجاد الحل الأمثل عبر خطوتين

خ 1 = إيجاد الحل الابتدائي

خ 2 : " الأمثل ← (التوزيع الصحيح المضاعفات)

⑤ - الصيغة الرياضية لمشكلة النقل :

* تحديد المتغيرات : لنفرض x_{ij} هي كمية ما ينقل من المركز i إلى المركز j من المادة المراد نقلها حيث :

العرض $i = 1, 2, \ldots, m$

طلب $j = 1, 2, \ldots, n$

$i = 1 --- m$
$j = 1 --- n$

* تحديد دالة الهدف: إنّ الهدف في هذه المسألة هو نقل الكميات الموجودة في مراكز التصدير (العرض) إلى مراكز الاستيراد (الطلب) حسب حاجاتها لأقل تكلفة ممكنة

d = مراكز التصدير (الطلب) S: مراكز الاستيراد العرض

	d_1	d_2	d_3	-- -- --	d_n	العرض
S_1	X_{11} c_{11}	X_{12} c_{12}	X_{13} c_{13}		X_{1n} c_{1n}	S_1
S_2	X_{21} c_{21}	X_{22} c_{22}	X_{23} c_{23}		X_{2n} c_{2n}	S_2
S_3	X_{31} c_{31}	X_{32} c_{32}	X_{33} c_{33}		X_{3n} c_{3n}	S_3
						$\vdots$
S_m					X_{mn}	S_m
الطلب	D_1	D_2	D_3	----	D_n	$\sum D_j = \sum S_i$

دالة الهدف:

$$\text{Min}[C] = C_{11} \cdot X_{11} + C_{12} \cdot X_{12} + C_{13} \cdot X_{13} + --- C_{1m} \cdot X_{1n} + C_{21} \cdot X_{21} + \\ + C_{mn} \cdot X_{mn}$$

قيود العرض:

$$\begin{cases} X_{11} + X_{12} + X_{13} + --- + X_{1n} = S_1 \\ X_{21} + X_{22} + X_{23} + --- + X_{2n} = S_2 \\ X_{31} + X_{32} + X_{33} + --- + X_{3n} = S_3 \\ \vdots \\ X_{m1} + X_{m2} + X_{m3} + --- + X_{mn} = S_m \end{cases}$$

قيود الطلب:

$$\begin{cases} X_{11} + X_{21} + X_{31} + \cdots + X_{m1} = D_1 \\ X_{12} + X_{22} + X_{32} + \cdots + X_{m2} = D_2 \\ \vdots \\ X_{1n} + X_{2n} + X_{3n} + \cdots + X_{mn} = D_n \end{cases}$$

⑥ - طرق حل وسائل النقل:

أ - إيجاد الحل الأولي: "طريقة الركن الشمالي الغربي"

• يتم فيها البدء بتحقيق مطالب الركن الشمالي الغربي أولا ثم نشطب الصف أو العمود الذي إنتهت إمداداته أو طلباته، ثم البحث عن الركن الشمالي الغربي الجديد بعد الشطب، وتستمر العملية حتى نهاية كل المطالب والإمدادات

مثال:

ليكن لدينا 3 موردين سيقومون بتوزيع مواد أولية A، B، C ولتكن تكاليف نقل المواد من الموردين إلى مناطق التوزيع موضحة في الجدول المقابل، علما أن الكميات المتاحة عند المورد ① هي 120 المورد ② هي 80، المورد ③ هي 80

الكميات المطلوبة من المواد =

A ⇐ 150

B ⇐ 70

C ⇐ 60

المناطق 3

	A	B	C	العرض
1	120 [8]	0 [5]	0 [6]	~~120~~ 0
2	30 [12]	50 [10]	0 [12]	~~80~~ 50 10
3	0 [3]	20 [9]	60 [10]	~~80~~ 0
الطلب	~~150~~ 30	~~70~~ 20	~~60~~ 0	280

العرض = الطلب

3 طلبات و 3 عروض

شرط القبول = $m+n-1 \Rightarrow 3+3-1=5$

مطابقة عدد الأخير معناها خانات مملوءة ما فيهاش 0

شرط القبول: عدد الأسطر + عدد الأعمدة _ 1

حساب التكلفة:

$C = 120(8) + 30(12) + 50(10) + 20(9) + 60(10) = 2690$

* طريقة أقل التكاليف ≠ طريقة أصغر عنصر في السطر

يتم فيها البدء بتحقيق مطالب المتغير ذو أقل التكاليف في السطر، ثم نشطب السطر الذي إنتهت إمداداته أو طلباته، ثم البحث عن المتغيرات الأقل تكلفة في السطر الموالي، وتستمر العملية حتى نهاية كل المطالب وهذه الطريقة أقل تكلفة من الطريقة السابقة

مثال: نأخذ المثال السابق.

	A	B	C	العرض
1	0 [8]	70 [5]	50 [6]	~~120~~ 50 0
2	70 [14]	0 [10]	10 [12]	~~80~~ 70 0
3	80 [3]	0 [9]	0 [10]	80
الطلب	~~150~~	~~70~~	60	280

$3 + 3 - 1 = 5$ إذن حل أولي مقبول

حساب التكلفة:

$C = 70(5) + 50(6) + 70(14) + 10(12) + 80(3) = 2060$

* طريقة أقل تكلفة في العمود:

مثال:

	A	B	C	العرض
1	70 [8]	50 [5]	0 [6]	~~120~~ 50 0
2	0 [14]	20 [10]	60 [12]	~~80~~ 50 0
3	80 [3]	0 [9]	0 [10]	~~80~~ 0
الطلب	~~150~~ 70 0	~~70~~ 20 0	~~60~~ 0	280

$m+n-1=5.$

إذن حل أولي مقبول

$C = 8(70) + 5(50) + 20(10) + 60(12) + 80(3) = 1970.$

* طريقة أقل تكلفة في الجدول

مثال:

	A	B	C	العرض
1	0 [8]	70 [5]	50 [6]	~~120~~ ~~50~~ 0
2	70 [15]	0 [10]	10 [12]	~~80~~ 10
3	~~80~~ [3]	0 [9]	0 [10]	~~80~~ 0
الطلب	~~150~~ 70	~~70~~ 0	~~60~~ 10	280

$m+n-1=5.$ حل أولي مقبول

$C = 70(5) + 50(6) + 70(15) + 10(12) + 80(3) = 2060$

* طريقة فوجيل " Vogel "

يتم فيها تحديد الفرق بين أقل تكلفتين في كل صف وعمود ثم البدأ بتحديد الصف أو العمود صاحب أكبر فرق ليتم تحقيق مطالب أقل تكلفة فيه، ثم شطب الصف أو العمود الذي إنتهت طلباته أو إمداداته وتكرار ما سبق حتى نهاية كل المطالب، وتعتبر هذه الطريقة أقل من الطرق السابقة من حيث التكاليف، وهي أقرب

إلى الحل الأمثل، ويسمى الفرق بين أقل تكلفتين بالغرامة

ملاحظة:

* يتم إختيار أكبر غرامة توزع في الخانة ذات أقل تكلفة
* في حالة التساوي بين غرامتين نختار أقل تكلفة في السطر أو العمود الخاص بهذه الغرامة
* في حالة تساوي التكاليف نختار أكبر توزيع
* " " " التوزيع (الكميات) نختار عشوائيا لأنها تؤدي إلى نفس التكلفة

مثال:

	A	B	C	العرض	
1	70 $\boxed{8}$	0 $\boxed{5}$	50 $\boxed{6}$	~~120~~ 50	1 1 1
2	0 $\boxed{3}$	70 $\boxed{10}$	10 $\boxed{12}$	~~80~~ 0	2 2 2
3	80 $\boxed{3}$	0 $\boxed{9}$	0 $\boxed{10}$	~~80~~ 0	6
الطلب	~~150~~ 70	70	~~60~~ 10	280	

5	4	4
7	5	6
	5	6

$m+n-1=5$

إذن حل أولي مقبول

$$c = 70(8) + 50(6) + 70(10) - 10(12) + 80(3) = 1920$$

* طريقة روسيل Russel :

تعد هذه الطريقة أفضل من سابقتها لأنها تعطينا حل إبتدائي أقرب للحل الأمثل خصوصا للمصفوفات الكبيرة و تتمثل خطواتها في :

* تحديد أعلى تكلفة لكل صف نرمز لها بـ $\bar{a}_i$ ، كل عمود نرمز له $\bar{b}_j$
1 * تشكيل مصفوفة جديدة تكلفتها $\Delta_{ij} = C_{ij} - \bar{a}_i - \bar{b}_j$
* نحدد الخلية التي لها أصغر تكلفة نقل Δ_{ij} و نعطي لمتغيرها أكبر كمية ممكنة و تساوي $Min(a_i, b_j)$
* نحذف السطر أو العمود المتحقق و يتم تغيير كمية تجهيز الصف أو طلب العمود الذي تقع فيه الخلية إلى مقدار الفرق بين كميتي التجهيز و الطلب المقابلة لهما
* اذا بقي صف أو عمود واحد نعطي الصف أو العمود المتبقي كميات الطلب و التجهيز المتبقية
* اذا بقي أكثر من صف أو عمود نعود للخطوة الأولى

ملاحظة عامة : بكل الطرق السابقة

إذا تحقق عمود و صف معا نحذف أحدهما فقط و نصفر الآخر وهذا يضمن قيم صفرية للمتغيرات الأساسية .

٢٨

مثال:

الخزانات الثلاثة $S_1 | S_2 | S_3$ طاقتها ص 15/20/25 مليون لتر ماء صافي يوميا، تقوم بمد $C_1 | C_2 | C_3 | C_4$ واحتياجاتها 8/10/12/15 مليون لتر ماء صافي يوميا

المطلوب:

التوصل إلى ترتيب نقل الماء الصافي بين الخزانات والمدن الأربعة بأقل التكاليف الكلية للنقل، بافتراض أن مخزون الماء الناتج عن المحطة لا يسبب أي تكاليف إضافية. تكاليف النقل لكل مليون لتر مبينة في الجدول

	C_1	C_2	C_3	C_4
S_1	2	3	4	5
S_2	3	2	5	2
S_3	4	1	2	3

الإجابة:

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	العرض
S_1	$\boxed{2}$ 8	$\boxed{3}$ 0	$\boxed{4}$ 0	$\boxed{5}$ 0	$\boxed{0}$ 7	15
S_2	$\boxed{3}$ 0	$\boxed{2}$ 0	$\boxed{5}$ 0	$\boxed{2}$ 15	$\boxed{0}$ 5	20
S_3	$\boxed{4}$ 0	$\boxed{1}$ 10	$\boxed{2}$ 12	$\boxed{3}$ 0	$\boxed{0}$ 03	25
الطلب	8	10	12	15	15	60

العرض > الطلب => نزيد عمود هو C_5 => نعطيه تكاليف صفرية (عمود وهمي)

$60-(8+10+12+15)=\boxed{15}$

إذا كان الطلب > العرض => نزيد سطر وهمي.

أول حل

$\Delta_{ij}=C_{ij}-U_i-V_j$

$\Delta_{11}=2-5-4=-7$

$\Delta_{12}=3-5-3=-5$

$\Delta_{13}=4-5-5=-6$

$\Delta_{14}=5-5-5=-5$

$\Delta_{15}=0-5-0=-5$

$\Delta_{21}=3-5-4=-6$

$\Delta_{22}=2-5-3=-6$

$\Delta_{23}=5-5-5=-5$

$\Delta_{24}=2-5-5=-8$

$\Delta_{25}=0-5-0=-5$

$\Delta_{31}=4-4-4=-4$

$\Delta_{32}=1-4-3=-6$

$\Delta_{33}=2-4-5=-7$

$\Delta_{34}=3-4-5=-6$

$\Delta_{35}=0-4-0=-4$

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
S_1	-7	-5	-6	-5	-5
S_2	-6	-6	-5	-3	-5
S_3	-4	-6	-7	-4	-4

نحسب بالطريقة

	C_1	C_2	C_3	C_5	
S_1	-6	-4	-5	-4	
S_2	-6	-6	-5	-5	
S_3	-4	-6	-7	-4	

أقل قيمة

	C_1	C_2	C_5
S_1	-5	-3	-3
S_2	-4	-4	-3
S_3	-4	-6	-4

	C_1	C_5
S_1	-4	-2
S_2	-4	-3
S_3	-4	-4

$\Rightarrow$

	C_1	C_5
S_1	-3	-2
S_2	-3	-3

حل أولي مقبول

$m+n-1 = 7 = 7$

$C = 2(80) + 0(7) + 2(15) + 0(5) + 1(14) + 2(12) + 9(3) = 80$

حل حالات خاصة لإيجاد الحل الأولي لمسائل النقل

* قد تأتي المسألة في صورة معدلات بدلا من كميات
* قد تكون المسألة غير متوازنة فنضيف صفا أو عمود
* عند وجود عجز أو فائض وأعطيت قيمة التكاليف لا تكمل المعادلة بقيمة التكاليف في خانة الفائض أو العجز باعتبارها من الحل المعادلة الأساسية
* قد يكون غير مسموح بالتخزين فنضع M بدلا من التكاليف التخزين تساوي 0 أو قيمة معطاة
* قد تكون غير مسموح بالعجز فنضع M بدلا من تعويض العجز = 0 أو قيمة معطاة
* مسائل النقل هي مسائل تكاليف وقد تأتي في صورة أرباح و تكون حلها عن طريق وضع رقم آخر سواء الرقم المحسوب وهو رقم التكاليف، حيث يتم إيجاد هذا الرقم لكل متغير بطرح رقم ربحية كل متغير من أكبر قيمة ربحية للمتغيرات و يتم الحل بطريقة Vogel أو أقل التكاليف

أمثلية الحل و عملية التحسين

حتى نتحقق من تحسين الحل يجب أن يكون عدد الخلايا المملوءة في جدول الحل الأولي يساوي عدد الأسطر + عدد الأعمدة − 1 $(m+n-1)$

② طريقة التعرج الصخري "المسار المتعرج"

- نحدد أي خلية فارغة لتقييمها
- نبدأ من هذه الخلية و نرسم مسار مغلق يعود من هذه الخلية و يمر بالخلايا المملوءة على أن تكون الحركة أفقية و عمودية فقط
- نحدد إشارة الخلية الفارغة (+) و نتبعها بالإشارة (−) ثم (+) و هكذا
- نحسب دليل التحسين بجمع التكاليف الموجودة على خط السير مع أخذ الإشارات (+) و (−)
- نكرر الخطوات السابقة مع جميع الخلايا الفارغة
- إذا كان دليل التحسين (−) يحتاج إلى إعادة تعديل

مثال:

	A		B		C		العرض
1	100	5	+	4	+	3	100
2	200	8	100	4	+	3	300
3	+	9	100	7	200	5	300
الطلب	300		200		200		700

حل أولي مقبول $5 = 5 \stackrel{?}{=} (m+n)-1$

$C = 5(100)+8(200)+4(100)+7(100)+5(200) = 4200$

$$\begin{tikzcd} \overset{-5}{C_{11}} \arrow[d] & \overset{+4}{C_{12}} \arrow[l] \\ \underset{+8}{C_{21}} \arrow[r] & \underset{-4}{C_{22}} \arrow[u] \end{tikzcd}$$

$4-5+8-4 = \boxed{3}$

ثم نحسب دليل التحسين

$$\begin{tikzcd} \overset{-5}{C_{11}} \arrow[d] & & \overset{+3}{C_{13}} \arrow[ll] \\ \underset{+8}{C_{21}} \arrow[r] & \underset{-4}{C_{22}} \arrow[d] & \\ & \underset{+7}{C_{32}} \arrow[r] & \underset{-5}{C_{33}} \arrow[uu] \end{tikzcd}$$

$3-5+8-4+7-5 = \boxed{4}$

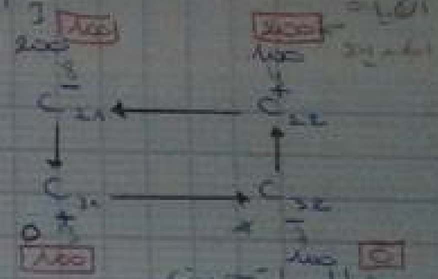
دليل التحسين

$$\begin{tikzcd} \overset{-4}{C_{22}} \arrow[d] & \overset{+3}{C_{23}} \arrow[l] \\ \underset{+7}{C_{32}} \arrow[r] & \underset{-5}{C_{33}} \arrow[u] \end{tikzcd}$$

$3-4+7-5 = \boxed{1}$

دليل التحسين

الكميات في الجدول ⓪



(نعم)
نشوه الكميات لمسارها (م) [illegible]
[illegible]

$9 - 7 + 4 - 8 =$ [illegible]

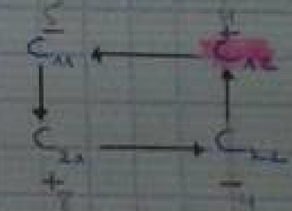
دليل التحسين
هو الذي نقوم بتحسينه

	A		B		C		العرض
1	100	5	+	4	+	3	100
2	100	6	200	4	+	3	300
3	100	9	+	7	200	5	300
الطلب	300		200		200		700

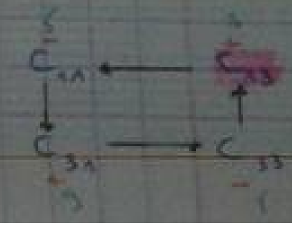
$(m+n)-1 = 5$ حل أولي مقبول

$C = 100(5) + 100(6) + 200(4) + 100(9) + 200(5)$

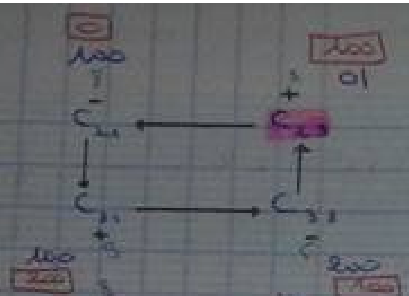
$C = 4000$



$4 - 5 + 3 - 4 = 3$ دليل التحسين



$3 - 5 + 9 - 5 = 2$



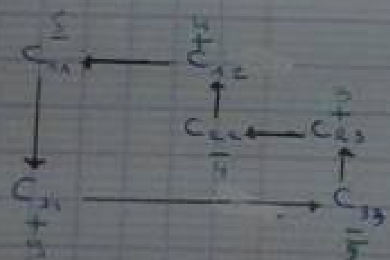
$3 - 8 + 9 - 5 =$ [illegible]

$7 - 4 + 3 - 7 = 2$

	A		B		C		العرض
1	100	5	+	4	+	3	100
2		6	200	4	100	3	300
3	200	9		7	100	5	300
الطلب	300		200		200		700

$m+n-1 = 5$ حل مقبول

$C = 3900$



$4 - 5 + 9 - 5 + 3 - 4 = 2$

$3-5+9-5=2$

$$\begin{tikzcd} \overset{5}{\overset{-}{C_{11}}} \arrow[d] & & \overset{3}{\overset{+}{C_{13}}} \arrow[ll] \\ \underset{9}{\underset{+}{C_{31}}} \arrow[rr] & & \underset{5}{\underset{-}{C_{33}}} \arrow[u] \end{tikzcd}$$

$8-9+5-3=1$

$$\begin{tikzcd} \overset{8}{\overset{+}{C_{21}}} \arrow[d] & & \overset{3}{\overset{-}{C_{23}}} \arrow[ll] \\ \underset{9}{\underset{-}{C_{31}}} \arrow[rr] & & \underset{5}{\underset{+}{C_{33}}} \arrow[u] \end{tikzcd}$$

$7-5+3-4=1$

$$\begin{tikzcd} \overset{4}{\overset{-}{C_{22}}} \arrow[d] & & \overset{3}{\overset{+}{C_{23}}} \arrow[ll] \\ \underset{7}{\underset{+}{C_{32}}} \arrow[rr] & & \underset{5}{\underset{-}{C_{33}}} \arrow[u] \end{tikzcd}$$

② طريقة المضاعفات :

تسمى هذه الطريقة بطريقة التوزيع المعدل، وخطوات هذه الطريقة هي نفسها الطريقة السابقة، إلا أن الاختلاف الرئيسي بينهما يتعلق بالطريقة التي يتم فيها تقدير خلايا المتغير الأساسي، حيث ~~يتوقف~~ يشترك مع كل صف i في جدول النقل المضاعف u ومع كل عمود j المضاعف v، وتكتب المعادلة لكل متغير أساسي x_{ij} في الحل التالي :

$C_{ij} = u_i + v_j$

$u_i = C_{ij} - v_j$

$v_j = C_{ij} - u_i$

فيتشكل لنا $(m+n)-1$ من المعادلات لـ $(m+n)-1$ من المتغيرات الأساسية لنا $(m+n)$ من المجاهيل، ويمكن تقدير قيم المضاعفات من هذه المعادلات بافتراض قيمة عشوائية لأحد المضاعفات، عادة ما يفترض u_1، ومن ثم حل المعادلات التي يكون عددها مساوٍ لعدد مجاهيلها، بعد أن تقدر التكلفة الجديدة $\bar{C}_{pq}$ لكل متغير غير أساسي x_{pq} فيكون :

$$\bar{C}_{pq} = C_{pq} - (u_p + v_q)$$

وهي القيم نفسها التي حصلنا عليها بالطريقة السابقة بغض النظر عن الاختيار المتوالي لأحد المضاعفات، حيث يتم اختيار المتغير الداخل بحيث تكون أكبر قيمة سالبة $\bar{C}_{pq}$ باستخدام الحلقة المغلقة للمتغير الداخل وحدة للمتغير الخارج الذي لم يأخذ كمية الخلايا التي تأخذ الإشارة السالبة في الحلقة.

مثال :

بالرجوع إلى المثال السابق "الخزانات" وإستنادا إلى الحل الأولي بطريقة vogel نتحصل على الجدول التالي :

$v_1 = 2$ $v_2 = 3$ $v_3 = 6$ $v_4 = 3$ $v_f = 0$

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_f	العرض
S_1 ($u_1 = 0$)	8 [2]	7 [3]	[4] (-2)	[5] (2)	[0] (2)	14
S_2 ($u_2 = -1$)	[3] (2)	3 [2]	12 [4] −	4 [2] +	[0] (2)	20
S_3 ($u_3 = 0$)	[4] (2)	[1] (-2)	[2] (-4) +	10 [3] −	14 [0]	24
الطلب	8	10	12	14	14	60

[illegible]

$C_{11} = U_1 + V_1 \Rightarrow U_1 = 0 \Rightarrow C_{11} = 0 + V_1 \rightarrow V_1 = C_{11} - V_1$

$C_{12} = U_1 + V_2$

$C_{22} = U_2 + V_2$

$C_{23} = U_2 + V_3$

$C_{24} = U_2 + V_4$

$C_{34} = U_3 + V_4$

$C_{35} = U_3 + V_5$

$\bar{C}_{pq} = C_{pq} - (U_p + V_q)$ ثم نحسب دلائل التحسين

- ثم نختار أكبر قيمة سالبة (-4)

- ثم نرسم مسار

- نختار أقل قيمة سالبة (10)

- ثم نضع القيم الجديدة (الأخرى) في مكانها في الجدول

$$\begin{tikzcd} \overset{-}{C_{23}}\ 12\ \boxed{6} \arrow[d] & \overset{+}{C_{24}}\ 5\ \boxed{12} \arrow[l] \\ \underset{+\ 0}{C_{33}} \arrow[r] & \underset{-\ 10}{C_{34}} \arrow[u] \end{tikzcd}$$

$V_1 = 2$ $V_2 = 3$ $V_3 = 6$ $\boxed{10}$ $V_4 = 3$ $\boxed{0}$ $V_5 = 4$

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	العرض
S_1 $U_1 = 0$	$\boxed{2}$ 8	$\boxed{3}$ 7	$\boxed{4}$ -2	$\boxed{5}$ 2	$\boxed{0}$ -4	15
S_2 $U_2 = -1$	$\boxed{3}$ 2	$\boxed{2}$ 3	$\boxed{5}$ 2	$\boxed{2}$ 15	$\boxed{0}$ -3	20
S_3 $U_3 = -3$	$\boxed{4}$ 6	$\boxed{1}$ 12	$\boxed{2}$ 10	$\boxed{3}$ 4	$\boxed{0}$ 15	25
الطلب	8	10	12	15	15	60

$(m+n)-1=7=7$ حل متحول

$C=16+21+6+10+30+20+0=103$

$\overset{-7}{C_{12}}$ $\boxed{}$; $\overset{+0}{C_{15}}$ $\boxed{2}$; $\underset{+3}{C_{22}}$ $\boxed{5}$; $\underset{-2}{C_{23}}$ $\boxed{0}$; $\underset{+10}{C_{33}}$ $\boxed{12}$; $\underset{-15}{C_{35}}$ $\boxed{13}$

	$V_1=2$	$V_2=3$	$V_3=2$	$V_4=3$	$V_5=0$	
	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	العرض
S_1 $U_1=0$	[2] 8	[3] 5	[4]	[5]	[0] 2	15
S_2 $U_2=-1$	[3]	[2] 5	[5]	[2] 15	[0]	20
S_3 $U_3=0$	[4]	[1]	[2] 12	[3]	[0] 13	25
الطلب	8	10	12	15	15	60

$\boxed{0}$ $C_{12}-5 \longleftarrow C_{15}+15$ $\boxed{20}$

$C_{32}+0$ $\boxed{5}$ $\longrightarrow$ $C_{35}-13$ $\boxed{8}$

	$V_1=2$	$V_2=1$	$V_3=2$	$V_4=1$	$V_5=0$	
	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	العرض
S_1 $U_1=0$	[2] 8	[3] 2	[4] 2	[5] 4	[0] 7	15
S_2 $U_2=1$	[3] 0	[2] 5	[5] 2	[2] 15	[0] -1	20
S_3 $U_3=0$	[4] 2	[1] 5	[2] 12	[3] 2	[0] 8	25
الطلب	8	10	12	15	15	60

$\boxed{0}$ $5-C_{22} \longleftarrow C_{25}+0$ $\boxed{5}$

$\boxed{10}$ $5+C_{32} \longrightarrow C_{35}-8$ $\boxed{3}$

	$V_1=2$	$V_2=1$	$V_3=2$	$V_4=2$	$V_5=0$	
	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	العرض
S_1 $U_1=0$	[2] 8	[3] 2	[4] 2	[5] 3	[0] 7	15
S_2 $U_2=0$	[3] 1	[2] 1	[5] 3	[2] 15	[0] 5	20
S_3 $U_3=0$	[4] 2	[1] 10	[2] 12	[3] 1	[0] 3	25
الطلب	8	10	12	15	15	60

$(m+n)-1=7=7$ حل متحول ; $C=80$

صحيح - كل التحسينات موجبة إذن الحل أمثل

حالات خاصة في مسائل النقل

1) حالة عدم الانتظام:

مثال: طريقة الركن الشمالي الغربي

	D_1	D_2	D_3	العرض
S_1	150 [1]	[2] α	[4]	150
S_2	[2]	50 [3]	[5]	50
S_3	[6]	150 [4]	50 [3]	200
الطلب	150	200	50	400

حل أولي غير مقبول

$(m+n)-1 = 5 \neq 4$

$C = 1050$

[illegible]

- تحسين الحل بطريقة القفز على الحجر -

$$\begin{tikzcd} \overset{-2}{C_{12}} \arrow[d] & \overset{+4}{C_{13}} \arrow[l] \\ \underset{+4}{C_{32}} \arrow[r] & \underset{-3}{C_{33}} \arrow[u] \end{tikzcd}$$

دليل التحسين: $4-2+4-3=3$

$$\begin{tikzcd} \overset{-1}{C_{11}} \arrow[r] & \overset{+2}{C_{12}} \arrow[d] \\ \underset{+2}{C_{21}} \arrow[u] & \underset{-3}{C_{22}} \arrow[l] \end{tikzcd}$$

دليل التحسين: $2-3+2-1=0$

$$\begin{tikzcd} \overset{-1}{C_{11}} \arrow[d] & \overset{+2}{C_{12}} \arrow[l] \\ \underset{+6}{C_{31}} \arrow[r] & \underset{-4}{C_{32}} \arrow[u] \end{tikzcd}$$

دليل التحسين: $6-4+2-1=3$

$$\begin{tikzcd} \overset{-3}{C_{22}} \arrow[r] & \overset{+5}{C_{23}} \arrow[d] \\ \underset{+4}{C_{32}} \arrow[u] & \underset{-3}{C_{33}} \arrow[l] \end{tikzcd}$$

دليل التحسين: $4-3+5-3=3$

بما أن جميع دلائل التحسين موجبة إذن الحل أمثل

ب- حالة الطرق المسدودة: نستخدم طريقة أدنى تكلفة في الجدول في الحل الأولي.

مثال:

ليكن لدينا 3 مترشحين في حملة انتخابية تتركز هذه الحملة وفقا لـ 4 مناطق جنوب، شرق، غرب، شمال. حيث أن ميزانية المترشح ① هي 300 000 DA

" ② هي 500 000 DA

" ③ هي 600 000 DA

بينت التقارير ما يلي:

- المنطقة ① تحتاج إلى 250 000 DA
- " ② " " 450 000 DA
- " ③ " " 200 000 DA
- " ④ " " 500 000 DA

إذا علمت أن تكاليف كل صوت في كل منطقة حددت كما يلي:

	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
C_1	5	3	x	3
C_2	8	4	6	5
C_3	2	1	2	1

المطلوب:

توزيع ميزانية المترشحين في حالة انقطاع الطريق رقم ③ للمترشح ①

[illegible]

الحل:

	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	العرض
C_1	5	3 300 000	2	3	300 000
C_2	8 250 000	4 150 000	6 200 000	5	600 000 400 000
C_3	2	1 100 000	2	1 500 000	600 000 100 000
الطلب	250 000	450 000	200 000	500 000	1 400 000

حل أولي مقبول $(m+n)-1 = 6 = 6$

$C =$

2- حالة النقل متعدد المراحل:

مثال:

تقوم شركة ع بتلبية طلبات زبائنها بعد أن يتم نقل البضاعة من الوحدات الإنتاجية إلى مخزنين، ثم إلى الزبائن. تقدر الطاقة الإنتاجية للوحدات: 1000، 1000، 1500، 1200 ع التوالي أما طاقة المخزنين فهي 2000 وحدة لكل منهما. كما أن احتياجات الزبائن هي 800، 600، 950، 1000، 650 وحدة ع الترتيب. التكاليف المتعلقة بنقل البضائع من الوحدات الإنتاجية إلى المخازن، ثم إلى الزبائن موضحة في الجدول

ملاحظة

أوجد الحل الأمثل الذي يحقق أقل التكاليف لنقل البضائع من الوحدات الإنتاجية إلى الزبائن

الإجابة:

حل أولي بطريقة أقل تكلفة من الجدول

	مخزن 01 ($V_1=1$)	مخزن 02 ($V_2=4$)	العرض
S_1, $U_1=0$	1000 [1]	[4] 0	1000
S_2, $U_2=2$	700 + [3]	800 − [6]	1500
S_3, $U_3=4$	[6] 1	1200 [8]	1200
S_4, $U_4=-4$	300 − [0]	[0] −3 +	300
الطلب	2000	2000	4000

$(m+n)-1 = 5 = 5$ حل أولي مقبول

$C = 17500$

$\boxed{100}$ 700 $C_{21}^{+} \longrightarrow C_{22}^{-}$ 800 $\boxed{500}$

$\uparrow \qquad\qquad \downarrow$

300 $\boxed{0}$ $C_{41}^{-} \longleftarrow C_{42}^{+}$ 0 $\boxed{300}$

	مخزن 01 ($V_1=1$)	مخزن 02 ($V_2=4$)	العرض
S_1, $U_1=0$	1000 [1]	[4] 0	1000
S_2, $U_2=2$	1000 [3]	500 [6]	1500
S_3, $U_3=4$	[6] 1	1200 [8]	1200
S_4, $U_4=-4$	[0] 3	300 [0]	300
الطلب	2000	2000	4000

$(m+n)-1 = 5 = 5$ حل مقبول

$C = 16600$

طالما كل الفروقات موجبة إذن الحل أمثل

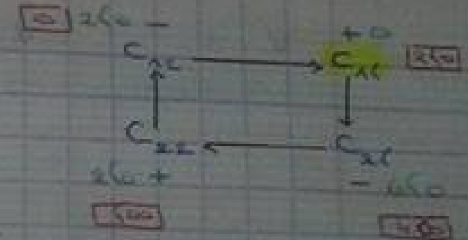
← المرحلة الثانية: من المخازن إلى الزبائن (الأسواق)

أقل تكلفة من الجدول

	M_1 $V_1=5$	M_2 $V_2=7$	M_3 $V_3=8$	M_4 $V_4=7$	M_5 $V_5=6$	العرض
مخزن 1, $U_1=0$	[6] 1	250 [7] −	750 [8]	1000 [7]	+ [4] −2	2000
مخزن 2, $U_2=-2$	800 [3]	250 [5] +	[8] 2	[7] 2	650 [4] −	1700
الطلب	800	500	750	1000	650	3700

$(m+n)-1 = 6 = 6$ حل أولي مقبول

$C = 21000$



	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	العرض
مخزن 1 $U_1 = 0$	$\boxed{6}$ 3	$\boxed{7}$ 2	750 $\boxed{8}$	1000 $\boxed{7}$	250 $\boxed{4}$	2000
مخزن 2 $U_2 = 0$	900 $\boxed{3}$	500 $\boxed{5}$	$\boxed{8}$ 0	$\boxed{7}$ 0	400 $\boxed{4}$	1400
الطلب	900	500	750	1000	650	3400

$V_1 = \cancel{4}\,3$ $V_2 = 5$ $V_3 = 8$ $V_4 = 7$ $V_5 = 4$

$(m+n) - 1 = 6 = 6$ حل مقبول

$C_2 = 20150$

$C_1 = C_1 + C_2 = 16600 + 20150 = 37100$

2018-11-

مسائل التخصيص

يفترض نموذج مسائل التخصيص وجود عدد من المصادر من أفراد أو طاقات إمكانات يتطلب تخصيصها لجهات الطلب من مهمات، أعمال، شركات، مشاريع أو حالات معينة، إذ يتطلب إختيار أحد المصادر المتاحة الملائمة لتنفيذ كل مهمة بأدنى تكلفة أو وقت ممكن أو بأعلى ربح أو كفاءة ممكنة. ويتطلب حل مسائل التخصيص باستخدام أسلوب النقل أن تكون المصفوفة مربعة $(n \times n)$ أي أن تكون لدينا n من الأعمال و n من المكائن، فكل مكائن تخصص لها كمية واحدة، وبحالة عدم تساوي $(m-n)$ من المهام الوهمية إذا كانت $m > n$ أو نضيف $(n-m)$ من المكائن الوهمية إذا كانت $n > m$ أما التكاليف والأرباح لهذه المهام أو المكائن تكون أصفار ومن أهم الطرق لحل مسائل التخصيص الطريقة المجرية.

1- حالة التصغير min (تقليل التكاليف)

+ نطرح أصغر قيمة في كل صف من قيم هذا الصف فنحصل على مصفوفة الفرص الضائعة لتخصيص هذا الصف لأي من أعمدة المصفوفة.

+ نطرح أصغر قيمة في كل عمود من قيم هذا العمود فنحصل على مصفوفة الفرص الضائعة لتخصيص هذا العمود لأي من صفوف المصفوفة.

* نخطط أصفار المصفوفة كافة بأقل عدد ممكن من الخطوط الأفقية أو العمودية أو كلاهما. فإذا كان عدد تلك الخطوط مساويا لعدد الصفوف أو الأعمدة للمصفوفة فالتخصيص يكون أمثل
* إذا كان عدد هذه الخطوط أقل من عدد الصفوف أو الأعمدة نختار أقل قيمة من المصفوفة من القيم الغير مغطاة، ويطرح من كل قيمة من القيم غير المغطاة ويضاف إلى كل قيمة تقع عند ملتقى الخطين الأفقي والعمودي، أما بقية القيم المغطاة ولا تمثل التقاطع فتترك كما هي
* تعاد الخطوة (4) حتى يتحقق التوزيع الأمثل

مثال:

توضح المصفوفة التالية تكاليف توزيع 4 مهام على 5 مكائن والمطلوب: إيجاد التخصيص الأمثل لتقليل التكاليف

	الآلات				
	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5
J_1	15	18	4	2	8
J_2	7	18	15	14	12
J_3	5	6	9	12	14
J_4	13	15	11	10	7

طرح أقل قيمة من كل صف

	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5
J_1	8	9	2	0	6
J_2	0	4	3	7	5
J_3	0	1	4	7	9
J_4	6	8	4	3	0
J_5	0	0	0	0	0

نطرح أقل قيمة في كل عمود (في هذه الحالة يبقى نفس الجدول لأن أقل قيمة في كل عمود هي 0)
ثم نخطط صفوف أو عمود التي تحتوي على أكبر عدد من الأصفار
عدد الخطوط 4 ≠ عدد الأعمدة 5
بالتالي ليس حل أمثل

	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5
J_1	8	8	1	0	6
J_2	0	3	2	7	5
J_3	0	0	3	7	9
J_4	6	7	3	3	0
J_5	1	0	0	1	1

(عدد الخطوط = 5) = (عدد الأعمدة = 5) وبالتالي حل أمثل

J_1	M_4	2
J_2	M_1	7
J_3	$\cancel{M_1}$ / M_2	6
J_4	M_5	7
J_5	$\cancel{M_2}$ / M_3	0

$C = 22$

2/ حالة التعظيم Max :

يمكن تحويلها إلى حالة تخفيض من خلال طرح كل قيمة من القيم المصفوفة من أكبر قيمة فيها و نستمر بالخوارزمية السابقة لإيجاد الحل الأمثل

مثال :

تمثل المصفوفة أرباح توزيع 4 مهام ع 4 مكائن

المطلوب :

إيجاد التخصيص الأمثل للمهام ع المكائن لتحقيق أكبر ربح ممكن .

	M_1	M_2	M_3	M_4
J_1	10	3	2	4
J_2	9	4	1	3
J_3	8	5	1	5
J_4	7	6	2	6

الإجابة : نحولها إلى حالة تخفيض

	M_1	M_2	M_3	M_4
J_1	0	7	8	6
J_2	1	6	9	7
J_3	2	5	9	5
J_4	3	4	8	4

- نختار أقل قيمة من كل سطر

- طرح أقل قيمة في كل سطر .

	M_1	M_2	M_3	M_4
J_1	0	7	8	6
J_2	0	5	8	6
J_3	0	3	7	3
J_4	0	1	5	1

- نختار أكل قيمة في كل عمود.

	M_1	M_2	M_3	M_4
J_1	0	6	3	5
J_2	0	4	3	5
J_3	0	2	2	2
J_4	0	0	0	0

نختار أقل قيمة من القيم غير مغطاة
عدد الخطوط (2) # عدد الأعمدة (4)

	M_1	M_2	M_3	M_4
J_1	0	4	1	3
J_2	0	2	1	3
J_3	0	0	0	0
J_4	2	0	0	0

عدد الخطوط (3) # عدد الأعمدة (4) وبالتالي الحل ليس أمثل
نختار أقل قيمة غير مغطاة

	M_1	M_2	M_3	M_4
J_1	0	3	0	2
J_2	0	1	0	2
J_3	1	0	0	0
J_4	3	0	0	0

عدد الخطوط (4) = عدد الأعمدة (4) وبالتالي حل أمثل

J_1	M_1 / M_3
J_2	M_1 / M_3
J_3	M_2 / M_3 / M_4
J_4	M_2 / M_3 / M_4

* الحل الأول:

J_1	M_1	10
J_2	M_3	1
J_3	M_2	5
J_4	M_4	6

$Z = 22$

* الحل (2):

J_1	M_3	2
J_2	M_1	9
J_3	M_2	5
J_4	M_4	6

$Z = 22$

* الحل الثالث:

خلينا الأولويا كيما راهم
وعكسنا في الأخريين.

$J_1 =$	M_1	10
$J_2 =$	M_3	1
J_3	M_4	5
J_4	M_2	6

$\Sigma = 22$

* الحل الرابع:

عكسنا في الأولويا نتاع الحل (2)
وخلينا الأخرين نفسهم

J_1	M_3	2
J_2	M_1	9
J_3	M_4	5
J_4	M_2	6

$\Sigma = 22$

جامعة محمد خيضر بسكرة

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

السنة الثالثة إدارة أعمال

السنة الجامعية 2019/2018

سلسلة رقم (01)

التمرين الأول: إذا كان لديك النموذج التالي:

$$\text{Max } (z) = 2X + 4Y$$

$$X \leq 8$$

$$Y \leq 3$$

$$3X + 6Y \leq 30$$

$$X, Y \geq 0$$

المطلوب:

- حل المسألة باستخدام الطريقة المبسطة.
- اشتق المسألة المعكوسة لهذه المسألة.
- قدم قراءة اقتصادية لجدول الحل الأمثل للمسألة الأصلية.

التمرين الثاني: حل النموذج التالي:

$$\text{Min } (c) = 2400X + 1000Y$$

$$3X + 2Y \geq 20$$

$$6X + Y \geq 30$$

$$X, Y \geq 0$$

- ماذا يحدث إذا تم تغيير ~~الربح~~ التكلفة الوحدوي لـ Y ب 200 وحدة نقدية؟

التمرين الثالث: ليكن لديك المسألة التالية:

$$\text{Max } (z) = 20X_1 + 30X_2$$

$$3X_1 + 6X_2 \leq 2400$$

$$2X + X_2 \leq 1000$$

$$X, Y \geq 0$$

1/ أوجد الحل الأمثل لهذه المسألة.

2/ أوجد المسألة المعكوسة لهذه المسألة.

3/ استنتج الحل الأمثل للمسألة المعكوسة من الحل الأمثل للمسألة الأصلية.

التمرين الرابع: ليكن لديك المسألة التالية:

$$\text{Max } (z) = 14X_1 + 20X_2 + 10X_3$$

$$2X_1 + X_2 + 3X_3 \leq 120$$

$X_1 + 2X_2 \leq 60$

$2X_1 + X_2 \leq 40$

$X_1, X_2 \geq 0$

/ أوجد الحل الأمثل لهذه المسألة.

2/ أوجد المسألة المعكوسة لهذه المسألة.

3/ استنتج الحل الأمثل للمسألة المعكوسة من الحل الأمثل للمسألة الأصلية.

التمرين الخامس: لتكن لديك المسألة التالية:

$\text{Max}\ (z) = 200X_1 + 150X_2 + 160X_3$

$X_1 + 2X_2 + X_3 \leq 2800$ آلات $+ 20\alpha$

$2X_1 + X_2 + X_3 \leq 3500$ مواد أولية $+ 100\beta$

$X_1 + X_2 + X_3 \geq 2500$ الكمية المنتجة

$X1 = 800$

$X1, X2, X3 \geq 0$

المطلوب:1/ حل المسألة.

2/ إذا علمت أن هذه المؤسسة خصصت ميزانية إضافية للحصول على كميات أخرى من النوعين من المدخلات المذكورين أعلاه، فيما تنصح مسؤوليها علما بأن تكلفة تأجير الآلات قدرت ب: 20 ون للساعة بينما الحصول على وحدة من المواد الأولية يكلف المؤسسة 120 ون؟

3/ تريد هذه المؤسسة إنتاج كمية من النوع الثاني بعد رفع ربحه ب: 5 %، فهل توافق على هذا القرار؟ علل إجابتك.

4/ هل في صالح المؤسسة إنتاج كمية إضافية من النوع الأول؟ علل إجابتك.

<u>التمرين السادس:</u> يود مزارع زراعة قطعة أرضه التي تبلغ مساحتها 800 هكتار بثلاثة أنواع من المزروعات A, B , C وذلك لإطعام مواشيه خلال فصل الشتاء، ويقدر إنتاج الهكتار لكل نوع من هذه المزروعات بالكميات 600 ، 500 ، 390 كجم على التوالي، كما أن استهلاك مواشيه في اليوم الواحد هو 600 أو 400 أو 300 كجم لكل نوع من المزروعات السابقة على التوالي، متطلبات الري للهكتار الواحد المزروع بكل نوع من المزروعات هي 50 ، 70 ، 85 صفيحة ماء يومياً كما أن كمية السماد اللازمة للهكتار المزروع لكل نوع هي 400 ، 500 ، 650 كجم سماد، فإذا علمت أن كمية المياه التي يمكن ضخها من بئر الري لا تزيد على 50000 صفيحة ماء يومياً وأن الموارد المالية لهذا المزارع تكفي لشراء

300 طن من السماد والمطلوب إيجاد عدد الهكتارات التي يجب زراعتها من كل نوع من المزروعات بحيث يكون لدى المزارع مخزون علف يكفي لإطعام مواشيه لأطول فترة ممكنة.

التمرين السابع: تقوم شركة أداتكو بتصنيع عدة منتجات من الأخشاب، يتمثل أهمها في الكراسي والطاولات، حيث يبلغ ثمن الكرسي الواحد في السوق 10دج، ويحتاج إلى ساعة عمل واحدة في قسم النشر، وساعة عمل واحدة في قسم التجميع، بينما يبلغ ثمن الطاولة 40دج، وتحتاج إلى ساعتين عمل في قسم النشر، وخمسة ساعات عمل في قسم التجميع ، وفي اللحظة التي يستوعب فيها السوق جميع المنتجات من كلا المنتجين، لا يستطيع مدير الشركة الحصول شهريا على أكثر من مائة ساعة عمل في قسم النشر، كما لا يستطيع الحصول على أكثر من مائة وخمسين ساعة عمل في قسم التجميع.
وفي هذه الحالة يحتاج مدير الشركة إلى أن يحدد مزيج الإنتاج من الكراسي والطاولات الذي يحقق لمؤسسته أعلى عائد. أوجد الحل الأمثل لذلك.

التمرين الثامن: تقوم الشركة الصناعية العامة بإنتاج نوعين من الدفاتر المدرسية: دفاتر كتابة ، وكراس رسم ، ولإتمام العملية الإنتاجية ، لابد من استخدام آلة، وعدد معين من ساعات العمل، والوقت المتاح للآلة هو 24ساعة، بينما الوقت المتاح من عنصر العمل هو 16ساعة ، تحتاج كل وحدة منتجة من دفاتر الكتابة إلى ساعتين من الآلة، وساعتين من العمل، بينما تحتاج كل وحدة من كراس الرسم إلى 3 ساعات من الآلة و ساعة واحدة من العمل.
ويبلغ سعر كل وحدة مباعة من دفاتر الكتابة 12 دج ، ومن كراس الرسم 14دج، علما بأن الشركة تستطيع أن تبيع سبع وحدات فقط من المنتج الأول ، وست وحدات من المنتج الثاني.
وفي هذه الحالة يحتاج مدير الشركة إلى أن يحدد كمية الإنتاج من السلعتين التي تحقق للشركة أعلى عائد.

<u>التمرين التاسع:</u> <u>أوجد القيمة العظمى لدالة الهدف التالية</u>

$$\text{Max } Z = 12X1 + 56X2$$

تحت الشروط التالية:

$$3X1 + 7X2 \leq 109$$

$$2X1 + X2 \leq 80$$

$$X1 , X2 \geq 0$$

2018.10.08

Série I

حل تمرين :

$$\text{Max}[Z] = 2x + 4y$$

$x \leq 8$

$y \leq 3$

$3x + 6y \leq 30$

① حل المسألة بإستخدام طريقة simplex :

الشكل المعياري :

$$\text{Max}[Z] = 2x + 4y + 0e_1 + 0e_2 + 0e_3$$

$x + e_1 = 8$

$y + e_2 = 3$

$3x + 6y + e_3 = 30$

الجدول الأولي :

			2	4	0	0	0
C	V	Q	x	y	e_1	e_2	e_3
0	e_1	8	1	0	1	0	0
0	e_2	3	0	1	0	1	0
0	e_3	30	3	6	0	0	1
Z = 0			2	4	0	0	0

[illegible]

C	V	Q	x	y	e_1	e_2	e_3
0	e_1	8	1	0	0	0	0
4	y	3	0	1	1	1	0
0	e_3	12	3	0	0	-6	1
Z = 12			2	0	0	-4	0

C	V	Q	x	y	e_1	e_2	e_3
0	e_1	4	0	0	1	2	$-1/3$
4	y	3	0	1	0	1	0
2	x	4	1	0	0	-2	$1/3$
$Z=20$			0	0	0	0	$-2/3$

② - المسألة المعكوسة:

$$\mathrm{Min}[Z] = 8x_1 + 3x_2 + 30x_3$$

$$x_1 + 3x_3 \geq 2$$

$$x_2 + 6x_3 \geq 4$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

النموذج المعياري:

$$\mathrm{Min}[Z] = 8x_1 + 3x_2 + 30x_3 + 0e_1 + 0e_2 + 0e_3 + MA_1 + MA_2$$

$$x_1 + 3x_3 - e_1 + A_1 = 2$$

$$x_2 + 6x_3 - e_2 + A_2 = 4$$

القراءة الاقتصادية:

- تنتج 3 وحدات من y و 4 وحدات من x وتحقق ربح قدره 20.
- أما الموارد غير المستغلة تقدر بـ 4 وحدات من e_1.
- نلاحظ وجود حل بديل لأن قيمة المقابلة لـ e_2 في سطر التقييم تساوي 0 لذا نعتبره متغير بديل ونكمل الحل.
- عند إضافة وحدة واحدة لـ e_2 تنخفض e_2 بـ وحدتين و y بوحدة و x تزداد بوحدتين وقيمة Z لا تتأثر.
- عند إضافة وحدة واحدة لـ e_3 تزيد e_1 بـ $1/3$ وحدة و y لا تتغير وتنخفض x بـ $1/3$ وتتأثر قيمة Z حيث تزداد بـ $2/3$ وحدة نقدية.

تمرين 02 :

1- النموذج المعياري:

$$Min(C) = 2400x_1 + 1000y + 0e_1 + 0e_2 + MA_1 + MA_2$$

$$3x + 2y - e_1 + A_1 = 20$$

$$6x_2 + y - e_2 + A_2 = 30$$

			2400	1000	0	0	M	M
C	V	Q	x	y	e_1	e_2	A_1	A_2
M	A_1	20	3	2	-1	0	1	0
M	A_2	30	6	1	0	-1	0	1
Z = 50M			2400-3M	1000-3M	M	M	0	0

			2400	1000	0	0	M	M
C	V	Q	x	y	e_1	e_2	A_1	A_2
M	A_1	5	0	3/2	-1	1/2	1	-1/2
2400	x	5	1	1/6	0	-1/6	0	1/6
Z = 12000+5M			0	600+3/2M	M	0	400-1/2M	3/2M-[illegible]

C	V	Q	x	y	e_1	e_2	A_1	A_2
1000	y	10/3	0	1	-2/3	1/3	2/3	1/3
2400	x	40/9	1	0	1/9	-2/9	-1/9	2/3
Z = 14000			0	0	~~[illegible]/9~~ 400	200	M-400	M-200

			2400	1000 + α	0	0	M	M
C	V	Q	x	y	e_1	e_2	A_1	A_2
1000+α	y	$10/3$	0	1	$-2/3$	$1/3$	$2/3$	$-1/3$
2400	x	$\frac{40}{9}$	1	0	$1/9$	$-2/9$	$-1/9$	$2/9$
$Z = 14000$			0	0	$400 + \frac{2}{3}\alpha$	$200 + \frac{1}{3}\alpha$	$2M - 400 + \frac{2}{3}\alpha$	$M - 200 - \frac{1}{3}\alpha$

$400 + \frac{2}{3}\alpha \geqslant 0 \Rightarrow \frac{-2}{3}\alpha \leqslant -400 \Rightarrow \alpha \leqslant 600$

$200 + \frac{1}{3}\alpha \geqslant 0 \Rightarrow \frac{1}{3}\alpha \geqslant -200 \Rightarrow \alpha \geqslant -600$

$\alpha \in [-600, 600]$

$Z = 14000 - \frac{6000}{3} = 12000$

$Z \in [12000, 16000]$

تمرين 2 من السلسلة 01:

1- حل المسألة:

- النموذج المعياري:

$$Max[Z] = 200x_1 + 150x_2 + 160x_3 + 0e_1 + 0e_2 + 0e_3 - MA_1 - MA_2$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 + e_1 = 2800$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 + e_2 = 3500$$

$$x_1 + x_2 + x_3 - e_3 + A_1 = 2500$$

$$x_1 + A_2 = 800$$

			200	150	160	0	0	0	-M	-M
C	V	Q	x_1	x_2	x_3	e_1	e_2	e_3	A_1	A_2
0	e_1	2800	1	2	1	1	0	0	0	0
0	e_2	3500	2	1	1	0	1	0	0	0
-M	A_1	2500	1	1	1	0	0	-1	1	0
-M	A_2	800	1	0	0	0	0	0	0	1
Z = -3300M			200+2M	150+M	160+M	0	0	-M	0	0

			200	150	160	0	0	0	-M	-M
C	V	Q	x_1	x_2	x_3	e_1	e_2	e_3	A_1	A_2
0	e_1	2000	0	2	1	1	0	0	0	0
0	e_2	1900	0	1	1	0	1	0	0	-2
-M	A_1	1700	0	1	1	0	0	-1	1	-1
200	x_1	800	1	0	0	0	0	0	0	1
Z = 160000 - 1700M			0	150+M	160+M	0	0	-M	0	-200-2M

C	V	Q	200	160	160	0	0	0	-M	-M
			x_1	x_2	x_3	e_1	e_2	e_3	A_1	A_2
0	e_1	300	0	1	0	1	0	1	-1	1
0	e_2	200	0	0	0	0	1	1	-1	-1
160	x_3	1700	0	1	1	0	0	-1	1	-1
200	x_1	800	1	0	0	0	0	0	0	1
Z = 432000			0	-10	0	0	0	160	-M+160	-M-160

C	V	Q	200	160	160	0	0	0	-M	-M
			x_1	x_2	x_3	e_1	e_2	e_3	A_1	A_2
0	e_1	100	0	1	0	1	-1	0	0	2
0	e_3	200	0	0	0	0	1	1	-1	-1
160	x_3	1900	0	1	1	0	1	0	0	-2
200	x_1	800	1	0	0	0	0	0	0	1
Z = 464000			0	-10	0	0	-160	0	-M	120-M

-②

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \leqslant 2800 + 20\alpha$$
$$2x_1 + x_2 + x_3 \leqslant 3600 + 120\beta$$
$$x_1 + x_2 + x_3 \geqslant 2600$$

C	V	Q	α	β	x_1	x_2	x_3	e_1	e_2	e_3	A_1	A_2
0	e_1	100	1(20)	-1(120)	0	1	0	1	-1	0	0	2
0	e_3	200	0(20)	1(120)	0	0	0	0	1	1	-1	-1
160	x_3	1900	0	120	0	1	1	0	1	0	0	-2
200	x_1	800	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
Z = 464000			0α	19200β	0	-10	0	0				

قيم α و β هي نفسها قيم
e_2 و

التغير في α لا يؤثر

$100 + 20\alpha - 120\beta \geqslant 0$

$200 + 0\alpha + 120\beta \geqslant 0$

$1900 + 0\alpha + 120\beta \geqslant 0$

$800 + 0\alpha + 0\beta \geqslant 0$

لما $\alpha = 0$:

$\Downarrow$

سالبة لا تغير للترتيب

$100 - 120\beta \geqslant 0 \Rightarrow \beta \leqslant \frac{100}{120}$

$200 + 120\beta \geqslant 0 \Rightarrow \beta \geqslant -\frac{200}{120}$

$1900 + 120 + \beta \geqslant 0 \Rightarrow \beta \geqslant -\frac{1900}{120}$

$800 + 0\beta \geqslant 0 \Rightarrow$

$-1900/120 \quad -200/120 \quad 0 \quad 100/120$

إذن : $\beta \in \left[0, \frac{100}{120}\right]$

لما $\beta = 0$:

$100 + 20\alpha \geqslant 0 \qquad \alpha \geqslant \frac{-100}{20}$

$200 + 0\alpha \geqslant 0$

$1900 + 0\alpha \geqslant 0 \Rightarrow \qquad \alpha \geqslant 0$

$800 + 0\alpha \geqslant 0 \qquad \alpha \geqslant 0$

$\alpha \geqslant 0$

إذن : $\alpha \in [0, +\infty[$

لأن قيم α و β لا يجب أن تكون للموارد سالبة.

- لدينا مواد غير مستغلة ما تزيد شي في ساعات العمل لأنها عندنا فائض

(3)

			200	150+α	160	0	0	0	-M	-M
C	V	Q	x_1	x_2	x_3	e_1	e_2	e_3	A_1	A_2
0	e_1	100	0	1	0	1	-1	0	0	2
0	e_3	200	0	0	0	0	1	1	-1	-1
160	x_3	1900	0	1	1	0	1	0	0	-2
200	x_1	800	1	0	0	0	0	0	0	1
Z=464000			0	-10+α	0	0	-160	0	-M	-M

$-10+\alpha \leq 0 \Rightarrow \alpha \leq 10$.

إذن $\alpha \in]-\infty, 10]$

$7\% \in]-\infty, 10]$ و بالتالي نوافق في القرار

(4) - نعم في صالح المؤسسة إنتاج كمية من النوع (1) (كمية
إضافية من x_1) لأن x_1 متغير أساسيا في الحل!

La série 01

Exo 03 :

$Max[Z] = 20x + 30y$

$3x + 6y \leq 2400$

$2x + y \leq 1000$

1- إيجاد الحل الأمثل :

$3x + 6y + e_1 = 2400$

$2x + y + e_2 = 1000$

$Max[Z] = 20x + 30y + 0e_1 + 0e_2$

			20	30	0	0
C	V	Q	x	y	e_1	e_2
0	e_1	2400	3	6	1	0
0	e_2	1000	2	1	0	1
$Z=0$			20	30	0	0

			20	30	0	0
C	V	Q	x	y	e_1	e_2
30	y	400	3/6	1	1/6	0
0	e_2	600	3/2	0	-1/6	1
$Z=12000$			5	0	-5	0

			y_1	y_2	w_1	w_2
			w_1	w_2	y_1	y_2
			20	30	0	0
C	V	Q	x_1	$\cancel{x_2}$ y_2	e_1	e_2
30	$\cancel{x_2}$ y_2	200	0	1	2/9	-1/3
20	x_1	400	1	0	-1/9	$\frac{2}{3}$
Z = 14400			0	0	$-\frac{40}{9}$	$-\frac{10}{3}$

② - إيجاد المسألة المعاكسة:

$$Min[C] = 2400y_1 + 1000y_2 + 0w_1 + 0w_2 + MA_1 + MA_2$$

ح خ $\quad \cancel{3y_1 + 2y_2 \geq 20} \quad 3y_1 + 2y_2 - w_1 + A_1 = 20$

ش ع $\quad \cancel{6y_1 + y_2 \geq 30} \quad 6y_1 + y_2 - w_2 + A_2 = 30$

③ - إستنتاج الحل الأمثل للمسألة المعاكسة:

			2400	1000	0	0	M	M
C	V	Q	y_1	y_2	w_1	w_2	A_1	A_2
1000	y_2	10/9	0	1	-2/3	1/3	2/3	-1/3
2400	y_1	$\frac{40}{9}$	1	0	1/9	-2/9	-1/9	2/9
Z = 14400			0	0	400	200	M-400	M-200

Exo04

$Max[z] = 14x_1 + 20x_2 + 10x_3$

$2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 120$

$x_1 + 2x_2 \leq 60$

$2x_1 + x_3 \leq 40$

① ـ الحل الأمثل :

$Min[c] = 14x_1 + 20x_2 + 10x_3 + 0e_1 + 0e_2 + 0e_3$

$2x_1 + x_2 + 3x_3 + e_1 \cancel{\leq} 120$ y_1

$x_1 + 2x_2 + e_2 \cancel{\leq} 60$ y_2

$2x_1 + x_3 + e_3 \cancel{\leq} 40$ y_3

			14	20	10	0	0	0
c	V	Q	x_1	x_2	x_3	e_1	e_2	e_3
0	e_1	120	2	1	3	1	0	0
0	e_2	60	1	2	0	0	1	0
0	e_3	40	2	0	1	0	0	1
$Z = 0$			14	20	10	0	0	0

			14	20	10	0	0	0
c	V	Q	x_1	x_2	x_3	e_1	e_2	e_3
0	e_1	90	3/2	0	3	1	-1/2	0
20	x_2	30	1/2	1	0	0	$\frac{1}{2}$	0
0	e_3	40	2	0	1	0	0	1
$Z = 600$			4	0	10	0	-10	0

w_1, y_1, y_2 ...

C	V	Q	w_1 / x_1	w_2 / x_2	w_3 / x_3	y_1 / e_1	y_2 / e_2	y_3 / e_3
10	w_3 / x_3	30	1/2	0	1	1/3	-1/6	0
20	x_2 / w_2	30	1/2	1	0	0	1/2	0
0	e_3 / y_3	10	3/2	0	0	-1/3	1/6	1
Z = 900			-1	0	0	-10/3	-25/3	0

③ إستنتاج الحل الأمثل للمسألة المقرونة

C	V	Q	y_1	y_2	y_3	w_1	w_2	w_3	A_1	A_2	A_3
60	y_2	25/3	0	1	-1/6	0	-1/2	1/6	0	1/2	-1/2
120	y_1	10/3	1	0	1/3	0	0	-1/3	0	0	1/3
0	w_1	1	0	0	-3/2	1	-1/2	-1/2	-1	1/2	1/2
Z = 900			0	0	10	0	30	30	M	M-30	M-30

② - المسألة المعكوسة :

$$Min[C] = 120y_1 + 60y_2 + 40y_3$$

$$2y_1 + y_2 + 2y_3 \geqslant 14$$

$$y_1 + 2y_2 + 2y_3 \geqslant 20$$

$$3y_1 + 0y_2 + y_3 \geqslant 10$$

$$\cancel{2y_1 + y_2 + 2y_3 - w_1 + A_1 = 14}$$

$$\cancel{y_1 + 2y_2} - w_1$$

النموذج المعياري لهذه المسألة :

$$Min[C] = 120y_1 + 60y_2 + 40y_3 + 0w_1 + 0w_2 + 0w_3 + MA_1 + MA_2 + MA_3$$

$$2y_1 + y_2 + 2y_3 - w_1 + A_1 = 14$$

$$y_1 + 2y_2 + 10y_3 - w_2 + A_2 = 20$$

$$3y_1 + 0y_2 + y_3 - w_3 + A_3 = 10$$