الإجابة النموذجية للتمرينين 3 و 4 من السلسلة 2

التمرين 1:

-1- إذا رمزنا لمجموعة الخطر الضعيف بـ A ، مجموعة الخطر المتوسط بـ B و مجموعة الخطر العالي بـ C.

حسب معطيات التمرين يمكننا أن نرمز لنسب هذه المجموعات على الترتيب بـ:

. $p(A)=0.2$ **(إحتمال الحدث A) ،** $p(B)=0.5$ **(إحتمال الحدث B) و** $p(C)=0.3$ **(إحتمال الحدث C).**

أما إذا رمزنا لنسبة الاشخاص الذين يقع لهم حادث خلال سنة "وهو المطلوب إيجاده" بـ:

$p(E)$ **و هو إحتمال الحدث E أي إحتمال وقوع حادث لأحد الاشخاص من المجموعات A ،B وC مجتمعة "المجموعة الشاملة" خلال سنة.**

إذن حسب نص التمرين نجد أن:

$p_A(E)=0.05$ **هو إحتمال الحدث E بالنسبة للحدث A**

$p_B(E)=0.15$ **هو إحتمال الحدث E بالنسبة للحدث B**

$p_C(E)=0.30$ **هو إحتمال الحدث E بالنسبة للحدث C**

و بما أن المجموعات A ،B وC منفصلة مثنى مثنى وإتحادها يعطينا النسبة الكاملة "100%" فإنه يمكن تطبيق القاعدة الكلية للإحتمالات و نكتب :

$$p(E)=p_A(E)p(A)+p_B(E)p(B)+p_C(E)p(C)$$
$$=0,05\times0,2+0,15\times0,5+0,3\times0,3$$
$$=0,175$$

ومنه النسبة المطلوبة هي 17,5%

-2-السؤال الثاني هوطلب تعيين إحتمال وقوع حادث لشخص من المجموعة A إذا تأكدنا أنه من المجموعة الشاملة إذا هو تعيين الإحتمال الشرطي للحدث A بالنسبة للحدث E و نرمز له بـ: $p_E(A)$

حسب تعريف الاحتمال الشرطي لدينا:

$$p_E(A)=\frac{p(A\cap E)}{p(E)}=\frac{p_A(E)p(A)}{p(E)}=\frac{0,05\times0,2}{0,175}=0,057$$

وهو المطلوب .

التمرين 2:

-1- إحتمال أن يكون للمسافرين إتجهات مختلفة:
إذا ترجمنا هذا الحدث إلى لغة المجموعات بالمجموعة A فإن عناصر هذه المجموعة تنتمي إلى الجداء الديكارتي $A_1 \times A_2 \times A_3$ بحيث A_1 ، A_2، و A_3 ترمز إلى مجموعات المسافرين الذين يتجهون نحو المحطات B،C و D على الترتيب.
ومنه فإن إحتمال الحدث A يساوي،

$$p(A) = \frac{card\,(A)}{card\,(\Omega)} = \frac{card\,(A_1) \times card\,(A_2) \times card\,(A_3)}{card\,(\Omega)}$$

$$= \frac{C_7^1 \times C_5^1 \times C_4^1}{C_{16}^3} = \frac{1}{4}$$

-2- إحتمال أن يكون إتجاه مسافرواحد على الأقل نحو المحطة B:
توجد طريقتين للإجابة عن هذا التمرين ،
أولا عندما نعتبر هذا الحدث :

E : أن يكون إتجاه مسافر نحو B ، مسافر نحوC و مسافر نحوD أو إتجاه مسافرين نحوB ومسافرواحد نحو C و D أو إتجاه 3 مسافرين نحو B.
فيكون إحتمال الحدث E هو،

$$p(E) = \frac{card\,(E)}{card\,(\Omega)} = \frac{C_4^1 \times C_5^1 \times C_7^1 + C_9^1 \times C_7^2 + C_7^3}{C_{16}^3} = \frac{17}{20}$$

ثانيا عندما نعتبر الحدث العكسي :

$\overline{E}$: أن لا يتجه أي مسافر نحو المحطة B أي أن المسافرين الثلاث يتوجهون فقط نحو C و D . فنجد :

$$p(\overline{E})=\frac{C_9^3}{C_{16}^3}=\frac{3}{20}$$

ومنه نحصل على:

$$p(E)=1-p(\overline{E})=1-\frac{3}{20}=\frac{17}{20}$$

-3- <u>إحتمال أن يكون إتجاه المسافرين الثلاث نحو المحطة B إذا علمنا أنهم يتوجهون نحو نفس المحطة:</u>

إذا عتبرنا الحدثين ،

F: المسافرين الثلاث يتوجهون نحو B .
G: المسافرين الثلاث يتوجهون نحو نفس المحطة.
فإن الجواب على هذا السؤال يكون كما يلي :

$$p_G(F)=\frac{p(F\cap G)}{p(G)}=\frac{p(F)}{p(G)}$$

لأن : $F\subset G$

ومنه

$$p_G(F)=\frac{\dfrac{C_7^3}{C_{16}^3}}{\dfrac{C_7^3+C_5^3+C_4^3}{C_{16}^3}}=\frac{C_7^3}{C_7^3+C_5^3+C_4^3}=\frac{5}{7}$$

وهو المطلوب.