الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et populaire
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
جامعة الشهيد حمه لخضر الوادي
Université Echahid Hamma Lakhdar d'ElOued

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير
قسم علوم التسيير
اللجنة العلمية للقسم

Faculté des Sciences Economiques, Commerciales et des Sciences de Gestion
Département des sciences de gestion
Comité scientifique du Département

الرقم: **2022/24**/ل ع ق ت/ق ع ت/ ك ع إق ت ع ت

الوادي في: **2022/05/11**

شـــــهــادة إداريـــــة

(اعتماد دروس على الخط)

يشهد السيد رئيس اللجنة العلمية لقسم علوم التسيير، بأن **الدكتورة منى خلف**، قدمت أمام اللجنة العلمية لقسم علوم التسيير المنعقدة بتاريخ 2022/04/20 ، دروس بعنوان:

دروس في مقياس إحصاء 2 (**مفاهيم أساسية حول الاحتمالات مدعمة بسلسلة تمارين مع الحلول**).

مقدمة لطلبة السنة أولى ل.م.د؛ وبعد تعيين لجنة الخبرة وبعد استلام تقارير الخبرة الايجابية، واستيفاء الدروس للجوانب الشكلية والمنهجية والشروط المعتمدة في كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير بجامعة الشهيد حمه لخضر بالوادي، تمت المصادقة على اعتماد الدروس ونشر الملف على الخط (*PDF*). رابط الدروس على موقع الجامعة:

https://elearning.univ-eloued.dz/course/view.php?id=7182

رئيس اللجنة العلمية للقسم

رئيس اللجنة العلمية لقسم علوم التسيير
أ.د حمـزة بـالـي

B.P.789, 39000, El Oued, Algérie, Tél/Fax: 032120768 / 032120768 scgestioneloued@gmail.com

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة الشهيد حمة لخضر الوادي

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

قسم علوم التسيير

دروس على الخط في مقياس احصاء 02 بعنوان:

مفاهيم أساسية حول الاحتمالات مدعمة بسلسلة تمارين مع الحلول

موجهة لطلبة سنة أولى (LMD) جذع مشترك

من إعداد:

د. خلف منى

الموسم الجامعي: 2022/2021

مدخل الى نظرية الاحتمالات

تعد نظرية الاحتمالات من النظريات المهمة والتي اتسع نطاق استخدامها في المجالات الادارية والاقتصادية والمالية بشكل خاص بعد ظهور دراسات ونظريات تعتمد بصورة أساسية على نظرية الاحتمالات، ومنها دراسات الاستثمار و نظريات التمويل ومواضيع المخاطرة والتي تهتم بترجيح حدوث حالة على حالة أخر، وفي ظل ظروف عدم التأكد يلعب الاحتمال دورا جوهريا في الاستنتاج والتنبؤ واتخاذ القرار. لذا علينا التطرق اولا إلى طرق العد والتي تشمل التحليل التوفيقي ،ومن ثم التعرف على أهم المفاهيم الأساسية للاحتمال.

أولا: طرق التحليل التوفيقي

يتضمن التحليل التوفيقي مجموعة من الطرق التي تسمح بتحديد عدد النتائج الممكنة لتجربة معينة .يمكن تعريفه بأنه" مجموعة من تقنيات العدّ التي يمكن أن تكون مفيدة ف حساب الاحتمالات عندما يكون من اللازم تحديد عدد النتائج الملائمة لحدث معين.

1.* الترتيبات*(Les Arrangements)

- نسُتعمل في الترتيبة بعض عناصر المجموعةn فقط زمز لها ب A_n^r
- ترتيب عناصرها مهم، أي أن الترتيبة $(1,2)$ليست الترتيبة)$(2,1)$

وعليه فهي نوعان حسب إمكانية تكرار العناصر:

1.1. **الترتيبات مع التكرار** :ترتيب n من العناصر مأخوذة r ف كل مرة- مع إمكانية تكرار العناصر-هو قائمة من rمن العناصر المختلفة أو المتكررة، مأخوذة من n عنصرا، أين يمكن لكل عنصر أن يتكرر حتى r مرة. و تحسب وفق القانون الآتي: $A_n^r=n^r$

مثال: بكم طريقة يمكن تكوين كلمة سر مكونة من أربعة أرقام مع امكانية تكرار الرقم

لدينا $n=10, r=4$ و بالتالي طريقة $A_n^r=n^r=10^4=100000$

1.2. **الترتيبات بدون التكرار**: ترتيب n من العناصر مأخوذة r في كل مرة -دون تكرار العناصر-هو قائمة من r من العناصر المختلفة، مأخوذة من n عنصرا، حيث لا يمكن لأي عنصر أن يظهر إلا مرة واحدة ويحسب وفق القانون التالي:

$$A_n^r=\frac{n!}{(n-r)!}$$

مثال: ماهي عدد الطرق الممكنة لاختيار ثلاثة مراكز وظيفية: رئيس فريق عمل، نائب مساعد اول، نائب مساعد ثان. وقد تقدم أربعة أشخاص لتولي هذه المناصب ولديهم نفس الكفاءة

الحل: نستخدم ترتيبة بدون تكرار $\frac{4!}{(4-3)!} = \frac{n!}{(n-r)!} = A_n^r =$

وبالتالي عدد الطرق الممكنة هي: 24 طريقة

2. التبد يلات(*Les Permutations*)

وفيها يتم اختيار الكل n من الكل n ، يرمز لها بالرمز P_n^n، وتتمتع بنفس خصائص الترتيبة، بحيث التبديلة هي مجموعة من الترتيبات بحيث جميع العناصر n ت سُتعمل ف التبديل بينها.* موضحة كالتالي:

2.1. **التبديلات الخطية** ل n من العناصر المختلفة فيما بينها : وتعرف بالتبديلة بدون تكرار وتحسب كالتالي

$$P_n^n = n!$$،

مثال: ماهي عدد الامكانات المتاحة لجلوس أربعة أشخاص في الصف الاول للسنيما؟

نستخدم تبديلة بدون تكرار $P_4^4 = 4! = 24$ وعليه عدد الامكانات المتاحة للجلوس هي 24 امكانية

2.2. التبديلات الخطية ل n من العناصر المتماثلة فيما بينها : وتعرف بالتبديلة بالتكرار وتحسب كالتالي

$$P_n^n = n^n$$

3.2. التبديلة الخطية ل n من العناصر، مع وجود مجموعات جزئية n من العناصر المتكررة r_i: وهي ما تعرف التبديلة بالتكرار الخاص وبتطبيق العلاقة التالية: $P_n^{r1\,r2 \ldots\ldots rk} = \frac{n\,!}{r1\,!r2\,!\ldots.rk\,!}$

مثال: ماهي عدد الكلمات التي يمكن ترتيبها من كلمة STATISTICS

لدينا n=10

و $r_1 = 3$ تمثل عدد مرات تكرار الحرف S

$r_2 = 3$ تمثل عدد مرات تكرار الحرفT

$r_1 = 2$ تمثل عدد مرات تكرار الحرفI

$$P_n^{r1\,r2\,r3} = \frac{10!}{3!\,3!\,2!} = 50400$$

4.2. التبديلات الدائرية ل n من العناصر المختلفة فيما بينها: وفق العلاقة

$$P_n^n = (n-1)!$$

مثال: بكم طريقة يمكن ترتيب سبعة أشخاص حول طاولة مستديرة؟

نستخدم التبديلة الدائرية $P_7^7 = !\,(7-1)$ =720

وبالتالي يمكن الجلوس حول طاولة مستديرة 720 طريقة

3. التوفيقات (Les Combinaisons)

التوفيقة هي" سحب "ل rعنصرا مختارة من بين n عنصرا، حيث لا أهمية للترتيب بينها .أي أن اختيار r عنصرا من بين n عنصرا– دون مراعاة للترتيب فيما بينها-هو توفيقة ل n عنصرا مأخوذةً r ف كل مرة .يرمز للتوفيقة بالرمز C_n^r . تتميز التوفيقات بالخصائص الآتية:

- في اختيار التوفيقة تستعمل بعض العناصر n فقط.
- ترتيب عناصرها غير مهم، أي أن التوفيقة$(1,2)$ هي نفسها التوفيقة $(2,1)$

وعليه فالتوفيقات نوعان من حيث إمكانيةُ التكرار:

.3.1 التوفيقات بدون تكرا ر :هي" سحب "ل r عنصرا مختارة من بين n عنصرا، حيث لا يمكن للعناصر أن تتكرر، ولا أهمية للترتيب بينها .وتحسب كما يلي:

$$C_n^r = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$$

مثال: يتم اختيار بالقرعة 3 طلبة من بين طلبة فوج لحضور اجتماع مع رئيس القسم. ما هو عدد الحالات الممكنة إذا كان عدد الطلبة الفوج 20 طالبا؟

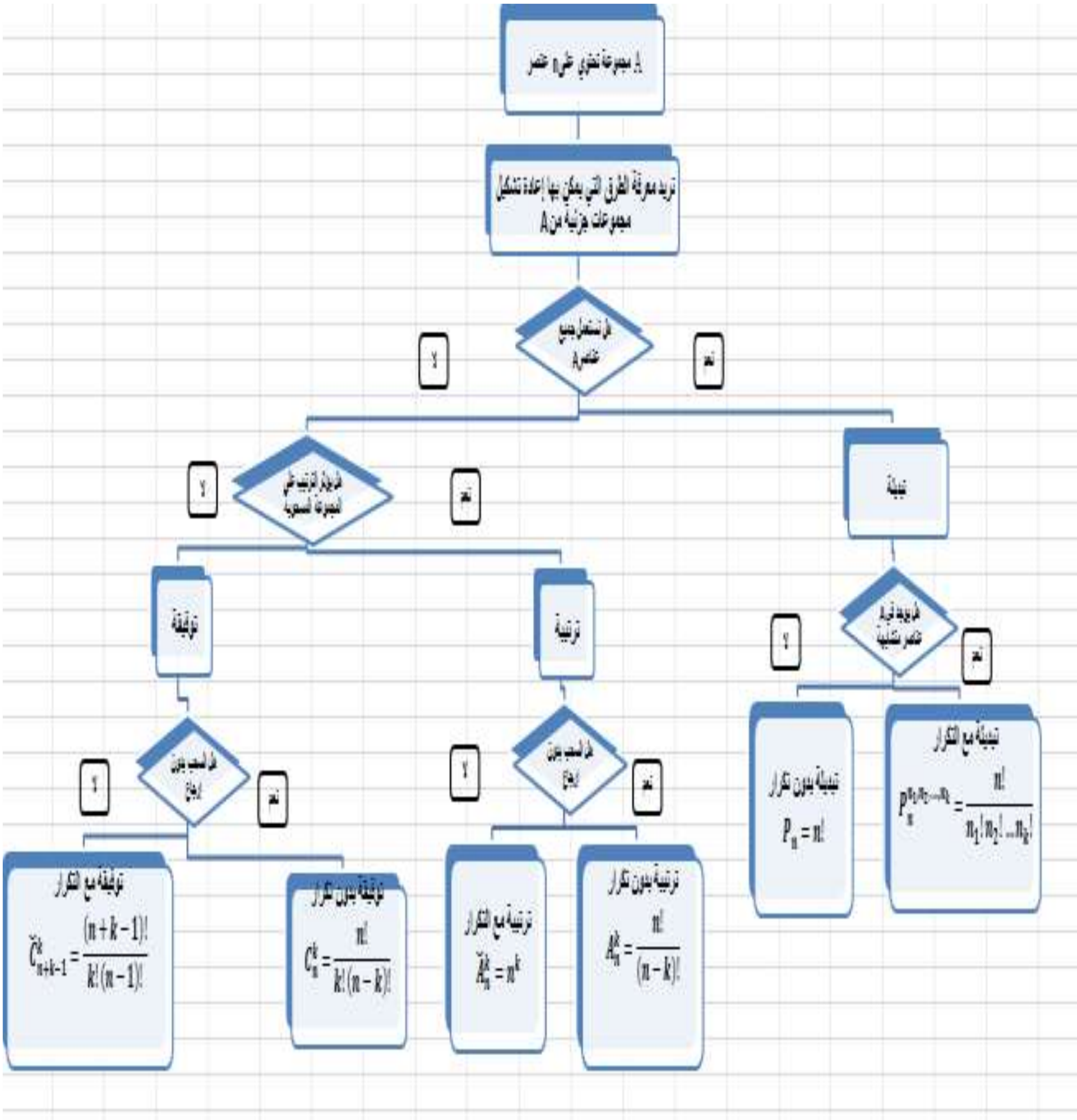
الترتيب غير مهم؛ جزء من الكل؛ وبدون تكرار، من خلال توفر الشروط الثلاثة سوف نستخدم التوفيقة بدون تكرار

$$C_{20}^3 = \frac{20!}{3!\,(20-3)!} = 1140$$

3.2. **التوفيقات مع التكرار**: هي" سحب "لr عنصرا، حيث يمك ن للعناصر أن تتكرر من بين ر n عنصرا مختارة(.أي أن السحب هنا يكون مع الإرجاع)، ولا أهمية للترتيب بينها .وتحسب كما يلي :

$$C_{n+r-1}^r = \frac{(n+r-1)!}{r!\,(n-1)!}$$

والرسم التخطيطي التالي يوضح شروط استخدام كل طريقة من طرق التحليل التوفيقي



A مجموعة تحتوي على n عنصر
نريد معرفة الطرق التي يمكن بها إعادة تشكيل مجموعات جزئية من A
هل نستعمل جميع عناصر A
لا
نعم
هل يوجد الترتيب على المجموعة المسحوبة
لا
نعم
تبديلة
توفيقة
ترتيبة
هل يوجد في A عناصر متشابهة
لا
نعم
هل السحب بدون إرجاع
لا
نعم
هل السحب بدون إرجاع
لا
نعم
تبديلة بدون تكرار
$P_n = n!$
تبديلة مع التكرار
$P_n^{n_1,n_2,\dots,n_k} = \frac{n!}{n_1!\,n_2!\dots n_k!}$
توفيقة مع التكرار
$\breve{C}_{n+k-1}^{k} = \frac{(n+k-1)!}{k!\,(n-1)!}$
توفيقة بدون تكرار
$C_n^k = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$
ترتيبة مع التكرار
$\breve{A}_n^k = n^k$
ترتيبة بدون تكرار
$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$

ثانيا: مفاهيم أساسية حول الاحتمال

اكتسبت النظرية الرياضية للاحتمالات أهمية تطبيقية واضحة ومدلولا مرتبطا بالتجارب العملية والممكنة، لذا يجب علينا أولا ايضاح أهم المهمة لمفردات مرافقة لدراسة مفهوم الاحتمال ومنها مبدا التجربة والحدث ونظرية المجموعات وغيرها سيتم توضيحها فيما يلي:.

1. مفهوم التجربة، الحدث والاحتمال

1.1. التجربة

لشرح مفهوم التجربة **Epreuve** و تمييزها عن الحدث يمكن القول أن التجربة هي أم الحدث أو أم النتيجة. لأن التجربة تتفرع بالضرورة إلى أحداث. أي انها العملية التي نحصل منها على النتائج أو البيانات أو المشاهدات. وكمثال على ذلك فالتجربة هي الحرب بينما الهزيمة هي نتيجة ممكنة للحرب، و التجربة قد تقبل نتيجتين أو أكثر.

2.1. فضاء العينة

فضاء العينة للتجربة العشوائية هي المجموعة المكونة من جميع النتائج الممكنة للتجربة، ونرمز لفضاء العينة بالرمز .Ωنسمي كل نتيجة من نتائج التجربة العشوائية عنصر element في فضاء العينة أو نقطة العينة.

أمثلة:

- فضاء العينة لتجربة إلقاء قطعة من النقود مرة واحدة وتسجيل الرمز الظاهر على الوجه العلوي هي $\Omega=\{ T, H \}$ ، حيثH تمثل ظهور الكتابة وT تمثل ظهور الصورة
- فضاء العينة لتحربة رمي حجر نرد مرة واحدة $\Omega=\{ 1, 2,3,4,5,6 \}$

3.1. ا لحدث

الحدث العشوائي Evénement هو واقعة أو نتيجة ما،. كما يعرف بالإمكانية فهي حدث أو نتيجة ما من بين أحداث أو نتائج أخرى. ويرمز للحدث عادة بحروف لاتنينية كبيرة:A , B C....... أو A_1 , A_2....

1.3.1. الحدث البسيط: يكون الحدث بسيط إذا كان مؤلفا من مشاهدة واحدة أو نتيجة واحدة فقط، وبعبارة اخرى لايمكن تجزئة الحدث البسيط الى اكثر من حدث.

<u>2.3.1. الحدث المركب :</u> يعتبر الحدث مركبا اذا كان مؤلفا من أكثر من مشاهدة اونتيجة، أي يمكن تجزئته إلى أكثر من حدث بسيط.

<u>3.3.1. الحوادث المتنافية:</u> نقول عن حادثان أنهما متنافين إذا كاف ظهور أحدهما يمنع او يحجب من ظهور الحادث الآخر، وىو يعني استحالة تحققهما في آن واحد، فمثلا نجاح الطالب ورسوبه هما حادثان متنافين؛

<u>4.3.1. الحوادث المستقلة</u> نقول عن حادثان أنهما مستقلان إذا كان وقوع أحدهما لا يؤثر ولا يتأثر بقوع الحادث الثاني، فمثلا عند رمي حجر النرد مرتان فإن الرقم الذي يظهر عند الرمية ليس لو علاقة بالرمية الثانية، لكن مثلا عند سحب مصباحان كهربائيا عشوائيا من صندوق يحتوي على أربعة مصابيح صالحة ومصباح غير صالح حيث يكون السحب على التوالي دون إرجاع، حيث نسحب المصباح الاول **ولا نقوم بإرجاعه** ثم نسحب المصباح الثاني في هذه الحالة نجد أن المصباح الثاني يتأثر بالمصباح الاول ، فإذا ظهر في عملية السحب الأول أن المصباح غيرصالح، فالمصباح الثاني حتما سيكوف صالح، وفي ىذه الحالة نسمي الحادث الأخير حادث شرطي لأنه مرتبط بتحقق الحادث الاول.

4.1. الاحتمال

عرف بليز باسكال (Blaise Pascal) الاحتمال probabilité بالشكل التالي:"احتمال حدث هو عدد الحالات الملائمة لوقوع الحدث مقسوما على عدد الحالات الممكنة، إذا اقترضنا أن كل الحالات لها نفس الاحتمال في الوقوع." فالاحتمال في مفهوم العلم هو عدد يقيس حظوظ وقوع شيء ما نسميه نتيجة أو حدث أو إمكانية وهو عدد بين 0 و1 يعبر عن حظوظ وقوع الحدث .حيث أننا نستخدم الكسور في سلم تصاعدي من 0 إلى1، بحيث يرمز 0 للاستحالة و1 للتأكد. ومثال على ذلك نستعمل 100% للحدث المؤكد أو 50% للحدث المحتمل و1‰ مثلا للحدث المستبعد

<u>مثال:</u> ما هو احتمال الحصول على عدد زوجي عند رمي قطعة نرد ؟ بين كل من التجربة، الحدث والاحتمال في هذا المثال.

الجواب: هناك ثلاث حالات ملائمة للحصول على عدد زوجي (2، 4 و6). أما العدد الكلي للحالات الممكنة فهو 6: (1، 2، 3، 4، 5، 6). وبافتراض أن كل الحالات الممكنة لها نفس الاحتمال فإن احتمال الحصول على عدد زوجي هو $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$.

2. الترميز الرياضي للاحتمالات

2.1. استخدام نظرية المجموعات للتعبيرعن الأحداث العشو ائية

- نعبر عن النتائج الممكنة لتجربة ما ب Ω، وتسمى المجموعة الكلية أو فضاء العينة.
- نعبر عن الحدث بمجوعة جزئيةAمن فضاء العينة، حيث A هي مجموعة من النتائج الممكنة للتجربة.
- إذا انتهت التجربة بنتيجة تمثل عنصرا من A نقول أن الحدث A قد تحقق.
- الحدث الذي يحتوي على نقطة أو عنصر واحد منΩ يسمى عادة حدث بسيط.
- من بين الأحداث الممكنة في تجربة ما أيا كانت، الحدثΦيمثل الحدث المستحيل لأنه لا يمكن أن يتحقق عنصر منها.$P(\Phi) = 0$.
- من بين الأحداث الممكنة في تجربة ما أيا كانت، حدث المجموعة الأساسية Ω نفسها، وهو الحدث الأكيد لأنه لابد أن يتحقق أحد عناصرها على الأقل. $P(\Omega) = 1$
- بتطبيق عمليات مثل الإتحاد والتقاطع، الطرح، الجمع.... على المجموعات نحصل على مجموعات جديدة جزئية من Ω ومن ثم أحداث جديدة فيΩ. من ذلك :
  - $A \cup B$ هو الحدث: إماA أو B أو كلاهما.
  - $A \cap B$هو الحدث: A وB في وقت معا.
  - C_Aهو الحدث المعاكس ل A.
  - $A - B$ هو الحدث: A لكن ليسB .
- إذا كان $A \cap B = \Phi$ نقول أنA وB متنافيان (أو غير متلائمان) أي لا يمكن وقوعهما معا
- **، ملاحظة :إن عدد عناصر Ω أو عناصر المجموعة A أو أي مجموعة أخرى يدعى ب "أصلي المجموعة :"، ونرمزله بالرمز $card(A)$ "**

مثال: لتكن لدينا تجربة هي إلقاء حجر نرد. أكتب مجموعة فضاء العينة ثم عبر رياضيا عن الأحداث التالية: الحصول على العدد 6،الحصول على عدد زوجي، الحصول على عدد غير زوجي فردي، الحصول على عدد أولي، الحصول على عدد أولي أو فردي، الحصول على عدد زوجي وأولي، الحصول على عدد زوجي وفردي، الحصول على عدد زوجي أو فردي

- فضاء العينة $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- الحدث A: الحصول على العدد 6 (حدث بسيط) $A = \{6\}$
- الحدث B: الحصول على عدد زوجي $B = \{2, 4, 6\}$
- الحدث C_B: الحصول على عدد غير زوجي فردي $\Omega - A = C_B = \{1, 3, 5\}$

- الحدث D: الحصول على عدد أولي $D=\{2, 3, 5\}$
- الحدث $DU\ C_B$: الحصول على عدد أولي أو فردي الحدث $DU\ C_B=\{, 2, 3, 5\ 1\}$

الحدث $B\cap D$: الحصول على عدد زوجي وأولي $B\cap D=\{2\}$

- الحدث $B\cap C_B$: الحصول على عدد زوجي وفردي $B\cap C_B = \Phi$ نقول أنC_B وB متنافيان (أو غير متلائمان) أي لا يمكن وقوعهما معا
- الحدث $BU\ C_B$: الحصول على عدد زوجي أو فردي $BU\ C_B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = \Omega$

2.2. القوانين الاساسية في حساب الاحتمالات

من أجل التوصل إلى تعبير دقيق و واضح لقواعد الحساب الاحتمالي نستخدم الترميز للقواعد الاساسية في حساب الاحتمالات حيث نعبر عن احتمال حدث ما بطريقة رياضية فنكتب $P(A)$

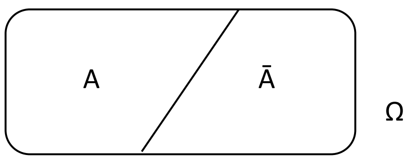
ونعبر عن احتمال وقوع الحدث: $X = x$ كما يلي: $P(X = x)$ أو $P(x)$.

مثال: احتمال الحدث: "الحصول على الوجه 5" عند إلقاء حجر نرد يكتب: $P(X = 5) = 1/6$ ، أو باختصار: $P(5) = 1/6$

و فيما يلي نذكر خمس قواعد أساسية في حساب الاحتمال كالتالي:

1.2.2. القاعدة رقم 1احتمال الحدث المعاكس : نعبر عن الحدث المعاكس ل A ب Ā أو A' واحتماله هو احتمال عدم تحقق الحدث A،

ونكتب $P(\bar{A}) + P(A) = 1 \iff P(\bar{A}) = 1 - P(A)$



مثال: عند رمي حجر نرد، ما هو احتمال الحصول على عدد زوجي، ماهو الحدث المعاكس وما هو احتماله؟

لنرمز لحدث A: الحصول على عدد زوجي $P(A) = P(2\ ou\ 4\ ou\ 6) = 3/6$

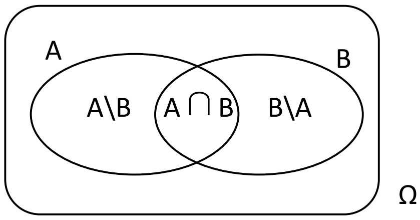
الحدث المعاكس هو الحصول على عدد غير زوجي، و احتماله: $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - (3/6) = 3/6$ .2.2

2.2.2. قاعدة رقم 2احتمال وقوع الحدث "A" و"B" : يساوي احتمال وقوع الأول مضروبا في احتمال وقوع الثاني لما يكون الأول قد وقع فعلا $P(A\cap B) = P(A) * P(B/A)$

$$P(A\cap B\cap C) = P(A) * P(B/A) * P(C/(A\cap B))$$

A,B,C أحداث ما (مستقلة أو لا، متنافية أو لا ،) $P(A/B)$ يسمى الاحتمال الشرطي ل B علما أن A محقق. ومن المعادلة الأولى نحصل على

$$P(A) > 0 \qquad P(B/A) = P(A\cap B) / P(A)$$



مثال:- أحسب عند إلقاء حجر نرد احتمال الحصول على قيم فردية (حدثB).

- أحسب احتمال الحصول على نتيجة فردية إذا علمت أن الوجه المحصل لمكعب النرد عدد أولي (حدثA).

$P(B) = P(1 \text{ ou } 3 \text{ ou } 5) = P(1) + P(3) + P(5) = 3/6$

$P(B/A) = P(B\cap A)/P(A)$

$P(B\cap A) = P(3 \text{ ou } 5) = P(3) + P(5) = 1/6 + 1/6 = 2/6$

$P(B/A) = P(B\cap A)/P(A) = 2/6 \ / \ 3/6 = 2/3$

3.2.2. قاعدة رقم 3.احتمال وقوع الحدث "A" و"B" لما "A" و"B" مستقلان

احتمال وقوع حدثان مستقلان يساوي جداء الاحتمالين أي احتمال الحدث الأول مضروبا في احتمال الحدث الثاني.

$$P(A\cap B) = P(A) * P(B) \qquad (P(B/A) = P(B))$$

مستقلان، B وA أو عدم وقوعه نقول أن A لا يتأثر بوقوع B وهو تعريف استقلال حدثين، أي أن وقوع

$$P(A\cap B\cap C) = P(A) * P(B) * P(C) \qquad P(C/(A\cap B)) = P(C)$$

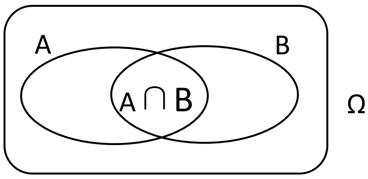
مثال: يفترض أن تصل طائرتان إلى مطار الوادي في وقت واحد من أجل إمكانية تبادل الركاب والبريد، إحدى الطائرتين تقلع من مطار الجزائر العاصمة و الأخرى من مطار سطيف، قدر احتمال تأخر الطائرة الأولى بـ 0,3، و احتمال تأخر الطائرة الثانية بـ 0,1، ولنفترض أن تأخر طائرة الجزائر العاصمة (A) مستقل عن تأخر طائرة سطيف (B). أحسب احتمال تأخر الطائرتين؟

الحل: احتمال تأخر الطائرتين "A و"B $\quad P(A\cap B) = P(A) * P(B) = 0.3*0.1=0.03$

4.2.2. القاعدة رقم 4.احتمال وقوع حدث "A" أو "B"

احتمال وقوع حدث "A" أو ""B" يساوي جمع احتمالي الحدثين مطروحا منه احتمال تحققهما معا

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



مثال: اذا كان احتمال اصابة الهدف من طرف اللاعب الاول هو 1/3،واحتمال ان يصيب اللاعب الثاني الهدف هو 1/4. والمطلوب ما هو احتمال اصابة الهدف من أحد اللاعبين؟

لحساب احتمال اصابة الهدف من أحد اللاعبين نطبق العلاقة التالية:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

أولا: حساب احتمال اصابة الهدف من كلا اللاعبين $P(A \cap B)$

نرمز للحدث(A) اصابة الهدف من طرف اللاعب الاول $P(A)= 1/3$

نرمز للحدث(B) اصابة الهدف من طرف اللاعب الثاني $P(B)= 1/4$

$$P(A \cap B) = P(A) * P(B) = (1/3) * (1/4) = 1/12$$

وعليه فان حساب احتمال اصابة الهدف من أحد اللاعبين نطبق العلاقة التالية:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = (1/3)+(1/4) - (1/12) = (7/12)-(1/12) = 6/12 = 1/2$$

5.2.2. **لقاعدة رقم 5 احتمال احتمال وقوع الحدث (A) وعكسه($\bar{A}$) يساوي الصفر**، ونقول أن

الحدثان متنافيان: $P(A \cap \bar{A}) = 0$

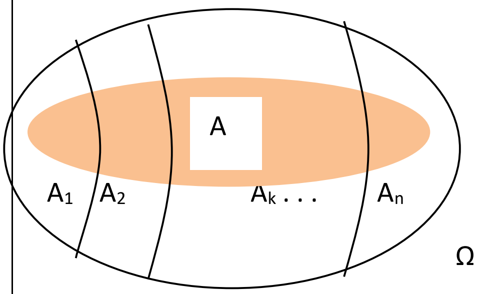
مثال: نرمي قطعة نقدية مرتين: إذ كان A هو الحدث "مرتين كتابة" و B "صورة على الأقل".

$A = \{PP\}$. $B = \{PF, FP, FF\}$ $A \cap B = \Phi$

3. نظرية بايز

- نظرية الاحتمال السببي أو نظرية بايز Théorème ou règle de BAYES

لتكن A_1،A_2،A_3، . . . A_k، . . . ،A_n أحداث متنافية فيما بينها حيث اتحادها يشكل المجموعة الكلية (الأساسية) Ω، وA حدث ما يتحقق عن طريق واحد أو أكثر من الأحداث A_k، إذا علمنا أن A تحقق، نحسب احتمال تحققه عن طريق الحدث A_k كما يلي:



رسم 1 رسم يوضح نظرية بايز

$$P(A_k/A)=\frac{P(A_k)P(A/A_k)}{\sum_{k=1}^{n} P(A_k)P(A/A_k)}=\frac{P(A\cap A_k)}{P(A)}$$

تسمى هذه النظرية نظرية الاحتمال السببي لأنها تمكن من حساب احتمال أن يكون حدث ما (A_k) هو المسبب لوقوع حدث آخر (A).

مثال: مصنع لانتاج المصابيح الكهربائية فيه 3 ألات تصنع الألة الاولى 20 %من مجموع انتاج المصنع، أما الألة الثانية والثالثة فتنتج 30%، 50% على التوالي من الانتاج الكلي، فإذا كان احتمال الانتاج المعيب من الالة الاولى هو 0.05، ومن انتاج الالة الثانية 0.02، ومن انتاج الالة الثالثة هو 0.01.

تم سحب بطريقة عشوائيا مصباح من انتاج المصنع ووجد أنه تالف أوجد:

- احتمال ان ها المصباح التالف قد صنع بواسطة الالة الاولى
- احتمال ان ها المصباح التالف قد صنع بواسطة الالة الثالثة
- احتمال ان ها المصباح التالف قد صنع بواسطة الالة الاولى

الحل: لنفرض أن: (A_1) انتاج الالة الاولى

(A_2) انتاج الالة الاولى

(A_3) انتاج الالة الاولى

وبافتراض أن (A) هو الانتاج التالف ولذلك فإن هذا المصباح التالف قد يكون من صنع الألة الأولى أو الثانية أو الثالثة ولك يعني أن

P(A_1/A) = 0.05

P(A_2/A) = 0.02

P(A_3/A) = 0.01

$$P(A_1/A)=\frac{P(A_1)P(A/A_1)}{\sum_{k=1}^{3}P(A_k)P(A/A_k)}=\frac{0.2*0.05}{(0.2*0.05)+(0.3*0.02)+(0.5*0.01)}=0.238$$

$$P(A_2/A)=\frac{P(A_2)P(A/A_2)}{\sum_{k=1}^{3}P(A_k)P(A/A_k)}=\frac{0.3*0.02}{(0.2*0.05)+(0.3*0.02)+(0.5*0.01)}=0.2857$$

$$P(A_3/A)=\frac{P(A_3)P(A/A_3)}{\sum_{k=1}^{3}P(A_k)P(A/A_k)}=\frac{0.5*0.01}{(0.2*0.05)+(0.3*0.02)+(0.5*0.01)}=0.476$$

المراجع:

1. نور الدين حامد،"**محاضرات وتمارين محلولة في مقياس الإحصاء الوصفي**"، دار اليازوردي، عمان الأردن،2016
2. بوعبد الله صالح،**محاضرات الإحصاء الرياضي**،لطلبة كلية العلوم الاقتصادية جامعة المسيلة، 2006.
3. ريمي عقبة، ريمي رياض **محاضرات الإحصاء2** لطلبة كلية العلوم الاقتصادية و التجارية وعلوم التسيير بجامعة الوادي، 2017
4. عبابسة الهاشمي، **محاضرات في مقياس الإحصاء الرياضي** لطلبة كلية العلوم الاقتصادية و التجارية وعلوم التسير بجامعة بسكرة، 2021.
5. ادريس عبدلي، **دروس مدعمة بأ مثلة وتمارين محلولة في مقياس احصاء 2**، لطلبة سنة أولى جذع مشترك، جامعة البليدة02، 2019.
6. دلال القاضي، سهيلة عبد الله، محمود البياتي، **الإحصاء للإداريين والاقتصاديين**، دار حامد، عمان الأردن، 2005 .
7. فتحي حمدان وكامل فليفل، "**مبادئ الإحصاء**"، دار المناهج، الأردن، 2009.
8. يزن إبراهيم، هاشم راتب، "**مبادئ الإحصاء**"، دار البركة ، عمات الأردن، الطبعة الأولى 2001.
9. ثائر فيصل شاهر، "**الإحصاء في العلوم الإدارية والمالية**"، دار حامد للنشر والتوزيع،الأردن،2014.

جامعة الوادي

كلية العلوم الإقتصادية و التجارية و علوم التسيير

السنة أولى ل.م.د

سلسلة تمارين رقم (1): مفاهيم أساسية في الاحتمالات

التمرين الأول:

1) يتكون فوج من 10 طلبة تم استدعاءهم إلى اجتماع، بكم طريقة يمكنهم الجلوس في صف به 10 مقاعد؟ و بكم طريقة يمكنهم الجلوس حول طاولة مستديرة؟.
2) بكم طريقة يمكن ترتيب الحروف الواردة في الكلمات: FORMIDABLE- MISSISSIPI -MATHEMATIQUE
3) يتم اختيار بالقرعة 3 طلبة من بين طلبة فوج لحضور اجتماع مع رئيس القسم. ما هو عدد الحالات الممكنة إذا كان عدد الطلبة الفوج 20 طالبا؟
4) يتكون مجلس إداري من 30 فردا من بينهم 18 رجلا و12 نساء، نريد تشكيل لجنة من 05 أفراد على أن تكون هذه اللجنة مكونة من رجلين و امرأتين على الأقل. المطلوب حساب عدد الإمكانيات أن:
   - ✓ يكون كل عضو في المجلس الإداري يمكن أن يكون عضوا في اللجنة.
   - ✓ رجلان رفضا الدخول ضمن اللجنة.
   - ✓ السيد X و السيدة Y رفضا أن يكونا ضمن اللجنة.

التمرين الثاني:

أعلنت جامعة الشهيد حمه لخضر بالوادي عن فتح مسابقة توظيف على أساس الشهادة، حيث سيتم اختيار 2 موظفين برتبة مهندس دولة و 3 موظفين برتبة تقني سامي، فتقدم للمسابقة على التوالي:

المترشحين برتبة مهندس دولة: A B C D

المترشحين برتبة تقني سامي: E R T F G H J K L M

1. ما هو احتمال اختيار المترشح A للوظيفة برتبة مهندس دولة ؟.
2. ما هو احتمال عدم اختيار المترشح A للوظيفة برتبة مهندس دولة ؟.
3. ما هو احتمال اختيار المترشح M للوظيفة برتبة تقني سامي ؟.
4. ما هو احتمال عدم اختيار المترشح M للوظيفة برتبة تقني سامي؟.

التمرين الثالث:

من أجل تلبية رغبات إحدى المستشفيات بكمية معينة من الدم، تم سحب وبطريقة عشوائية 6 أسماء من قائمة تحتوي على أسماء 20 شخص موزعين كما يلي: 12 لديهم الفصيلة B و8 لديهم الفصائل الأخرى.

1. ما هو عدد القوائم المكونة من 6 أسماء التي يمكن تكوينها؟.
2. ما هو عدد القوائم المختلفة التي تحتوي على 6 أشخاص كلهم من الفصيلة B؟.
3. ما هو احتمال الحصول على 6 أشخاص كلهم من الفصيلة B ؟.
4. ما هو احتمال الحصول على 6 أشخاص من بينهم شخص واحد من الفصيلة B ؟.

التمرين الرابع:

نلقي قطعة نقدية متوازنة ثلاث مرات على التوالي، نسجل F عند ظهور الصورة و P عند ظهور كتابة.

1- أكتب المجموعة الأساسية لعدد الحالات الممكنة؟

2- عبر عن الأحداث التالية من خلال مجموعات جزئية من المجموعة الأساسية:
A: الحصول على صورتين فقط. B: الحصول على صورتين على الأقل.

3- عبر بمجموعات عن الأحداث التالية: $\bar{A}, \bar{B}, A \cap B, A \cup B$

4- أحسب الاحتمالات التالية:

$$P(A \cup B), P(A \cap B), P(A) , P(\bar{A}) , P(B), P(\bar{B})$$

التمرين الخامس:

فيما يلي التوزيع التكراري لعينة عشوائية حجمها 100 من خريجي كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير لجامعة الوادي، حسب التخصص ونوع المهنة:

المهنة / التخصص	قطاع حكومي	قطاع خاص	عمل حر	$\sum$
ع التسيير	15	5	10	30
ع تجارية	8	17	10	35
ع اقتصادية	12	10	13	35
$\sum$	35	32	33	100

فإذا اختير أحد الخريجين بطريقة عشوائية، أحسب احتمال:

1. أن يكون من خريجي قسم العلوم الاقتصادية ويعمل بالقطاع الخاص.
2. أن يكون ممن يعملون بالقطاع الحكومي أو من خريجي قسم العلوم تجارية.
3. أن يكون من خريجي قسم العلوم تجارية أو من خريجي قسم العلوم الاقتصادية.
4. إذا علم أن الفرد من خريجي قسم العلوم تجارية، فما احتمال أن يكون مما يعملون عملا حرا.

التمرين السادس:

في كلية العلوم الاقتصادية وجد أن نسبة النجاح في مادة الرياضيات هي 85% وفي مادة الإحصاء هي 75% كما وجد أن نسبة النجاح بالنسبة للمادتين 70%.

1) أحسب احتمال أن يكون طالب ما ناجحا في الإحصاء علما أنه ناجح في الرياضيات؟
2) أحسب احتمال أن يكون طالب ما ناجحا في الرياضيات علما أنه ناجح في الإحصاء؟
3) أحسب احتمال أن يكون طالب ما ناجحا في الإحصاء أو في الرياضيات أو في المادتين معا؟
4) أحسب احتمال أن يكون طالب راسب في كلا المادتين معا؟
5) أحسب احتمال أن يكون طالب ناجحا في إحدى المادتين و راسب في الأخرى؟

التمرين السابع:

ترغب شركة إعلامية في شراء حقوق البث التلفزيوني للألعاب الأولمبية، وترتبط حظوظها في الحصول على العقد بالمدينة التي ستحظى بتنظيم الألعاب. هناك ثلاث مدن متنافسة على احتضان الألعاب حظوظها كالتالي: المدينة (A): 0.4 المدينة (B): 0.3، المدينة (C): 0.3.

- في حالة احتضان المدينة (A) فاحتمال الحصول على العقد قدر بـ 0.2.
- في حالة احتضان المدينة (B) فاحتمال الحصول على العقد قدر بـ 0.6.
- في حالة احتضان المدينة (C) فاحتمال الحصول على العقد قدر بـ 0.5.

– أحسب احتمال حصول الشركة الإعلامية على حقوق البث التلفزيوني؟

جامعة الوادي

كلية العلوم الإقتصادية و التجارية و علوم التسيير

السنة أولى ل.م.د

سلسلة تمارين رقم (1): مفاهيم أساسية في الاحتمالات

التمرين الأول:

1) يتكون فوج من 10 طلبة تم استدعاءهم إلى اجتماع، بكم طريقة يمكنهم الجلوس في صف به 10 مقاعد؟ و بكم طريقة يمكنهم الجلوس حول طاولة مستديرة؟.

2) بكم طريقة يمكن ترتيب الحروف الواردة في الكلمات: FORMIDABLE- MISSISSIPI -MATHEMATIQUE

3) يتم اختيار بالقرعة 3 طلبة من بين طلبة فوج لحضور اجتماع مع رئيس القسم. ما هو عدد الحالات الممكنة إذا كان عدد الطلبة الفوج 20 طالبا؟

4) يتكون مجلس إداري من 30 فردا من بينهم 18 رجلا و12 نساء، نريد تشكيل لجنة من 05 أفراد على أن تكون هذه اللجنة مكونة من رجلين و امرأتين على الأقل. المطلوب حساب عدد الإمكانيات أن:

- ✓ يكون كل عضو في المجلس الإداري يمكن أن يكون عضوا في اللجنة.
- ✓ رجلان رفضا الدخول ضمن اللجنة.
- ✓ السيد X و السيدة Y رفضا أن يكونا ضمن اللجنة.

حل التمرين الأول:

1) • حساب عدد الطرق التي يمكنهم الجلوس في صف به 10 مقاعد (نستخدم تبديلة بدون إعادة:

$P = n! = 10!$

• حساب عدد الطرق التي يمكنهم الجلوس حول طاولة مستديرة

$P = (n-1)! = 9!$

2) • نستخدم قانون التبديلة مع الإعادة:

$$P^{n}_{n_1, n_2, \dots, n_n} = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdots n_n!}$$

$$MISSISSIPI \Rightarrow P^{10}_{1,4,4,1} = \frac{10!}{1! \cdot 4! \cdot 4! \cdot 1!}$$

$$Mathematique \Rightarrow P^{12}_{2,2,2,1,2,1,1,1} = \frac{12!}{2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 1!\, 2!\, 1!\, 1!}$$

$$Formidable \Rightarrow P^{10}_{1,1,1,1,1,1,1,1,1,1} = \frac{10!}{1! \cdots 1!}$$

3) • عدد الحالات الممكنة لاختيار 3 طلبة:

نستخدم التوفيقة { الجزء من الكل (3 من 20) ترتيب غير مهم.

$$C^r_n = \frac{n!}{r! \cdot (n-r)!}$$

$$C^3_{20} = \frac{20!}{3!\,(20-3)!}$$

4) • نستخدم التوفيقة { الجزء من الكل ترتيب غير مهم

• $(C^2_{18} \times C^3_{12}) + (C^3_{18} \times C^2_{12})$

• $(C^2_{16} \times C^3_{12}) + (C^3_{16} \times C^2_{12})$

• $(C^2_{17} \times C^3_{11}) + (C^3_{17} \times C^2_{11})$

التمرين الثاني:

أعلنت جامعة الشهيد حمه لخضر بالوادي عن فتح مسابقة توظيف على أساس الشهادة، حيث سيتم اختيار 2 موظفين برتبة مهندس دولة و 3 موظفين برتبة تقني سامي، فتقدم للمسابقة على التوالي:

المترشحين برتبة مهندس دولة: A B C D

المترشحين برتبة تقني سامي: E R T F G H J K L M

1. ما هو احتمال اختيار المترشح A للوظيفة برتبة مهندس دولة ؟.
2. ما هو احتمال عدم اختيار المترشح A للوظيفة برتبة مهندس دولة ؟.
3. ما هو احتمال اختيار المترشح M للوظيفة برتبة تقني سامي ؟.
4. ما هو احتمال عدم اختيار المترشح M للوظيفة برتبة تقني سامي؟.

حل التمرين الثاني:

1) إحتمال إختيار المترشح A للوظيفة برتبة مهندس دولة:

نعرف الحدث A هو اختيار المترشح A للوظيفة حيث أن مجموعة الحالات الممكنة:

$\Omega = \{AB, AC, AD, BC, BD, CD\}$

أما مجموعة عناصر الحدث A:

$A = \{AB, AC, AD\}$

ومنه: $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{3}{6} = 0,5$

2) إحتمال عدم اختيار المترشح A للوظيفة برتبة مهندس دولة:

نستخدم قاعدة احتمال الحدث المعاكس

$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,5 = 0,5$

3) احتمال اختيار المترشح M للوظيفة برتبة تقني سامي:

نعرف الحدث M هو اختيار المترشح M لوظيفة تقني سامي ومنه

$P(M) = \frac{|M|}{|\Omega|}$

ولحساب عدد الحالات الملائمة $|M|$، وعدد الحالات الممكنة نستخدم التوفيقة

$$P(M) = \frac{C^1_1 \times C^2_9}{C^3_{10}} = \frac{1 \times 36}{120} = 0,3$$

4) احتمال عدم اختيار المترشح M لوظيفة تقني سامي

$P(\bar{M}) = 1 - P(M) = 1 - 0,3$

$P(\bar{M}) = 0,7$

التمرين الثالث:

من أجل تلبية رغبات إحدى المستشفيات بكمية معينة من الدم، تم سحب وبطريقة عشوائية 6 أسماء من قائمة تحتوي على أسماء 20 شخص موزعين كما يلي: 12 لديهم الفصيلة B و8 لديهم الفصائل الأخرى.

1. ما هو عدد القوائم المكونة من 6 أسماء التي يمكن تكوينها؟.
2. ما هو عدد القوائم المختلفة التي تحتوي على 6 أشخاص كلهم من الفصيلة B؟.
3. ما هو احتمال الحصول على 6 أشخاص كلهم من الفصيلة B ؟.
4. ما هو احتمال الحصول على 6 أشخاص من بينهم شخص واحد من الفصيلة B ؟.

حل التمرين الثالث:

① عدد القوائم المكونة من 6 أسماء:
نستخدم التوفيقة

$$C_n^r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$ الجزء من الكل / ترتيب غير مهم

$$C_{20}^6 = \frac{20!}{6!\cdot(20-6)!} = 38760$$

② عدد القوائم التي تحتوي على 6 أشخاص كلهم من الفصيلة B:

$$C_{12}^6 = \frac{12!}{6!\cdot(12-6)!} = 924$$

③ احتمال الحصول على أشخاص كلهم لديهم الفصيلة B:
الحدث B: 6 أشخاص كلهم لديهم الفصيلة B

$$P(B) = \frac{|B|}{|\Omega|} = \frac{C_{12}^6}{C_{20}^6} = \frac{924}{38760} = 0,024$$

④ احتمال على 6 أشخاص من بينهم شخص واحد من الفصيلة B

الحدث C: الحصول على 6 أشخاص من بينهم واحد من الفصيلة B

$$P(C) = \frac{|C|}{|\Omega|} = \frac{C_{12}^1 \times C_8^5}{C_{20}^6} = \frac{12 \times 56}{38760}$$

$$P(C) = 0,017$$

التمرين الرابع:

نلقي قطعة نقدية متوازنة ثلاث مرات على التوالي، نسجل F عند ظهور الصورة و P عند ظهور كتابة.

1- أكتب المجموعة الأساسية لعدد الحالات الممكنة؟

2- عبر عن الأحداث التالية من خلال مجموعات جزئية من المجموعة الأساسية:
A: الحصول على صورتين فقط. B: الحصول على صورتين على الأقل.

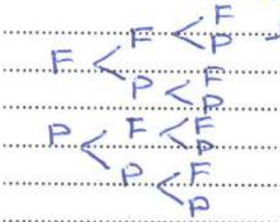
3- عبر بمجموعات عن الأحداث التالية: $\overline{A}, \overline{B}, A \cap B, A \cup B$

4- أحسب الاحتمالات التالية:

$$P(A \cup B), P(A \cap B), P(A), P(\bar{A}), P(B), P(\bar{B})$$

الحل:

① مجموعة الحالات الممكنة:



$\Omega = \{FFF, FFP, FPF, FPP, PFF, PFP, PPF, PPP\}$

② A: الحدث A: الحصول على صورتين:
$A = \{FFP, FPF, PFF\}$

B: الحدث B: الحصول على صورتين على الأقل.
$B = \{FFF, FFP, FPF, PFF\}$

③ $A \cup B = \{FFF, FFP, FPF, PFF\}$

$A \cap B = \{FFP, FPF, PFF\}$

$\bar{A} = \{FFF, FPP, PFP, PPF, PPP\}$

$\bar{B} = \{FPP, PFP, PPF, PPP\}$

④
- $P(A \cup B) = \frac{|A \cup B|}{|\Omega|} = \frac{4}{8} = 0,5$
- $P(A \cap B) = \frac{|A \cap B|}{|\Omega|} = \frac{3}{8} = 0,375$
- $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{3}{8} = 0,375$
- $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,375 = 0,625$
- $P(B) = \frac{|B|}{|\Omega|} = \frac{4}{8} = 0,5$
- $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,5 = 0,5$

التمرين الخامس:

فيما يلي التوزيع التكراري لعينة عشوائية حجمها 100 من خريجي كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير لجامعة الوادي، حسب التخصص ونوع المهنة:

المهنة / التخصص	قطاع حكومي A_1	قطاع خاص A_2	عمل حر A_3	$\sum$
ع التسيير B_1	15	5	10	30
ع تجارية B_2	8	17	10	35
ع اقتصادية B_3	12	10	13	35
$\sum$	35	32	33	100

فإذا اختير أحد الخريجين بطريقة عشوائية، أحسب احتمال:

1. أن يكون من خريجي قسم العلوم الاقتصادية ويعمل بالقطاع الخاص.
2. أن يكون ممن يعملون بالقطاع الحكومي أو من خريجي قسم العلوم تجارية.
3. أن يكون من خريجي قسم العلوم تجارية أو من خريجي قسم العلوم الاقتصادية.
4. إذا علم أن الفرد من خريجي قسم العلوم تجارية، فما احتمال أن يكون مما يعملون عملا حرا.

الحل:

1) احتمال أن يكون من خريجي العلوم الاقتصادية ويعمل بالقطاع الخاص:

$P(B_3 \cap A_2) = \frac{|B_3 \cap A_2|}{|\Omega|} = \frac{10}{100} = 0,1$

2) احتمال أن يكون ممن يعملون بالقطاع الحكومي أو من خريجي العلوم التجارية:

$P(A_1 \cup B_2) = P(A_1) + P(B_2) - P(A_1 \cap B_2)$

$= \frac{|A_1|}{|\Omega|} + \frac{|B_2|}{|\Omega|} - \frac{|A_1 \cap B_2|}{|\Omega|}$

$= \frac{35}{100} + \frac{35}{100} - \frac{8}{100} = 0,62$

3) احتمال أن يكون من خريجي العلوم التجارية أو من خريجي العلوم الاقتصادية:

$P(B_2 \cup B_3) = P(B_2) + P(B_3) - P(B_2 \cap B_3)$

$= \frac{|B_2|}{|\Omega|} + \frac{|B_3|}{|\Omega|} - \frac{|B_2 \cap B_3|}{|\Omega|}$

$= \frac{35}{100} + \frac{35}{100} - \frac{0}{100} = 0,7$

4) إذا علم أن الفرد من خريجي العلوم التجارية، فاحتمال أن يكون مما يعملون عملا حرا:

$P(A_3/B_2) = \frac{P(A_3 \cap B_2)}{P(B_2)}$

$= \frac{\frac{|A_3 \cap B_2|}{|\Omega|}}{\frac{|B_2|}{|\Omega|}} = \frac{10/100}{35/100} = \frac{10}{35}$

$P(A_3/B_2) = 0,28$

التمرين السادس:

في كلية العلوم الاقتصادية وجد أن نسبة النجاح في مادة الرياضيات هي 85% وفي مادة الإحصاء هي 75% كما وجد أن نسبة النجاح بالنسبة للمادتين 70%.

1) أحسب احتمال أن يكون طالب ما ناجحا في الإحصاء علما أنه ناجح في الرياضيات؟
2) أحسب احتمال أن يكون طالب ما ناجحا في الرياضيات علما أنه ناجح في الإحصاء؟
3) أحسب احتمال أن يكون طالب ما ناجحا في الإحصاء أو في الرياضيات أو في المادتين معا؟
4) أحسب احتمال أن يكون طالب راسب في كلا المادتين معا؟
5) أحسب احتمال أن يكون طالب ناجحا في إحدى المادتين و راسب في الأخرى؟

نعرف:

الحدث A: النجاح في الرياضيات حيث $P(A) = 0,85$

الحدث B: النجاح في الإحصاء حيث $P(B) = 0,75$

كما أن النجاح في كلا المادتين $(A \cap B)$ حيث: $P(A \cap B) = 0,7$

1) حساب احتمال أن طالب ما ناجحا في الإحصاء علما أنه ناجح في الرياضيات:

$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,7}{0,85} = 0,823$

2) حساب احتمال أن طالب ما ناجحا في الرياضيات علما أنه ناجح في الإحصاء:

$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,7}{0,75} = 0,933$

3) حساب احتمال أن طالب ما ناجح في الرياضيات أو الإحصاء أو كلاهما معا:

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= 0,85 + 0,75 - 0,7 = 0,9$

4) احتمال أن يكون طالب راسب في كلا المادتين:

$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0,9 = 0,1$

5) احتمال أن يكون طالب ناجح في إحدى المادتين وراسب في الأخرى:

$P(A \text{ et } \bar{B} \text{ ou } \bar{A} \text{ et } B) = 1 - [P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap \bar{B})]$

$= 1 - (0,7 + 0,1)$

$= 0,2$

التمرين السابع:

ترغب شركة إعلامية في شراء حقوق البث التلفزيوني للألعاب الأولمبية، وترتبط حظوظها في الحصول على العقد بالمدينة التي ستحظى بتنظيم الألعاب. هناك ثلاث مدن متنافسة على احتضان الألعاب حظوظها كالتالي: المدينة (A): 0.4 المدينة (B): 0.3، المدينة (C): 0.3.

- في حالة احتضان المدينة (A) فاحتمال الحصول على العقد قدر بـ 0.2.
- في حالة احتضان المدينة (B) فاحتمال الحصول على العقد قدر بـ 0.6.
- في حالة احتضان المدينة (C) فاحتمال الحصول على العقد قدر بـ 0.5.

– أحسب احتمال حصول الشركة الإعلامية على حقوق البث التلفزيوني؟

الحل:

حساب احتمال حصول الشركة الاعلامية على حقوق البث التلفزيوني:

نرمز بـ:

- الحدث H: حصول الشركة الاعلامية على العقد أو على حقوق البث التلفزيوني
- الحدث A: فوز المدينة A باحتضان الألعاب حيث $P(A)=0,4$
- الحدث B: فوز المدينة B باحتضان الألعاب حيث $P(B)=0,3$
- الحدث C: فوز المدينة C باحتضان الألعاب حيث $P(C)=0,3$
- في حالة احتضان المدينة A، احتمال الحصول على العقد هو $P(H/A)=0,2$
- في حالة احتضان المدينة B، احتمال الحصول على العقد هو $P(H/B)=0,6$
- في حالة احتضان المدينة C، احتمال الحصول على العقد هو $P(H/C)=0,5$

$$P(H)=P(H \text{ et } A \text{ ou } H \text{ et } B \text{ ou } H \text{ et } C)$$

$$=P(H\cap A)+P(H\cap B)+P(H\cap C)$$

$$=P(H/A)\cdot P(A)+P(H/B)\cdot P(B)+P(H/C)\cdot P(C)$$

$$=(0,2\times 0,4)+(0,6\times 0,3)+(0,5\times 0,3)$$

$$=0,41$$

جامعة الوادي

كلية العلوم الإقتصادية و التجارية و علوم التسيير

السنة أولى ل.م.د

سلسلة تمارين رقم (2): المتغيرات العشوائية والتوزيعات الاحتمالية

التمرين الأول:

قناصان يرمي كل واحد منهما طلقة على هدف، الأول يصيب الهدف باحتمال قدره 0.45 والثاني يصيبه باحتمال قدره 0.7 ، وليكن لدينا المتغيرين العشوائين X: الذي يمثل عدد المرات التي يصيب فيها الهدف من طرف القناص الأول، و Y : يمثل عدد المرات التي يصيب فيها الهدف من طرف للقناص الثاني.

المطلوب:

1) أوجد التوزيع الاحتمالي لكل من X و Y .
2) ليكن لدينا $Z = X - Y$ أوجد قيم المتغير Z ، ثم اوجد دالة الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي Z، ومثلها بيانيا.
3) أوجد دالة التوزيع للمتغير العشوائي Z ومثله بيانياً.
4) أحسب التوقع الرياضي و الانحراف المعياري للمتغير العشوائي Z.

التمرين الثاني:

في صندوق توجد سبع قاروات ماء معدني منها أربع زجاجات من نوع إفري (I) والباقي ماء سعيدة (S)، سحبنا قارورتين من الصندوق بطريقة عشوائية، لنفترض أن X متغير عشوائي يدل على عدد القارورات من نوع إفري المسحوبة.

المطلوب:

1) أوجد دالة الكثافة الاحتمالية لـX، ومثلها بيانياً ؟
2) أوجد دالة التوزيع الاحتمالي $F(X)$ ومثلها بيانياً ؟
3) ما هو إحتمال أن نسحب قارورة إفري على الأقل ؟
4) أحسب التوقع الرياضي و الانحراف المعياري للمتغير العشوائيX ؟

التمرين الثالث:

إذا كانت نسبة الوحدات المعيبة في انتاج نوع من المصابيح الكهربائية هي 0.01، بفرض أننا سحبنا عينة عشوائية من عشرة مصابيح، و أن المتغير X هو عدد المصابيح المعيبة المسحوبة.

المطلوب:

1) ايجاد قانون التوزيع الاحتمالي للمتغير. X ؟
2) أحسب احتمال الحصول على مصباح واحد معيب ؟
3) أحسب احتمال الحصول على مصباح معيب على الأكثر ؟
4) أوجد العدد المتوقع للمصابيح المعيبة في العينة ؟

التمرين الرابع:

لتكن X متغيرة عشوائية دالة كثافتها معرفة كما يلي:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ cx & 0 \le x < 2 \\ 0 & x \ge 2 \end{cases}$$

أحسب c، $F(X)$، $E(X)$، $V(X)$ ، $P(1/2 < X \le 3/2)$، $P(X > 1)$.

التمرين الخامس:

لتكن دالة التوزيع المعرفة كما يلي:

$$F(X) = \begin{cases} 1 & x \ge 3 \\ cx^3 & 0 \le x < 3 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

أحسب $f(x)$، c، $P(X < 1)$، $P(1 < X \le 2)$.

التمرين السادس:

إذا كان الدخل السنوي للأسر في أحد مناطق يتبع توزيع طبيعي متوسطه 20 ألف دينار، وتباينه 900 دينار.

المطلوب:

1- كتابة قيمة معالم التوزيع الاحتمالي للدخل السنوي.
2- كتابة شكل دالة الكثافة الاحتمالية.
3- ما هي نسبة الأسر التي يقل دخلها عن 15 ألف دينار.
4- ما هي قيمة دخل الأسرة ذات نسبة 0.975 ؟