



جامعة حمه لخضر بالوادي  
كلية: العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير  
قسم: العلوم الاقتصادية

أعمال موجهة على الخط بعنوان

سلسلة ملخصات وتمارين في احصاء 3

مقدمة لطلبة السنة الثانية جميع التخصصات

إعداد :

د. بقاط حنان

الموسم الجامعي: 2022/2021



# فهرس المحتويات

فهرس المحتويات

الصفحة	المحتويات
	فهرس المحتويات
	المقدمة
6	<b>I. توزيع المعاينة</b>
7	1- ملخصات حول توزيع المعاينة
16	2- تمارين غير محلولة
22	<b>II. مجال الثقة:</b>
23	1- ملخصات حول مجال الثقة
30	2- تمارين غير محلولة
41	<b>III. اختبارات الفروض:</b>
42	1- ملخصات حول مجال الثقة
51	2- تمارين غير محلولة
60	الخاتمة
61	الملاحق
	المراجع

المقدمة

## المقدمة:

تتضمن هذه المطبوعة مجموعة من الملخصات والتمارين المقترحة، وفق البرنامج الوزاري لمقياس الاخصاء 3. موجة لطلبة اقسام السنة الثانية جميع التخصصات .

ونهدف من خلال هذه المطبوعة تقديم ملخصات لجميع العلاقات التي تم التطرق اليها في المحاضرة ، بطريقة بسيطة وسلسة وتقديم مجموعة من التمارين حتى يتسنى الفهم للجميع الطلبة.

وقد تم تقسيم هذه المطبوعة الى ثلاثة محاور رئيسية و هي :توزيع المعاينة، مجال الثقة، اختبار الفروض.

د. بقاط حنان

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

جامعة الوادي

# توزيع المعاينة

## ملخصات حول توزيع المعاينة:

- مفاهيم اساسية
- الوسط والانحراف المعياري لتوزيع المعاينة
- توزيع المعاينة للمتوسط
- توزيع المعاينة للفرق بين متوسطين
- توزيع المعاينة للنسبة
- توزيع المعاينة للفرق بين نسبتيين
- توزيع المعاينة للتباين
- توزيع المعاينة للنسبة بين تباين عينتين

- مفاهيم اساسية:

قائمة العناصر التي يتم اختيار العينة من ضمنها	قاعدة المعاينة
توزيع احتمالي لجميع القيم المختلفة لـ "إحصاءة" أو مؤشر إحصائي في العينة	توزيع المعاينة
هي عملية القيام باختيار عينة ممثلة من المجتمع الإحصائي	المعاينة
هي مجموعة متعددة من الطرق التي يتم من خلالها اختيار العينة، ويتم تجميعها غالبا في مجموعتين: طرق احتمالية وطرق غير احتمالية	طرق المعاينة
هي صفة لعناصر تختلف من عنصر لآخر في شكل أو النوع أو الكمية	الظاهرة
هي مؤشر إحصائي يعبر عن خاصية وصفية للمجتمع كمتوسط المجتمع أو الانحراف المعياري ....	المعلمة- الإحصاءة
هو الصفة تحت الدراسة و يأخذ قيما مختلفة في الظروف المختلفة (زمنية، مكانية، سياسية، اقتصادية ... الخ)	المتغير
مجموعة جزئية من المجتمع الإحصائي	العينة
عبارة عن مفردات يقوم الباحث بدراسة خاصية من خصائصها، ويتكون من "وحدات إحصائية"	المجتمع
عدد المفردات منتهي قابل للعد	مجتمع محدود
مجتمع يتكون من مفردات لها نفس الخصائص	مجتمع متجانس
نرمز له بالرمز $\mu$	المتوسط داخل المجتمع
نرمز له بالرمز $\bar{X}$	المتوسط داخل العينة
نرمز له بالرمز $P$	النسبة داخل المجتمع
نرمز له بالرمز $\bar{P}$	النسبة داخل العينة
نرمز له بالرمز $\sigma$	الانحراف المعياري داخل المجتمع
نرمز له بالرمز $\sigma^2$	التباين داخل المجتمع
نرمز له بالرمز $S$	الانحراف المعياري داخل

توزيع المعاينة

---

	العينة
نرمز له بالرمز $S^2$	التباين داخل العينة
حجم المجتمع	N
حجم العينة	n

- الوسط والانحراف المعياري لتوزيع المعاينة:

- وسط توزيع المعاينة  $(E(\bar{X}))$ :

$$E(\bar{X}) = \mu$$

- الانحراف المعياري للتوزيع المعاينة  $(\sigma(\bar{X}))$ :

$$\sigma(\bar{X})$$

مجتمع محدود

$$n > 0.05 N$$

$$\sigma_{(X)} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \times \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

مجتمع غير محدود

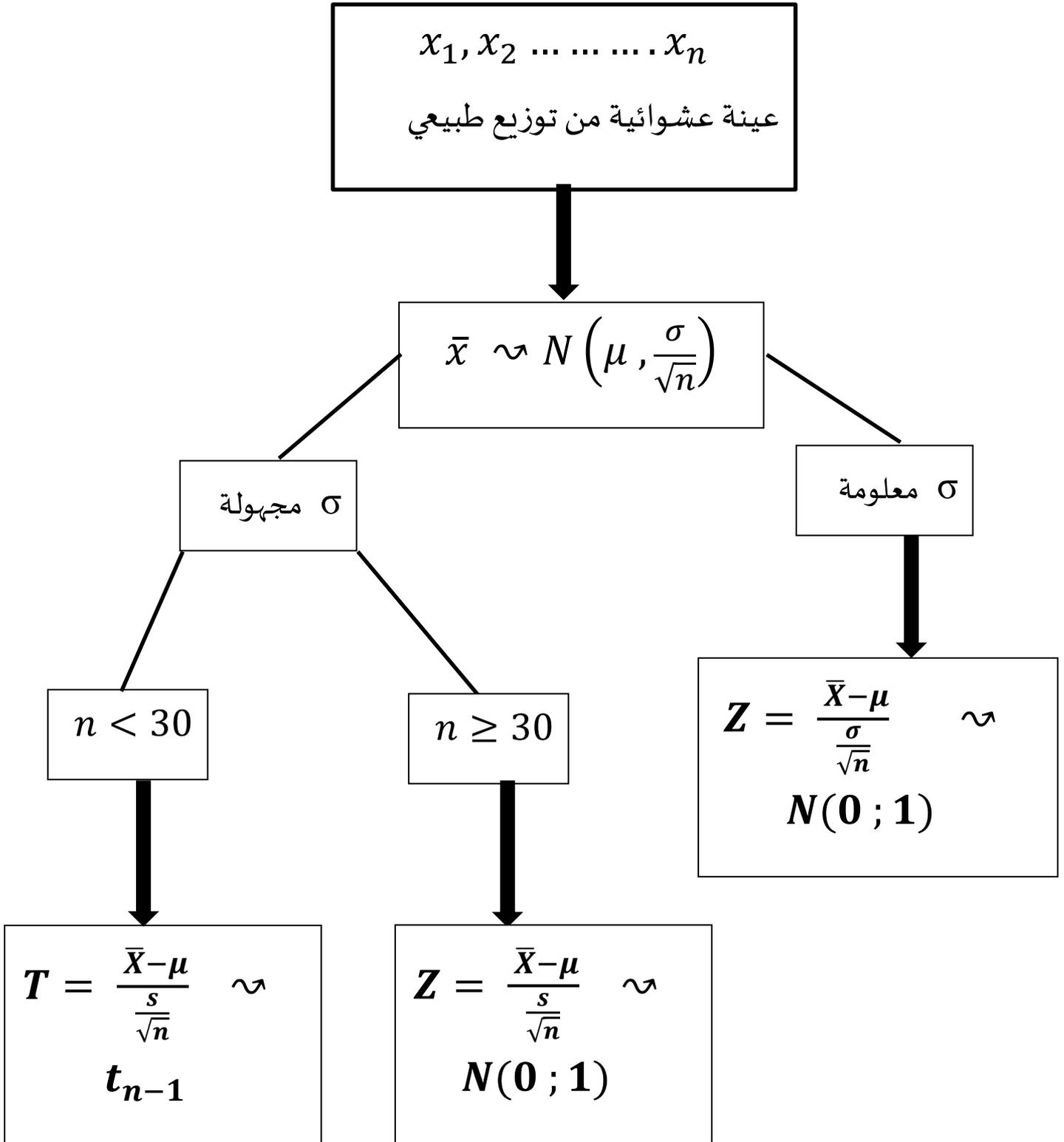
$$n \leq 0.05 N$$

$$\sigma_{(X)} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

حيث:

$$\text{معامل التصحيح} : \frac{N-n}{N-1}$$

- توزيع المعاينة للمتوسط:



- توزيع المعاينة للفرق بين متوسطي عينتين مستقلتين:

$$\bar{x}_1 \sim N\left(\mu_1, \frac{\sigma_1}{\sqrt{n_1}}\right)$$

$$\bar{x}_2 \sim N\left(\mu_2, \frac{\sigma_2}{\sqrt{n_2}}\right)$$

$\sigma_2, \sigma_1$  مجهولتان

$\sigma_2, \sigma_1$  معلومتان

$$\sigma_2 = \sigma_1$$

$$T = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{S_c^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \sim$$

$$t_{n_1+n_2-2}$$

$$S_c^2 = \frac{s_1^2(n_1 - 1) + s_2^2(n_2 - 1)}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$Z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N(0; 1)$$

$$\sigma_2 \neq \sigma_1$$

$$T = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\left(\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}\right)}} \sim t_v$$

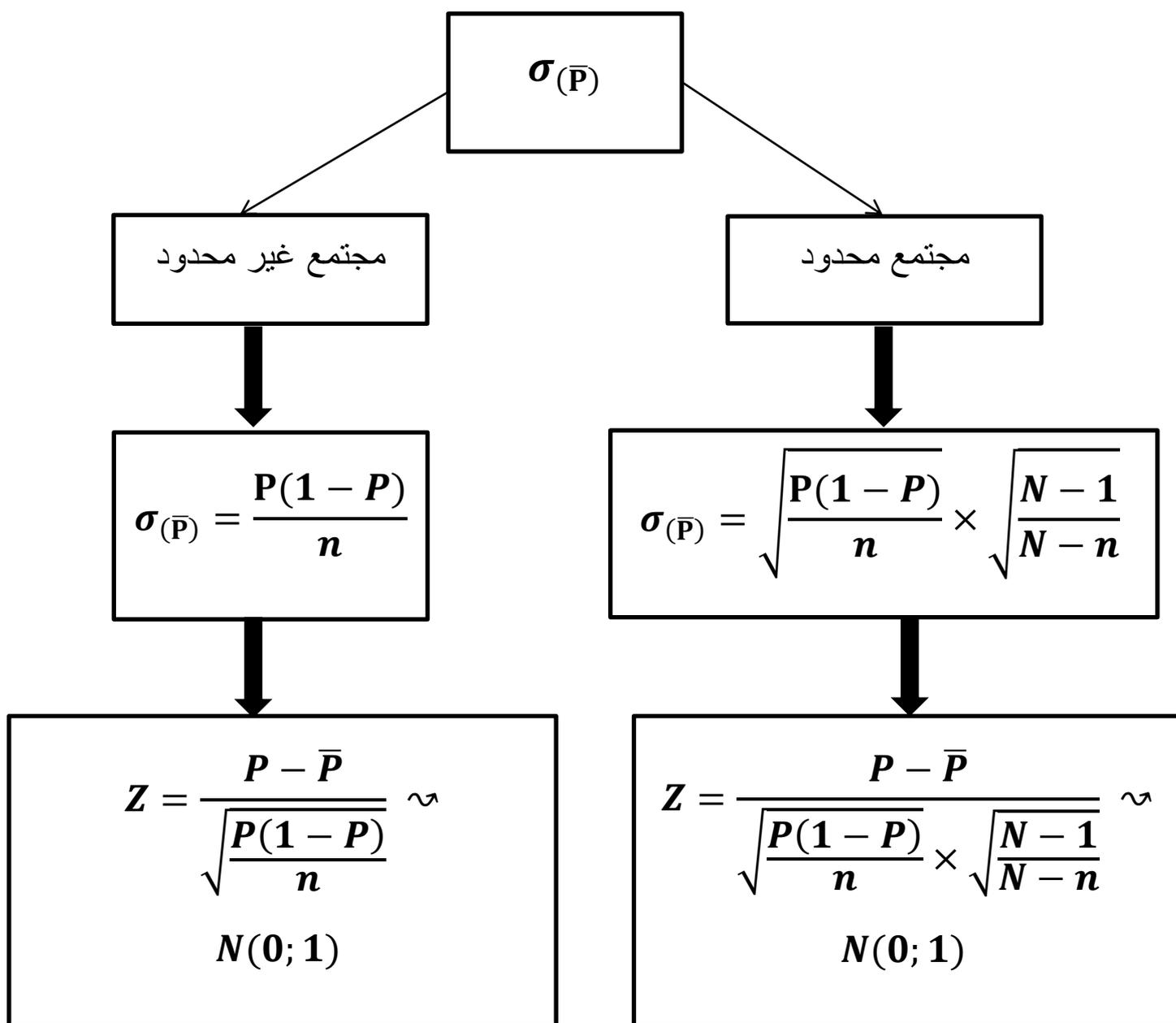
$$v = \frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1-1} + \frac{\left(\frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2-1}}$$

- توزيع المعاينة لنسب:

- الوسط الحسابي لتوزيع المعاينة لنسبة العينة  $E(\bar{P})$ :

$$E(\bar{P}) = P$$

- الانحراف المعياري لتوزيع المعاينة لنسبة العينة  $\sigma(\bar{P})$ :



- توزيع المعاينة للفرق بين نسبي عينتين  $(\bar{P}_1 - \bar{P}_2)$ :

$n_1$  عينة من مجتمع يتبع توزيع ذي الحدين نسبته  $P_1$   
 $n_2$  عينة من مجتمع يتبع توزيع ذي الحدين نسبته  $P_2$

$$(\bar{P}_1 - \bar{P}_2) \sim N\left((P_1 - P_2); \sqrt{\frac{P_1(1 - P_1)}{n_1} + \frac{P_2(1 - P_2)}{n_2}}\right)$$

$$Z = \frac{(\bar{P}_1 - \bar{P}_2) - (P_1 - P_2)}{\sqrt{\frac{P_1(1 - P_1)}{n_1} + \frac{P_2(1 - P_2)}{n_2}}} \sim N(0; 1)$$

- توزيع المعاينة للتباين:

$$x \sim N(\mu; \sigma)$$

$$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{n-1}$$

- توزيع المعاينة للنسبة بين تباين عينتين  $S_1^2$  و  $S_2^2$  :

$n_1$  و  $n_2$  عينتين مستقلتين مسحوبتين من مجتمعين لهما  
توزيعين طبيعيين ذو التباينين  $\sigma_1^2$  و  $\sigma_2^2$  على الترتيب توزيع

$$F = \frac{S_1^2/S_1^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2} \sim F_{(n_1-1), (n_2-1)}$$

تمارين غير محلولة

❖ التمرين رقم (01):

أجريت دراسة على مؤسسة لقياس درجة الجودة بها 800 وحدة بوسط حسابي قدره 16 وانحراف معياري قدره 8. للقيام بذلك أخذت عينة عشوائيا. المطلوب:

- أوجد الوسط و الانحراف المعياري للتوزيع المعاينة للوسط الحسابي اذا كانت حجم العينة  $n = \{70 ; 50 ; 30\}$

❖ التمرين رقم (02):

مجتمع مكون من 12000 عنصر بوسط 100 وانحراف معياري 60. المطلوب:

- أوجد الوسط والخطأ المعياري لتوزيع المعاينة للوسط عندما يكون حجم العينة 100 ثم 90.

❖ التمرين رقم (03):

تنتج شركة منتوجين A و B و لدراسة مردوديه إنتاجها أخذت عينة حجمها 20 وحدة من A يتوزع وسطه 45 وتباينه 10 وذلك للمنتوج الأول، كما أخذت عينة أخرى من المنتوج الثاني حجمها 60 ووسطها 4-0 و تباينها 25. المطلوب:

- حساب كلا من  $\mu_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}$  و  $\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}$

❖ التمرين رقم (04):

الطاقة الانتاجيه القصوى لعمال مؤسسة لصناعة الافرشة ذات طراز الرفيع 600 وإذا عملت أن إنتاج العمال يخضع للتوزيع الطبيعي وسطه 67 وانحرافه 20 يوما. المطلوب:

- ما هو احتمال أن ينتج 50 عاملا من المؤسسة أكثر من طاقتها القصوى؟

❖ التمرين رقم (05):

إذا كان أعمار الموظفين في إحدى الدوائر الحكومية يتبع التوزيع الطبيعي بوسط حسابي قدره 30 وانحراف معياري قدره 9 المطلوب:

- أوجد توزيع المعاينة لعينة عشوائية من 36 موظف.

❖ التمرين رقم (06):

لدى بنك محلي صغير 1450 حساب ادخار شخصي برصيد متوسط قدره \$3000 وانحراف معياري \$1200 إذا أخذ البنك عينة عشوائية من 100 حساب. المطلوب:

- ما احتمال أن متوسط المدخرات لهذه الحسابات المئة سيكون أقل من \$2800؟

❖ التمرين رقم (07):

من مجتمع مكون من الأعداد الخمسة الآتية: 1، 3، 5، 7، 9، المطلوب:

- أوجد كلا من  $\mu$  و  $\sigma$ .

- توزيع المعاينة النظري للوسط لحجم العينة 2.

- حساب كلا من  $\mu_{\bar{x}}$  و  $\sigma_{\bar{x}}$

❖ التمرين رقم (08):

بالنسبة لمجتمع مكون من 1000 مفردة، بوسط  $\mu = 50$  وانحراف معياري  $\sigma = 10$ . المطلوب:

- ما هو الوسط والخطأ المعياري لتوزيع المعاينة للوسط العينة من حجم (25) و (81)؟

❖ التمرين رقم (09):

مصنع ينتج كراسي تركز على قاعدة دائرية، اعتماداً على التجارب السابقة فإن مفتش الرقابة على العملية الإنتاجية مقتنع أن متوسط قطر القاعدة الدائرية 5سم والانحراف المعياري لها 0,005سم وتوزيع العملية الإنتاجية هو التوزيع الطبيعي. يهتم الفاحص بالمحافظة على متوسط قطر العملية الإنتاجية عند 5سم، ولتحقيق ذلك تسحب عينات عشوائية بصفة دورية حجم كل منها 9 كراسي وذلك في محاولة لاكتشاف أية انحراف على الأرقام الطبيعية المشار إليها.

المطلوب:

- حدد توزيع المعاينة لـ  $\bar{x}$
- بفرض أن الفاحص سحب عينة عشوائية من 9 كراسي وقيست أقطار قاعدتها ووجد أن  $5.004 \text{ سم} = \bar{x}$ ، ما هي إمكانية (احتمال) أن متوسط القطر في تلك العينة العشوائية سيكون على الأقل 5,004سم على فرض أن متوسط العملية باقياً عند 5سم والانحراف المعياري للعملية هو 0,005سم؟
- ما هو حجم العينة التي يجب سحبها لتحقيق خطأ معياري لـ  $\bar{x}$  يساوي 0.001؟

❖ التمرين رقم (09):

إذا كانت معدلات الطلبة في السنة الأولى في إحدى الجامعات تتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط 60 وأخذت عينة عشوائية مؤلفة من 16 طالب فوجد أن الانحراف المعياري لها هو 12.

المطلوب:

- اوجد احتمال أن يزيد متوسط معدل الطلبة سنة أولى في إحدى الجامعات في العينة عن 66.3؟

❖ التمرين رقم (10):

إذا تم سحب عينتان عشوائيتان مستقلتان حجمهما 15 و 12 وتباينهما 45 و 72 على التوالي لمجتمعين إحصائيين متوسطهما 38 و 33 على التوالي.

المطلوب:

- اوجد احتمال أن يكون الفرق بين هاتين العينتين 10 أو اقل؟

❖ التمرين رقم (11):

مجتمع إحصائي معين يتوزع توزيعاً طبيعياً انحرافه المعياري 5 سحبت منه عينة عشوائية حجمها 4 وحدات.

المطلوب:

- اوجد احتمال أن تباين العينة سوف يكون 2.5 أو أقل؟

❖ التمرين رقم (12):

أخذت عينة عشوائية حجمها 11 من مجتمع إحصائي معين، وأخذت عينة عشوائية أخرى مستقلة عن الأولى حجمها 17 من مجتمع آخر مستقل عن الأول.

المطلوب:

- اوجد احتمال أن نسبة تباين العينتين يكون على الأقل 3.69؟

❖ التمرين رقم (13):

ما هو احتمال أن يقع  $\bar{X}$  بين 49 و 50 لعينة عشوائية من 36 مفردة من مجتمع بمتوسط  $\sigma = 12$  و  $\mu = 48$ ؟

❖ التمرين رقم (14):

ما احتمال أن يقع متوسط عينة من 144 حسابات مدينين مسحوبة من مجتمع به 2000 من الحسابات، بمتوسط \$10000 و انحراف معياري \$4000 بين \$9500 و \$1000؟

❖ التمرين رقم (15):

يدرس في إحدى المدارس 600 تلميذا وتلميذة منهم 240 ذكور فإذا سحبنا عينة عشوائية من هذه المدرسة تشمل 55 تلميذا وتلميذة.

المطلوب:

- ما هو احتمال أن تكون نسبة الذكور في هذه المدرسة أكثر من 50%؟

❖ التمرين رقم (16):

إذا كانت نسبة النجاح من الطالبات في امتحان اللغة العربية 64% ونسبة الناجحين من الطلبة الذكور في نفس الامتحان. 60% وتم اختيار عينتين مستقلتين الأولى حجمها 120 طالبة والثانية حجمها 150 طالبا من الذين اشتركوا في هذا الامتحان.

المطلوب:

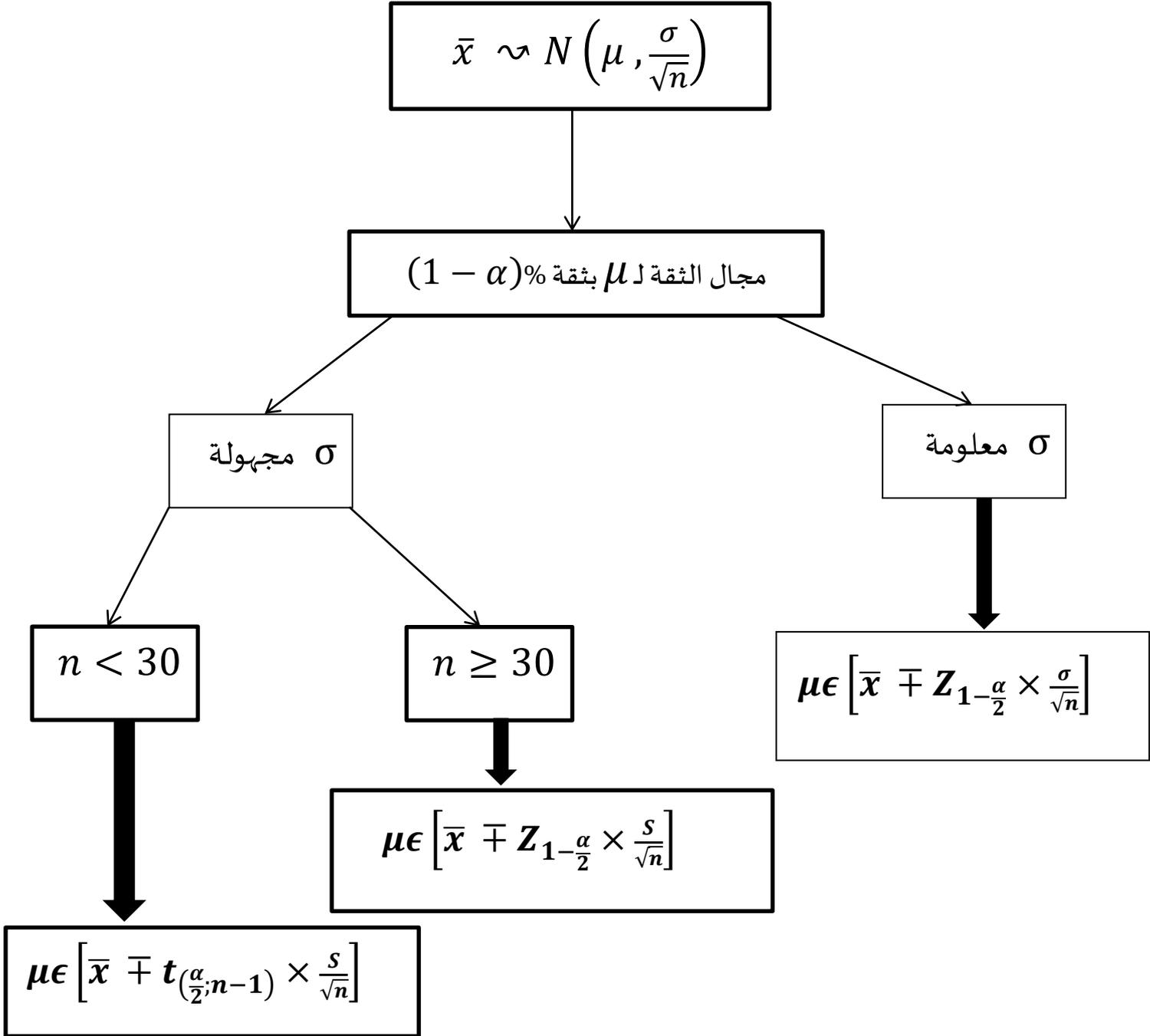
- ما هو احتمال أن تكون نسبة الناجحات في عينة الطالبات أكبر من نسبة الناجحين في عينة الطلبة بمقدار 6% أو أكثر؟

مجال الثقة

## ملخصات حول مجال الثقة:

- مجال الثقة للمتوسط
- مجال الثقة للفرق بين متوسطي مجتمعين
- مجال الثقة لنسبة المجتمع
- مجال الثقة للفرق بين نسبتي مجتمعين
- مجال الثقة لتباين المجتمع
- مجال الثقة للنسبة بين تبايني مجتمعين

- مجال الثقة للمتوسط:



- مجال الثقة للفرق بين متوسطي مجتمعين:

$$\bar{x}_1 \sim N\left(\mu_1, \frac{\sigma_1}{\sqrt{n_1}}\right); \bar{x}_2 \sim N\left(\mu_2, \frac{\sigma_2}{\sqrt{n_2}}\right)$$

مجال الثقة لـ  $\mu$  بثقة  $(1 - \alpha)\%$

$\sigma_2, \sigma_1$  مجهولتان

$\sigma_2, \sigma_1$  معلومتان

$$\sigma_2 = \sigma_1$$

$$\left[ (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \mp Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \right]$$

$$\left[ (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \mp t_{\frac{\alpha}{2}; (n_1+n_2-2)} \times \sqrt{S_c^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)} \right]$$

$$\sigma_2 \neq \sigma_1$$

$$\left[ (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \mp t_{\frac{\alpha}{2}; v} \times \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}} \right]$$

- مجال الثقة لنسبة المجتمع  $P$  :

$$\bar{P} \sim N \left( P; \sqrt{\frac{P(1-P)}{n}} \right)$$

مجال الثقة لنسبة المجتمع  $P$  بثقة  $(1 - \alpha)\%$

$$\left[ \bar{P} \pm Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n}} \right]$$

- مجال الثقة للفرق بين نسبتين  $P_1$  و  $P_2$ :

$n_1$  عينة من مجتمع يتبع توزيع ذي الحدين نسبته  $P_1$   
 $n_2$  عينة من مجتمع يتبع توزيع ذي الحدين نسبته  $P_2$

مجال الثقة لـ  $(P_1 - P_2)$  بثقة  $\%(1-\alpha)$

$$\left[ (\bar{P}_1 - \bar{P}_2) \pm Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \sqrt{\frac{\bar{P}_1(1 - \bar{P}_1)}{n_1} + \frac{\bar{P}_2(1 - \bar{P}_2)}{n_2}} \right]$$

- مجال الثقة لتباين المجتمع  $\sigma^2$  :

$$x \sim N(\mu; \sigma)$$

مجال الثقة لتباين المجتمع  $\sigma^2$  بثقة  $\%(1 - \alpha)$

$$\left[ \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\left(\frac{\alpha}{2}; n-1\right)}}, \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\left(1-\frac{\alpha}{2}; n-1\right)}} \right]$$

- مجال الثقة للنسبة بين تبايني المجتمعين  $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ :

$$\begin{aligned} (x_1, x_2, \dots, x_n) &\sim N\left(\mu_1, \frac{\sigma_1}{\sqrt{n_1}}\right) \\ (y_1, y_2, \dots, y_n) &\sim N\left(\mu_2, \frac{\sigma_2}{\sqrt{n_2}}\right) \end{aligned}$$

مجال الثقة للنسبة بين تبايني المجتمعين  $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$  بنقطة  $\%(1 - \alpha)$

$$\left[ \frac{S_1^2/S_2^2}{F\left(\frac{\alpha}{2}; v_1; v_2\right)}; \frac{S_1^2/S_2^2}{F\left(1-\frac{\alpha}{2}; v_1; v_2\right)} \right]$$

حيث:

$$v_1 = (n_1 - 1)$$

$$v_2 = (n_2 - 1)$$

تمارين غير محلولة

❖ التمرين رقم(01):

لدراسة نسبة الاستثمار في دولة ما ،أخذت عينة حجمها 25 من  $N(\mu ; 6)$  فوجد ان الوسط الحسابي لهذه العينة كان  $\bar{x} = 18$   
المطلوب:

- أوجد مجال الثقة للوسط الحسابي  $\mu$  بثقة 90% و 99%؟

❖ التمرين رقم(02):

عينة عشوائية حجمها 12 ووسطها 51.2 سحبت من مجتمع طبيعي تباينة 124  
المطلوب:

- ايجاد فترة ثقة لوسط مجتمع عند مستوى معنوية  $\alpha = 5\%$ ;  $\alpha = 10\%$

❖ التمرين رقم(03):

أخذت عينة عشوائية مكونة من 25 مفردة بمتوسط 80 وانحراف معياري 30 من مجتمع يتبع توزيع طبيعي.  
المطلوب :

- أوجد فترات مجال الثقة لوسط المجتمع غير معلوم بثقة

99% ; 95% ; 90%

❖ التمرين رقم(04):

سحبت عينة عشوائية من بطاريات حجمها 10 و متوسط عمرها 5 ساعات وانحرافها المعياري 1 ساعة من خط انتاج من المعروف أنه ينتج بطاريات عمرها موزع طبقا للتوزيع الطبيعي .

المطلوب:

- أوجد مجال الثقة للمتوسط المجتمع بثقة 95% ; 90%

❖ التمرين رقم (05):

يرغب مدير في تقدير متوسط عدد الدقائق التي يأخذها العامل للإنجاز عملية صناعية معينة في حدود  $3 \pm$  دقيقة وبدرجة ثقة 90% ويعلم المدير من خبرته الماضية ان الانحراف المعياري هو 15 دقيقة والحد الأدنى للحجم العينة المطلوب اكبر من 30 عامل

المطلوب:

- اوجد حجم العينة ؟

❖ التمرين رقم (06):

يرغب باحث في تقدير متوسط الاجر الاسبوعي لعدة آلاف من العاملين بأحد المصانع في حدود  $20 \pm$  بثقة 99% ، ويعرف الباحث من خبرته الماضية التوزيع الاسبوعي للعاملين يتبع التوزيع الطبيعي بإنحراف معياري قدره  $40 \pm$

المطلوب:

- ماهو الحد الأدنى للعينة المطلوبة

❖ التمرين رقم (07):

عينتان مستقلتان الأولى تشمل 18 تلميذا والثانية تشمل 11 تلميذة من تلاميذ السنة الأولى ابتدائي، إذا كان الانحراف المعياري لطول عينة التلاميذ هو 8سم والانحراف المعياري لطول عينة التلميذات هو 6سم و إذا فرضنا أن المجتمعين يتبعان التوزيع الطبيعي.

المطلوب:

- أوجد فترة الثقة 92% لنسبة تباين مجتمع طول التلاميذ إلى نسبة تباين مجتمع طول التلميذات لسنة الأولى ابتدائي؟

❖ التمرين رقم (08):

في مجموعتين متماثلتين من المرضى A و B تتكون من 50 و 100 شخص على الترتيب، المجموعة A أعطيت نوعا جديدا من الحبوب المنومة و المجموعة B أعطيت نوعان معروفا من الحبوب. المجموعة A كان متوسط ساعات النوم هو 7.82 بإنحراف معياري قدره 0.240 و المجموعة B كان متوسط ساعات النوم هو 6.75 بإنحراف 0.3 المطلوب:

- أوجد حدود الثقة للفرق بين متوسط ساعات النوم الناتجة من استخدام الحبوب الجديدة عند فترات الثقة التالية 99% ; 95% ; 90% ؟

❖ التمرين رقم (09):

لتقدير نسبة الطلبة الجامعيين الذين يملكون هواتف نقالة تم اخذ عينة عشوائية مؤلفة من 200 طالبا، فوجد أن 120 منهم يملكون هواتف نقالة. المطلوب:

- أوجد فترة الثقة 95% لنسبة الطلبة الجامعيين الذين يملكون هواتف نقالة؟

❖ التمرين رقم (10):

أخذت عينة عشوائية حجمها 400 من معلمي المرحلة الابتدائية فوجد أن 80 منهم حاصلين على شهادة الليسانس.

المطلوب:

- أوجد فترة الثقة 99% لنسبة المعلمين في هذه المرحلة الحاصلين على شهادة الليسانس؟

❖ التمرين رقم(11):

أخذت عينة حجمها 144 بوسط مقداره 100 وانحراف معياري مقداره 60  
المطلوب:

- أوجد فترة الثقة %95 لوسط مجتمع غير معلوم؟

❖ التمرين رقم(12):

في استفتاء خاص حول برنامج تلفزيوني خاص بالأطفال تم اختيار عينة عشوائية  
مكونة من 125 طفلا فكان عدد المعجبين بالبرنامج 80 طفلا وتم اختيار عينة ثانية  
مكونة من 100 طفلة فكان عدد المعجبات بالبرنامج 75 طفلة.

المطلوب:

- أوجد فترة الثقة %95 للفرق بين نسبة كل المعجبين من الأولاد ونسبة كل  
المعجبين من البنات بالبرنامج التلفزيوني الخاص بالأطفال؟

❖ التمرين رقم(13):

أخذت عينة عشوائية من 36 طالبا من مدرسة ثانوية متقدمين لامتحان قبول  
بالجامعة ووجد أن متوسط الدرجات في العينة هو 380 والانحراف المعياري للمجتمع  
هو 40.

المطلوب:

- أوجد التقدير فترة الثقة للوسط غير معلوم عند مستوى معنوية 10%؟

❖ التمرين رقم(14):

ترغب شركة في تقدير متوسط عدد ساعات التشغيل لنوع عين من المصابيح  
الكهربائية في بدرجة ثقة 95% وتعرف الشركة من المعلومات السابقة عن هذا النوع  
من المصابيح الكهربائية أن  $10$  ساعات  $= \sigma$ .

المطلوب:

- ما هو حجم العينة التي يجب أخذها؟

❖ التمرين رقم (15):

أخذت عينة عشوائية مؤلفة من 100 بطارية خاصة من إنتاج العمل (أ) فوجد أن متوسط ساعات العمل لها هو 258 ساعة عمل متواصلة، كما أخذت عينة عشوائية أخرى مستقلة عن الأولى مؤلفة من 80 بطارية خاصة من إنتاج المعمل (ب) فوجد أن متوسط ساعات العمل لها هو 202 ساعة عمل متواصلة.

إذا كانت ساعات عمل البطاريات المنتجة في كلا المعملين (أ) و (ب) تتبع التوزيع الطبيعي بتباينين 19.3 و 14 على التوالي

المطلوب:

- أوجد فترة الثقة %98 للفرق الحقيقي بين متوسطي ساعات عمل البطاريات المنتجة في المعملين (أ) و(ب)؟

❖ التمرين رقم (16):

لدينا البيانات التالية:

$$n_2 = 12 ; n_1 = 15 \quad \bar{x}_2 = 27.3 ; \bar{x}_1 = 28.9$$

وبفرض أن المجتمعين يتوزعان طبيعياً بتبايني هما 1.8 و 1.5 على التوالي.

المطلوب:

- أحسب فترة الثقة %90 للفرق بين متوسطي المجتمعين المجهولين؟

❖ التمرين رقم (17):

لمعرفة الفارق الحقيقي بين معدل الإجازات السنوية للعاملين ومعدل الإجازات السنوية للعاملات في إحدى المؤسسات، تم سحب عينتين عشوائيتين مستقلتين من

سجلات العاملين والعاملات في هذه المؤسسة لمدة معينة فوجد أن من سجلات  
12 عاملا متوسط الإجازات السنوية 81 يوما بانحراف معياري 5 أيام ومن سجلات  
10 عاملات وجد أن متوسط أيام الإجازات السنوية هو 85 يوما بانحراف معياري  
4 أيام. بفرض أن تبايني المجتمعين مجهولين ومتساويين  
المطلوب :

- أوجد فترة الثقة 90% للفرق الحقيقي بين متوسط الإجازات السنوية للعمال  
والعاملات في هذه المؤسسة؟

❖ التمرين رقم (18):

عينتان مستقلتان الأولى تشمل 25 طالبة والثانية 16 طالبا، وكان الانحراف المعياري  
لأوزان عينة الطالبات 12 والانحراف المعياري لأوزان عينة الطلبة 10  
المطلوب:

- حدد فترة الثقة لنسبة تباين المجتمع الأول إلى تباين المجتمع الثاني وذلك  
باستخدام مستوى الثقة 95%؟

❖ التمرين رقم (19):

لدراسة ما تنفقه الأسرة على ايجار المساكن في احدى المناطق سحبنا عينة عشوائية  
حجمها  $n=100$  أسرة من الأسر التي تسكن في مساكن مستأجرة فحصلنا على البيانات  
التالية:

المجموع	140-120	120-100	100-80	80-60	60-40	الايجار الشهري
100	10	25	35	25	15	عدد الاسر

فإذا علمنا من دراسات سابقة بأن الايجار الشهري الذي تدفعه الأسرة في هذه المدينة يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط  $\mu$  و تباين  $\sigma^2=400$  .  
المطلوب:

- تكوين فترة ثقة 95% لمتوسط الايجار الشهري للأسرة الواحدة في هذه المنطقة.  
❖ التمرين رقم (20):

أخذت عينة عشوائية من 36 طالبا من بين 500 طالب بمدرسة ثانوية، متقدمين لإمتحان القبول بالجامعة. ووجد أن متوسط درجات العينة هو 380 والانحراف المعياري للمجتمع كله المكون من 500 طالب هو 40.  
المطلوب:

- أوجد فترة الثقة 95% للوسط غير معلوم لدرجات في المجتمع كله.  
❖ التمرين رقم (21):

سحبت عينة عشوائية مكونة  $n=9$  مصابيح كهربائية بمتوسط عمر 300 ساعة وانحراف معياري  $S$  قيمته 45 ساعة.  
المطلوب:

- احسب مجال الثقة لمتوسط عمر المصابيح عند مستوى معنوية 5% ؟  
❖ التمرين رقم (22):

ترغب هيئة لاستطلاع الرأي العام أن تقدر بمستوى ثقة 90% نسبة الناخبين المتوقع أن يعطوا أصواتهم لمرشح معين في حدود  $\pm 0.06$  من النسبة الحقيقية بين الناخبين.  
المطلوب:

ما هو الحد الأدنى لحجم العينة إذا كانت استطلاعات أخرى تشير إلى أن نسبة المصوتين لهذا المرشح هي 0.3 ؟

❖ التمرين رقم (23):

في عينة عشوائية حجمها 100 عامل من مصنع به 1200 عامل، وجد أن 70 يفضلون الاشتراك في نظام للمعاشات كأفراد بدلا من الاشتراك في مشروع معاشات خاص بالشركة.

المطلوب:

- أوجد فترة الثقة 95% لنسبة العاملين الذين يفضلون مشروعات معاشات فردية.

❖ التمرين رقم (24):

أخذت عينة من 400 جندي من بين 100000 مجند بالجيش في احدى السنوات، ووجد أن متوسط وزن المجند في العينة هو 85 كيلوغرام و الانحراف المعياري لمجمع المجندين هو 20 كيلوغرام.

المطلوب:

- أوجد فترة الثقة 90% لمتوسط الوزن في مجتمع المجندي.

❖ التمرين رقم (25):

لدراسة نسبة السكان الذين يعانون من مرض ضغط الدم (الارتفاع في التوتر الشرياني) في احدى المناطق سحبنا عينة عشوائية من 500 شخص فوجد بان 60 شخصا يعانون من مشاكل في ضغط الدم.

المطلوب:

- تكوين فترة ثقة 95% لنسبة السكان الذين يعانون من ضغط الدم في هذه المنطقة.

❖ التمرين رقم (26):

من عينة حجمها 450 فرد وجد أن المتوسط الحسابي لدخل الفرد اليومي هو 23.40 \$، لتقدير الدخل اليومي للفرد في مجتمع ما كان الانحراف المعياري له 25 \$ للفرد في اليوم.

المطلوب:

- تقدير المتوسط الحسابي للمجتمع بدرجة ثقة 95 % ثم 99 %.

❖ التمرين رقم (27):

لتقدير متوسط استهلاك الطاقة الكهربائية للأسرة الواحدة لمجتمع ما - قريب من الاعتدال- أخذت عينة مكونة من 70 أسرة وجد أن المتوسط الحسابي لاستهلاك الأسر من الطاقة الكهربائية هو 240 كيلوات /ساعة في الشهر، بانحراف معياري قدره 65 كيلوات/ساعة.

المطلوب:

- أوجد المتوسط الحسابي للمجتمع بدرجة ثقة 95 %؟

❖ التمرين رقم (28):

لدراسة نسبة الأمية بين الإناث (15 سنة فأكثر) في إحدى المناطق، سحبنا عينة عشوائية من الإناث في هذه المنطقة حجمها 400 فتاة فكان عدد الإناث الأميات فيها 80 فتاة.

المطلوب:

تكوين فترة ثقة 95 % لنسبة الأمية بين الإناث في هذه المنطقة ؟

❖ التمرين رقم (29):

وجدت إدارة التعليم في إحدى الولايات في عينة مكونة من 100 شخص مختارين أن 40 منهم قد حصلوا على درجات جيدة.

المطلوب:

- قدر فترة الثقة 95% لنسبة الحاصلين على درجات جيدة من بين جميع الملتحقين بالتعليم في تلك الولاية؟

❖ التمرين رقم (30):

في استطلاع للرأي العام حول مترشح سياسي معين في منطقة معينة، أخذت عينة عشوائية حجمها 500 من الناخبين فوجد أن 180 منهم يؤيدون هذا المترشح السياسي المعين.

المطلوب:

- قدر نسبة الأشخاص المؤيدون لهذا المترشح؟

- اوجد فترة الثقة 99% لنسبة الأشخاص المؤيدين لهذا المترشح؟

❖ التمرين رقم (31):

أخذت عينة عشوائية حجمها 250 شخص من منطقة معينة فوجد أن 20% منهم عاطلين عن العمل، وأخذت عينة عشوائية أخرى مستقلة عن الأولى من منطقة أخرى حجمها 500 شخصا فوجد 7% منهم عاطلين عن العمل.

المطلوب:

- قدر الفرق بين نسبي العاطلين عن العمل في المنطقتين وذلك بمستوى

ثقة 95%؟

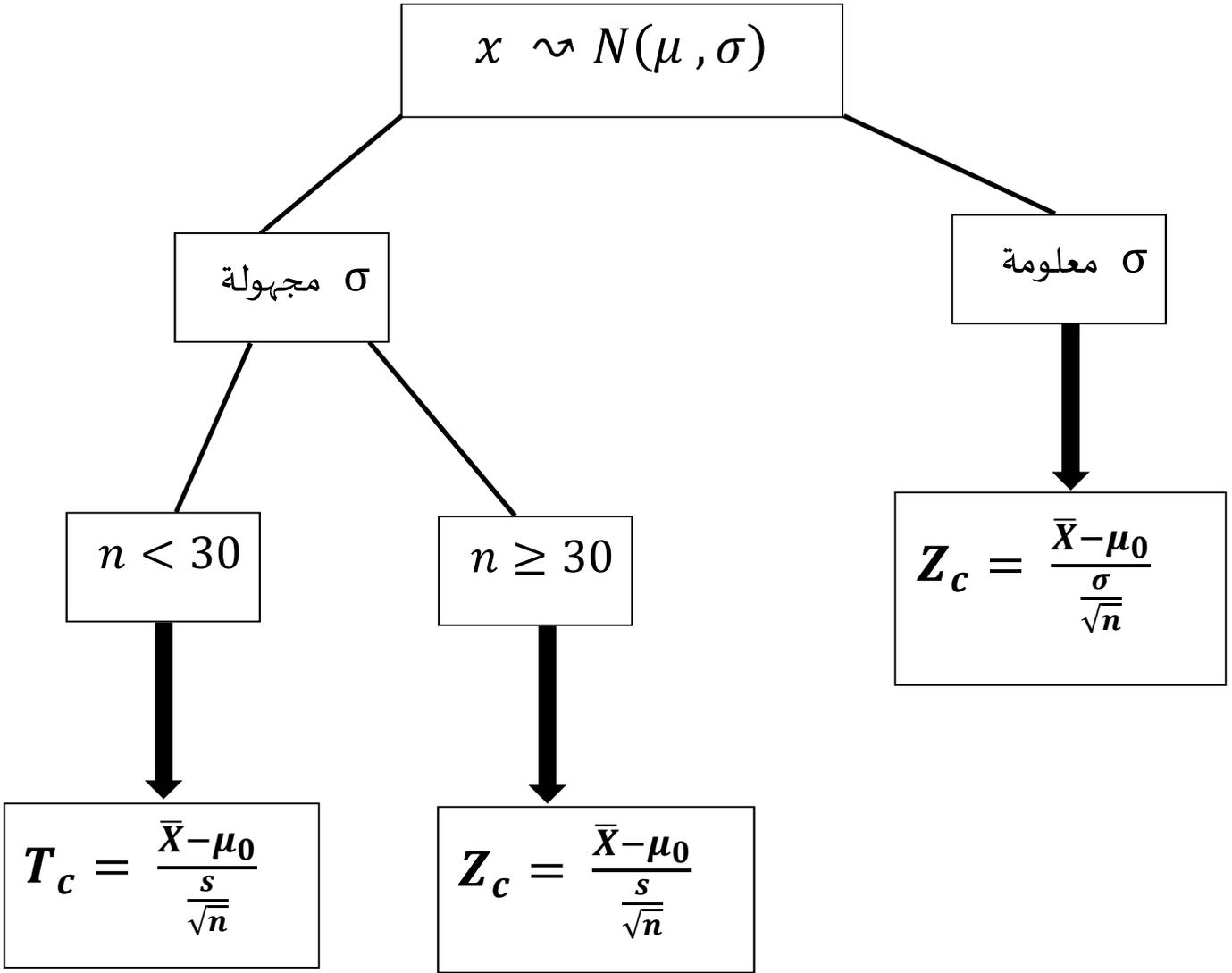
# اختبار الفروض

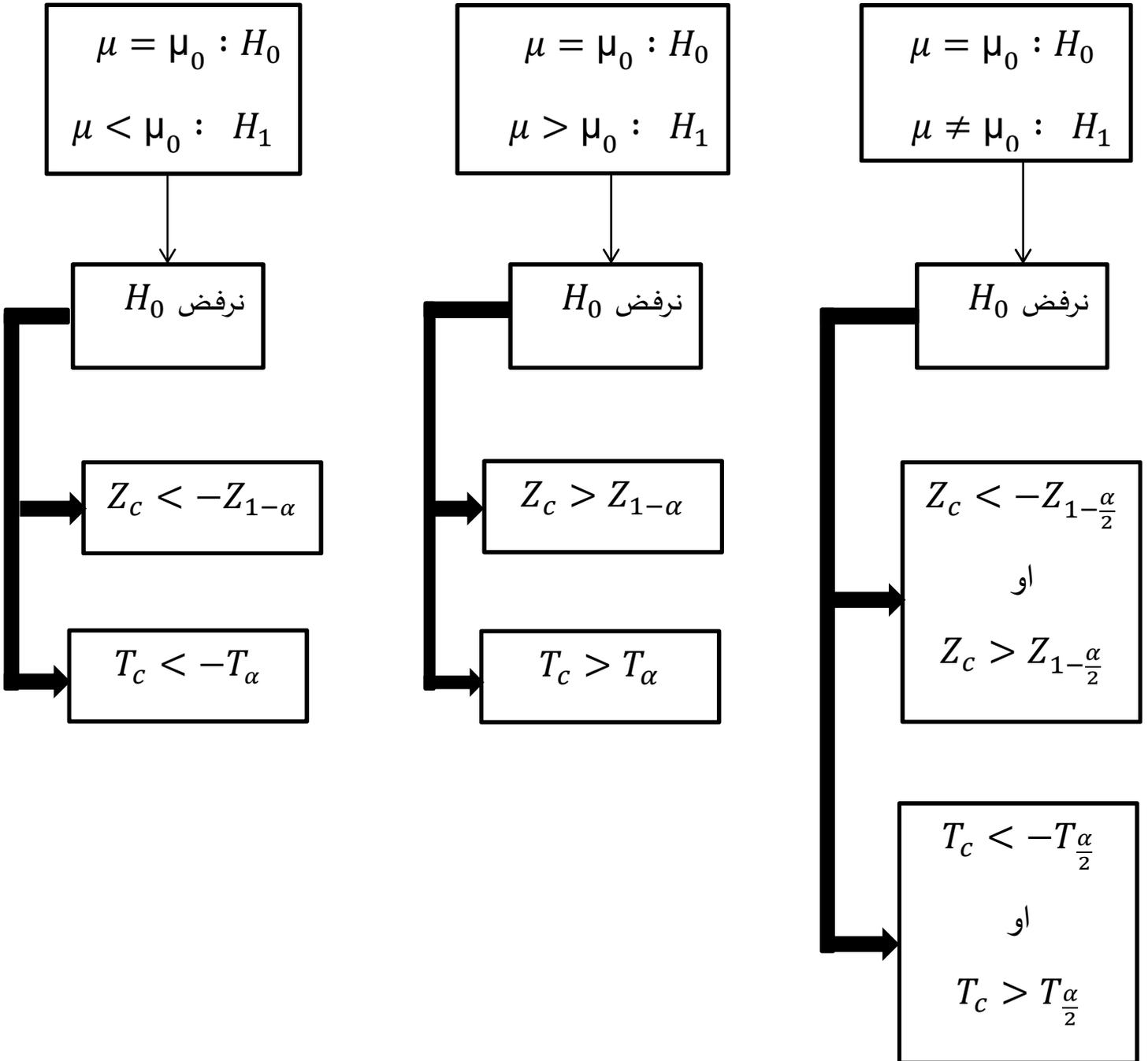
## ملخصات حول اختبار الفروض:

- اختبار الفروض للمتوسط
- اختبار الفروض للفرق بين متوسطي مجتمعين
- اختبار الفروض لنسبة المجتمع
- اختبار الفروض للفرق بين نسبي مجتمعين
- اختبار الفروض للتباين
- اختبار الفروض للنسبة بين تباين مجتمعين

- اختبارات الفروض للمتوسط المجتمع:

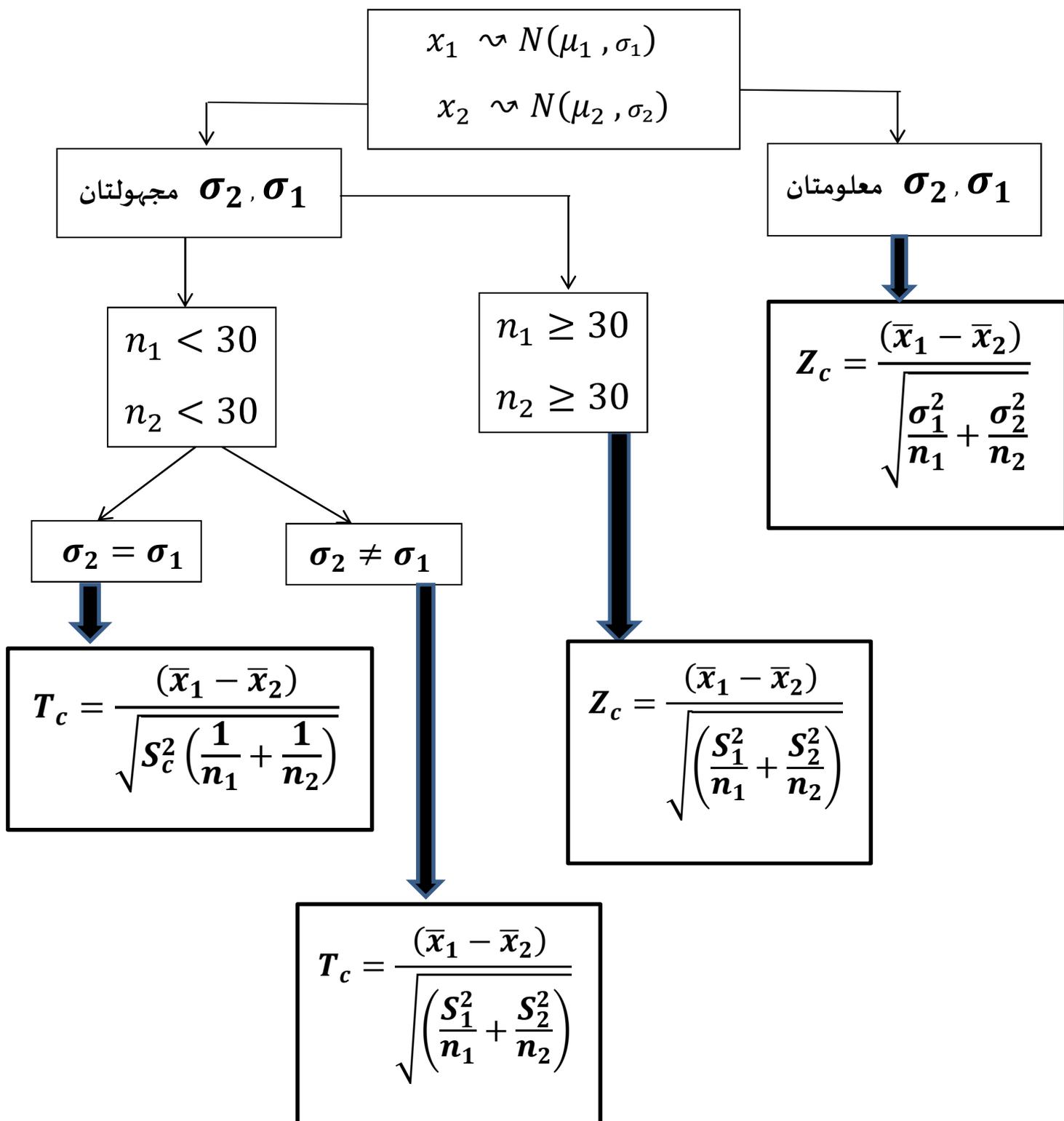
- تحديد دالة الاختبار



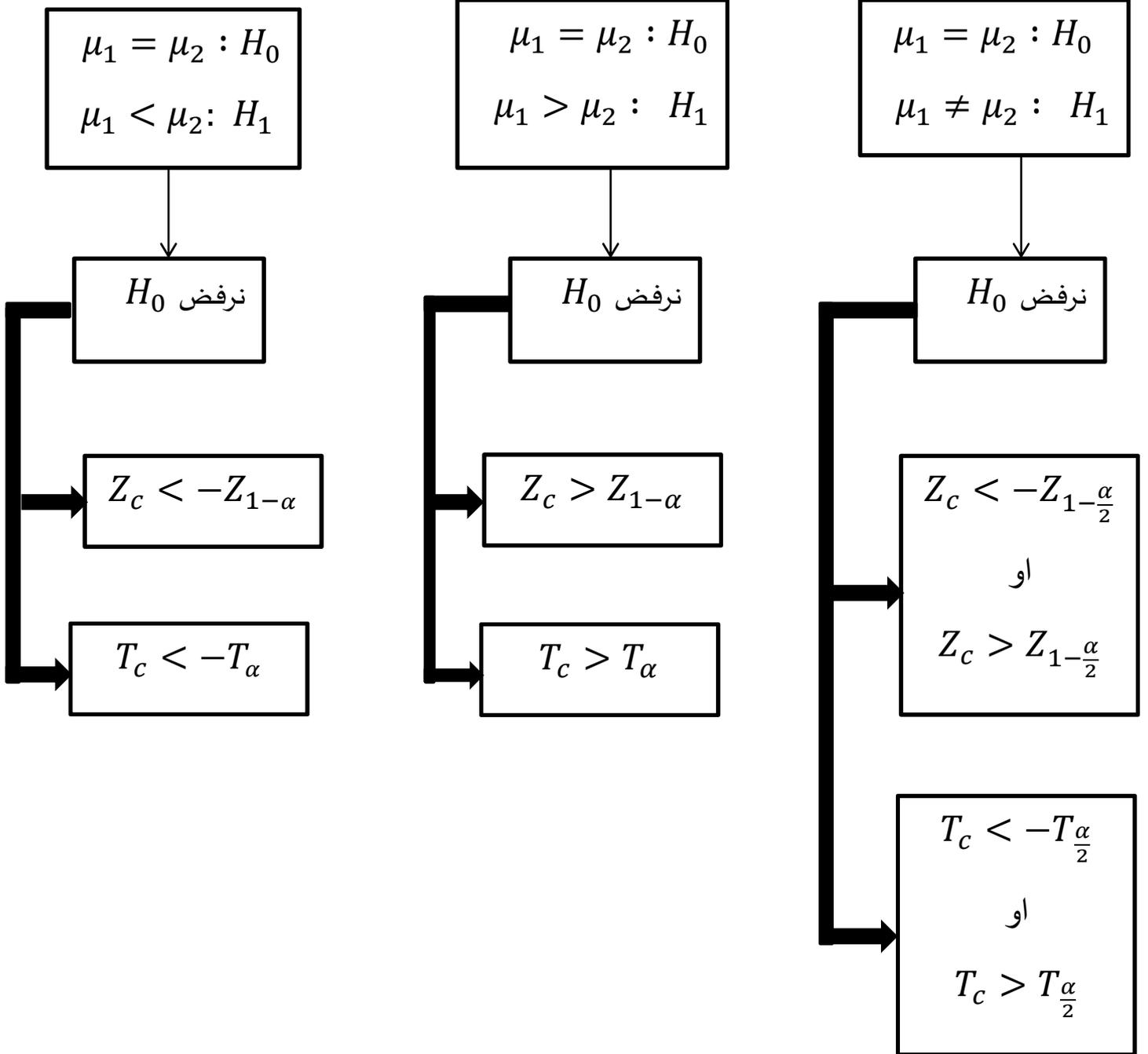


- اختبار الفروض للفرق بين متوسطي مجتمعين  $\mu_1 - \mu_2$ :

- تحديد دالة الاختبار:



- اتخاذ القرار:



- اختبار الفروض لنسبة المجتمع:

$n$  عينة عشوائية مسحوبة من مجتمع يخضع لتوزيع ثنائي الحد

$$Z_c = \frac{\bar{P} - P_0}{\sqrt{\frac{P_0(1 - P_0)}{n}}}$$

$P = P_0 : H_0$   
 $P < P_0 : H_1$

نرفض  $H_0$

$$Z_c < -Z_{1-\alpha}$$

$P = P_0 : H_0$   
 $P > P_0 : H_1$

نرفض  $H_0$

$$Z_c > Z_{1-\alpha}$$

$P = P_0 : H_0$   
 $P \neq P_0 : H_1$

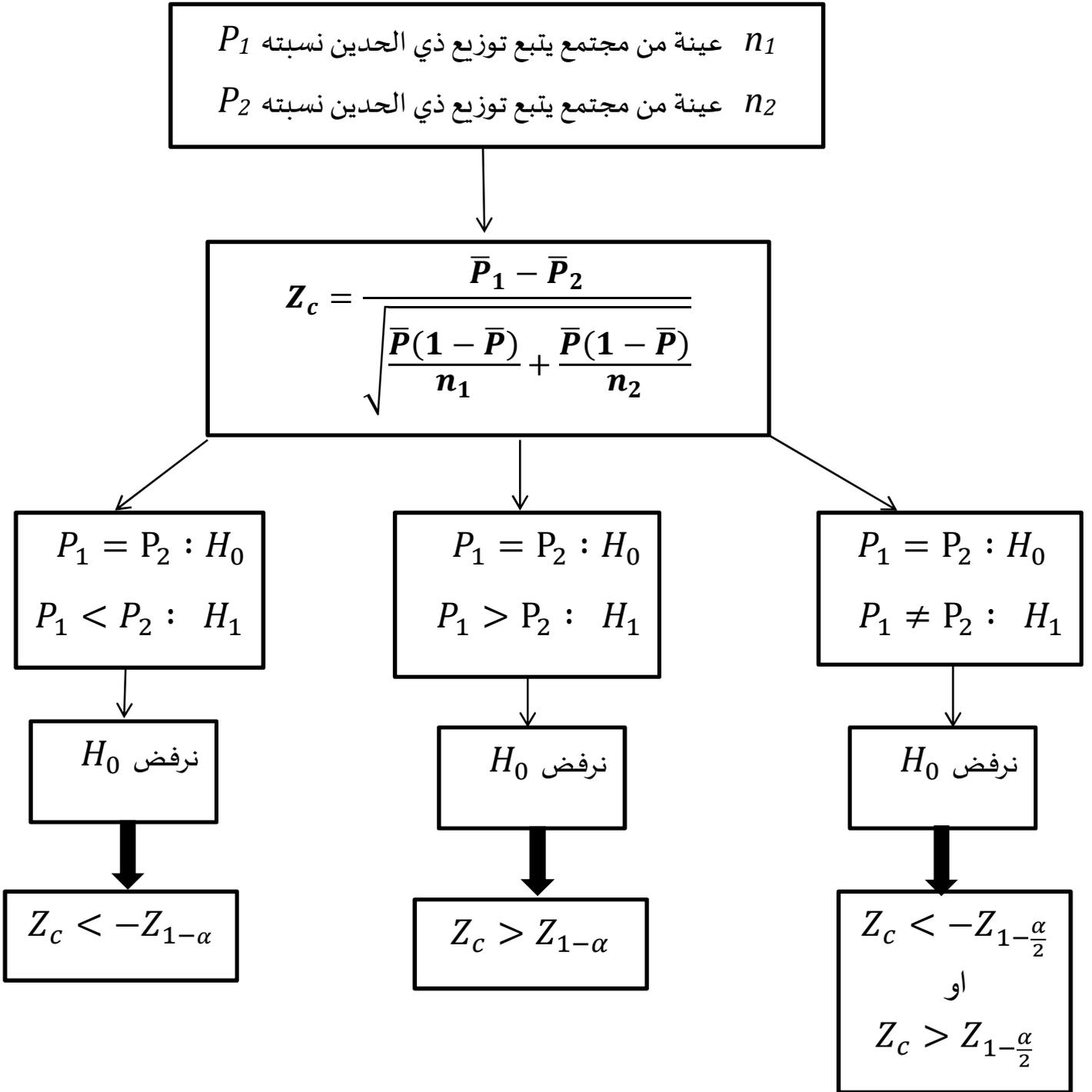
نرفض  $H_0$

$$Z_c < -Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$$

او

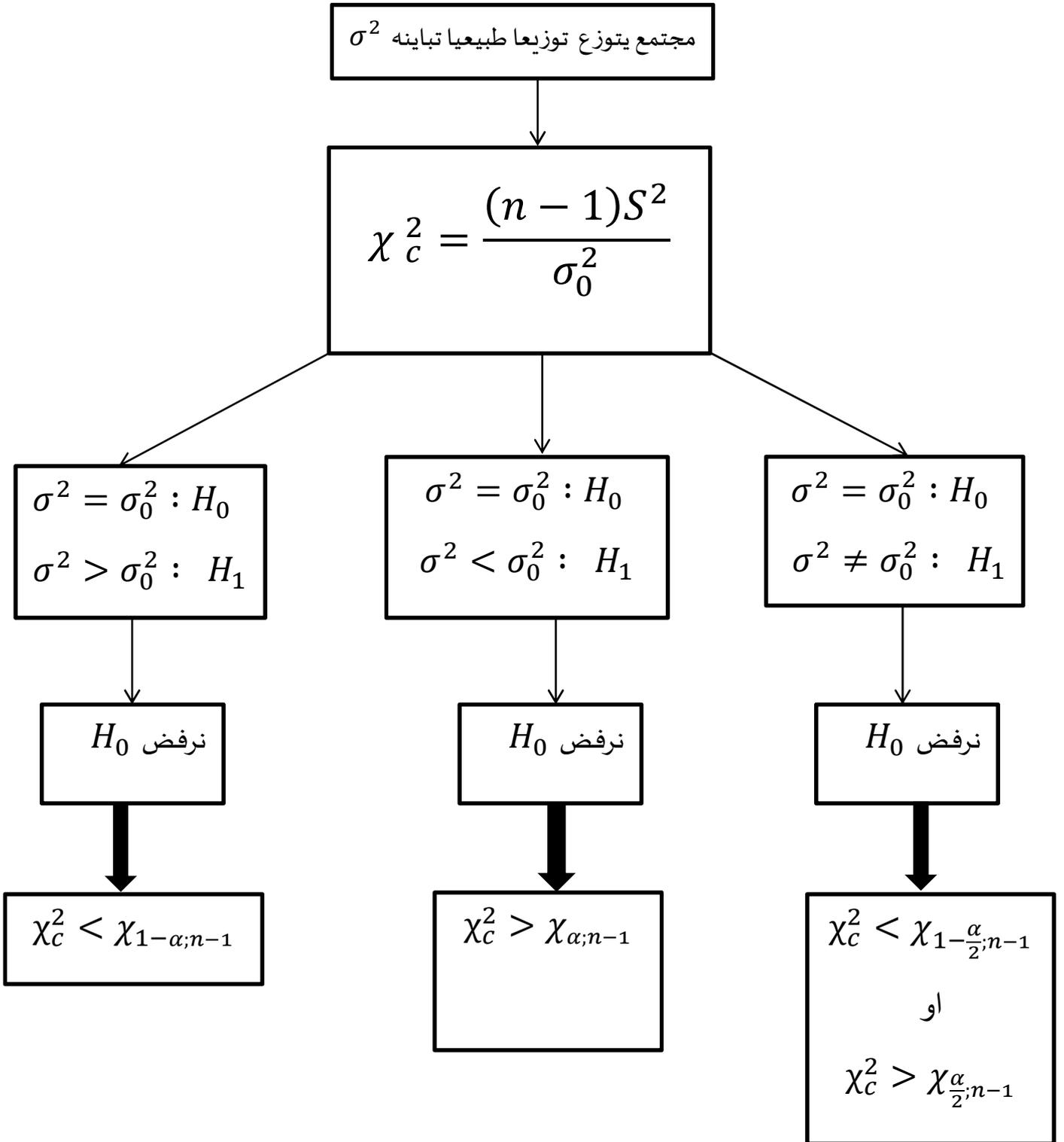
$$Z_c > Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$$

- اختبار الفروض للفرق بين نسبي مجتمعين:

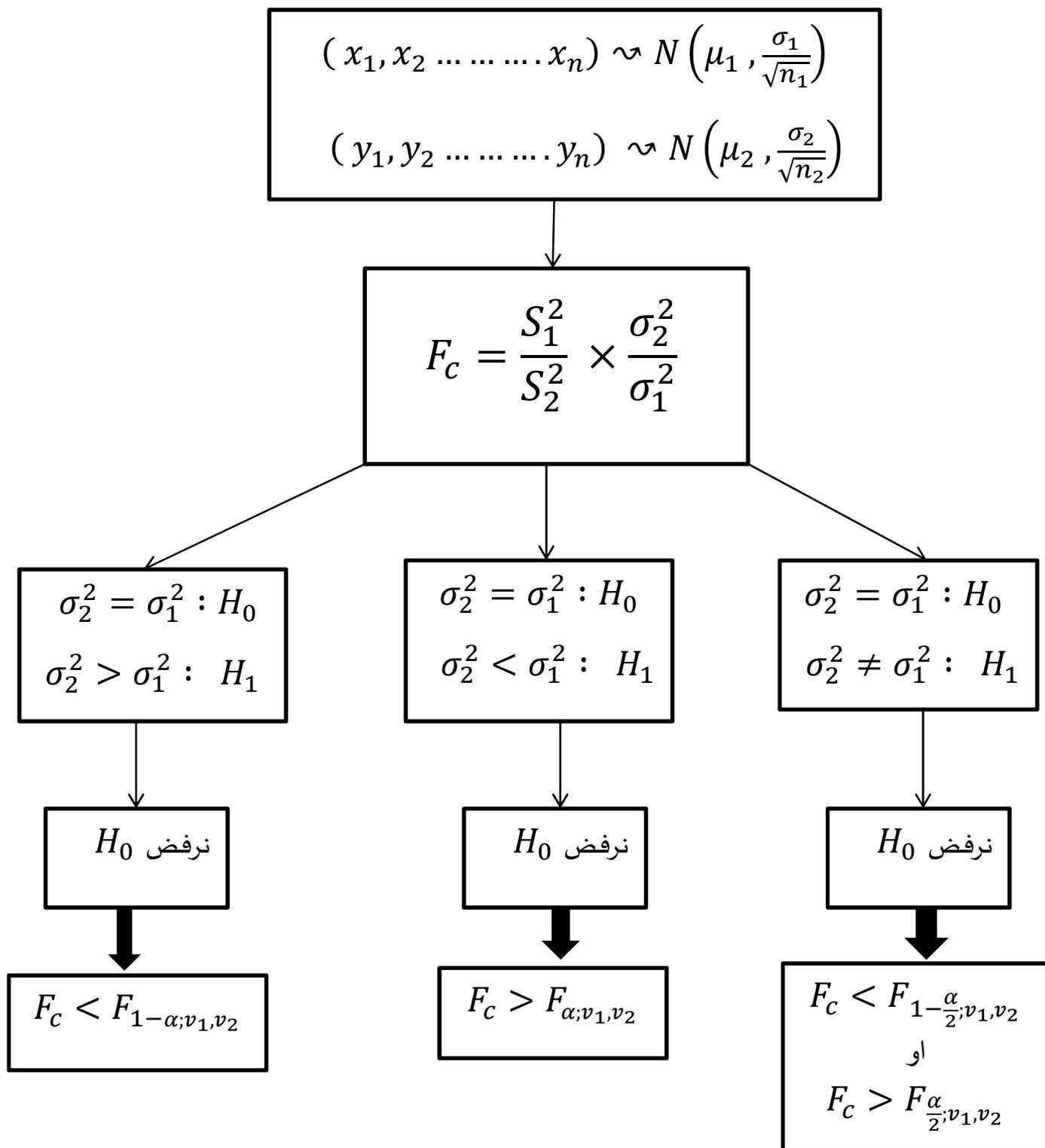


$$\bar{P} = \frac{n_1 \bar{P}_1 + n_2 \bar{P}_2}{n_1 + n_2} \quad \text{حيث:}$$

- اختبار الفروض لتباين المجتمع:



- اختبار الفروض لنسبة بين تباين مجتمعين:



تمارين غير محلولة

❖ التمرين رقم (01):

أرادت إحدى الشركات الكبرى المنتجة للسيارات أن تخبر ما إذا كان النوع الجديد من المحركات يتلائم مع المعايير الجديدة لتلوث البيئة والتي تشترط أن يكون متوسط معدل ذرات الكربون في العادم المنبعث من هذا النوع من المحركات أقل من 20 جزء في المليون. ولتحقيق هذا الهدف قامت الشركة بإنتاج 10 محركات من هذا النوع وحسب الوسط الحسابي و الانحراف المعياري لمعدل ذرات الكربون في العادم فكانا على الترتيب 17,1 و 3 جزء في المليون.

المطلوب:

- هل تؤيد هذه البيانات الفرض بأن النوع الجديد من المحركات يتلائم مع معايير تلوث البيئة بمستوى معنوية 1 % ؟

❖ التمرين رقم (02):

تستخدم آلة معينة في أحد المصانع لإنتاج نوع معين من المسامير على أساس أن يكون متوسط طول المسامير مساويا بوضعة واحدة، وإذا اختلف عن أساس أن يكون غير مطابق لمواصفات الزبائن وبالتالي عدم شرائه، ولتفادي ذلك تم اختيار عينة عشوائية مكونة من 50 مسمار من إنتاج هذه الآلة. وحسب الوسط الحسابي والانحراف المعياري فكانا على الترتيب 1.02 و 4 بوضعة.

المطلوب:

- هل تشير بيانات هذه العينة الى اختلاف متوسط طول المسامير عن بوضعة واحدة، استخدم مستوى معنوي  $\alpha = 1\%$ .

❖ التمرين رقم (03):

قامت إحدى شركات الأدوية بتركيب دواء جديد مسكن للألم، أدعت أن هذا الدواء أكثر فعالية من الدواء المنتشر حاليا بالصيدليات والذي يترتب عليه شعور بالراحة

بعد وقت متوسطه يساوي 3,5 دقيقة. ولتأكد من صحة هذا الادعاء تم تجربة الدواء الذي انتجته الشركة على عينة عشوائية مكونة من 50 مريض، ووجد أن المتوسط الحسابي والانحراف المعياري للوقت اللازم حتى يظهر أثر الدواء ويشعر المريض بالراحة هما على الترتيب 2,8 و 1,1 دقيقة.

المطلوب:

- هل تؤيد بيانات العينة ادعاء الشركة المنتجة بأن الدواء الجديد يؤدي الى الشعور بالراحة في وقت أقل عند مستوى معنوية 10% ؟

❖ التمرين رقم (04):

يعرف مركز تجنيد الجيش من الخبرة الماضية أن وزن المجند يتبع التوزيع الطبيعي بانحراف معياري قدره 12كلغ، ويرغب مركز التجنيد أن يختبر عند مستوى معنوية 1% ما إذا كان متوسط وزن مجندي هذا العام أكبر من 80 كلغ ولهذا أخذت عينة عشوائية من 36 مجند حيث وجد أن متوسط الوزن في العينة 85كلغ.

المطلوب:

- قم باجراء هذا الاختبار

❖ التمرين رقم (05):

افترض أن % 50 من 60مصنعا في إقليم معين A تخضع لمعايير مكافحة التلوث بينما % 40 فقط من 40مصنعا في إقليم B تخضع لنفس المعايير.

المطلوب:

- هل نسبة المصانع التي تخضع لمعايير مكافحة التلوث أكبر معنويا في إقليم B عنها في إقليم A عند مستوى معنوية 5% ثم 10%؟

❖ التمرين رقم (06):

بفرض أن أعمار العمال في الصناعة الغذائية تتبع التوزيع الطبيعي بانحراف معياري قدره 6 سنوات، سحبت عينة عشوائية من 25 عامل من إحدى الصناعات الغذائية فوجد أن الانحراف المعياري للأعمار في العينة يساوي 5.  
المطلوب:

- هل تدل هذه البيانات على أن تباين أعمار العمال هذه الصناعة يختلف عن تباين أعمار العمال في الصناعات الغذائية عند مستوى دلالة %.

❖ التمرين رقم (07):

رغب مدير الأفراد في إحدى الشركات معرفة إذا كان لطريقتين مختلفتين في التدريب نفس التأثير، سحبت عينتان مستقلتان من عمال هذه الشركة عشوائيا وتم تدريب كل منهما بطريقة مختلفة وبعد إنتهاء مدة التدريب أجرى لهما امتحانا موحدًا لقياس مستوى العمال، فحصلنا على البيانات الآتية:

$$n_1 = 18 , \bar{x}_1 = 80 , S_1^2 = 36$$

$$n_2 = 12 , \bar{x}_2 = 85 , S_2^2 = 34$$

المطلوب:

- اختبر الفرض القائل بأن هاتين الطريقتين بالتدريب متساويتان عند مستوى معنوية 5 % وتحت افتراض أن التوزيع للمجتمعين طبيعيا والتباينات متساوية.

❖ التمرين رقم (08):

لنفرض أننا سحبنا عينتين عشوائيتين من مجتمعين إحصائيين مستقلين وحصلنا على البيانات التالية:

الأولى العينة :  $n_1 = 12$  ,  $\bar{x}_1 = 85$  ,  $S_1 = 4$

الثانية العينة :  $n_2 = 10$  ,  $\bar{x}_2 = 85$  ,  $S_2 = 5$

المطلوب:

- اختبر الفرض القائل بأن تبايني المجتمعين متساويين عند مستوى دلالة 5%

❖ التمرين رقم (09):

نسحب عينتين عشوائيتين من مجتمعين مستقلين فتحصلنا على النتائج التالية:

$$n_1 = 9 \quad \bar{x}_1 = 28 \quad S_1 = 2$$

$$n_2 = 8 \quad \bar{x}_2 = 25 \quad S_2 = 1.2$$

المطلوب:

- نفترض عدم تساوي تباينا المجتمعين، اختبر فرضية عدم وجود فروق خطر

بين متوسطي المجتمعين عند مستوى خطر 1%.

❖ التمرين رقم (10):

يدعي عميد كلية العلوم الاقتصادية، علوم التسيير والعلوم التجارية لجامعة الوادي أنم لا يوجد فرق بين متوسط نقاط مقياس الإحصاء 3 لقسمي علوم التسيير وقسم العلوم التجارية. لمعرفة صحة هذا الادعاء، نسحب عينة عشوائية حجمها 12 علامة من قسم علوم التسيير و 10 علامات من قسم العلوم التجارية، فتحصلنا على النتائج التالية:

$$\bar{x}_1 = 2.7 \text{ و } S_1 = 0.4 ; \bar{x}_2 = 2.9 \text{ و } S_2 = 0.3$$

المطلوب:

- هل تساند هذا الادعاء عند مستوى خطر 5% مع افتراض تساوي تباينا

القسمين؟

❖ التمرين رقم (11):

رغبت إحدى المؤسسات في استيراد كميات كبيرة من القضبان الحديدية المستخدمة في تصليح الأبنية وقد اشترطت تلك المؤسسة أن يكون متوسط مقاومة القضبان أكبر من 3000 كغ/سم<sup>3</sup> وقد وردت إليها شحنة كبيرة أخذت منها عينة عشوائية حجمها 100 قضيب فكان متوسط المقاومة لديها 3050 كغ/سم<sup>3</sup>، وبانحراف معياري 250 كغ/سم<sup>3</sup>. وبفرض أن متوسط مقاومة القضبان الحديدية تتبع التوزيع الطبيعي.

المطلوب:

- اختبر فرض العدم في مقابل الفرض البديل عند مستوى الدلالة 5%؟

❖ التمرين رقم (12):

في دراسة لمعرفة معدل الزمن الذي تحتاجه العاملات في معمل الخياطة لإنجاز عدد من القطع الجاهزة هو 7 ساعات، ولاختبار هذا الاستنتاج تم سحب عينة عشوائية حجمها 23 عاملة فأعطت معدل الزمن هو 7.5 ساعة بانحراف معياري هو 1.4 ساعة.

المطلوب:

- بافتراض أن الزمن موزع توزيع طبيعي، اختبر هذا الاستنتاج عند مستوى الدلالة 5%؟

❖ التمرين رقم (13):

في دراسة حول متوسط الدخل الشهري لإحدى الصناعات أخذت عينة عشوائية حجمها 20 عاملا من معمل تابع لتلك الصناعة فوجد أن متوسط الدخل الشهري للعامل مساوي لـ 5350 دج وبانحراف معياري قدره 27 دج، كما أخذت عينة عشوائية أخرى حجمها 17 عاملا من معمل آخر تابع للصناعة نفسها فوجد أن متوسط الدخل الشهري للعامل فيها مساوي لـ 5250 دج وبانحراف معياري قدره 25 دج.

بافتراض أن المجتمعين يتبعان التوزيع الطبيعي وبتباينين مجهولين ومتساويين،  
المطلوب:

- اختبر الفرض القائل بعدم وجود فروق معنوية بين متوسطي الدخل الشهري  
في المعمل الأول عنه في المعمل الآخر عند مستوى معنوية 0.01؟

❖ التمرين رقم (14):

رغبت شركة أدوية شراء كمية من دواء معين خافض للحرارة خاص بالأطفال، وقد  
نص قانون الأدوية على أن تحتوي المضغوطة الواحدة بمتوسط 91% من المادة  
الفعالة من وزنها بتباين قدره 0.01 لذا تم سحب عينة عشوائية حجمها 10 فتبين أن  
قيمة التباين لها 0.011.

المطلوب:

- هل تطابق مواصفات هذه العينة قانون الأدوية عند مستوى دلالة 0.01؟

❖ التمرين رقم (15):

إذا كانت نسبة الحقائق التالفة لإحدى المصانع تساوي 30% اختيرت عينة مكونة  
من 1000 حقيبة فكان من بينها 400 حقيبة تالفة.

المطلوب:

- فهل تدل هذه النتائج على أن نسبة الحقائق التالفة تزيد عن 30% من إنتاج  
هذا المصنع مستوى معنوية 0.05.

❖ التمرين رقم (16):

لمعرفة الفرق بين نسبة السائقين الذين يستعملون حزام الأمان في ولايتي الوادي  
وبسكرة، نسحب عينة عشوائية حجمها 100 من كل ولاية، فتبين أن 80 سائق من  
ولاية الوادي يستعملون حزام الأمان و70 من ولاية بسكرة يستعملون حزام الأمان.

المطلوب:

- اختبر الفرضيات الإحصائية عند مستوى معنوية 1%.

❖ التمرين رقم (17):

عند مقابلة عينة من 200 شخص تبين أن 60 شخصا منهم يستمع إلى نشرة الأخبار باللغة العربية وعند مقابلة 400 شخص آخرين تبين أن 80 منهم يستمع إلى نشرة الأخبار باللغة الفرنسية.

المطلوب:

- هل نستطيع أن نستنتج أن نسبة المستمعين إلى نشرة الأخبار بالعربية أعلى من نسبة المستمعين لها باللغة الفرنسية عند مستوى الدلالة 0.05؟

الخاتمة

الخاتمة:

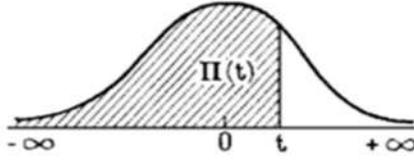
شملت هذه المطبوعة على ثلاث محاور أساسية، أولها توزيع المعاينة حيث تم تقديم أهم المفاهيم الأساسية ثم تقديم تلخيص لأهم العلاقات الرياضية، وفي الأخير اقتراح مجموعة من التمارين غير المحلولة.

أما المحور الثاني فتعرض الى مجال الثقة من خلال مجموعة ملخصات لأهم العلاقات وتدعيمها بمجموعة من التمارين المقترحة.

وفي الأخير تم التطرق الى اختبار الفروض الاحصائية من خلال مجموعة ملخصات تتضمن طريقة تحديد دالة الاختبار وكيفية اتخاذ القرار، كما تم تقديم مجموعو من التمارين غير المحلولة.

الملاحق

التوزيع الطبيعي



$$\pi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t e^{-t^2/2} dt .$$

t	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7290	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9779	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986

TABLE POUR LES GRANDES VALEURS DE X

x	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,5
F(x)	0,998 65	0,999 04	0,999 31	0,999 52	0,999 66	0,999 76	0,999 841	0,999 928	0,999 968	0,999 997

Nota. — La table donne les valeurs de  $F(x)$  pour  $x$  positif. Lorsque  $x$  est négatif, il faut prendre le complément à l'unité de la valeur lue dans la table.

Exemples : pour  $x = 1,37$   $F(x) = 0,9147$   
 pour  $x = -1,37$   $F(x) = 0,0853$

الخاتمة

توزيع ستودنت

LOI DE STUDENT AVEC  $k$  DEGRÉS DE LIBERTÉ  
QUANTILES D'ORDRE  $1 - \gamma$

$k$	$\gamma$										
	0.25	0.20	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.0025	0.0010	0.0005
1	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.71	31.82	63.66	127.3	318.3	636.6
2	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	14.09	22.33	31.60
3	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	7.453	10.21	12.92
4	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	5.598	7.173	8.610
5	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	4.773	5.893	6.869
6	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	4.317	5.208	5.959
7	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.029	4.785	5.408
8	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	3.833	4.501	5.041
9	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	3.690	4.297	4.781
10	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	3.581	4.144	4.587
11	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	3.497	4.025	4.437
12	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.428	3.930	4.318
13	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.372	3.852	4.221
14	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.326	3.787	4.140
15	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.286	3.733	4.073
16	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.252	3.686	4.015
17	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.222	3.646	3.965
18	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.197	3.610	3.922
19	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.174	3.579	3.883
20	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.153	3.552	3.850
21	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.135	3.527	3.819
22	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.119	3.505	3.792
23	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.104	3.485	3.767
24	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.091	3.467	3.745
25	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.078	3.450	3.725
26	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.067	3.435	3.707
27	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.057	3.421	3.690
28	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.047	3.408	3.674
29	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.038	3.396	3.659
30	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.030	3.385	3.646
40	0.681	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	2.971	3.307	3.551
50	0.679	0.849	1.047	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678	2.937	3.261	3.496
60	0.679	0.848	1.045	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	2.915	3.232	3.460
80	0.678	0.846	1.043	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639	2.887	3.195	3.416
100	0.677	0.845	1.042	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626	2.871	3.174	3.390
120	0.677	0.845	1.041	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	2.860	3.160	3.373
$\infty$	0.674	0.842	1.036	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	2.807	3.090	3.291

توزيع كاي تربيع

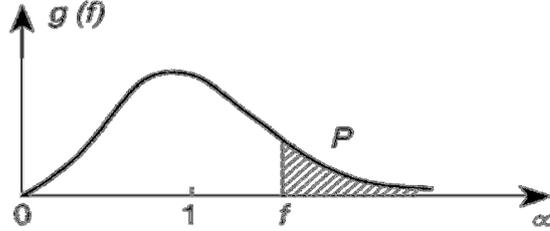
LOI DU KHI-DEUX AVEC  $k$  DEGRÉS DE LIBERTÉ  
QUANTILES D'ORDRE  $1 - \gamma$

$k$	$\gamma$										
	0.995	0.990	0.975	0.950	0.900	0.500	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005
1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	0.45	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88
2	0.01	0.02	0.05	0.10	0.21	1.39	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60
3	0.07	0.11	0.22	0.35	0.58	2.37	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84
4	0.21	0.30	0.48	0.71	1.06	3.36	7.78	9.94	11.14	13.28	14.86
5	0.41	0.55	0.83	1.15	1.61	4.35	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75
6	0.68	0.87	1.24	1.64	2.20	5.35	10.65	12.59	14.45	16.81	18.55
7	0.99	1.24	1.69	2.17	2.83	6.35	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	7.34	13.36	15.51	17.53	20.09	21.96
9	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	8.34	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59
10	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	9.34	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	10.34	17.28	19.68	21.92	24.72	26.76
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	11.34	18.55	21.03	23.34	26.22	28.30
13	3.57	4.11	5.01	5.89	7.04	12.34	19.81	22.36	24.74	27.69	29.82
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	13.34	21.06	23.68	26.12	29.14	31.32
15	4.60	5.23	6.27	7.26	8.55	14.34	22.31	25.00	27.49	30.58	32.80
16	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	15.34	23.54	26.30	28.85	32.00	34.27
17	5.70	6.41	7.56	8.67	10.09	16.34	24.77	27.59	30.19	33.41	35.72
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.87	17.34	25.99	28.87	31.53	34.81	37.16
19	6.84	7.63	8.81	10.12	11.65	18.34	27.20	30.14	32.85	36.19	38.58
20	7.43	8.26	9.59	10.85	12.44	19.34	28.41	31.41	34.17	37.57	40.00
21	8.03	8.90	10.28	11.59	13.24	20.34	29.62	32.67	35.48	38.93	41.40
22	8.64	9.54	10.98	12.34	14.04	21.34	30.81	33.92	36.78	40.29	42.80
23	9.26	10.20	11.69	13.09	14.85	22.34	32.01	35.17	38.08	41.64	44.18
24	9.89	10.86	12.40	13.85	15.66	23.34	33.20	36.42	39.36	42.98	45.56
25	10.52	11.52	13.12	14.61	16.47	24.34	34.28	37.65	40.65	44.31	46.93
26	11.16	12.20	13.84	15.38	17.29	25.34	35.56	38.89	41.92	45.64	48.29
27	11.81	12.88	14.57	16.15	18.11	26.34	36.74	40.11	43.19	46.96	49.65
28	12.46	13.57	15.31	16.93	18.94	27.34	37.92	41.34	44.46	48.28	50.99
29	13.12	14.26	16.05	17.71	19.77	28.34	39.09	42.56	45.72	49.59	52.34
30	13.79	14.95	16.79	18.49	20.60	29.34	40.26	43.77	46.98	50.89	53.67
40	20.71	22.16	24.43	26.51	29.05	39.34	51.81	55.76	59.34	63.69	66.77
50	27.99	29.71	32.36	34.76	37.69	49.33	63.17	67.50	71.42	76.15	79.49
60	35.53	37.48	40.48	43.19	46.46	59.33	74.40	79.08	83.30	88.38	91.95
70	43.28	45.44	48.76	51.74	55.33	69.33	85.53	90.53	95.02	100.42	104.22
80	51.17	53.54	57.15	60.39	64.28	79.33	96.58	101.88	106.63	112.33	116.32
90	59.20	61.75	65.65	69.13	73.29	89.33	107.57	113.14	118.14	124.12	128.30
100	67.33	70.06	74.22	77.93	82.36	99.33	118.50	124.34	129.56	135.81	140.17

Si  $k$  est entre 30 et 100 mais n'est pas un multiple de 10, on utilise la table ci-haut et on fait une interpolation linéaire. Si  $k > 100$  on peut, grâce au théorème limite central, approximer la loi  $\chi^2(k)$  par la loi  $N(k, 2k)$ .

توزيع فيشر

Valeurs de  $F$  ayant la probabilité  $P$  d'être dépassées ( $F = s_1^2/s_2^2$ )



$\nu_2$	$\nu_1 = 1$		$\nu_1 = 2$		$\nu_1 = 3$		$\nu_1 = 4$		$\nu_1 = 5$	
	$P = 0,05$	$P = 0,01$								
1	161,4	4052	199,5	4999	215,7	5403	224,6	5625	230,2	5764
2	18,51	98,49	19,00	99,00	19,16	99,17	19,25	99,25	19,30	99,30
3	10,13	34,12	9,55	30,81	9,28	29,46	9,12	28,71	9,01	28,24
4	7,71	21,20	6,94	18,00	6,59	16,69	6,39	15,98	6,26	15,52
5	6,61	16,26	5,79	13,27	5,41	12,06	5,19	11,39	5,05	10,97
6	5,99	13,74	5,14	10,91	4,76	9,78	4,53	9,15	4,39	8,75
7	5,59	12,25	4,74	9,55	4,35	8,45	4,12	7,85	3,97	7,45
8	5,32	11,26	4,46	8,65	4,07	7,59	3,84	7,01	3,69	6,63
9	5,12	10,56	4,26	8,02	3,86	6,99	3,63	6,42	3,48	6,06
10	4,96	10,04	4,10	7,56	3,71	6,55	3,48	5,99	3,33	5,64
11	4,84	9,65	3,98	7,20	3,59	6,22	3,36	5,67	3,20	5,32
12	4,75	9,33	3,88	6,93	3,49	5,95	3,26	5,41	3,11	5,06
13	4,67	9,07	3,80	6,70	3,41	5,74	3,18	5,20	3,02	4,86
14	4,60	8,86	3,74	6,51	3,34	5,56	3,11	5,03	2,96	4,69
15	4,54	8,68	3,68	6,36	3,29	5,42	3,06	4,89	2,90	4,56
16	4,49	8,53	3,63	6,23	3,24	5,29	3,01	4,77	2,85	4,44
17	4,45	8,40	3,59	6,11	3,20	5,18	2,96	4,67	2,81	4,34
18	4,41	8,28	3,55	6,01	3,16	5,09	2,93	4,58	2,77	4,25
19	4,38	8,18	3,52	5,93	3,13	5,01	2,90	4,50	2,74	4,17
20	4,35	8,10	3,49	5,85	3,10	4,94	2,87	4,43	2,71	4,10
21	4,32	8,02	3,47	5,78	3,07	4,87	2,84	4,37	2,68	4,04
22	4,30	7,94	3,44	5,72	3,05	4,82	2,82	4,31	2,66	3,99
23	4,28	7,88	3,42	5,66	3,03	4,76	2,80	4,26	2,64	3,94
24	4,26	7,82	3,40	5,61	3,01	4,72	2,78	4,22	2,62	3,90
25	4,24	7,77	3,38	5,57	2,99	4,68	2,76	4,18	2,60	3,86
26	4,22	7,72	3,37	5,53	2,98	4,64	2,74	4,14	2,59	3,82
27	4,21	7,68	3,35	5,49	2,96	4,60	2,73	4,11	2,57	3,78
28	4,20	7,64	3,34	5,45	2,95	4,57	2,71	4,07	2,56	3,75
29	4,18	7,60	3,33	5,42	2,93	4,54	2,70	4,04	2,54	3,73
30	4,17	7,56	3,32	5,39	2,92	4,51	2,69	4,02	2,53	3,70
40	4,08	7,31	3,23	5,18	2,84	4,31	2,61	3,83	2,45	3,51
60	4,00	7,08	3,15	4,98	2,76	4,13	2,52	3,65	2,37	3,34
120	3,92	6,85	3,07	4,79	2,68	3,95	2,45	3,48	2,29	3,17
$\infty$	3,84	6,64	2,99	4,60	2,60	3,78	2,37	3,32	2,21	3,02

Nota. —  $s_1^2$  est la plus grande des deux variances estimées, avec  $\nu_1$  degrés de liberté.

الخاتمة

$\nu_2$	$\nu_1 = 6$		$\nu_1 = 8$		$\nu_1 = 12$		$\nu_1 = 24$		$\nu_1 = \infty$	
	$P = 0,05$	$P = 0,01$	$P = 0,05$	$P = 0,01$	$P = 0,05$	$P = 0,01$	$P = 0,05$	$P = 0,01$	$P = 0,05$	$P = 0,01$
1	234,0	5859	238,9	5981	243,9	6106	249,0	6234	254,3	6366
2	19,33	99,33	19,37	99,36	19,41	99,42	19,45	99,46	19,50	99,50
3	8,94	27,91	8,84	27,49	8,74	27,05	8,64	26,60	8,53	26,12
4	6,16	15,21	6,04	14,80	5,91	14,37	5,77	13,93	5,63	13,46
5	4,95	10,67	4,82	10,27	4,68	9,89	4,53	9,47	4,36	9,02
6	4,28	8,47	4,15	8,10	4,00	7,72	3,84	7,31	3,67	6,88
7	3,87	7,19	3,73	6,84	3,57	6,47	3,41	6,07	3,23	5,65
8	3,58	6,37	3,44	6,03	3,28	5,67	3,12	5,28	2,93	4,86
9	3,37	5,80	3,23	5,47	3,07	5,11	2,90	4,73	2,71	4,31
10	3,22	5,39	3,07	5,06	2,91	4,71	2,74	4,33	2,54	3,91
11	3,09	5,07	2,95	4,74	2,79	4,40	2,61	4,02	2,40	3,60
12	3,00	4,82	2,85	4,50	2,69	4,16	2,50	3,78	2,30	3,36
13	2,92	4,62	2,77	4,30	2,60	3,96	2,42	3,59	2,21	3,16
14	2,85	4,46	2,70	4,14	2,53	3,80	2,35	3,43	2,13	3,00
15	2,79	4,32	2,64	4,00	2,48	3,67	2,29	3,29	2,07	2,87
16	2,74	4,20	2,59	3,89	2,42	3,55	2,24	3,18	2,01	2,75
17	2,70	4,10	2,55	3,79	2,38	3,45	2,19	3,08	1,96	2,65
18	2,66	4,01	2,51	3,71	2,34	3,37	2,15	3,00	1,92	2,57
19	2,63	3,94	2,48	3,63	2,31	3,30	2,11	2,92	1,88	2,49
20	2,60	3,87	2,45	3,56	2,28	3,23	2,08	2,86	1,84	2,42
21	2,57	3,81	2,42	3,51	2,25	3,17	2,05	2,80	1,81	2,36
22	2,55	3,76	2,40	3,45	2,23	3,12	2,03	2,75	1,78	2,31
23	2,53	3,71	2,38	3,41	2,20	3,07	2,00	2,70	1,76	2,26
24	2,51	3,67	2,36	3,36	2,18	3,03	1,98	2,66	1,73	2,21
25	2,49	3,63	2,34	3,32	2,16	2,99	1,96	2,62	1,71	2,17
26	2,47	3,59	2,32	3,29	2,15	2,96	1,95	2,58	1,69	2,13
27	2,46	3,56	2,30	3,26	2,13	2,93	1,93	2,55	1,67	2,10
28	2,44	3,53	2,29	3,23	2,12	2,90	1,91	2,52	1,65	2,06
29	2,43	3,50	2,28	3,20	2,10	2,87	1,90	2,49	1,64	2,03
30	2,42	3,47	2,27	3,17	2,09	2,84	1,89	2,47	1,62	2,01
40	2,34	3,29	2,18	2,99	2,00	2,66	1,79	2,29	1,51	1,80
60	2,25	3,12	2,10	2,82	1,92	2,50	1,70	2,12	1,39	1,60
120	2,17	2,96	2,01	2,66	1,83	2,34	1,61	1,95	1,25	1,38
$\infty$	2,09	2,80	1,94	2,51	1,75	2,18	1,52	1,79	1,00	1,00

Nota. —  $s_1^2$  est la plus grande des deux variances estimées, avec  $\nu_1$  degrés de liberté.

المراجع

1. فتحي أحمد عاروري " المعاينة الاحصائية طرقها واستخداماتها " شركة دار الأكاديميون للنشر والتوزيع، عمان، الاردن، الطبعة الاولى، 2015
2. أسامة عبد العزيز حسن وليبية حسب النبي العطار " أساسيات الإستدلال الاحصائي " الدار الجامعية، الاسكندرية، مصر، 2001.
3. سلمان محمد طشطوش "أساسيات المعاينة الاحصائية" دار الشروق للنشر والتوزيع، عمان، الاردن، الطبعة الأولى، 2001.
4. Régis Bourbonnais "Econométrie Cours et exercices corrigés" 9e édition Dunod, 2015, Paris
5. Tsybakov, A, Statistique appliquée, Universit'e Pierre et Marie Curie, Paris, 2007
6. Dagnelie P, Statistique théorique et appliquée, Bruxelles, De Boeck, 2013