الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
Ministère de l'Enseignement Supérieure et de la Recherche Scientifique
جامعة الشهيد حمه لخضر – الوادي –
Université Echahid Hamma Lakhdar El Oued
كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير
Faculte des Sciences Economiques Et Commerciales et Sciences de Gestion

محاضرات في الاقتصاد الجزئي 2

لطلبة سنة أولى ل م د

إعداد :
د . عبد الله عياشي
أستاذ محاضر صنف أ

الموسم الجامعي 2019 / 2020

الفهرس

	الفصل الأول نظـرية سلوك المنتج	
	مفهوم الإنتاج	
	عناصر الإنتاج	
	دالة الإنتاج	
	دالة الإنتاج في المدى الطويل	
	مفهوم الفترة الزمنية الطويلة (المدى الطويل)	
	الفرضيات التي تقوم عليها دالة الإنتاج في المدى الطويل	
	جدول الناتج المتساوي	
	منحنى الناتج المتساوي	
	خريطة الناتج المتساوي	
	المعدل الحدي للإحلال الفني (التقني)	
	خصائص منحنى الناتج المتساوي	
	حالات خاصة لمنحنيات الناتج المتساوي	
	خط التكلفة المتساوية	
	فضاء التكلفة المتساوية	
	تغير خط التكلفة المتساوية	
	التغير في التكلفة المخصصة للإنفاق	
	التغير في أسعار عناصر الإنتاج	
	العلاقة بين المعدل الحدي للإحلال الفني $MRST$ **والإنتاج الحدي** $MP_{(L,K)}$	
	توازن المنتج	
	توازن المنتج بيانيا	
	توازن المنتج رياضيا	
	توازن المنتج رياضيا باستخدام شرط التوازن	
	توازن المنتج رياضيا باستخدام طريقة لاغرانج	
	توازن المنتج باستخدام طريقة التعويض	
	أثر التغير في ميزانية (تكلفة) الإنفاق على توازن المنتج	
	منحنى توسع الإنتاج (مسار التوسع	
	أثر التغير في سعر إحدى عناصر الإنتاج على توازن المنتج	
	منحنى توسع الإنتاج المرتبط بالعمل L	
	منحنى توسع الإنتاج المرتبط برأس المال K	
	منحنى طلب على عناصر الإنتاج	
	أثر الإحلال وأثر الإنتاج	
	أثر الإحلال	
	أثر الإنتاج	

	تجانس دوال الإنتاج	
	طبيعة غلة الإنتاج (غلة الحجم)	
	تزايد غلة الحجم	
	ثبات غلة الحجم	
	تناقص غلة الحجم	
	مرونة الإنتاج	
	مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل E_{TPL}	
	مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال E_{TPK}	
	العلاقة بين المعدل الحدي للإحلال الفني والمرونات الجزئية لعناصر الإنتاج	
	دالة الإنتاج لكوب دوغلاس	
	خواص دوال الإنتاج من نوع كوب دوغلاس	
	تجانس دوال الإنتاج من نوع كوب دوغلاس	
	طبيعة غلة الحجم لدوال الإنتاج من نوع كوب دوغلاس	
	الإنتاج الحدي والمتوسط لعناصر الإنتاج لدوال من نوع كوب دوغلاس	
	المرونات الجزئية لعناصر الإنتاج لدوال من نوع كوب دوغلاس	
	مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل E_{TPL}	
	مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال E_{TPL}	
	المعدل الحدي للإحلال الفني لدوال الإنتاج من نوع كوب دوغلاس	
	الفصل الثاني نظـرية العرض والمرونات	
	نظرية العرض	
	مفهوم العرض	
	محددات العرض	
	العوامل والمحددات الكمية	
	العوامل والمحددات النوعية	
	دالة العرض	
	دالة العرض السعرية	
	قانون العرض	
	جدول العرض	
	منحنى العرض	
	التغير في العرض والتغير في الكمية المعروضة	
	العرض الكلي (العرض السوق)	
	حالات خاصة لقانون العرض	
	مرونات العرض	
	مفهوم المرونة	
	مفهوم مرونة العرض	

	مرونة العرض السعرية	
	العوامل المؤثرة (المحددة) في مرونة العرض السعرية	
	أهمية حساب معامل مرونة العرض	

الفصل الأول: نظـرية الإنتاج في المدى الطويل

مقدمة

لقد ناقشنا في السداسي السابق (الأول) نظرية سلوك المستهلك، ولاحظنا كيف يتم تحديد الوضع التوازني للمستهلك والتي تتمثل في الحصول على أعظم إشباع ممكن استنادا إلى قدرته النقدية المحدودة وأسعار السلع السائدة في السوق، وذلك من خلال اعتماد على أسلوب المنفعة الحدية أو أسلوب منحنيات السواء، لذلك يمكن القول أن تلك النظرية كانت بمثابة توضيح أكثر عمقا لنظرية العرض وبالتالي لمنحنى العرض الذي ما هو إلا تعبير عن سلوك المستهلك.

أما في هذه النظرية سوف نحاول التعرض بشيء من التفصيل لسلوك المنتج الذي يجد انعكاساتها في منحنى العرض، والذي هدفه الأساسي هو الحصول على أقصى ربح.

I-3- مفهوم الإنتاج

يقصد بالإنتاج العملية التي يتم من خلالها تحويل واستخدام المدخلات (عناصر ومستلزمات الإنتاج) إلى مخرجات (سلع وخدمات) المرغوبة.

كما يعتبر الإنتاج أيضا خلق المنفعة أو زيادتها، وقد تتخذ المنفعة أشكالا متعددة كالمنفعة الشكلية أو الزمانية أو المكانية أو التملكية، وهذا يعني أن مفهوم الإنتاج لا يقتصر على إنتاج السلع المادية المختلفة والتي تستخدم لإشباع الحاجات البشرية، بل يمتد ليشمل العديد من الخدمات الأخرى التي تتصل بالإنتاج، وقد تعارف الاقتصاديون على إطلاق كلمة الإنتاج على :

- تلك العمليات التي تعمل على تحويل بعض المواد الأولية والخامات والمواد نصف المصنعة والغير قابلة لإشباع الحاجات البشرية إلى سلع قابلة لإشباع الحاجات البشرية من خلال التغير في شكلها أو تركيبها، فان هذا التغير يعتبر نوع من الإنتاج والذي يطلق عليها المنفعة الشكلية.
- تلك العمليات التي تعمل على نقل تلك السلع إلى مناطق تواجد المستهلكين، وهنا يتطلب نقلها من مناطق التي تقل فيها منفعته إلى مناطق تزيد فيها المنفعة دون المساس بشكلها، لذا فان خدمة النقل تعتبر نوع من الإنتاج وهذا ما يطلق عليه بالمنفعة المكانية.
- تلك العمليات التي تعمل على تخزين السلع، حيث يضيف التخزين منفعة إلى السلعة من خلال الاحتفاظ بها إلى حين الحاجة إليها، وقد يقتضي التخزين بعض العمليات الشكلية ولكن تظل محتفظة بمادتها الأصلية، فيطلق عليها بالمنفعة الزمنية مثل الاحتفاظ بالفواكه والخضر عن طريق التبريد أو الاحتفاظ بمياه الأمطار عن طريق الخزانات والسدود.

- تلك العمليات التي تعمل على الخدمات التي من شأنها عملية التبادل، فالتبادل من شأنه أن تزيد من المنفعة، والمنفعة التي تنتج عن هذه الطريقة يطلق عليها المنفعة التملكية، بحيث يعتبر هذا الإنتاج هو إنتاج غير مادي (لم يكن في صورة مادية) مثل أصحاب المواهب العقلية كالمهندس والمدرس والطبيب والمحامي.

وعلى هذا الأساس يمكن القول بأن الإنتاج هو عبارة عن أي نشاط يساهم بصورة مباشرة أو غير مباشرة في إشباع حاجة سواء كانت مادية أو معنوية يعد إنتاجها بالمنى الاقتصادي، لذا فان الإنتاج يطلق على كل نشاط يساعد في خلق منفعة أو زيادتها بشكل سلعة أو خدمة معينة.

I-3- عناصر الإنتاج

يمكن التمييز بين أربعة عناصر أساسية للإنتاج والتي لا بد منها في أي عملية إنتاجية من أجل إنتاج ناتج معين، وهذه العناصر هي:

- **العمل :** يعتبر العمل من أهم عوامل الإنتاج اللازمة للعملية الإنتاجية سواء كان ذلك العمل ذهنيا أو عضليا، وما يميز العمل عن عوامل الإنتاج الأخرى كونه يرتبط بالعمل ولا يمكن فصله عنه كما لا يمكن تخزينه، والعائد الذي يحصل عليه من العمل يسمى الأجر.

- **رأس المال :** يطلق الاقتصاديون مصطلح رأس المال على الأصول الإنتاجية الحقيقية المتاحة للمجتمع في لحظة زمنية معينة، وعليه فإن رأس المال يتكون من كل أنواع الثروة الحقيقية التي يملكها المجتمع في وقت معين والتي لا يستخدمها في الاستهلاك المباشر وإنما يخصصها لإنتاج ثروة أخرى، ويمكن أن نميز بين نوعين من رأس المال منها النقدي والعيني أو الحقيقي، كما يصنف أيضا إلى رأس مال ثابت وآخر متغير، والعائد الذي يحصل عليه من رأس المال يسمى الفائدة.

- **الأرض :** يطلق مصطلح الأرض على الأراضي الزراعية والأراضي التي تستخدم لأغراض البناء والاستخدامات الأخرى، كما تتضمن الأرض ليس ما يوجد على سطحها فقط وإنما ما هو موجود في باطنه من ثروات كالنفط والنحاس والحديد والفوسفات، وتتميز ببعض الصفات عن باقي عناصر الإنتاج الأخرى، حيث تتميز بصعوبة زيادة عرضها واختلافها من حيث درجة الخصوبة والثروات المجموعة في باطنها، إضافة إلى عدم إمكانية نقلها، وكذا أهمية الاختلافات في الموقع، والعائد الذي يحصل عليه من الأرض يسمى الريع.

- **التنظيم :** إن مهمة عنصر التنظيم هو مزج عناصر الإنتاج بتلك النسبة التي تحقق هدف المنتج والذي يتمثل في الحصول على أقصى ربح ممكن والذي يعتبر المحفز الأساسي في اختيار السلع والخدمات التي يقوم المنظم بإنتاجها والذي يتحدد في الفرق بين الإيرادات والتكاليف، لذا فان مهمة المنظم تتمثل في توليف عناصر الإنتاج بذلك الشكل الذي نكون فيه

التكاليف بأدنى حد ممكن، وبصورة عامة يمكن القول بان للمنظم دور فعال في العملية الإنتاجية باعتبارها المسؤول عن إيجاد التوليفة من عناصر الإنتاج التي تحقق هدف المنتج، والعائد الذي يحصل عليه من التنظيم يسمى الربح.

I-3- دالة الإنتاج

تعرف دالة الإنتاج بأنها العلاقة المادية أو الكمية الموجودة بين مستلزمات أو عناصر الإنتاج التي تستخدمها المؤسسة وبين المنتجات من السلع والخدمات التي تنتجها خلال فترة زمنية محددة، وتكون المنتجات تابعة لعناصر الإنتاج المستخدمة تتغير تبعا لتغيرها ، وبذلك تكتب دالة الإنتاج رياضيا على الشكل التالي : $TP,Q = f(K,L,T.....)$ ،

حيث : TP أو Q : الكمية الإنتاج من سلعة معينة. K: رأس المال. L: العمل. T: الأرض.

وفي الحقيقة بأن هناك دوال إنتاج مختلفة منها دوال إنتاج ثابتة تعتمد على تغيير عنصر واحد من عناصر الإنتاج مع بقاء العناصر الأخرى ثابتة، زمنها دوال إنتاج متغيرة تعتمد على تغيير جميع عناصر الإنتاج في آن واحد وبنسب مختلفة، ومنها ما هي دوال إنتاج متزايدة وأخرى متناقصة، وكل ذلك يعتمد على طبيعة التوليفة بين عناصر الإنتاج المستخدمة في العملية الإنتاجية.

III- دالة الإنتاج في المدى الطويل

III-1- مفهوم الفترة الزمنية الطويلة (المدى الطويل)

يعرف المدى الطويل بالفترة الزمنية التي تستطيع فيها المؤسسة من تغيير جميع عناصر الإنتاج العمل ورأس المال والأرض.....، بمعنى أن جميع عناصر الإنتاج متغيرة، ولغرض التبسيط سوف نفترض وجود عنصرين فقط من عناصر الإنتاج وهما عنصري العمل L ورأس المال K ، وبالتالي تكتب دالة الإنتاج في المدى الطويل على الصيغة الرياضية التالية : $TP,Q = f(L,K)$ أو وبالتالي تصبح دالة الإنتاج في المدى الطويل دالة تابعة لعدة متغيرات، وهنا ما يحكم دالة الإنتاج ما يسمى **بقانون غلة الحجم**.

حيث : TP : تدل على حجم الإنتاج . L : تدل على القيمة العمل . K : تدل على القيمة رأس المال.

III-2- الفرضيات التي تقوم عليها دالة الإنتاج في المدى الطويل

- أن تكون كمية الإنتاج خلال فترة زمنية محددة.
- تجانس عناصر الإنتاج لاستبعاد مشكلة قياس خدمات عناصر الإنتاج المستخدمة.
- ثبات مستوى القدرة الإنتاجية خلال فترة العملية الإنتاجية.
- ثبات مستوى المعرفة الفنية.

- ثبات كل عناصر الإنتاج ما عدا العمل ورأس المال.

III-3- جدول الناتج المتساوي

وهو عبارة عن جدول يوضح فيه مختلف التركيبات والثنائيات السلعية (L,K) والتي تعطي نفس مستوى الناتج الكلي TP_0.

مثال : لتكن لدينا دالة الإنتاج الكلي التالية : $TP = K * L$

المطلوب : - حدد مختلف التركيبات والثنائيات السلعية (L,K)والتي تعطي منفعة قدرها $TP_0 = 100$؟

الحل :

تحديد مختلف التركيبات والثنائيات السلعية (L,K)والتي تعطي منفعة قدرها $TP_0 = 100$

لدينا : $TP = K * L \Leftrightarrow L = \frac{TP}{K} = \frac{100}{K}$ وبهذا نجد

L	100	50	25	20	10	5	4	2	1
K	1	2	4	5	10	20	25	50	100

III-4- منحنى الناتج المتساوي

وهو عبارة عن التمثيل البياني لمختلف التركيبات والثنائيات المختلفة من عناصر الإنتاج (L,K) والتي تعطي نفس مقدار الإنتاج الكلي TP_0.

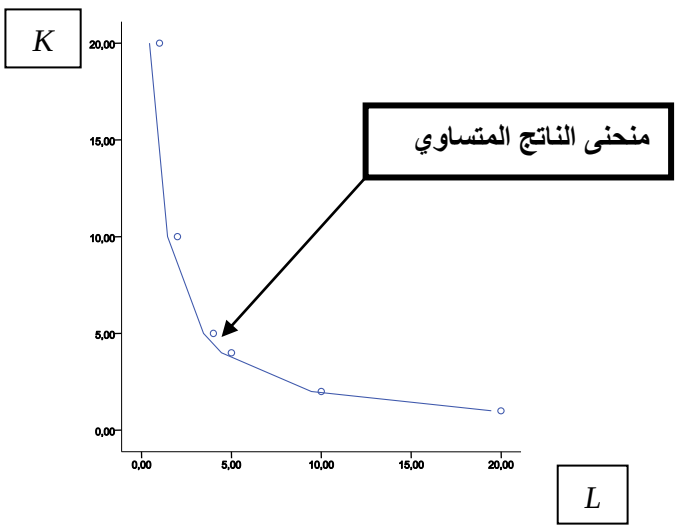
مثال : ليكن لدينا الجدول الناتج المتساوي التالي والذي يوضع لنا مختلف التركيبات السلعية والتي تعطي نفس مستوى الإنتاج.

L	100	50	25	20	10	5	4	2	1
K	1	2	4	5	10	20	25	50	100

المطلوب : - مثل (منحنى الناتج المتساوي) مختلف التركيبات والثنائيات السلعية (L,K)؟

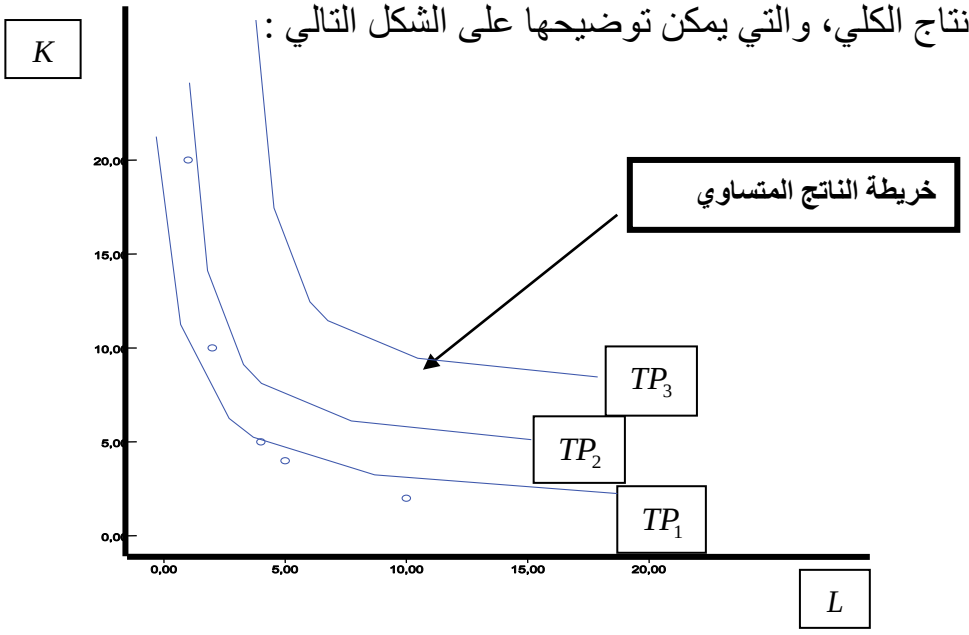
الحل :

التمثيل البياني (لمنحنى الناتج المتساوي) لمختلف التركيبات والثنائيات السلعية (L,K)



III-5- خريطة الناتج المتساوي

مجموعة من منحنيات الناتج المتساوي التي تمثل المستويات المختلفة من الإنتاج، حيث كل منحنى يعبر عن مستوى واحد من الإنتاج، وكلما تتوجه إلى الأعلى يزداد مقدار الإنتاج الكلي، والتي يمكن توضيحها على الشكل التالي :



III-6- المعدل الحدي للإحلال الفني (التقني)

وهو عبارة عن مقدار التخلي أو التنازل عن وحدات معينة من عنصر الإنتاج الأول L أو K مقابل استخدام وحدة إضافية من عنصر الإنتاج الثاني K أو L مع الحفاظ على نفس مستوى الإنتاج الكلي، ورياضيا هو عبارة عن ميل منحنى الناتج المتساوي، ويمكن حسابه كما يلي :

$$\text{العدل الحدي للإحلال الفني } (L \text{ تحل محل } K) = \frac{\text{عدد الوحدات المتنازل عليها من عنصر الإنتاج K}}{\text{عدد الوحدات المكتسبة من عنصر الإنتاج L}}$$

$$\text{العدل الحدي للإحلال الفني } (K \text{ تحل محل } L) = \frac{\text{عدد الوحدات المتنازل عليها من عنصر الإنتاج L}}{\text{عدد الوحدات المكتسبة من عنصر الإنتاج K}}$$

أي : $MRST_{L/K} = -\frac{\Delta K}{\Delta L}$ أو $MRST_{K/L} = -\frac{\Delta L}{\Delta K}$

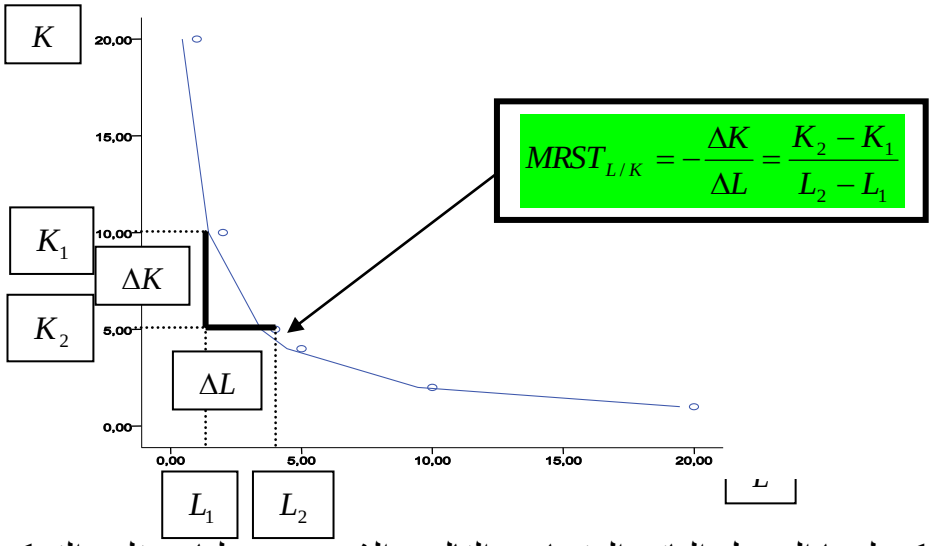
ونميز حالتين :

إذا كانت الكميات معطاة على شكل قيم متقطعة (جدولية) : $MRST_{L/K} = -\frac{\Delta K}{\Delta L} = \frac{K_2 - K_1}{L_2 - L_1}$

أما إذا كانت الكميات عبارة عن دالة مستمرة (دالة الانتاج) بين المتغيرين، فهي مشتق هذه دالة :

$MRST_{L/K} = -\frac{\partial K}{\partial L} = \left(\frac{\partial g(L)}{\partial L}\right)$ حيث : $TP_0 = f(L,K) \Rightarrow K = g(L)$

والتي يمكن تحديدها من خلال الشكل التالي :



مثال : ليكن لدينا الجدول الناتج المتساوي التالي والذي يوضع لنا مختلف التركيبات لعناصر الإنتاج والتي تعطي نفس مستوى الإنتاج.

L	10	20	40	50	100	200
K	200	100	50	40	20	10

المطلوب : حدد قيم المعدل الحدي للإحلال الفني (التقني) عند مختلف التركيبات لعناصر الإنتاج (K,L)من الأعلى ومن الأسفل؟ وماذا تستنتج ؟

الحل :

- تحديد قيم المعدل الحدي للإحلال الفني (التقني) عند مختلف التركيبات لعناصر الإنتاج (K,L)من الأعلى ومن الأسفل:

- تحديد قيم المعدل الحدي للإحلال الفني (التقني) من الأعلى $MRST_{L/K}$

$$MRST_{L/K} = -\frac{\Delta K}{\Delta L} \Rightarrow MRST_{(L/K)2} = -\frac{K_2 - K_1}{L_2 - L_1} = -\frac{100-200}{20-10} = -\frac{100}{10} = -10$$

$$MRST_{(L/K)3} = -\frac{K_2 - K_1}{L_2 - L_1} = -\frac{50-100}{40-20} = -\frac{50}{20} = -\frac{5}{2}$$

$$MRST_{(L/K)4} = -\frac{K_2 - K_1}{L_2 - L_1} = -\frac{40-50}{50-40} = \frac{-10}{10} = -1$$

$$MRST_{(L/K)5} = -\frac{K_2 - K_1}{K_2 - K_1} = -\frac{20-40}{100-50} = -\frac{20}{50} = -\frac{2}{5}$$

$$MRST_{(L/K)6} = -\frac{K_2 - K_1}{L_2 - L_1} = -\frac{10-20}{200-100} = -\frac{10}{100} = -\frac{1}{10}$$

ويمكن تلخصيها في الجدول التالي :

L	10	20	40	50	100	200
K	200	100	50	40	20	10
$MRST_{L/K} = \left\|-\frac{\Delta K}{\Delta L}\right\|$	/	10	$\frac{5}{2}$	1	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{10}$
$MRST_{K/L} = \left\|-\frac{\Delta L}{\Delta K}\right\|$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{5}$	1	$\frac{5}{2}$	10	/

- تحديد قيم المعدل الحدي للإحلال الفني من الأسفل : $MRST_{K/L}$

$$MRS_{K/L} = -\frac{\Delta L}{\Delta K} \Rightarrow MRST_{(K/L)2} = -\frac{L_2 - L_1}{K_2 - K_1} = -\frac{100-200}{20-10} = -\frac{100}{10} = -10$$

وبنفس الخطوات نجد بقية الحالات كما هي موضحة في الجدول أعلاه.

الاستنتاج :

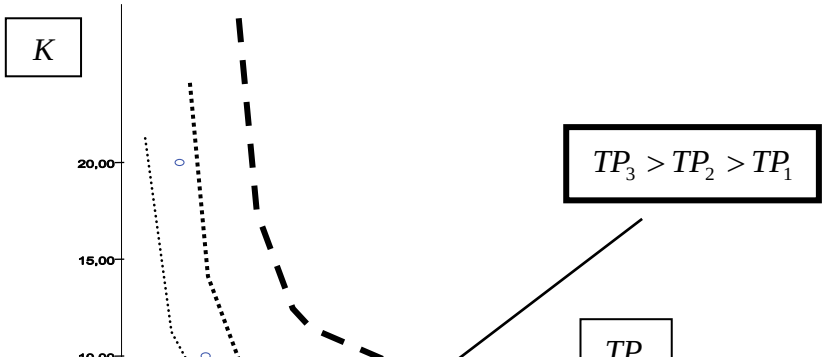
من خلال الجدول أعلاه يمكن استنتاج بأن قيمة المعدل الحدي للإحلال الفني تكون مختلفة بين الثنائيتين عند حسابها من الأعلى والأسفل، بمعنى أنه $MRST_{L/K} \neq MRST_{K/L}$

III-7- خصائص منحنى الناتج المتساوي

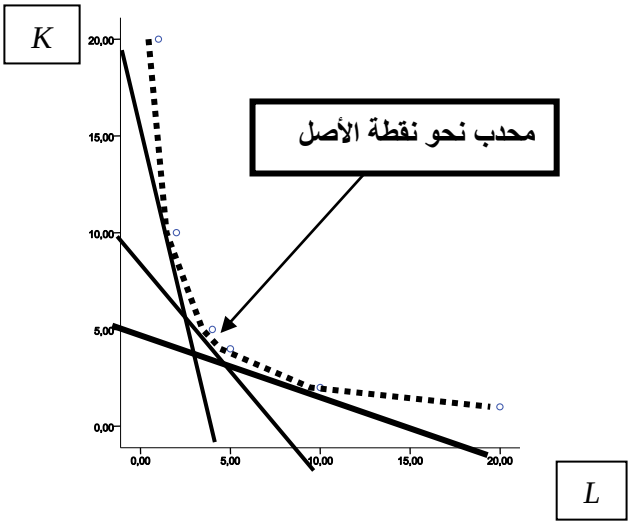
تتميز منحنيات الناتج المتساوي بمجموعة من الخصائص منها :

1- منحنيات الناتج المتساوي تنحدر من الأعلى إلى الأسفل ومن اليسار إلى اليمين، هذا ما يدل على أن ميل منحنى الناتج المتساوي سالب.

2- تزداد قيمة الإنتاج الكلي بالنسبة للمنتج كلما ابتعدت منحنيات الناتج المتساوي عن نقطة الأصل (كلما كان منحنى الناتج المتساوي أعلى وفي يمين خريطة الناتج المتساوي كلما كانت التوليفات من عناصر الإنتاج والتي بدورها تحدد أكبر إنتاج).



3- منحنيات الناتج المتساوي محدبة نحو نقطة الأصل، وهذا يعني بأن منحنى الناتج المتساوي يقع دوما فوق مماسه عند أي نقطة منه، وهو راجع إلى سبب تناقص المعدل الحدي للإحلال الفني $MRST$، وهذا يدل على تزايد الكميات التي يلزم الحصول عليها من إحدى عناصر الإنتاج مقابل التنازل على وحدات متتالية من العنصر الآخر مع الحفاظ على نفس مستوى الإنتاج.

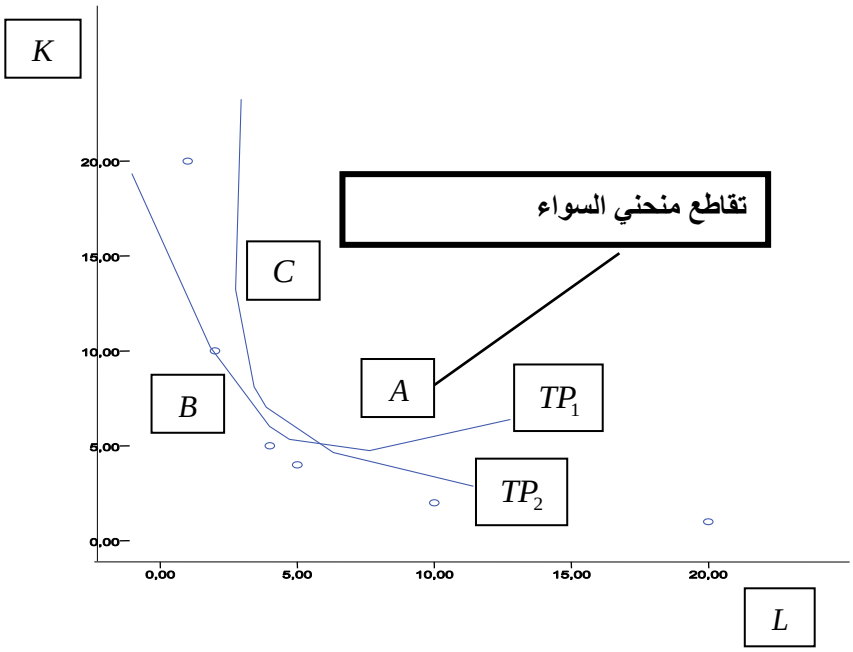


4- منحنيات الناتج المتساوي لا تتقاطع فيما بينها، بحيث أنه لو تقاطعت منحنيات الناتج المتساوي سوف يترتب عليها نتائج غير منطقية، ولإثبات ذلك نفترض أنه لدينا منحنين مختلفين للناتج المتساوي (TP_2, TP_1) أي ليس لهما نفس قيمة الإنتاج $(TP_2 \neq TP_1)$ ويتقاطعان في النقطة A.

لو نفترض أن النقطة B تقع على منحنى الناتج المتساوي(TP_1) هذا يعني أن A و B لهما نفس مستوى الإنتاج.....(1).

في حين نفترض أن النقطة C تقع على منحنى الناتج المتساوي(TP_2) هذا يعني أن A و C لهما نفس مستوى الإنتاج،.....(2).

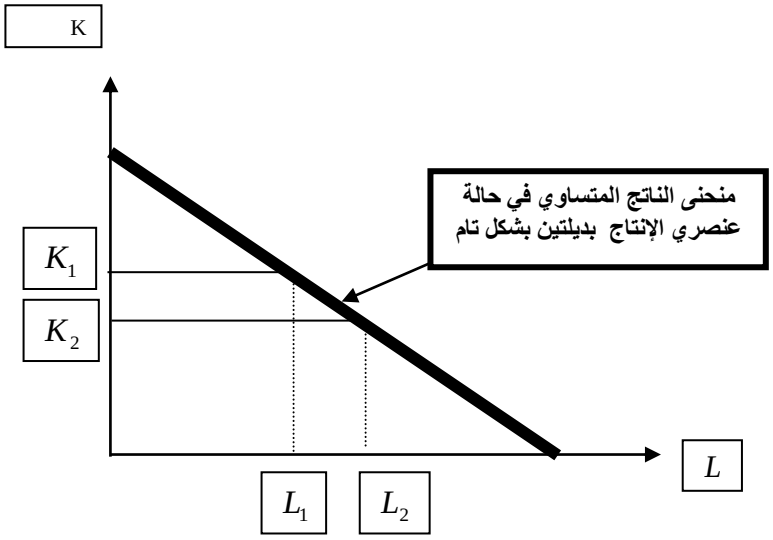
فمن(1)و(2) نستنتج أن B و C لهما نفس مستوى الإنتاج ولكن النقطتين B و C ينتميان إلى منحنين مختلفين للناتج المتساوي، وهنا نجد نتيجة غير منطقية حيث لا يعقل أن تتساوى قيمتين وهما ينميان إلى منحنيين مختلفين(ليس لهما نفس مستوى الإنتاج)، وبالتالي نقول لا يمكن أن تتقاطع منحنيات الناتج المتساوي حتى لا يترتب على ذلك نتائج غير منطقية.



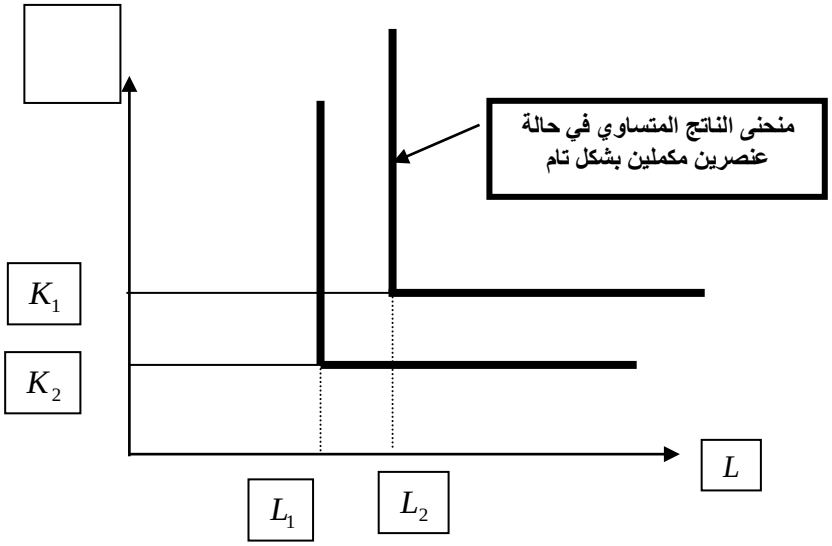
III-8- حالات خاصة لمنحنيات الناتج المتساوي

إن خاصيتي سالبية الميل والتحدب لمنحنيات الناتج المتساوي ينطبقان على أغلب أنواع عناصر الإنتاج التي تستخدم في العملية الإنتاجية، ولكن هناك أنواع معينة من عناصر الإنتاج لا يمكن أن ينطبق عليها الشرطان، ولذا هناك ثلاثة حالات خاصة لمنحنيات الناتج المتساوي غير محدبة تجاه نقطة الأصل وهي :

1- منحنى الناتج المتساوي على شكل خط مستقيم ذو ميل سالب وهذا عندما يكون هناك إحلال تام بين عناصر الإنتاج (عنصرين بديلتين بشكل تام)، أي يجب أن يكون المعدل الحدي للإحلال الفني ثابت عند جميع النقاط(يعني التنازل عن نفس القيمة من أجل الحصول على وحدة إضافية من عنصر الإنتاج الآخر عند جميع المستويات).



2- منحنى الناتج المتساوي يكون على شكل زاوية قائمة وهذا عندما يكون هناك تكامل تام بين عناصر الإنتاج (عنصرين مكملين بشكل تام)، حيث لا يمكن إحلال وحدات من عنصر ما محل وحدات من عنصر آخر للحصول على نفس مستوى الإنتاج، وفي هذه الحالة المعدل الحدي للإحلال الفني بين العنصرين مساويا للصفر.



وبالرغم من تعدد أشكال منحنيات الناتج المتساوي بالنسبة لعاصر الإنتاج المختلفة إلا أن أكثرها استخداما تلك المنحنيات سالبة الميل والمحدبة نحو نقطة الأصل لأنها تمثل الحالة العادية وليس الاستثنائية، حيث تعتبر الحالات السابقة حالات استثنائية.

III-9- خط التكلفة المتساوية

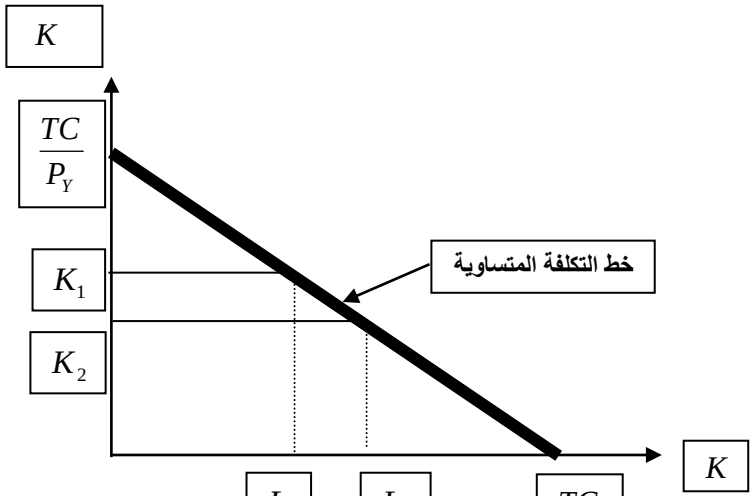
وهو عبارة عن الخط الذي يعكس مجموعات أو التوليفات المختلفة من عناصر الإنتاج (العمل L ورأس المال K) يمكن الحصول عليها في ظل موارد مالية متاحة إذا تحدد أسعار ثابتة ومحددة للعناصر الإنتاج في السوق خلال فترة زمنية محددة، وهي تعبر عن إمكانيات المؤسسة الحقيقية في اقتناء عناصر الإنتاج، ويتحدد بعاملين هما :

- الميزانية المخصص للإنفاق على عناصر الإنتاج، ونرمز له بالرمز TC.
- أسعار عناصر الإنتاج التي تخصص المؤسسة ميزانية لإنفاقها عليهما، ونرمز لها بالرمز P_K, P_L.

وبناء على ذلك يمكن صياغة معادلة خط التكلفة المتساوية على الشكل التالي :

خط التكلفة المتساوية (قيد التكلفة) = سعر عنصر الإنتاج L مضروب في الكمية المستخدمة منه + سعر عنصر الإنتاج K مضروب في الكمية المستخدمة منه

أي : $TC = P_L * L + P_K * K$



مثال : لدينا منتج ما خصصت له ميزانية قدرها 3000 وحدة نقدية لينفقها على عناصر الإنتاج K, L، وكانت أسعارهما على الترتيب 10،20.

المطلوب : - حدد عبارة قيد التكلفة المتساوية (خط التكلفة المتساوية) ؟ - مثل خط التكلفة المتساوية ؟

الحل :

- **تحديد عبارة قيد التكلفة المتساوية (خط التكلفة المتساوية)**

نعلم بان عبارة قيد التكلفة المتساوية (خط التكلفة المتساوية) تكتب على الشكل التالي : $TC = P_L * L + P_K * K$ ، ولذا بتعويض المعطيات التي بحوزتنا سوف نجد معادلة التكلفة المتساوية كما يلي : $3000 = 20L + 10K$.

- **مثل خط التكلفة المتساوية**

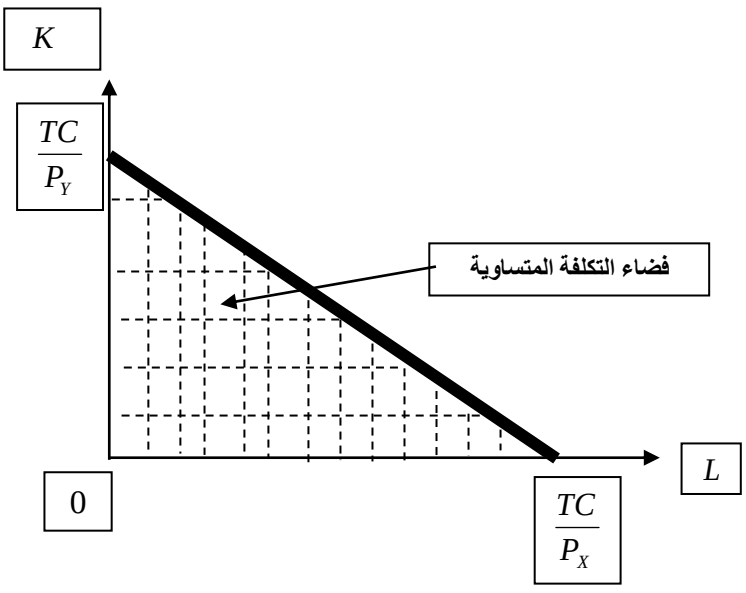
نلاحظ بأن عبارة خط التكلفة المتساوية والتي هي عبارة معادلة خطية، ولتمثيلها يكفي وجود نقطتين مساعدتين هما:

L	0	1500
K	3000	0

III-10- فضاء التكلفة المتساوية

وهو عبارة عن كل المجموعات أو التوليفات المختلفة من عناصر الإنتاج التي تكون تكلفتها أقل من التكلفة المخصصة للإنفاق (المجموعات أو التوليفات المختلفة من عناصر الإنتاج التي يمكن شراؤها بإنفاق كل أو جزء من التكلفة المخصصة)، والتي تعبر عن المثلث المحدد بخط التكلفة المتساوية والمحورين الأفقي والعمودي، ويمكن أن نعبر عن فضاء التكلفة المتساوية رياضيا بالمتراجحة (المتباينة) التالية:

$$\begin{cases} L * P_L + K * P_K \leq TC \\ L \geq 0 \\ K \geq 0 \end{cases}$$



III-11- تغير خط التكلفة المتساوية

يتغير خط التكلفة المتساوية بتغير أحد العوامل المحدد له وهي التكلفة المخصصة للإنفاق أو أسعار عناصر الإنتاج.

III-11-1- التغير في التكلفة المخصصة للإنفاق

يتغير خط التكلفة المتساوية بتغير التكلفة المخصصة للإنفاق مع ثبات أسعار عناصر الإنتاج، وبهذا سوف نوضح كيف يتغير خط التكلفة المتساوية رياضيا كما يلي :

$$TC = P_L * L + P_K * K \Leftrightarrow K * P_K = TC - L * P_L \Leftrightarrow K = \frac{TC - L * P_L}{P_K} \Leftrightarrow$$

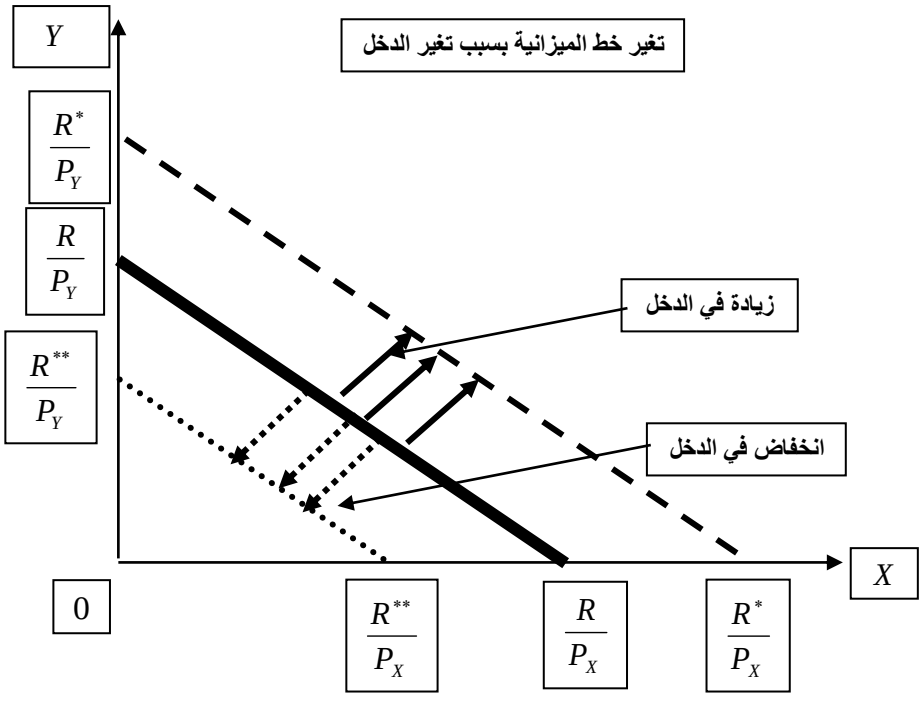
$$K = \frac{1}{P_K} TC - \frac{P_L}{P_K} L$$

وبهذا إذا تغيرت التكلفة المخصصة للإنفاق وأصبحت TC^* فإنه سوف تتغير معادلة خط التكلفة المتساوية وتصبح :

$$K = \frac{1}{P_K} TC^* - \frac{P_L}{P_K} L$$

ومن خلال هذه المعادلة الجديدة سوف نستنتج بأن خط التكلفة المتساوية الجديد سوف يأخذ نفس شكل خط التكلفة المتساوية الأصلي إلا انه يكون موازيا له، ولذا نميز حالتين لانتقال خط التكلفة المتساوية وهي :

- إذا كان $TC^* > TC$ سوف ينزاح المنحنى الجديد إلى الأعلى وباتجاه يمين المنحنى الأصلي.
- إذا كان $TC^* < TC$ سوف ينزاح المنحنى الجديد إلى الأسفل وباتجاه يسار المنحنى الأصلي.



مثال : ليكن لدينا قيد التكلفة المتساوية التالي : $3000 = 20l + 10k$ ،وبافتراض أن التكلفة المخصصة للإنفاق على عناصر الإنتاج تغيرت وأخذت القيم التالية : 4000،2000.

المطلوب : مثل خط التكلفة المتساوية مع التغيرات التي حدثت في مقدار التكلفة المخصصة للإنفاق على عناصر الإنتاج ؟

الحل :

- التمثيل البياني لمنحنى خط التكلفة المتساوية مع التغيرات التي حدثت في مقدار التكلفة

لتمثيل منحنى خط التكلفة المتساوية يكفي وجود نقطتين مساعدتين هما:

TC / Q	في حالة التكلفة $TC = 3000$		في حالة التكلفة $TC = 2000$		في حالة التكلفة $TC = 4000$	
L	0	150	0	100	0	200
K	300	0	200	0	400	0

III-11-2- التغير في أسعار عناصر الإنتاج

كما يمكن أن يتغير خط التكلفة المتساوية بتغير أسعار عناصر الإنتاج مع ثبات التكلفة المخصصة للإنفاق على عناصر الإنتاج، وبهذا سوف نميز حلتين في توضيح كيفية تغير خط التكلفة المتساوية رياضيا كما يلي :

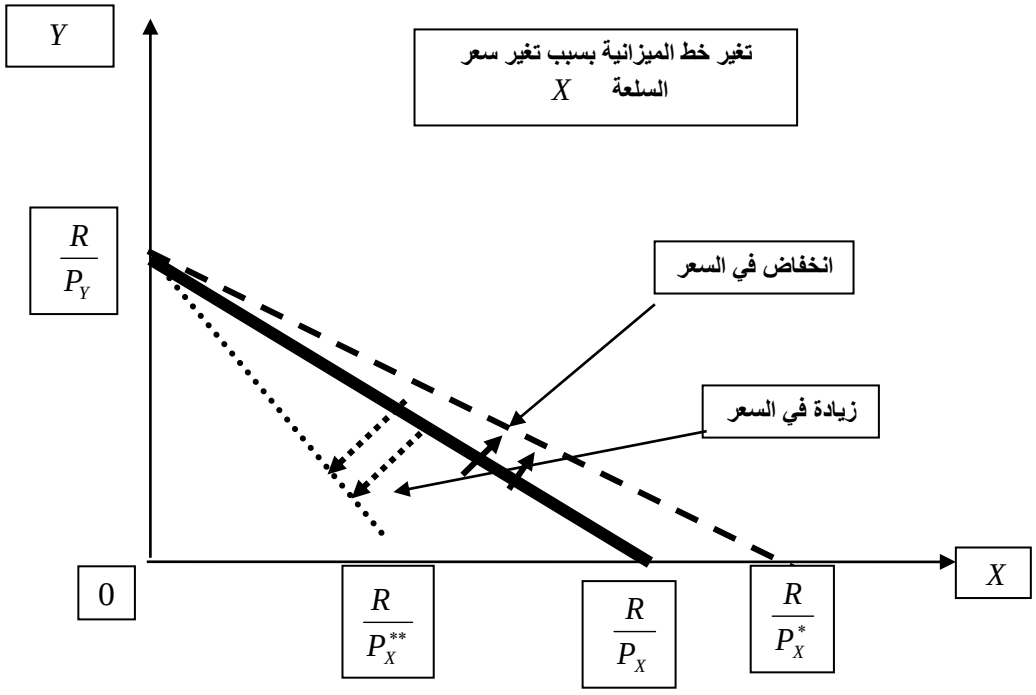
- إذا تغيرت الأسعار P_K, P_L وبنفس النسب فإن منحنى خط التكلفة المتساوية لا يتغير، ولهذا نفرض أن الأسعار تتغير P_K^*, P_L^* تتضاعف بمقدار t نجد أن :

$$K = \frac{1}{P_K^*} TC - \frac{P_L^*}{P_K^*} L = \frac{1}{tP_K} TC - \frac{tP_L}{tP_K} L = \frac{1}{tP_K} TC - \frac{P_L}{P_K} L$$

فمن خلال العلاقة الرياضية نستنتج بأن منحنى خط التكلفة المتساوية يتغير في هذه الحالة كتغير الذي طرأ على مقدار التكلفة المخصصة للإنفاق على عناصر الإنتاج لأن ميل خط التكلفة المتساوية $\left(-\frac{P_L}{P_K}\right)$ يبقى على حاله ثابت.

- إذا تغير أحد أسعار عناصر الإنتاج P_L أو P_K مع ثبات السعر الآخر، ولهذا نفرض أن سعر عنصر الإنتاج (العمل) L تغير وأصبح P_L^* سواء بالزيادة أو بالنقصان فنجد الصيغة الرياضية الجديدة لقيد التكلفة المتساوية كما يلي : $K = \frac{1}{P_K} TC - \frac{P_L^*}{P_K} L$ وبهذا نستنتج بأن

منحنى خط التكلفة المتساوية سوف ينزاح (يتغير) إلى اليمين أو إلى اليسار على شكل دوران مركزه النقطة $\frac{TC}{P_K}$، ونفس الشيء لو تغير سعر عنصر الإنتاج رأس المال K أي (P_K) مع ثبات P_L سوف ينزاح (يتغير) خط التكلفة المتساوية على شكل دوران مركزه النقطة $\frac{TX}{P_L}$.



مثال : ليكن لدينا قيد الناتج التكلفة المتساوية التالي : $3000 = 20L + 10K$ ، وبافتراض أن سعر عنصر الإنتاج العمل L تغير وأخذ القيم $P_X = 10$ و $P_X = 30$.

المطلوب : مثل خط التكلفة المتساوية مع التغيرات التي حدثت فيه ؟

الحل :

- تمثيل منحنى خط التكلفة المتساوية مع التغيرات التي حدثت في سعر عنصر الإنتاج العمل P_L

إذا تغير سعر عنصر الإنتاج العمل L (P_L) ومع ثبات سعر عنصر الإنتاج الآخر رأس المال K (P_K) فتصبح الصيغة الرياضية الجديدة لقيد التكلفة المتساوية كما يلي :

$K = \frac{1}{P_K} TC - \frac{P_L^*}{P_K} L$ ، ولتمثيل منحنى خط التكلفة المتساوية نقوم بتعويض المعلومات السابقة المعطاة في معادلة قيد التكلفة المتساوية الجديدة، ولذا يكفي وجود نقطتين مساعدتين هما:

Q \ P_L	في حالة سعر العمل $P_L = 20$		في حالة سعر العمل $P_L = 10$		في حالة سعر العمل $P_L = 30$	
L	0	150	0	300	0	100
K	300	0	300	0	300	0

III-12- العلاقة بين المعدل الحدي للإحلال الفني $MRST$ والإنتاج الحدي $MP_{(L,K)}$ لعناصر الإنتاج

يمكن توضيح العلاقة بين المعدل الحدي للإحلال الفني $MRST$ والنواتج الحدية لعناصر الإنتاج MP_L و MP_K من خلال العلاقات الرياضية التالية :

لنفرض لدينا دالة الإنتاج لمنتج ما يقوم باستخدام عنصرين من عناصر الإنتاج K, L كما يلي: $TP = f(L,K)$، وبهذا نجد أن الإنتاج الحدي بالنسبة للعمالة L هي $MP_L = \frac{\partial TP}{\partial L}$ والإنتاج الحدي بالنسبة لرأس المال K هي $MP_K = \frac{\partial TP}{\partial K}$ ، وإذا قمنا بمفاضلة دالة الإنتاج الكلي تفاضلا كليا فنحصل على : $dTP = f'(L,K)_L d_L + f'(L,K)_K d_K$

حيث : $f'(L,K)_L$ عبارة عن الإنتاج الحدي بالنسبة للعمالة L و $f'(L,K)_K$ عبارة عن الإنتاج الحدي بالنسبة لرأس المال K، ولذا تصبح معادلة التفاضل على الشكل التالي :

$$dTP = \frac{\partial TP}{\partial L} d_L + \frac{\partial TP}{\partial K} d_K$$

ومن أجل إيجاد القيمة العظمى لدالة الإنتاج يجب أن يكون المشتق مساويا للصفر ولذا نجد :

$$dTP = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial TP}{\partial L} d_L + \frac{\partial TP}{\partial K} d_K = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial TP}{\partial L} d_L = -\frac{\partial TP}{\partial K} d_K$$

$$\frac{\frac{\partial TP}{\partial L}}{\frac{\partial TP}{\partial K}} = -\frac{d_K}{d_L}$$

وبما أن $-\frac{d_K}{d_L}$ فهي عبارة عن ميل منحنى الناتج المتساوي عند أي نقطة منه، وهو نفسه المعدل الحدي للإحلال الفني عند تلك النقطة، ولذا نجد بأن المعدل الحدي للإحلال

الفني (عنصر الإنتاج L يحل محل عنصر الإنتاج K) هو عبارة عن حاصل قسمة الإنتاج الحدي بالنسبة للعمالة L على الإنتاج الحدي بالنسبة لرأس المال K.

العدل الحدي للإحلال (السلعة X تحل محل السلعة Y) = الإنتاج الحدي بالنسبة للعمالة L / الإنتاج الحدي بالنسبة لرأس المال K

أي :

$$MRST_{L/K} = -\frac{d_K}{d_L} = \frac{\frac{\partial TP}{\partial L}}{\frac{\partial TP}{\partial K}} = \frac{MP_L}{MP_K}$$

ومن خلال هذا القانون يمكن ملاحظة تناقص المعدل الحدي للإحلال الفني عند عملية الإحلال بين عناصر الإنتاج K,L، وهذا عند زيادة وحدات من عنصر العمالة L سوف تؤدي إلى انخفاض في قيمة الناتج الحدي الناتج عن عنصر الإنتاج L، في حين انخفاض وحدات من عنصر الإنتاج الأخر رأس المال K فهي بدورها تؤدي إلى زيادة قيمة الناتج الحدي الناتج عن عنصر الإنتاج K، وبالتالي فإنه في الحالتين سوف يؤدي إلى انخفاض في النسبة $\frac{MP_L}{MP_K}$، وهذا ما يؤدي إلى تناقص المعدل الحدي للإحلال الفني والذي يفسر تحدب منحنى الناتج المتساوي نحو نقطة الأصل.

مثال: لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية : $TP = K * L$، وبافتراض أن الكميات المستخدمة من عناصر الإنتاج (L,K) عند وضع التوازن هي $L = 12$ و $K = 9$.

المطلوب : - حدد عبارة المعدل الحدي للإحلال الفني $MRST_{L/K}$ ؟

- حدد قيمة المعدل الحدي للإحلال $MRST_{L/K}$ عند وضع التوازن ؟

الحل :

- تحديد عبارة المعدل الحدي للإحلال $MRST_{L/K}$

لدينا عبارة المعدل الحدي للإحلال هي : $MRST_{L/K} = -\frac{d_K}{d_L} = \frac{\frac{\partial TP}{\partial L}}{\frac{\partial TP}{\partial K}} = \frac{MP_L}{MP_K}$ ومنه :

$$\begin{cases} MP_L = \frac{\partial TP}{\partial L} = K \\ MP_K = \frac{\partial TP}{\partial K} = L \end{cases} \Leftrightarrow MRST_{L/K} = \frac{MP_L}{MP_K} = \frac{K}{L} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (*)$$

- تحديد قيمة المعدل الحدي للإحلال $MRST_{L/K}$ **عند وضع التوازن (**$X = 12$ **و** $Y = 9$**)**

بالتعويض بكميات التوازن في عبارة المعدل الحدي للإحلال الفني $MRST_{L/K}$ أي العلاقة $(*)$ نجد:

$$MRST_{L/K} = \frac{K}{L} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

وعليه نقول بان قيمة المعدل الحدي للإحلال الفني عند نقطة التوازن **(**$X = 12$ **و** $Y = 9$**)** هي $\frac{3}{4}$، أو بعبارة أخرى نقول بأن ميل منحنى الناتج المتساوي عند نقطة التوازن هي $\frac{3}{4}$.

III-13- توازن المنتج

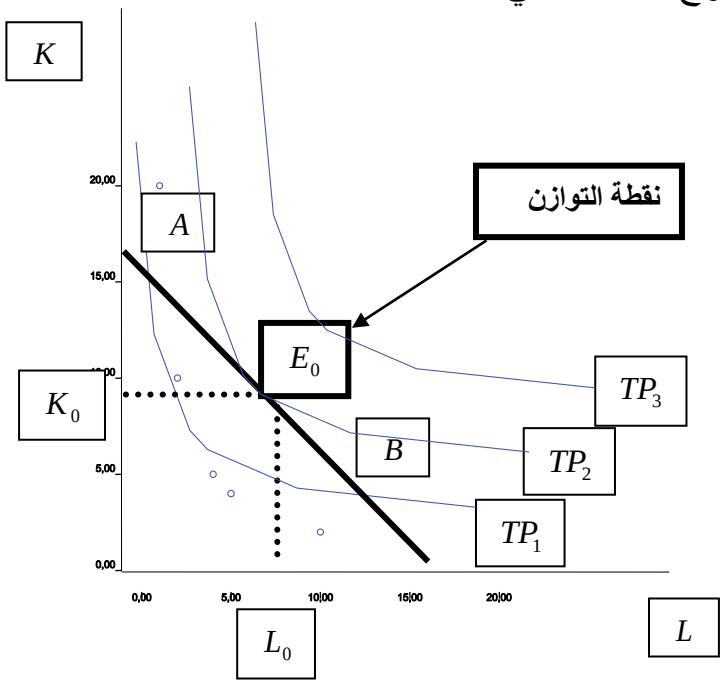
يعرف توازن المنتج بأنه ذلك القدر من الاستخدامات الممكنة من عناصر الإنتاج (L,K) والتي تحقق عند المنتج أقصى إنتاج ممكن في حدود التكلفة المخصصة للإنفاق على عناصر الإنتاج وأسعار هذه العناصر.

III-13-1- توازن المنتج بيانيا

ولتحديد وضع التوازن بيانيا بالنسبة للمنتج فإنه يستوجب علينا أن نجمع بين خريطة منحنيات الناتج المتساوي التي تمثل رغبات المنتج وخط التكلفة المتساوية الذي يمثل قدرته وإمكانياته باستقلال تام عن الآخر في شكل واحد، ويتحقق التوازن هنا عندما يمس أعلى منحنى الناتج المتساوي خط التكلفة المتساوية أي أن شرط التوازن هو :

- التقاء الرغبات المنتج مع ميزانيته المالية (التكلفة المتاح لإنفاقها على عناصر الإنتاج (L,K)).
- عندما يمس منحنى الناتج المتساوي الأعلى خط التكلفة المتساوية أي أن (ميل منحنى الناتج المتساوي يساوي ميل خط التكلفة المتساوية).

ولتوضيح ذلك نقترح الشكل التالي :



مثال : ليكن لدينا الجدول الناتج المتساوي التالي والذي يوضع لنا مختلف التركيبات والثنائيات من عناصر الإنتاج (L,K) والتي تعطي نفس مستوى الإنتاج.

L	10	20	40	50	100	200
K	200	100	50	40	20	10

المطلوب : - حدد توازن المنتج بيانيا إذا علمت أن $P_L = P_K = 20, TC = 180$ ؟

الحل :

- تحديد توازن المنتج بيانيا علما بأن $P_L = P_K = 20, TC = 180$

لتحديد الوضع التوازني للمنتج بيانيا فإنه يستوجب علينا أن نجمع بين منحنى الناتج المتساوي الذي يمثل رغبات المنتج وخط التكلفة المتساوية الذي يمثل قدرته على اقتناء عناصر الإنتاج (L,K) في شكل واحد.

ويتحقق التوازن بيانيا هنا عندما يمس أعلى منحنى الناتج المتساوي خط التكلفة المتساوية عند النقطة $E_0 = (L_0 = 50, K_0 = 40)$.

III-13-2- توازن المنتج رياضيا

حتى تتمكن المؤسسة من تحقيق أقصى إنتاج ممكن في حدود الميزانية (التكلفة) المخصصة للإنفاق على عناصر الإنتاج العمل ورأس المال (L,K) وتقيدا بأسعارها نقول حينئذ بأن المؤسسة في حالة توازن، ولإيجاد حجم الإنتاج الأعظمي الذي ترغب المؤسسة في تحقيقه باستخدام عناصر الإنتاج (L,K) رياضيا، فنتبع عدة طرق وهي :

III-13-2-1- توازن المنتج رياضيا باستخدام شرط التوازن

لاحظنا سابقا بأنه يكون المنتج عند وضع التوازن لا بد من تحقق الشرط التالي :

بمعنى : ميل منحنى الناتج المتساوي = ميل خط التكلفة المتساوية

ولدينا : $MRST_{L/K} = -\frac{\Delta K}{\Delta L} = \frac{MP_L}{MP_K} \ldots\ldots\ldots(2)$ ومن (1) و(2) نجد أن : $\frac{MP_L}{MP_K} = \frac{P_L}{P_K}$

أي : $MU_L * P_K = MP_K * P_L$ وبقسمة طرفي المعادلة على $P_L * P_K$ فنجد :

$\frac{MP_L * P_K}{P_L * P_K} = \frac{MP_K * P_L}{P_L * P_K}$ وعليه نجد : $\frac{MP_L}{P_L} = \frac{MP_K}{P_K}$ وهذا هو شرط التوازن،

ومنه نقول يكون المنتج في حالة توازن إذا تحقق شرط التوازن الذي ينص على أن نسبة النواتج الحدية إلى أسعارها تكون متساوية عند جميع عناصر الإنتاج.

مثال : لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية : $TP = K * L$ ، وبافتراض أن الميزانية المخصصة للإنفاق على عناصر الإنتاج (L,K) وأسعارها هي: $TC = 1200$ و $P_L = 6$ و $P_K = 12$.

المطلوب : - حدد توازن المنتج باستخدام شرط التوازن ؟

الحل :

- تحديد توازن المنتج باستخدام شرط التوازن

لتحديد توازن المنتج باستخدام طريقة شرط التوازن نقوم بإتباع القاعدة العامة للتوازن والتي تكتب من الشكل التالي :

$$\frac{MP_L}{P_L} = \frac{MP_K}{P_K} \Leftrightarrow \frac{K}{6} = \frac{L}{12} \Leftrightarrow L = \frac{12}{6}K \Leftrightarrow L = 2K.....(**)$$

وبالتعويض عن قيمة L بما يساويها في قيد التكلفة المتساوية نجد:

$$1200 - 6(2K) - 12K = 0 \Leftrightarrow 1200 - 12K - 12K = 0 \Leftrightarrow 1200 - 24K = 0 \Leftrightarrow 24K = 1200$$
$$\Leftrightarrow K^* = 50$$

وبالتعويض أيضا عن قيمة K في العلاقة $(**)$ نجد : $X^* = 2(50) = 100$

وعليه يكون المنتج عند وضعه التوازني عندما يقوم باستخدام 100 وحدة من عنصر العمالة L و50 وحدة من عنصر رأس المال K من أجل تحقيق أقصى إنتاج ممكن والمقدر بـ 5000 وحدة منتجة ، أي : $TP = (100)(50) = 5000U$

III-13-2-2- توازن المنتج رياضيا باستخدام طريقة لاغرانج

لتعظيم الكمية المنتجة لسلعة ما باستخدام عناصر الإنتاج (K,L) وفي حدود ميزانية محددة وأسعار معينة لتلك العناصر باستخدام طريقة لاغرانج فإننا نتبع الخطوات التالية :

نفترض أن هذا المنتج يعمل على إنتاج سلعة معينة باستخدام عنصري الإنتاج K,L ، وكانت دالة الإنتاج الكلي معطاة بالعلاقة التالية $TP = f(L,K)$ ، ونريد تعظيم كمية الإنتاج TP تحت قيد التكلفة المتاح $TC = L * P_L + K * P_K$ باستخدام طريقة لاغرانج.

من أجل تعظيم دالة الإنتاج لهذا المنتج نقوم بصياغة دالة لاغرانج والتي تكتب على الشكل التالي:

$$V = TP + \lambda(TC - L * P_L - K * P_K) = f(L,K) + \lambda(TC - L * P_L - K * P_K)$$

حيث : V: دالة لاغرانج. TP: دالة الإنتاج الكلي. λ : مضاعف لاغرانج.

TC : الميزانية المخصصة للإنفاق. (K,L) الكميات المستخدمة من عناصر الإنتاج العمل ورأس المال. (P_K, P_L) : أسعار عناصر الإنتاج العمل ورأس المال.

ومن أجل تعظيم هذه الدالة يجب تحقيق الشرط الأول لدالة لاغرانج (يجب أن تكون المشتقات الجزئية من الدرجة الأولى مساوية لصفر) أي :

$$\begin{cases} \frac{\partial V}{\partial L} = 0 \Leftrightarrow f_L^{'}(L,K) - \lambda * P_L = 0 \Leftrightarrow f^{'}(L) = \lambda * P_L \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1) \\ \frac{\partial V}{\partial K} = 0 \Leftrightarrow f_K^{'}(L,K) - \lambda * P_K = 0 \Leftrightarrow f^{'}(K) = \lambda * P_K \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2) \\ \frac{\partial V}{\partial \lambda} = 0 \Leftrightarrow TC - L * P_L - K * P_K = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3) \end{cases}$$

وبحل هذه الجملة نجد كل من λ^*, K^*, L^* التي تمثل القيم المثلى التي يمكن استخدامها من عناصر الإنتاج في العملية الإنتاجية، وذلك من خلال :

1- قسمة المعادلة (1) على (2) فنجد : $\frac{f^{'}(L)}{f^{'}(K)} = \frac{\lambda * P_L}{\lambda * P_K} \Leftrightarrow \frac{MP_L}{MP_K} = \frac{P_L}{P_K}$ سوف نجد علاقة بين عنصري الإنتاج K, L **أي** $L = g(K)$ أو $K = g(L)$.

حيث :

$f^{'}(L)$: هي عبارة عن مشتق دالة الإنتاج الكلي بالنسبة للعمالة L (دالة الإنتاج الحدي بالنسبة للعمالة L أي MP_L).

$f^{'}(K)$: هي عبارة عن مشتق دالة الإنتاج الكلي بالنسبة لرأس المال K (دالة الإنتاج الحدي بالنسبة لرأس المال K أي MP_K).

2- نقوم بالتعويض عن احد المتغيرين بدلالة الآخر في المعادلة (3) أو في معادلة قيد التكلفة المتساوية، فتصبح معادلة التكلفة المتساوية ذات مجهول واحد بدلالة L أو K ، ومن ثم نجد القيم المثلى λ^*, Y^*, X^* ، وبالتعويض عنها في دالة الإنتاج الكلي $TP = f(L,K)$ نجد مستوى الإنتاج الكلي الأمثل.

مثال : لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية : $TP = K * L$ ، وبافتراض أن الميزانية المخصصة للإنفاق على عناصر الإنتاج (L,K) وأسعارها هي: $TC = 1200$ و $P_L = 12$ و $P_K = 6$.

المطلوب : - حدد توازن المنتج باستخدام طريقة لاغرانج؟

الحل :

- تحديد توازن المنتج باستخدام طريقة لاغرانج :

لتحديد توازن المنتج باستخدام طريقة لاغرانج نقوم أولا بصياغة دالة لاغرانج والتي تكتب من الشكل التالي :

$$V = TP + \lambda(TC - L * P_L - K * P_K) = f(L,K) + \lambda(TC - L * P_L - K * P_K)$$

$$V = K * L + \lambda(1200 - 6 * L - 12 * K)$$

ومن أجل تعظيم هذه الدالة يجب تحقيق الشرط الأول لدالة لاغرانج (يجب أن تكون المشتقات الجزئية من الدرجة الأولى مساوية لصفر) أي :

$$\begin{cases} \frac{\partial V}{\partial L} = 0 \Leftrightarrow f_L^{'}(L,K) - \lambda * P_L = 0 \Leftrightarrow f^{'}(L) = \lambda * P_L \Leftrightarrow K = 6\lambda .....(1) \\ \frac{\partial V}{\partial K} = 0 \Leftrightarrow f_K^{'}(L,K) - \lambda * P_K = 0 \Leftrightarrow f^{'}(K) = \lambda * P_K \Leftrightarrow L = 12\lambda .....(2). \\ \frac{\partial V}{\partial \lambda} = 0 \Leftrightarrow TC - L * P_L - K * P_K = 0 \Leftrightarrow 1200 - 6L - 12K = 0 .....(3) \end{cases}$$

وبقسمة المعادلة (1) على (2) فنجد :

$$\frac{K}{L} = \frac{6 * \lambda}{12 * \lambda} \Leftrightarrow \frac{K}{L} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$
$$\Leftrightarrow L = 2K .....(*)$$

وبالتعويض عن قيمة L في المعادلة (3) نجد :

$$1200 - 6(2K) - 12K = 0 \Leftrightarrow 1200 - 12K - 12K = 0 \Leftrightarrow 1200 - 24K = 0 \Leftrightarrow 24K = 1200$$
$$\Leftrightarrow K^* = 50$$

وبالتعويض أيضا عن قيمة K في العلاقة (*) نجد : $X^* = 2(50) = 100$

وعليه يكون المنتج عند وضعه التوازني عندما يقوم باستخدام 100 وحدة من عنصر العمالة L و50 وحدة من عنصر رأس المال K من أجل تحقيق أقصى إنتاج ممكن والمقدر بـ 5000 وحدة منتجة.

III-13-2-3- توازن المنتج باستخدام طريقة التعويض

لتعظيم إنتاج منتج ما في حدود التكلفة المخصصة للإنفاق على عناصر الإنتاج باستخدام طريقة التعويض نتبع الخطوات التالية :

نفترض أن منتج يعمل على استخدام عنصرين من عناصر الإنتاج K,L لإنتاج سلعة ما، وكانت دالة الإنتاج الكلي معطاة بالعلاقة التالية $TP = f(L,K)$، ونريد تعظيم مقدار الإنتاج الكلي تحت قيد التكلفة المخصص للإنفاق على عناصر الإنتاج K,L التالي $TC = L * P_L + K * P_K$ باستخدام طريقة التعويض.

من اجل تعظيم إنتاج هذا المنتج نقوم بتفاضل دالة الإنتاج الكلي فنجد :

$$dTP = f^{'}(L)d(L) + f^{'}(K)d(K)$$

وبقسمة طرفي المعادلة على $d(L)$ فنجد :

$$\frac{dTP}{d(L)} = f^{'}(L)\frac{d(L)}{d(L)} + f^{'}(K)\frac{d(K)}{d(L)} \Leftrightarrow \qquad \frac{dTP}{d(L)} = f^{'}(L) + f^{'}(L)\frac{d(K)}{d(L)}$$

وبعبارة أخرى يمكن كتابتها على الشكل التالي :

$$\frac{dTP}{d(L)} = MP_L + MP_K \frac{d(K)}{d(L)} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(**)$$

ومن خلال قيد التكلفة المتساوية يمكن بإيجاد علاقة بين التغيرين K, L :

$$TC = L * P_L + K * P_K \Leftrightarrow K * P_K = TC - L * P_L \Leftrightarrow K = \frac{TC - L * P_L}{P_K} \Leftrightarrow$$

$$K = \frac{TC}{P_K} - \frac{P_L}{P_K} L \ldots\ldots\ldots\ldots(***)$$

ومنه نجد :

$$\frac{dK}{dL} = \frac{d\left(\frac{TC}{P_K} - \frac{P_L}{P_K} L\right)}{d(L)} = -\frac{P_L}{P_K} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(****)$$

وبالتعويض عن $\frac{dK}{dL}$ في المعادلة (****) بما يساويها في المعادلة (**) فنجد :

$$\frac{dTP}{d(L)} = MP_L + MP_K\left(-\frac{P_L}{P_K}\right)$$

والقاعدة الرياضية من أجل تعظيم تابع الناتج الكلي، يجب أن تكون المشتقة الأولى لتابع الناتج الكلي معدومة (مساوية الصفر)، أي :

$$\frac{dTP}{d(L)} = MP_L + MP_K\left(-\frac{P_L}{P_K}\right) = 0 \Leftrightarrow MP_L = MP_K\left(\frac{P_L}{P_K}\right)$$

وفي الأخير نحصل على قاعدة التوازن والتي تنص على :

$$\frac{MP_L}{MK_K} = \frac{P_L}{P_K} \Leftrightarrow \frac{MP_L}{P_L} = \frac{MP_K}{P_K}$$

وهو عبارة عن شرط التوازن اللازم لتعظيم الإنتاج الكلي للمنتج في حالة وجود الشرط (قيد التكلفة المتساوية)، أو بطرقة أخرى نقوم بالتعويض عن قيمة K من المعادلة (***) في دالة الإنتاج الكلي فنجد :

$$TP = f(L,K) = f\left(L, \frac{TC}{P_K} - \frac{P_L}{P_K} L\right)$$

فتصبح دالة الإنتاج الكلي دالة تابعة لمتغير وحيد أي $TP = g(L)$، ومن أجل تعظيم هذه الدالة يجب أن تكون المشتقة الأولى لتابع الإنتاج الكلي معدومة (مساوية الصفر).

$$\frac{\partial TP}{\partial L} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial f\left(L, \frac{TC}{P_K} - \frac{P_L}{P_K} L\right)}{\partial L} = 0$$

.

مثال : لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية : $TP = K * L$ ، وبافتراض أن الميزانية المخصصة للإنفاق على عناصر الإنتاج (L,K) وأسعارها هي: $TC = 1200$ و $P_L = 12$ و $P_K = 6$.

المطلوب : حدد توازن المنتج باستخدام طريقة التعويض ؟

الحل :

- تحديد توازن المنتج باستخدام طريقة التعويض :

لتحديد توازن المستهلك باستخدام طريقة التعويض نقوم بإيجاد علاقة بين عناصر الإنتاج K,L من خلال قيد التكلفة المتساوية فنجد :

$$TC = L * P_L + K * P_K \Leftrightarrow K * P_K = TC - L * P_L \Leftrightarrow K = \frac{TC - L * P_L}{P_K}$$

$$\Leftrightarrow K = \frac{TC}{P_K} - \frac{P_L}{P_K} * L = \frac{1200}{12} - \frac{6}{12}L$$

$$\Leftrightarrow K = 100 - \frac{1}{2}L .....(*)$$

وبالتعويض عن قيمة K في دالة الإنتاج الكلي نجد :

$$TP = f(L,K) = f\left(L, \frac{TC}{P_K} - \frac{P_L}{P_K}L\right) = L * \left(100 - \frac{1}{2}L\right) = 100L - \frac{1}{2}L^2$$

ومن أجل تعظيم هذه الدالة يجب تحقيق الشرط التعظيم وهو يجب أن تكون المشتقة الأولى مساوية لصفر أي :

$$\frac{\partial TP}{\partial L} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial\left(100L - \frac{1}{2}L^2\right)}{\partial L} = 0 \Leftrightarrow 100 - L = 0 \Leftrightarrow L = 100$$

وبالتعويض في العلاقة (*) نجد :

$$K = 100 - \frac{1}{2}L = 100 - \frac{1}{2}(100) = 100 - 50 = 50$$

وعليه يكون المنتج عند وضعه التوازني عندما يقوم باستخدام 100 وحدة من عنصر العمالة L و50 وحدة من عنصر رأس المال K من أجل تحقيق أقصى إنتاج ممكن والمقدر بـ 5000 وحدة منتجة.

III-14- أثر التغير في ميزانية (تكلفة) الإنفاق على توازن المنتج

لاحظنا سابقا بأنه عندما تتغير ميزانية (تكلفة) المخصصة للإنفاق على عناصر الإنتاج K,L من TC_0 إلى TC_1 سوف ينزاح خط التكلفة المتساوية إلى الأعلى أو إلى الأسفل، وبهذا سوف ينتج عن تغيير هذه التكلفة وضع التوازني جديد، أي تصبح نقطة التوازن الأولى $E_0 = (L_0, K_0)$ غير مثلى، بمعنى أنه سوف ينتقل المنتج من الوضع التوازني

الأولي $E_0=(L_0,K_0)$ إلى الوضع التوازني الجديد $E_1=(L_1,K_1)$، وهكذا تستمر العملية لو تغيرت التكلفة TC_2، TC_3 فإن الوضع التوازني الجديد يتغير من $E_2=(L_2,K_2)$ إلى $E_3=(L_3,K_3)$.....، ومن هذا التغير في تكلفة المنتج فإنه سوف ينتج لدينا ما يسمى بمنحنى توسع الإنتاج (مسار التوسع).

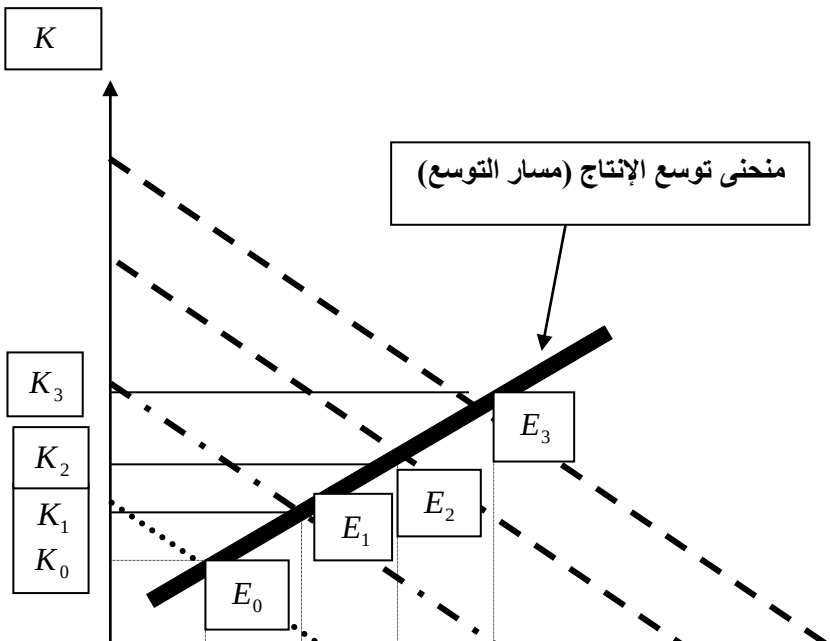
III-14-1- منحنى توسع الإنتاج (مسار التوسع)

يعرف منحنى توسع الإنتاج (مسار التوسع) بأنه المحل الهندسي لنقاط توازن المنتج الناتجة عن التغير في إنفاقه (الميزانية أو التكلفة) على عناصر الإنتاج K,L دون غيرها، وبمعنى تغير التكلفة المخصصة للإنفاق مع ثبات كل العوامل التي يمكن أن تؤثر على طلب المنتج من عناصر الإنتاج K,L، وبهذا يتشكل هذا منحنى توسع الإنتاج (مسار التوسع) بالربط بين مختلف نقاط التوازن الناتجة عن التغير في ميزانية المنتج، وهي تعبر عن السلوك الاقتصادي للمنتج نتيجة تغيرات التي تطرأ في الميزانية المخصصة للإنفاق على عناصر الإنتاج.

وبافتراض أن ميزانية المنتج تغيرت وأخذت القيم التالية : TC_0 ، TC_1، TC_2، TC_3 فنتج عن ذلك مواضع التوازن التالية $E_0=(L_0,K_0)$، $E_1=(L_1,K_1)$، $E_2=(L_2,K_2)$، $E_3=(L_3,K_3)$، والربط بين النقاط E_0، E_1، E_2، E_3 ينتج لدينا ما يسمى بمنحى توسع الإنتاج (مسار التوسع) ،ويمكن تبسيطها في الجدول التالي :

TC	TC_0	TC_1	TC_2	TC_3
L	L_0	L_1	L_2	L_3
K	K_0	K_1	K_2	K_3

والشكل التالي يوضح لنا منحنى توسع الإنتاج (مسار التوسع) الناتج عن التغير في ميزانية المنتج المخصصة للإنفاق على عناصر الإنتاج K,L.



III-15- أثر التغير في سعر إحدى عناصر الإنتاج على توازن المنتج

لاحظنا سابقا بأنه عندما يتغير سعر إحدى عناصر الإنتاج K,L ولتكن عنصر العمالة L مثلا من P_{L0} إلى P_{L1} سوف ينزاح خط التكلفة المتساوية على شكل دوران مركزه النقطة $\frac{TC}{P_K}$، وبهذا سوف ينتج عن تغيير السعر وضع التوازني جديد، أي تصبح نقطة التوازن الأولى $E_0=(L_0,K_0)$ غير مثلى، بمعنى أنه سوف ينتقل المنتج من الوضع التوازني الأولي $E_0=(L_0,K_0)$ إلى الوضع التوازني الجديد $E_1=(L_1,K_1)$، وهكذا تستمر العملية لو تغير السعر P_{L2}، P_{L3} فان الوضع التوازني الجديد يصبح $E_2=(L_2,K_2)$ و $E_3=(L_3,K_3)$ .....

ومن هذا التغير في السعر فإنه سوف ينتج لدينا ما يسمى بمنحنى توسع الإنتاج المرتبط بالعمل L (مسار توسع الإنتاج المرتبط بالعمل L).

III-15-1- منحنى توسع الإنتاج المرتبط بالعمل L

يعرف منحنى توسع الإنتاج المرتبط بالعمل L (الناتج عن التغير في سعر العمالة P_L) بأنه المحل الهندسي لنقاط توازن الناتجة عن التغير في سعر عنصر العمالة L دون غيرها، وبمعنى تغير سعر العمل L مع ثبات كل العوامل التي يمكن أن تؤثر على طلب المنتج، وبهذا يتشكل هذا المنحنى بالربط بين مختلف نقاط التوازن الناتجة عن تغير في سعر عنصر العمل L، وهي تعبر عن السلوك الاقتصادي للمنتج نتيجة تغيرات أسعار عنصر العمل L الذي يرغب المنتج في اقتنائها، وهنا نلاحظ بأن المعدل الحدي للإحلال الفني (التقني) سوف يزداد وهذا راجع إلى أن التوسع الفني يحدث عبر الزيادة في الإنتاجية الحدية للعمل MP_L أكثر من الزيادة في الإنتاجية الحدية لرأس المال MP_K، أي :

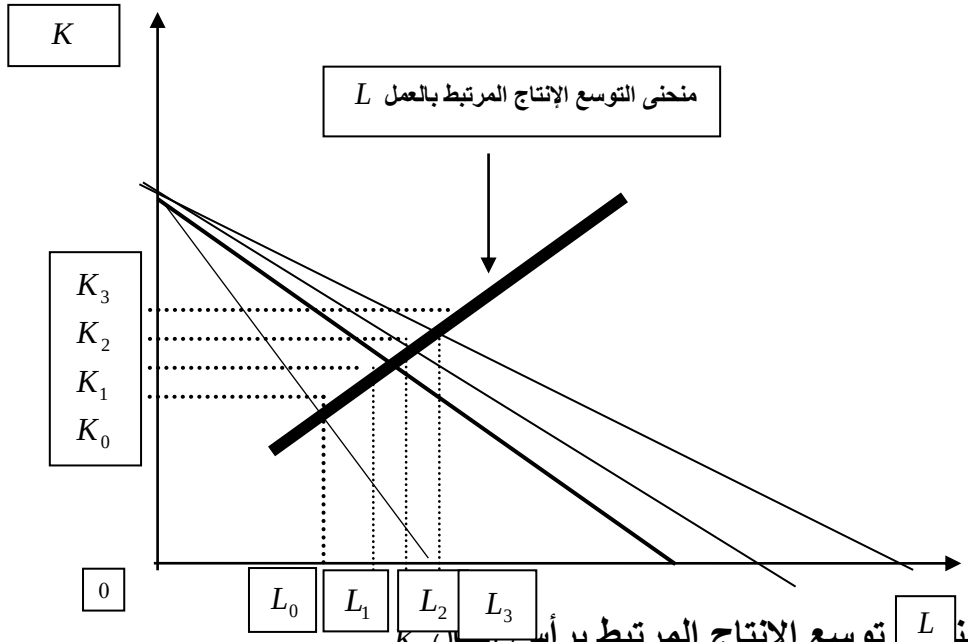
$$MRST_{L/K}=\frac{MP_L}{MP_K}\uparrow$$
$$\Leftrightarrow MP_L > MP_K$$

وبافتراض أن سعر عنصر العمل L تغير وأخذ القيم التالية P_{L0}، P_{L1}، P_{L2}، P_{L3} فينتج عن ذلك مواضع التوازن التالية $E_0=(L_0,K_0)$ ، $E_1=(L_1,K_1)$، $E_2=(L_2,K_2)$،

$E_3 = (L_3, K_3)$ ، والربط بين النقاط E_0 ، E_1 ، E_2 ، E_3 ينتج لدينا ما يسمى بمنحى توسع الإنتاج المرتبط بالعمل L ، ويمكن تبسيطها في الجدول التالي :

P	P_{L0}	P_{L1}	P_{L2}	P_{L3}
L	L_0	L_1	L_2	L_3
K	K_0	K_1	K_2	K_3

والشكل التالي يوضح لنا منحنى توسع الإنتاج المرتبط بالعمل L الناتج عن التغير في سعر العمالة P_L التي يرغب المنتج في اقتنائها.



III-15-2- منحنى توسع الإنتاج المرتبط برأس المال K

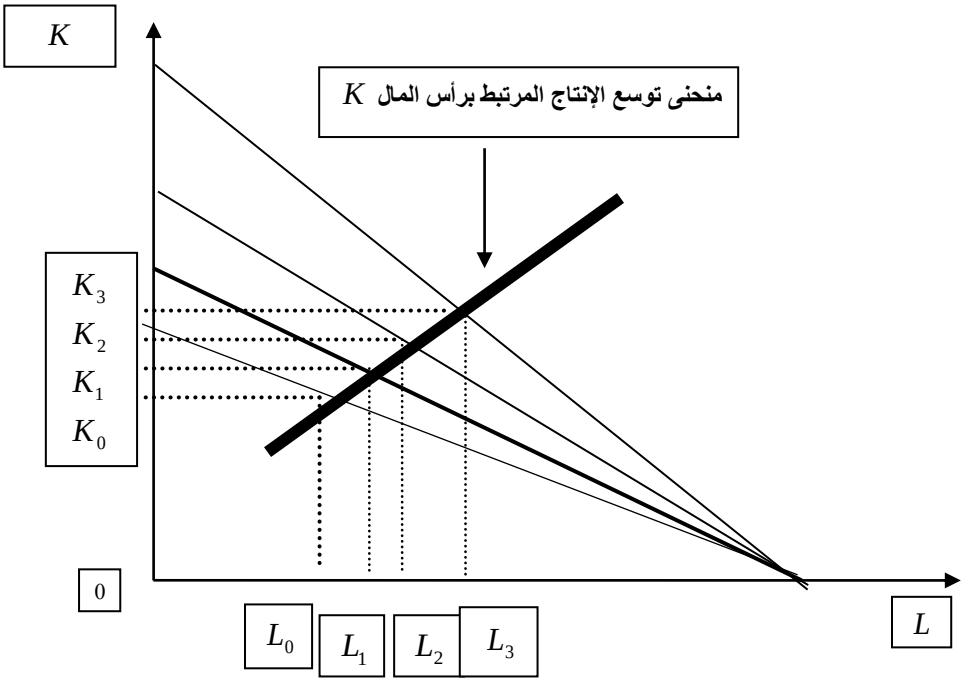
يعرف منحنى توسع الإنتاج المرتبط برأس المال K (الناتج عن التغير في سعر رأس المال P_K) بأنه المحل الهندسي لنقاط توازن الناتجة عن التغير في سعر عنصر رأس المال K دون غيرها، وبمعنى تغير سعر رأس المال K مع ثبات كل العوامل التي يمكن أن تؤثر على طلب المنتج، وبهذا يتشكل هذا المنحنى بالربط بين مختلف نقاط التوازن الناتجة عن تغير في سعر عنصر رأس المال K ، وهي تعبر عن السلوك الاقتصادي للمنتج نتيجة تغيرات أسعار عنصر رأس المال K الذي يرغب المنتج في اقتنائها، وهنا نلاحظ بأن المعدل الحدي للإحلال الفني (التقني) سوف يتناقص وهذا راجع إلى أن التوسع الفني يحدث عبر الزيادة في الإنتاجية الحدية للعمل MP_L أقل من الزيادة في الإنتاجية الحدية لرأس المال MP_K ، أي :

$$MRST_{L/K} = \frac{MP_L}{MP_K} \downarrow$$
$$\Leftrightarrow MP_L < MP_K$$

وبافتراض أن سعر عنصر رأس المال K تغير وأخذ القيم التالية P_{K0} ، P_{K1} ، P_{K2} ، P_{K3} فينتج عن ذلك مواضع التوازن التالية $E_0 = (L_0, K_0)$ ، $E_1 = (L_1, K_1)$ ، $E_2 = (L_2, K_2)$ ، $E_3 = (L_3, K_3)$ ، والربط بين النقاط E_0 ، E_1 ، E_2 ، E_3 ينتج لدينا ما يسمى بمنحنى توسع الإنتاج المرتبط برأس المال K ، ويمكن تبسيطها في الجدول التالي :

P_K	P_{K0}	P_{K1}	P_{K2}	P_{K3}
L	L_0	L_1	L_2	L_3
K	K_0	K_1	K_2	K_3

والشكل التالي يوضح لنا منحنى توسع الإنتاج المرتبط برأس المال K الناتج عن التغير في سعر برأس المال P_K التي يرغب المنتج في اقتنائها.



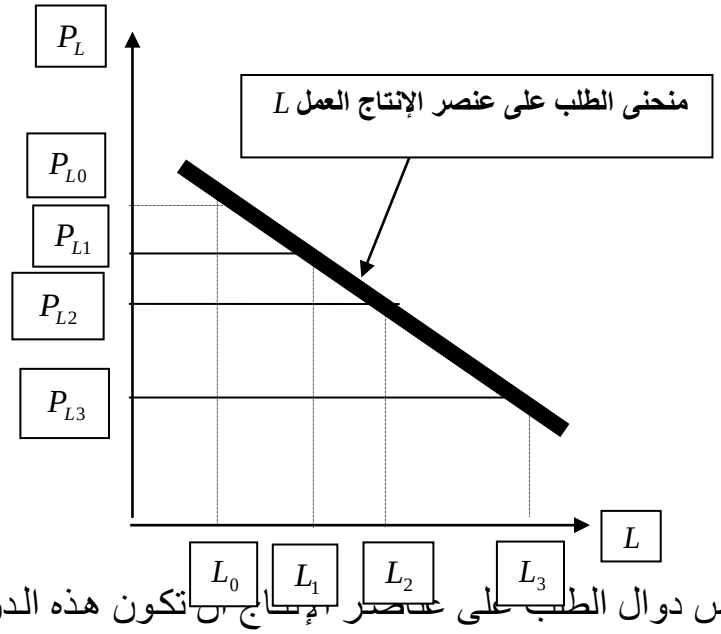
III-15-3- منحنى طلب على عناصر الإنتاج

منحنى العرض وهو ذلك المنحنى الذي يصور لنا العلاقة بين الكميات التي يشتريها المنتج من عناصر الإنتاج خلال فترة زمنية معينة عند أسعار مختلفة مع ثبات العوامل الأخرى على حالها.

وبافتراض أن أسعار عناصر الإنتاج ولتكن العمالة L تغيرت وأخذت القيم التالية P_{L0}، P_{L1}، P_{L2}، P_{L3} فينتج عن ذلك مواضع التوازن التالية $E_0=(L_0,K_0)$، $E_1=(L_1,K_1)$، $E_2=(L_2,K_2)$، $E_3=(L_3,K_3)$، وبذلك يمكن أن ينتج لنا منحنى العرض لإحدى عناصر الإنتاج (العنصر الذي تغير سعره) وهذا من خلال توضيح العلاقة بين الأسعار المختلفة والكميات المستخدمة من هذا العنصر، وفي هذه الحالة سوف ينتج لدينا منحنى العرض على عنصر الإنتاج العمالة L، وهذا من خلال الربط بين النقاط P_{L0} ، P_{L1}، P_{L2}، P_{L3} ووحدات عنصر العمل L_0، L_1، L_2 ، L_3 ، ويمكن تبسيطها في الجدول التالي :

P_L	P_{L0}	P_{L1}	P_{L2}	P_{L3}
L	L_0	L_1	L_2	L_3

والشكل التالي يوضح لنا منحنى العرض على عنصر الإنتاج العمل L الذي تغيرت أسعاره :



ملاحظة : من خواص دوال الطلب على عنصر الإنتاج أن تكون هذه الدوال متجانسة من الدرجة صفر بالنسبة للأسعار والميزانية المخصصة للإنفاق على عناصر الإنتاج، أو بعبارة أخرى يكون المنتج غير خاضع للوهم النقدي (إذا تغيرت أسعار عناصر الإنتاج والميزانية بنفس النسبة يبقى مستوى الطلب عليها دون تغيير).

III-16- أثر الإحلال وأثر الإنتاج

انطلاقا من نظرية سلوك المنتج (النيوكلاسيكي) وجد أن ميل منحنى الطلب على عناصر الإنتاج يكون في العموم سالبا، أي تتغير الكميات المطلوبة من عناصر الإنتاج تغيرا عكسيا بالنسبة لتغير السعر الذي يطرأ على هذا العنصر، ولكن بتحليل أدق يكون تغير في سعر العمالة L مثلا له تأثير مزدوج هما أثر الإحلال وأثر الإنتاج.

III-16-1- أثر الإحلال

عند انخفاض في سعر العمالة L حتما سيقوم هذا المنتج بزيادة اقتنائه أو استخدامه من هذا العنصر مع ثبات الميزانية المخصصة للإنفاق وأسعار عناصر الإنتاج الأخرى وهذا للحفاظ على نفس مستوى الإنتاج، وهذا السلوك يسمى بـ أثر الإحلال، أي هي عبارة عن التغير في الكمية المستخدمة من عنصر العمل L الناتج عن التغير في السعر بعد تعويض لتغيير في الميزانية الحقيقية للمؤسسة، أو بعبارة أخرى يساوي أثر الإحلال التغير في الكمية المستخدمة من عنصر العمل L الناتجة عن التغير في سعر هذا العنصر عندما يتم انتقال المنتج على نفس منحنى الناتج المتساوي، أي الانتقال من الوضع التوازني $E_0 = (L_0, K_0)$ إلى الوضع التواني الجديد $E_1 = (L_1, K_1)$.

$$S_{el} = \Delta L = L_1 - L_0$$
$$S_{ek} = \Delta K = K_1 - K_0$$

III-16-2- أثر الإنتاج

عند انخفاض في سعر العمالة P_L ومع ثبات الميزانية المخصصة للإنفاق TC وأسعار عناصر الإنتاج الأخرى P_K، حتما يؤدي بالمنتج إلى زيادة اقتنائه أو استخدامه من هذا العنصر وهذا للحفاظ على نفس مستوى الإنتاج، أي الانتقال من الوضع التوازني $E_0 = (L_0, K_0)$ إلى الوضع التواني الجديد $E_1 = (L_1, K_1)$ على نفس منحنى الناتج المتساوي TP_0، ولكن في هذه الحالة يكون المنتج حقق نفس مستوى الإنتاج بتكلفة (ميزانية) أقل من الميزانية المعطاة (يصبح هناك فائض في الميزانية)، وبهذا المنتج يقوم باقتناء أو استخدام وحدات إضافية من عناصر الإنتاج الناتجة عن الزيادة في الميزانية الحقيقية، وهذا السلوك يسمى بـ أثر الدخل، أي هي عبارة عن التغير في الكمية المستخدمة من عنصر العمل L الناتج عن التغير في التكلفة (الإنفاق) الحقيقي، بعد تعويض لتغيير في الميزانية الحقيقية للمؤسسة، أو بعبارة أخرى يساوي أثر الإنتاج التغير في الكمية المستخدمة من عنصر العمل L الناتجة عن التغير في الإنفاق الحقيقي لهذا العنصر عند التغير في سعره، وبهذا يتم انتقال المنتج من $E_1 = (L_1, K_1)$ الواقعة على منحنى الناتج المتساوي TP_0 إلى $E_2 = (L_2, K_2)$ الواقعة على منحنى الناتج المتساوي TP_1، أي :

$$S_{Pl} = \Delta L = L_2 - L_1$$
$$S_{Pk} = \Delta K = K_2 - K_1$$

III-17- تجانس دوال الإنتاج

يستخدم لفظ تجانس دوال الإنتاج عند البحث عن اثر التغير في عناصر الإنتاج K,L على الناتج الكلي TP، ومن أجل معرفة تجانس أي دالة $TP = f(L,K)$ فإنه يجب مضاعفة عوامل الإنتاج بمتغير(عدد حقيقي) وليكن t ومن ثم نحدد دالة الإنتاج الجديدة TP^*، فإذا كانت دالة الإنتاج الجديدة يمكن كتابتها على الشكل التالي : $TP^* = f(tL,tK) = t^\alpha * TP$، حيث α عدد ثابت، فإننا نقول على إن الدالة TP هي دالة متجانسة من الدرجة α.

مثال: لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية : $TP = -20L^3 * K + 20L^2 * K^2 + 20L * K^3$

المطلوب : بين أن الدالة TP متجانسة ؟ وما هي درجة تجانسها؟

الحل :

- تبين تجانس الدالة TP مع تحديد درجة تجانسها

من أجل معرفة تجانس هذه دالة فإنه يستوجب عينا مضاعفة عناصر الإنتاج K,L بمتغير(عدد حقيقي) وليكن t فنجد :

$$TP^*_{(tL,tK)} = -20(tL)^3 * (tK) + 20(tL)^2 * (tK)^2 + 20(tL) * (tK)^3$$
$$TP^*_{(tL,tK)} = -20t^3L^3 * tK + 20t^2L^2 * t^2K^2 + 20tL * t^3K^3$$
$$TP^*_{(tL,tK)} = -20t^4L^3 * K + 20t^4L^2 * K^2 + 20t^4L * K^3$$
$$TP^*_{(tL,tK)} = t^4\left(-20L^3 * K + 20L^2 * K^2 + 20L * K^3\right)$$
$$TP^*_{(tL,tK)} = t^4 * TP_{(L,K)}$$

ومن هنا يمكننا القول على أن الدالة TP دالة متجانسة من الدرجة الرابعة $(\alpha = 4)$.

III-18- طبيعة غلة الإنتاج (غلة الحجم)

إن زيادة استخدام عناصر الإنتاج بنسبة معينة قد يؤدي إلى زيادة الإنتاج بنفس النسبة، أي عند مضاعفة عناصر الإنتاج وليكن بالمتغير t مثلا قد تؤدي إلى مضاعفة الإنتاج بنفس قيمة المتغير t، ولكن ليس شرطا أن يحدث هذا في كل الأحوال كقانون عام، وهذا السلوك يعرف باسم مبدأ غلة الحجم، فعندما تزيد المؤسسة من استخدام عناصر الإنتاج فإنه من المحتمل أن تزيد كمية الإنتاج أولا بسرعة أكبر من معدل الزيادة في عناصر الإنتاج المستخدمة، ولكن هذه الزيادة لا يمكن أن تستمر إلى ما لا نهاية وإنما لا بد وان تتناقص في النهاية.

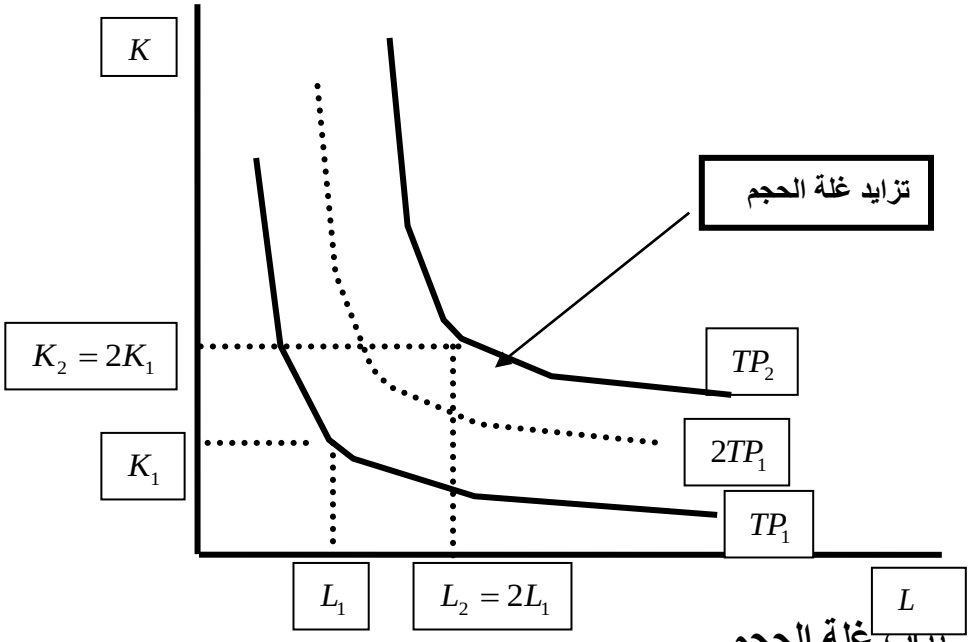
ولإعطاء تعريف رياضيا لغلة الحجم (طبيعة غلة الإنتاج) ننطلق من دالة الإنتاج التالية: $TP = f(L,K)$، ومن أجل معرفة طبيعة غلة الحجم نضاعف عناصر الإنتاج المستخدمة بنفس النسبة ولتكن t فنحصل على حجم إنتاج جديد وأكبر من حجم الإنتاج المبدئي، وتعطى دالة الإنتاج الجديدة بالعلاقة التالية $TP^* = f(tL,tK)$، وبهذا نميز ثلاث حالات لطبيعة غلة الحجم وهي :

III-18-1- تزايد غلة الحجم

نقول على إن غلة الحجم متزايدة إذا كانت نسبة الزيادة في عناصر الإنتاج تؤدي إلى زيادة أكبر في نسبة حجم الإنتاج، ويمكن التعبير عنها رياضيا بالعلاقة التالية : $TP^* > tTP$ أو $\frac{TP^*}{TP} > t$، بمعنى أنه نسبة حجم الإنتاج الجديد TP^* إلى الحجم الإنتاج المبدئي TP أكبر من نسبة المتغير t الذي تضاعفت به عناصر الإنتاج K, L، ويمكن رد أسباب تزايد غلة الحجم إلى عاملين هما :

- عدم قابلية بعض عناصر الإنتاج إلى التجزئة.
- المزايا التي يحصل عليها من التخصص وتقسيم العمل.

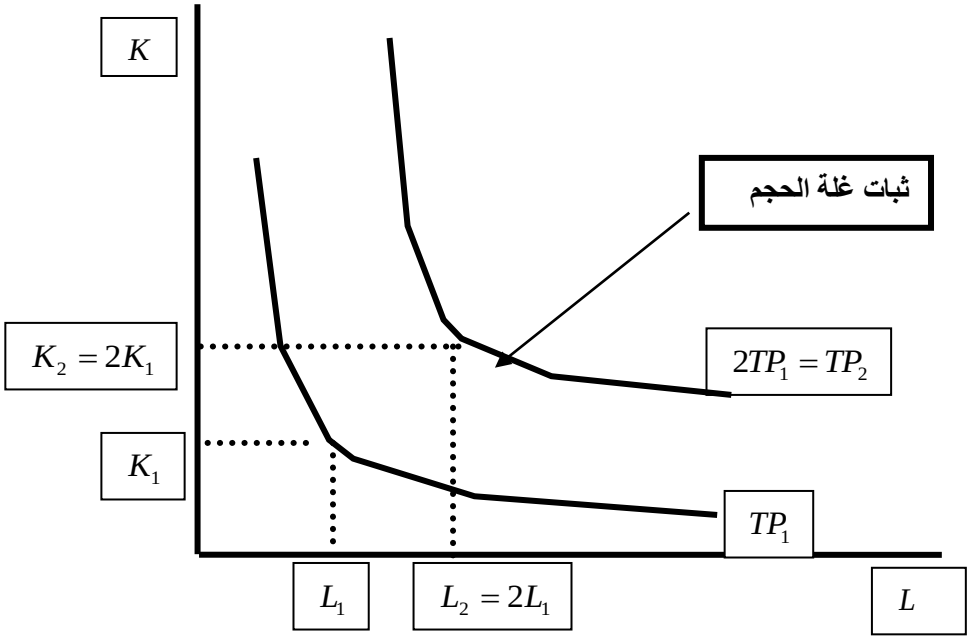
ويمكن توضيح تزايد غلة الحجم من خلال الشكل التالي :



III-18-2- ثبات غلة الحجم

نقول على إن غلة الحجم ثابتة إذا كانت نسبة الزيادة في عناصر الإنتاج تؤدي إلى نفس الزيادة في نسبة حجم الإنتاج، ويمكن التعبير عنها رياضيا بالعلاقة التالية : $TP^* = tTP$ أو $\frac{TP^*}{TP} = t$، بمعنى أنه نسبة حجم الإنتاج الجديد TP^* إلى الحجم الإنتاج المبدئي TP مساوية إلى نسبة المتغير t الذي تضاعفت به عناصر الإنتاج K, L.

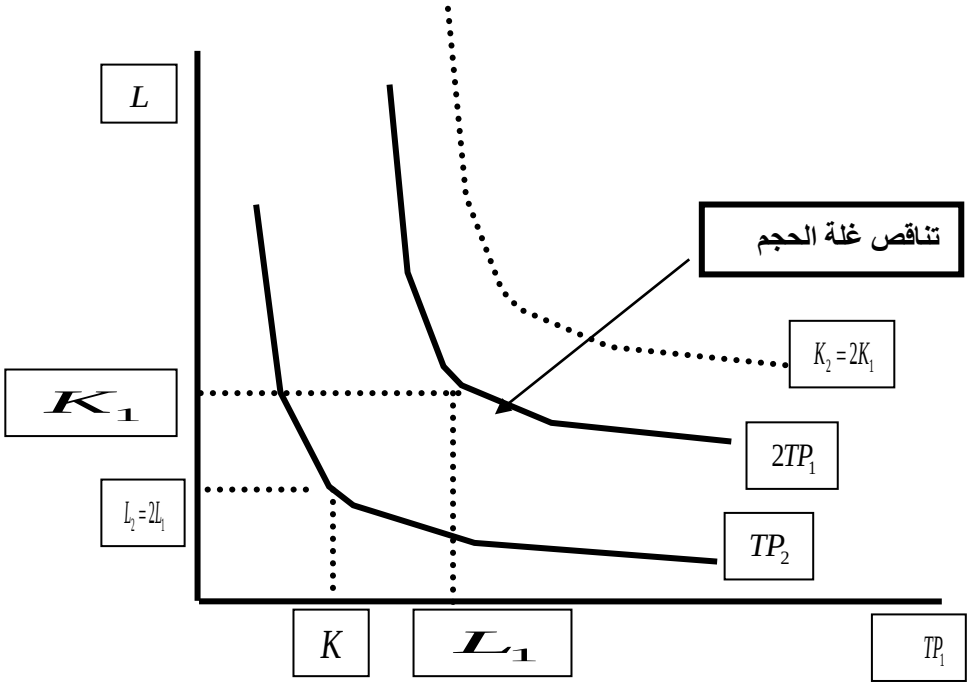
ويمكن توضيح ثبات غلة الحجم من خلال الشكل التالي :



III-18-3- تناقص غلة الحجم

نقول على إن غلة الحجم متناقصة إذا كانت نسبة الزيادة في عناصر الإنتاج تؤدي إلى زيادة أقل في نسبة حجم الإنتاج، ويمكن التعبير عنها رياضيا بالعلاقة التالية : $TP^* < tTP$ أو $\frac{TP^*}{TP} < t$، بمعنى أنه نسبة حجم الإنتاج الجديد TP^* إلى الحجم الإنتاج المبدئي TP أقل من نسبة المتغير t الذي تضاعفت به عناصر الإنتاج K, L.

ويمكن توضيح تناقص غلة الحجم من خلال الشكل التالي :



III-19- مرونة الإنتاج

مرونة الإنتاج Elasticity of هي عبارة عن مدى استجابة أو حساسية الكمية المنتجة من السلعة أو الخدمة للتغيرات التي تحدث في عناصر الإنتاج المستخدمة K, L ، ويمكن التعبير عنها كما يلي :

معامل مرونة الإنتاج = **التغير النسبي في الكمية المنتجة من السلعة أو الخدمة** / **التغير النسبي في عناصر الإنتاج المستخدمة** $K_2 = 2K_1$

وهنا نميز حلتين لمرونة الإنتاج هما :

III-19-1- مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل E_{TPL}

هي عبارة عن مدى استجابة أو حساسية الكمية المنتجة من السلعة أو الخدمة للتغيرات التي تحدث في عنصر العمل L المستخدم في العملية الإنتاجية ، ويمكن التعبير عنه رياضيا كما يلي :

$$E_{TPL} = \frac{\Delta TP\,\%}{\Delta L\,\%} = \frac{\frac{\Delta TP}{TP}}{\frac{\Delta L}{L}} = \frac{\Delta TP}{\Delta L} * \frac{L}{TP} = MP_L * \frac{1}{AP_L} = \frac{MP_L}{AP_L}$$

وبعبارة أخرى نجد أن مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل E_{TPL} هي عبارة عن حاصل قسمة الإنتاج الحدي للعمالة MP_L على الإنتاج المتوسط للعمالة AP_L ، كما أن معامل مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل L يدل أيضا على نوع مرحلة الإنتاج الناتجة عن تغير عنصر العمل L عند مستوى ثابت من رأس المال K.

III-19-2- مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال E_{TPK}

هي عبارة عن مدى استجابة أو حساسية الكمية المنتجة من السلعة أو الخدمة للتغيرات التي تحدث في عنصر رأس المال K المستخدم في العملية الإنتاجية، ويمكن التعبير عنه رياضيا كما يلي:

$$E_{TPL} = \frac{\Delta TP\,\%}{\Delta K\,\%} = \frac{\frac{\Delta TP}{TP}}{\frac{\Delta K}{K}} = \frac{\Delta TP}{\Delta K} * \frac{K}{TP} = MP_K * \frac{1}{AP_K} = \frac{MP_K}{AP_K}$$

وبعبارة أخرى نجد أن مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل E_{TPK} هي عبارة عن حاصل قسمة الإنتاج الحدي لرأس المال MP_K على الإنتاج المتوسط لرأس المال AP_K ، كما أن معامل مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال K يدل أيضا على نوع مرحلة الإنتاج الناتجة عن تغير عنصر رأس المال K عند مستوى ثابت من العمل L .

كما أن مرونة الإنتاج الكلي E_{TP} هي عبارة عن إجمالي مرونات الإنتاج بالنسبة لعنصري الإنتاج العمل L ورأس المال K ، أي : $E_{TP} = E_{TPL} + E_{TPK}$ ،ومعامل مرونة الإنتاج الكلي يدل على طبيعة غلة الحجم نتيجة تغير عناصر الإنتاج.

مثال : لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية : $TP = -20L^3 * K + 20L^2 * K^2 + 20L * K^3$

المطلوب : - حدد مرونة الإنتاج بالنسبة لعناصر الإنتاج العمل ورأس المال عند النقطة $A(1,2)$ ؟ وماذا تستنتج؟ - حدد مرونة الإنتاج الكلي E_{TP} ؟ وماذا تستنتج ؟

الحل :

- تحديد مرونة الإنتاج بالنسبة لعناصر الإنتاج العمل ورأس المال عند النقطة $A(1,2)$ ؟

مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل E_{TPL}

لتحديد مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل نطبق قانون المرونة التالي :

$$E_{TPL} = \frac{\Delta TP\,\%}{\Delta L\,\%} = \frac{\frac{\Delta TP}{TP}}{\frac{\Delta L}{L}} = \frac{\Delta TP}{\Delta L} * \frac{L}{TP} = MP_L * \frac{1}{AP_L} = \frac{MP_L}{AP_L} = \frac{-60L^2K + 40LK^2 + 20K^3}{-20L^2K + 20LK^2 + 20K^3}$$

$$\Leftrightarrow E_{TPL} = \frac{(-60)(1)^2(2) + 40(1)(2)^2 + 20(2)^3}{(-20)(1)^2(2) + 40(1)(2)^2 + 20(2)^3} = \frac{-120 + 160 + 160}{-40 + 160 + 160} = \frac{200}{280} = \frac{10}{14} = \frac{5}{7}$$

نستطيع القول هنا بأنه عندما تتغير العمالة بنسبة 1% سوف تتغير الكمية المنتجة بنسبة $\frac{5}{7}\%$ ، كما يمكننا أن نستنتج من خلال معامل مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل على أن الإنتاج يمر بمرحلة تناقص الغلة نتيجة تغير عنصر العمل عند مستوى ثابت من رأس المال لأن $(E_{TPL} < 1)$.

مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال E_{TPK}

لتحديد مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال نطبق نفس الشيء قانون المرونة التالي :

$$E_{TPK}=\frac{\Delta TP\,\%}{\Delta K\,\%}=\frac{\frac{\Delta TP}{TP}}{\frac{\Delta K}{K}}=\frac{\Delta TP}{\Delta K}*\frac{K}{TP}=MP_K*\frac{1}{AP_K}=\frac{MP_K}{AP_K}=\frac{-20L^3+40L^2K+60LK^2}{-20L^3+20L^2K+20LK^2}$$

$$\Leftrightarrow E_{TPL}=\frac{(-20)(1)^3+40(1)^2(2)+20(1)(2)^2}{(-20)(1)^3+40(1)^2(2)+20(1)(2)^2}=\frac{-20+80+80}{-20+80+80}=\frac{140}{180}=1$$

نستطيع القول هنا بأنه عندما تتغير العمالة بنسبة 1% سوف تتغير الكمية المنتجة بنسبة 1%، كما يمكننا أن نستنتج من خلال معامل مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال على أن الإنتاج يمر بمرحلة ثبات الغلة نتيجة تغير عنصر رأس المال عند مستوى ثابت من العمل لأن $(E_{TPK}=1)$.

- **تحديد مرونة الإنتاج الكلي** E_{TP}

لتحديد مرونة الإنتاج الكلي نطبق قانون المرونة التالي :

$$E_{TP}=E_{TPL}+E_{TPK}=\frac{5}{7}+1=\frac{12}{7}$$

وبالتالي يمكننا أن نستنتج من خلال معامل مرونة الإنتاج الكلي أن الإنتاج يمر بمرحلة تزايد الغلة نتيجة تغير عنصري الإنتاج العمل ورأس المال لأن $(E_{TP}>1)$.

III-20- العلاقة بين المعدل الحدي للإحلال الفني والمرونات الجزئية لعناصر الإنتاج

من اجل معرفة العلاقة الموجودة بين المعدل الحدي للإحلال الفني $MRST_{L/K}$ مثلا (عنصر العمل يحل محل عنصر رأس المال) والمرونات الجزئية لعناصر الإنتاج E_{TPL} و E_{TPK}، ففي هذه الحالة ننطلق من العبارة الأخيرة للمعدل الحدي للإحلال الفني التالية:

$$MRST_{L/K}=\frac{MP_L}{MP_K}.$$

ولدينا : $E_{TPK}=\frac{MP_K}{AP_K}\Rightarrow MP_K=E_{TPK}*AP_K$ و $E_{TPL}=\frac{MP_L}{AP_L}\Rightarrow MP_L=E_{TPL}*AP_L$

وبهذا نجد :

$$MRST_{L/K}=\frac{MP_L}{MP_K}=\frac{E_{TPL}*AP_L}{E_{TPK}*AP_K}=\frac{E_{TPL}}{E_{TPK}}*\frac{\frac{TP}{L}}{\frac{TP}{K}}$$

$$MRST_{L/K}=\frac{E_{TPL}}{E_{TPK}}*\frac{K}{L}$$

II-1- دالة الإنتاج لكوب دوغلاس

تعتبر دالة الإنتاج كوب دوغلاس من الدوال الأكثر شيوعا والأكثر استعمالا في التحليل الاقتصادي الجزئي والكلي، والشكل العام والمبسط لهذه الدالة هو : $TP = A * L^{\alpha} * K^{\beta}$.

حيث: A : هي العوامل التكنولوجية المؤثرة في العملية الإنتاجية. α و β : هما عددان ثابتان موجبان.

II-1- خواص دوال الإنتاج من نوع كوب دوغلاس

هناك العديد من الخواص التي تتميز بها دالة الإنتاج من نوع كوب دوغلاس، والتي يمكن إن نلخصها في النقاط التالية :

III-22-1- تجانس دوال الإنتاج من نوع كوب دوغلاس

لاحظنا سابقا بأنه من أجل معرفة تجانس دالة الإنتاج نضاعف عوامل الإنتاج بمتغير معين وليكن t ومن ثم نبسط دالة الإنتاج الجديدة على الشكل : $TP^{*} = t^{n} * TP$.

وبافتراض لدينا دالة الإنتاج من النوع كوب دوغلاس التالية : $TP_{(L,K)} = A * L^{\alpha} * K^{\beta}$،

ومن أجل معرفة تجانس هذه الدالة نضاعف عوامل الإنتاج بمتغير t فنجد :

$$TP^{*}{}_{(tL,tK)} = A*(tL)^{\alpha} * (tK)^{\beta} = A*(t^{\alpha} * L^{\alpha}) * (t^{\beta} * K^{\beta}) = t^{\alpha+\beta} * (A * L^{\alpha} * K^{\beta}) = t^{\alpha+\beta} * TP_{(L,K)}$$

أي : $TP^{*}{}_{(tL,tK)} = t^{\alpha+\beta} * TP_{(L,K)}$

وعليه نستطيع هنا القول على أن دوال الإنتاج من النوع كوب دوغلاس تكون دوما متجانسة ودرجة تجانس هده الدوال هي الدرجة $(\alpha + \beta)$.

مثال : لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية : $TP = 2L^{\frac{1}{2}}.K^{\frac{3}{2}}$

المطلوب : - ما نوع هذه الدالة ؟ - حدد درجة تجانس هذه الدالة TP ؟

الحل :

- نوع هذه الدالة

نلاحظ بأن هذه الدالة $TP = 2L^{\frac{1}{2}}.K^{\frac{3}{2}}$ تكتب من الشكل $TP = A * L^{\alpha} * K^{\beta}$، ولذا نقول على أن هذه الدالة من نوع كوب دوغلاس.

- تحديد درجة تجانس هذه الدالة TP

دالة الإنتاج TP هي دالة من النوع كوب دوغلاس لذا تكون متجانسة ودرجة تجانسها $(\alpha + \beta)$، منته نجد أن $\left(\alpha + \beta = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{4}{2} = 2\right)$ وبهذا نقول على أن هذه الدالة متجانسة من الدرجة الثانية.

III-22-2- طبيعة غلة الحجم لدوال الإنتاج من نوع كوب دوغلاس

لاحظنا سابقا أنه من أجل معرفة طبيعة غلة الحجم (الإنتاج) يجب مضاعفة عناصر الإنتاج وليكن بالمتغير t مثلا قد تؤدي إلى مضاعفة الإنتاج بنسب متغيرة، وهذا السلوك يعرف باسم مبدأ غلة الحجم، ولإعطاء تعريف رياضيا لغلة الحجم (طبيعة غلة الإنتاج) ننطلق من دالة الإنتاج التالية: $TP = A * L^{\alpha} * K^{\beta}$، وبعد مضاعفة عناصر الإنتاج المستخدمة بنفس النسبة ولتكن t فنحصل على حجم إنتاج جديد وأكبر من حجم الإنتاج المبدئي، وتعطى دالة الإنتاج الجديدة بالعلاقة التالية $TP^{*}_{(tL,tK)} = t^{\alpha+\beta} * TP_{(L,K)}$، وبهذا نميز ثلاث حالات لطبيعة غلة الحجم وهي :

- إذا كانت $(\alpha + \beta = 1)$ نقول على أن غلة الحجم ثابتة.
- إذا كانت $(\alpha + \beta < 1)$ نقول على أن غلة الحجم متناقصة.
- إذا كانت $(\alpha + \beta > 1)$ نقول على أن غلة الحجم متزايدة.

مثال : لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية : $TP = 2L^{\frac{1}{2}}.K^{\frac{3}{2}}$

المطلوب : حدد طبيعة غلة الحجم لهذه الدالة TP ؟

الحل :

- تحديد طبيعة غلة الحجم

نلاحظ بأن هذه دالة الإنتاج TP هي دالة من النوع كوب دوغلاس متجانسة من الدرجة الثانية $\left(\alpha + \beta = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{4}{2} = 2\right)$ وبهذا نجد أن $(\alpha + \beta = 2 > 1)$، إذا نقول على أن غلة الحجم لهذه الدالة متزايدة.

III-22-3- الإنتاج الحدي والمتوسط لعناصر الإنتاج لدوال من نوع كوب دوغلاس

يمكننا حساب كل من الإنتاج الحدي والمتوسط لعناصر الإنتاج لدوال من نوع كوب دوغلاس من خلال تطبيق القوانين الخاصة بها كما يلي :

- الإنتاج الحدي بالنسبة للعمل

$$MP_L = \frac{\Delta TP}{\Delta L} = \frac{\Delta\left(AL^{\alpha} K\beta\right)}{\Delta L} = \alpha.AL^{\alpha-1}K^{\beta}$$

- الإنتاج الحدي بالنسبة لرأس المال

$$MP_K = \frac{\Delta TP}{\Delta K} = \frac{\Delta\left(AL^{\alpha} K\beta\right)}{\Delta K} = \beta.AL^{\alpha}K^{\beta-1}$$

- الإنتاج المتوسط بالنسبة للعمل

$$AP_L = \frac{TP}{L} = \frac{\left(AL^{\alpha} K\beta\right)}{L} = AL^{\alpha-1}K^{\beta}$$

- الإنتاج المتوسط بالنسبة لرأس المال

$$AP_K = \frac{TP}{K} = \frac{\left(AL^{\alpha} K\beta\right)}{K} = AL^{\alpha} K^{\beta-1}$$

مثال : لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية : $TP = 2L^{\frac{1}{2}}.K^{\frac{3}{2}}$

المطلوب : - حدد كل من دالة الإنتاج المتوسط والحدي لعناصر الإنتاج ؟

الحل :

- تحديد كل من دالة الإنتاج المتوسط والحدي لعناصر الإنتاج

- الإنتاج الحدي بالنسبة للعمل

$$MP_L = \frac{\Delta TP}{\Delta L} = \frac{\Delta\left(2L^{\frac{1}{2}}K^{\frac{3}{2}}\right)}{\Delta L} = L^{-\frac{1}{2}}K^{\frac{3}{2}}$$

- الإنتاج الحدي بالنسبة لرأس المال

$$MP_K = \frac{\Delta TP}{\Delta K} = \frac{\Delta\left(2L^{\frac{1}{2}}K^{\frac{3}{2}}\right)}{\Delta K} = 3L^{\frac{1}{2}}K^{\frac{1}{2}}$$

- الإنتاج المتوسط بالنسبة للعمل

$$AP_L = \frac{TP}{L} = \frac{\left(2L^{\frac{1}{2}}K^{\frac{3}{2}}\right)}{L} = 2L^{-\frac{1}{2}}K^{\frac{3}{2}}$$

- الإنتاج المتوسط بالنسبة لرأس المال

$$AP_K = \frac{TP}{K} = \frac{\left(2L^{\frac{1}{2}}K^{\frac{3}{2}}\right)}{K} = 2L^{\frac{1}{2}}K^{\frac{1}{2}}$$

III-22-4- المرونات الجزئية لعناصر الإنتاج لدوال من نوع كوب دوغلاس

III-22-4-1- مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل E_{TPL}

لاحظنا سابقا بأن مرونة الإنتاج بالنسبة للعمالة هي عبارة عن حاصل قسمة الإنتاج الحدي للعمالة MP_L على الإنتاج المتوسط للعمالة AP_L ، ويمكن التعبير عنه رياضيا كما يلي :

$$E_{TPL} = \frac{MP_L}{AP_L} = \frac{\alpha.AL^{\alpha-1}K^{\beta}}{AL^{\alpha-1}K^{\beta}} = \alpha$$

III-22-4-2- مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال E_{TPL}

لاحظنا سابقا بأن مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال هي عبارة عن حاصل قسمة الإنتاج الحدي لرأس المال MP_K على الإنتاج المتوسط لرأس المال AP_K ، ويمكن التعبير عنه رياضيا كما يلي :

$$E_{TPK} = \frac{MP_K}{AP_K} = \frac{\beta.AL^{\alpha}K^{\beta-1}}{AL^{\alpha}K^{\beta-1}} = \beta$$

وعليه نستطيع هنا القول بأن هذه الخاصية تدل على أن (α) و (β) عبارة عن المرونات الجزئية بالنسبة لعناصر الإنتاج K,L.

مثال : لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية : $TP = 2L^{\frac{1}{2}}.K^{\frac{3}{2}}$

المطلوب : حدد المرونات الجزئية لعناصر الإنتاج ؟

الحل :

- تحديد المرونات الجزئية لعناصر الإنتاج

- مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل E_{TPL} **:**

$$E_{TPL} = \frac{MP_L}{AP_L} = \frac{L^{-\frac{1}{2}}K^{\frac{3}{2}}}{2L^{-\frac{1}{2}}K^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{2}$$

- مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال E_{TPL} **:**

$$E_{TPK} = \frac{MP_K}{AP_K} = \frac{3L^{\frac{1}{2}}K^{\frac{1}{2}}}{2L^{\frac{1}{2}}K^{\frac{1}{2}}} = \frac{3}{2}$$

أو مباشرة بما أن الدالة من نوع كوب دوغلاس، فحسب خواص هذه الدالة نجد أن $\left(\alpha = \frac{1}{2}\right)$ فهي عبارة عن مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل و $\left(\beta = \frac{3}{2}\right)$ فهي عبارة عن مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال.

III-22-5- المعدل الحدي للإحلال الفني لدوال الإنتاج من نوع كوب دوغلاس

لاحظنا سابقا بأن المعدل الحدي للإحلال الفني $MRST_{L/K}$ هو عبارة عن حاصل قسمة الإنتاج الحدي للعمالة MP_L على الإنتاج الحدي لرأس المال MP_K ، ويمكن التعبير عنه رياضيا كما يلي :

$$MRST_{L/K} = \frac{MP_L}{MP_K} = \frac{\alpha.AL^{\alpha-1}K^{\beta}}{\beta.AL^{\alpha}K^{\beta-1}} = \frac{\alpha}{\beta} * \frac{AL^{\alpha-1}K^{\beta}}{AL^{\alpha}K^{\beta-1}} = \frac{\alpha}{\beta} * \frac{K}{L}$$

$$MRST_{L/K} = \frac{E_{TPL}}{E_{TPK}} * \frac{K}{L}$$

وعليه نستطيع هنا القول بأن هذه الخاصية تدل على أن المعدل الحدي للإحلال الفني $MRST_{L/K}$ (العمل L يحل محل رأس المال K) فهي عبارة عن حاصل قسمة المرونات الجزئية بالنسبة لعناصر الإنتاج K,L (مرونة العمل على مرونة رأس المال) مضروبة في عدد وحدات عنصر المتنازل عليه مقسومة على وحدات عنصر الإضافي ، ولو أن رأس المال K يحل محل العمل L لوجدنا:

$$MRST_{K/L} = \frac{E_{TPK}}{E_{TPL}} * \frac{L}{K}$$

مثال : لتكن لدينا دالة الإنتاج التالية : $TP = 2L^{\frac{1}{2}}.K^{\frac{3}{2}}$

المطلوب : -حدد قيمة المعدل الحدي للإحلال الفني $MRST_{L/K}$ علما بأن عناصر الإنتاج $(K = 3, L = 2)$ ؟

الحل :

- تحديد قيمة المعدل الحدي للإحلال الفني $MRST_{L/K}$ عند $(K = 2, L = 3)$

لتحديد قيمة المعدل الحدي للإحلال الفني $MRST_{L/K}$ علما بأن عناصر الإنتاج $(K = 2, L = 3)$ ، نتطرق إلى تطبيق القاعدة العامة لحساب المعدل الحدي للإحلال الفني لدوال من نوع كوب دوغلاس فنجد: $MRST_{L/K} = \frac{E_{TPL}}{E_{TPK}} * \frac{K}{L} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} * \frac{3}{2} = \frac{2}{6} * \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$

وعليه نقول يجب على هذا المنتج التخلي أو التنازل على $\frac{1}{2}$ وحدة من رأس المال K من أجل الحصول على وحدة إضافية من العمل L .

الفصل الثاني : نظـرية العرض والمرونات

I- نظرية العرض

I-1- مفهوم العرض

هو عبارة عن الكميات المختلفة من السلعة التي يرغب ويستطيع المنتجون عرضها في السوق عند الأسعار المختلفة خلال فترة زمنية معينة، مع افتراض بقاء العوامل الأخرى ثابتة، ويلاحظ على التعريف السابق ما يلي:

- العرض يتمثل في الرغبة المقترنة بالقدرة على إنتاج السلعة.
- يجب أن يحدد العرض بفترة زمنية معينة (شهر، سنة، يوم)

- الخاصية الرئيسية للعرض هي وجود علاقة موجبة بين السعر والكمية المعروضة.

I-3- محددات العرض

هناك العديد من المحددات والعوامل التي تؤثر في الكمية التي يرغب المنتج في عرضها من السلعة أو الخدمة ، ومن أهمها ما يلي :

- **سعر السلعة :** ترتبط الكمية المعروضة بعلاقة طردية مع سعرها، فكلما ارتفع سعر السلعة أو الخدمة كلما زادت الكمية التي يرغب المنتج في عرضها منها والعكس بالعكس.
- **عدد البائعين والمنتجين:** يترتب على زيادة عدد البائعين أو زيادة عرض أحدهم زيادة العرض الكلي من تلك السلعة، كما أن انخفاض عدد البائعين يؤدي إلى انخفاض العرض من السلعة.
- **أسعار عناصر الإنتاج:** يؤدي التغير في أسعار عناصر الإنتاج المستخدمة في إنتاج سلعة ما إلى زيادة أو نقص تكلفة إنتاج تلك السلعة، وبالتالي يؤثر على الربح وعلى العرض منها، فكلما زادت أسعار عناصر الإنتاج (العمل ، الأرض ، رأس المال ، التنظيم) التي تستخدم في إنتاج السلعة كلما أدى ذلك إلى زيادة تكاليف إنتاج السلعة أو الخدمة وبالتالي انخفضت الكمية المعروضة منها، وعلى ذلك تكون العلاقة بين أسعار عناصر الإنتاج المستخدمة في إنتاج والكمية المعروضة منها علاقة عكسية.
- **إعانات الدولة :** تهدف الدول أحيانًا وخاصة في ظل الاقتصاد المختلط إلى تشجيع المنتجين على زيادة الإنتاج من خلال تقديم مساعدات لهم، وبالتالي فإن زيادتها يؤدي إلى تخفيض تكاليف الإنتاج ومن ثم زيادة الأرباح وزيادة كمية الإنتاج، لأن المنتج من مصلحته زيادة الكمية التي يعرضها عند الأسعار السائدة.

- **مستوى الضرائب:** كما يؤدي فرض الضرائب على إنتاج السلع إلى زيادة تكاليف الإنتاج وهذا بدوره يؤثر على الأرباح كما يؤثر على الكمية المعروضة مما يؤدي إلى نقص الكمية المعروضة في ظل افتراض ثبات العوامل الأخرى.

- **المستوى التكنولوجي للإنتاج:** أن تطوير ورفع كفاءة الآلات والتقنية المستخدمة يؤدي إلى انخفاض التكلفة المتوسطة لإنتاج الوحدة، مما يجعل زيادة الإنتاج أكثر ربحية، وبالتالي يصبح من مصلحة المنتجين زيادة الكمية التي يعرضونها عند كل ثمن، والعكس: فإن استخدام آلات جديدة أو خطوط تجميع آلية يترتب عليه إنتاج وحدات أكثر بتكلفة أقل في نفس الفترة الزمنية.

وخلاصة الأمر أن العوامل التي تؤثر في العرض من سلعة معينة تتمثل في: عدد المنتجين والبائعين، أسعار عناصر الإنتاج، مستوى الإعانات، ومستوى الضرائب، والمستوى الفني (التكنولوجي) للإنتاج.

I-3- دالة العرض

هناك العديد من العوامل التي تؤثر على عرض المنتج مثل سعر السلعة وأسعار عناصر الإنتاج ومستوى الضرائب ومقدار الإعانات التي تنحها الدولة والمستوى التكنولوجي ..... وغيرها، وبهذا نقول على أن العرض هو دالة تابعة للعديد من المتغيرات، ولذا نعرف دالة العرض بأنها العلاقة الرياضية التي تجمع بين الكمية المعروضة من السلعة أو الخدمة والمتغيرات الأخرى المتعددة والمتشابكة والمحددة لهذه السلعة أو الخدمة، حيث نسمي الكمية المعروضة بالمتغير التابع ونسمي المتغيرات الأخرى بالمتغيرات المستقلة، ويعبر عن دالة العرض رياضيا بالصيغة التالية :

$$Q_{S\,X} = f(P_X, P_L, P_K, T, S, ...)$$

حيث : Q_{SX} : الكمية المعروضة من السلعة X . P_X : سعر السلعة X . P_L و P_K : أسعار عناصر الإنتاج، T : مستوى الضرائب، S : مستوى الإعانات، .....

ونظر لتعقد العلاقة بين الكمية المعروضة من السلعة أو الخدمة والمتغيرات الأخرى في نفس الوقت وتفاديا لهذه المشكلة، لذا يفترض أصحاب النظرية الاقتصادية عند دراسة دالة العرض نقوم بتثبيت كل العوامل المؤثرة في العرض ما عدا متغير واحد منها والمراد دراسته.

I-4- دالة العرض السعرية

هي عبارة عن العلاقة الرياضية التي تربط الكمية المعروضة من السلعة أو الخدمة بسعرها، ويمكن التعبير عن دالة العرض في أبسط صورها (الصورة الخطية) على النحو التالي : $Q_{SX} = f(x)$

$$Q_{SX} = a + bP_X$$

حيث أن : Q_{SX} : الكمية المعروضة من السلعة . P_X : سعر السلعة .

a : مقدار ثابت ويعبر عن الكمية المعروضة من السلعة عندما يكون سعرها مساويا لصفر، وبعبارة أخرى هي الكمية المعروضة التي لا تتأثر بالسعر.

b : مقدار التغير في الكمية المعروضة من السلعة والناتج عن تغير في السعر بوحدة واحدة.

أي أن : $b = \frac{\Delta Q_{SX}}{\Delta P_X}$

I-5- قانون العرض

ينص قانون العرض على أن هناك علاقة طردية بين سعر السلعة كمتغير مستقل والكمية المعروضة منها كمتغير تابع مع افتراض بقاء العوامل الأخرى ثابتة، وهذه العلاقة تبين أن سعر السلعة يؤثر في الكمية المعروضة، أي إذا ارتفعت الأسعار زادت الكمية المعروضة منها والعكس صحيح ، ويمكن تفسير العلاقة الطردية بين السعر والكمية المعروضة بأن العلاقة الموجبة بين السعر والكمية المعروضة ترجع إلى أن ارتفاع الأسعار يعني زيادة الأرباح للبائع مما يدفعه إلى إنتاج المزيد من السلعة وعرضها للبيع في السوق، وحتى إذا كانت التكاليف متزايدة فإن ارتفاع الأسعار سوف يغطي التكاليف ويزيد عنها مما يولد حافزا للمنتج لزيادة إنتاجه وعرضه من السلعة.

I-6- جدول العرض

هو عبارة عن قائمة (جدول) توضح فيه الكميات التي يطلبها المستهلك من السلعة أو الخدمة ما عند الأسعار المختلفة.

مثال : لتكن لدينا دالة العرض السعرية التالية : $Q_{SX} = 2 + 2P_X$

المطلوب : - حدد جدول العرض لما السعر يأخذ القيم من 0 إلى غاية 10 ؟

الحل :

- تحديد جدول العرض لما السعر يأخذ القيم من 0 إلى غاية 10

من أجل تحديد جدول العرض نقوم بالتعويض عن P_X بكل قيمة في دالة العرض المعطاة فنجد :

$Q_{SX0} = 2 + 2P_X = 2 + 2(0) = 2$ $\qquad$ $Q_{SX1} = 2 + 2P_X = 2 + 2(1) = 4$

P_X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Q_{SX}	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22

I-7- منحنى العرض

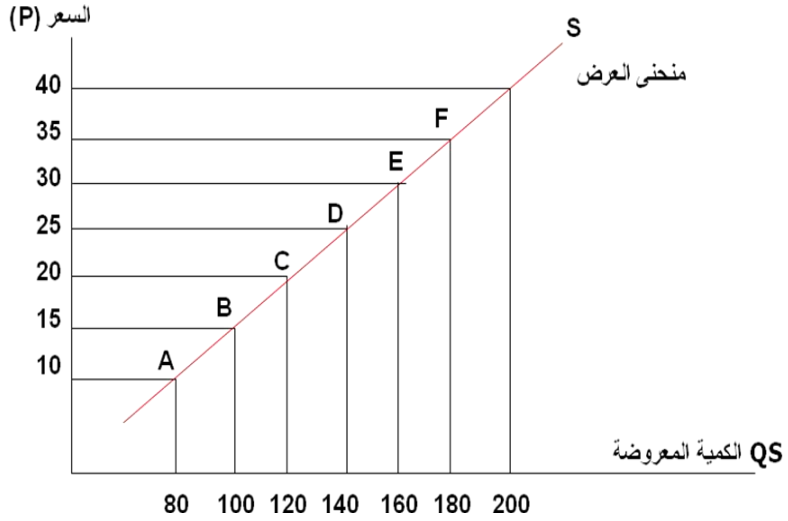
هو عبارة عن التمثيل البياني الذي يصل بين النقاط المختلفة للأسعار المحتملة للسلعة أو الخدمة والكميات المعروضة عند كل سعر.

مثال : لتكن لدينا جدول العرض التالية :

(P)	(QS)
10	80
15	100
20	120
25	140
30	160
35	180
40	200

المطلوب : -حدد منحى العرض؟

وبالرجوع إلى جدول أعلاه يمكن رسم منحنى العرض كما يتضح من الشكل البياني.



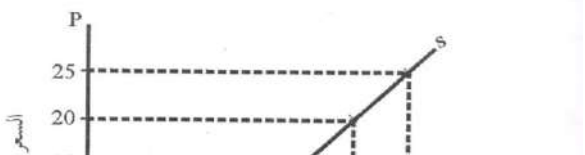
يلاحظ من الشكل البياني أن منحنى العرض موجب الميل أي ينحدر من أسفل إلى أعلى ومن اليسار إلى اليمين، ويوضح ميل المنحنى الموجب قانون العرض، أي العلاقة الطردية بين سعر السلعة والكمية المعروضة منها مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة.

P_X	5	10	15	20	25
Q_{SX}	100	150	200	250	300

المطلوب : -حدد منحى العرض؟

الشكل 2/4

منحنى العرض الفردي



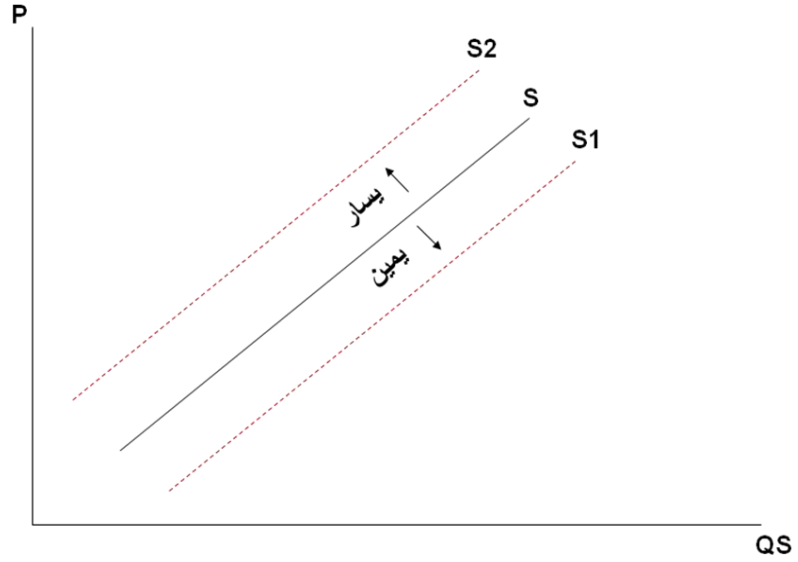
I-8- تغير منحنى العرض

أولاً : حالات زيادة عرض والتي تؤدي إلى انتقال منحنى عرض السلعة إلى اليمين وإلى أسفل :

- زيادة عدد البائعين أو المنتجين للسلعة .
- انخفاض أسعار عناصر الإنتاج .
- تطبيق التكنولوجيا الحديثة في عمليات الإنتاج .
- انخفاض نسبة الضرائب أو تقديم زيادة الإعانات الحكومية .

ثانياً : حالات نقصان عرض والتي تؤدي إلى انتقال منحنى العرض إلى اليسار :

- نقصان عدد البائعين أو المنتجين للسلعة .
- ارتفاع أسعار عناصر الإنتاج .
- استخدام تكنولوجيا أقل تطوراً وأكثر تكلفة في العملية الإنتاجية.
- زيادة نسبة الضرائب أو تخفيض الإعانات الحكومية .



ملاحظات هامة للشكل :

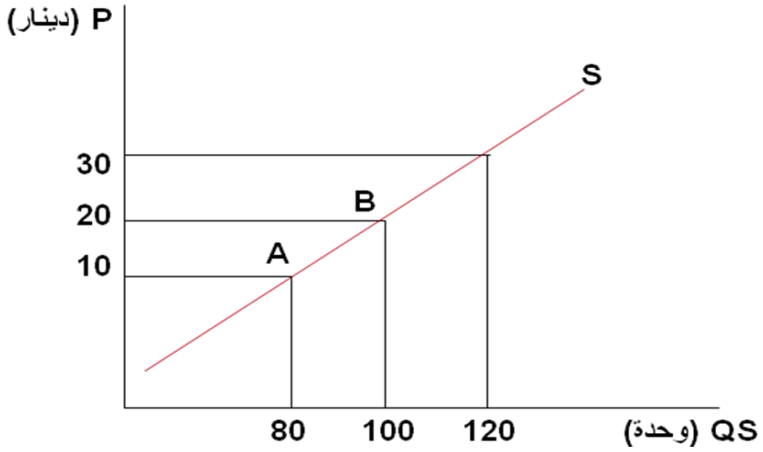
1- انتقال منحنى العرض (S) على اليمين وإلى أسفل أي على (S_1) يدل على زيادة عرض السلعة .

2- انتقال منحنى العرض (S) إي أعلى وإلى اليسار أي إلى (S_2) يدل على نقصان عرض السلعة.

I-9- الفرق بين التغير في العرض والتغير في الكمية المعروضة

- **التغير في الكمية المعروضة**

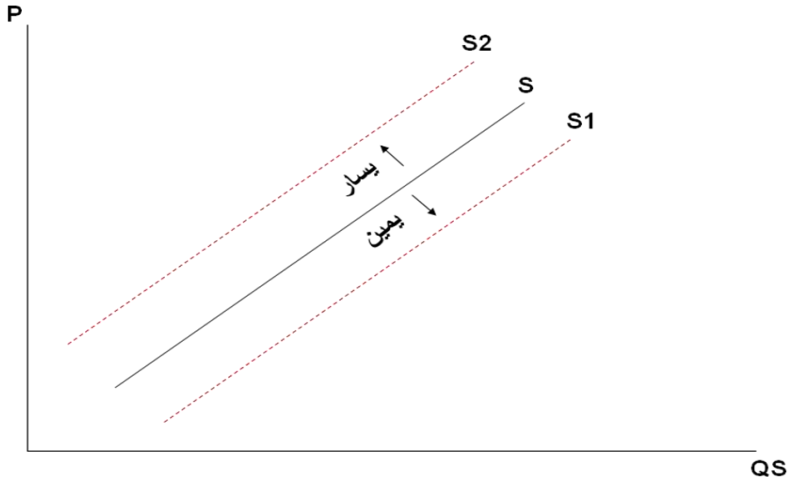
التغير في الكمية المعروضة إنما يعني الانتقال من نقطة إلى أخرى على نفس منحنى العرض نتيجة لتغير سعر السلعة فقط، وهذا مع افتراض ثبات كل العوامل الأخرى على حالها.



نلاحظ من من خلال الشكل البياني أن الانتقال من النقطة A إلى النقطة B على نفس منحنى العرض يعني أن زيادة سعر السلعة من 10 إلى 20 دينار أدى إلى زيادة الكمية المعروضة من 80 إلى 100 وحدة، بينما نلاحظ أن ارتفاع سعر السلعة من 20 إلى 30 دينار أدى إلى زيادة الكمية المعروضة من 100 إلى 120 وحدة حيث تم الانتقال من النقطة B إلى النقطة C على نفس منحنى الطلب.

- **التغير في العرض**

أما التغير في العرض فيعني انتقال منحنى العرض بأكمله من مكانه جهة اليمين عندما يزيد العرض أو جهة اليسار عندما ينخفض العرض، وهذا ناتج عن تغير جميع أو أحد العوامل الغير سعريه والتي نسميها بمحددات العرض الغير السعرية، أي ما عدا سعر السلعة نفسها يبقى ثابت، ويتمثل بيانياً في انتقال منحنى العرض بأكمله إلى اليمين (أسفل) من S إلى S1 في حالة زيادة العرض، وإلى اليسار (أعلى) من S إلى S2 في حالة نقص العرض، كما يتضح من الشكل البياني.



I-10- العرض الكلي (عرض السوق)

هو مجموع الكميات المعروضة من السلعة لإجمالي المستهلكين عند الأسعار المختلفة

.

$$Q_{SX} = \sum_{i=1}^{n} Q_{Si} = Q_1 + Q_2 + ...Q_n$$

مثال : في سوق سلعة ما يتكون من ثلاث عارضين وكانت دوال العرض على هذه السلعة كما يلي: $Q_{S1}=2+2P_X$ و $Q_{S2}=1+2P_X$ و $Q_{S3}=2+3P_X$

المطلوب :- حدد دالة العرض الكلي (السوقي) ؟- حدد دالة العرض الكلي باستخدام جدول العرض ؟

الحل :

- تحديد دالة العرض الكلي (السوقي)

نعلم بأن دالة العرض الكلي هي عبارة عن إجمالي العروض الفردية للمنتجين عند أسعار مختلفة.

$$Q_S=\sum_{i=1}^{3}Q_{Si}=Q_{S1}+Q_{S2}+Q_{S3}=(2+2P_X)+(1+2P_X)+(2+3P_X)=5+7P_X$$

تحديد دالة العرض الكلي (السوقي) باستخدام جدول العرض

نشكل جدول العرض عارضين (منتجين) الثلاث فنجد :

P_X	0	1	2	3	4	5
Q_{SX1}	2	4	6	8	10	12
Q_{SX2}	1	3	5	7	9	11
Q_{SX3}	2	5	8	11	14	17
Q_{SX}	$2+2+1=5$	$4+3+5=12$	19	26	33	40
$\frac{\Delta Q_{SX}}{\Delta P_X}$	/	7	7	7	7	7

نلاحظ بأن $\frac{\Delta Q_{SX}}{\Delta P_X}$ ثابت عند جميع المستويات، ولذا نستنتج بأن العلاقة بين Q_S و P_X هي علاقة خطية يمكن كتابتها بالشكل : $Q_{SX}=a+bP_X$ وبهذا نجد $Q_{SX}=5+7P_X$.

II- مرونات العرض

إن العلاقة الدالية بين العرض كمتغير تابع والعوامل المؤثرة فيه كمتغيرات مستقلة، تعني أن الكمية المعروضة من السلعة ستتغير عند تغير أي عامل من العوامل أو المتغيرات السابقة، ولكن ما مدى وأثر هذا التغير على الكمية المعروضة؟

II-1- مفهوم المرونة

يقصد بمرونة مدى درجة استجابة أو حساسية شيء معين للتغيرات التي تحدث في شيء آخر.

II-2- مفهوم مرونة العرض السعرية

يقصد بمرونة العرض السعرية مدى درجة استجابة أو حساسية الكمية المعروضة من السلعة أو الخدمة للتغيرات التي تحدث في سعرها، ويمكن التعبير عنها كما يلي :

معامل مرونة العرض السعرية = التغير النسبي في الكمية المعروضة من السلعة أو الخدمة / التغير النسبي في سعرها

أي :
$$E_{sp} = \frac{\Delta Q_X \%}{\Delta P_X \%} = \frac{\frac{\Delta Q_X}{Q_{X1}}}{\frac{\Delta P_X}{P_{X1}}} = \frac{\Delta Q_X}{\Delta P_X} * \frac{P_{X1}}{Q_{X1}}$$

ولحساب معامل مرونة العرض السعرية نميز حالتين هما :

حالة قيم متقطعة : يمكننا حساب معامل مرونة العرض السعرية في حالة وجود قيم متقطعة من خلال تطبيق قانون المرونة المبسط كما يلي :

$$E_{sp} = \frac{\Delta Q_X \%}{\Delta P_X \%} = \frac{\Delta Q_X}{\Delta P_X} * \frac{P_{X1}}{Q_{X1}} = \frac{Q_{X2} - Q_{X1}}{P_{X2} - P_{X1}} * \frac{P_{X1}}{Q_{X1}}$$

حالة دالة مستمرة : يمكننا حساب معامل مرونة العرض السعرية في حالة وجود دالة العرض مستمرة من خلال تطبيق القاعدة التالية : $E_{sp} = \frac{\Delta Q_X \%}{\Delta P_X \%} = \frac{\Delta Q_X}{\Delta P_X} * \frac{P_{X1}}{Q_{X1}} = \alpha * \frac{P_{X1}}{Q_{X1}}$

حيث $\alpha = \frac{\Delta Q_X}{\Delta P_X}$ وهي عبارة عن مشتق دالة العرض بالنسبة للسعر.

مثال 01 : لتكن لدينا جدول العرض التالي :

P_X	2	4
Q_X	10	16

المطلوب : حدد قيمة معامل مرونة العرض السعرية ؟

الحل : حساب قيمة معامل مرونة العرض السعرية :

لحساب معامل مرونة العرض السعرية نقوم بتطبيق القانون التالي :

$$E_{sp} = \frac{\Delta Q_X \%}{\Delta P_X \%} = \frac{\Delta Q_X}{\Delta P_X} * \frac{P_{X1}}{Q_{X1}} = \frac{Q_{X2} - Q_{X1}}{P_{X2} - P_{X1}} * \frac{P_{X1}}{Q_{X1}} = \frac{16-10}{4-2} * \frac{2}{10} = (3) * \frac{2}{10} = \frac{6}{10}$$

مثال02 : لتكن لدينا دالة العرض السعرية التالية : $Qs = 20 + 2P_X$

المطلوب : - حدد قيمة معامل مرونة العرض السعرية لما السعر $P_X = 2$ ؟

الحل : حساب قيمة معامل مرونة العرض السعرية لما السعر $P_X = 2$:

لحساب معامل مرونة العرض السعرية نقوم بإيجاد الكمية المعروضة عند السعر المحدد، ثم نطبق قانون المرونة في حالة وجود دالة مستمرة فنجد :

$$Q_{X1} = 20 + 2P_X = 20 + 2(2) = 24$$

$$\alpha = \frac{\Delta Q_X}{\Delta P_X} = 2$$

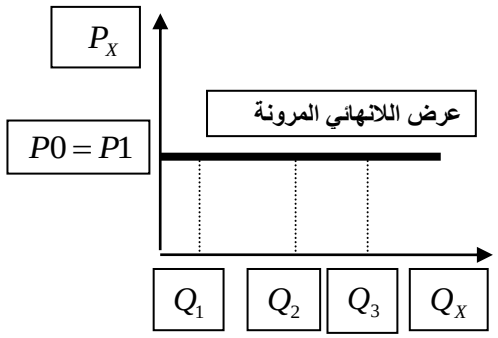
$$E_{sp} = \frac{\Delta Q_X \,\%}{\Delta P_X \,\%} = \frac{\Delta Q_X}{\Delta P_X} * \frac{P_{X1}}{Q_{X1}} = \alpha * \frac{P_{X1}}{Q_{X1}} = (2) * \frac{2}{24} = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$$

II-3- أنواع مرونات العرض السعرية

ومن خلال معامل المرونة العرض السعرية يمكننا معرفة نوع عرض المنتج بالنسبة للسلعة أو الخدمة، والتي نميزها بخمس درجات أو حالات لمرونة العرض وهي كالتالي :

1- عرض لا نهائي المرونة : وهي الحالة التي يؤدي فيها تغير طفيف في سعر السلعة إلى تغير لا نهائي في الكمية المعروضة منها، أي أن المنتجين يقومون ببيع كل الكمية التي يمكنهم بيعها من السلعة عند سعر معين، ولكنهم غير قادرين على بيع أو عرض أي كمية منها إذا ارتفع سعرها ولو بنسبة ضئيلة جدا، بمعنى ومن أهم مميزاتها ما يلي :

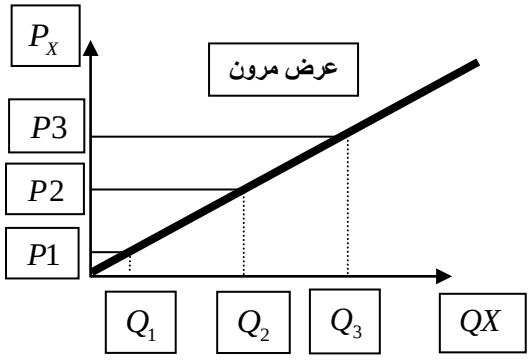
- معامل المرونة الرقمي يساوي لا نهائي $(E_{SX} = \infty)$.
- التغير في الكمية المعروضة شديد الحساسية للسعر السائد الذي لا يتغير $(\Delta P_X = 0)$.
- منحنى العرض يأخذ شكل خط مستقيم موازي المحور الأفقي أي محور الكميات، كما هو موضح في الشكل أدناه.



2- عرض مرن : أي الحالة التي تتغير فيها الكمية التي يعرضها المنتجون من السلعة بنسبة أكبر من التغير الذي يحدث في سعرها، ومن أهم مميزاتها ما يلي :

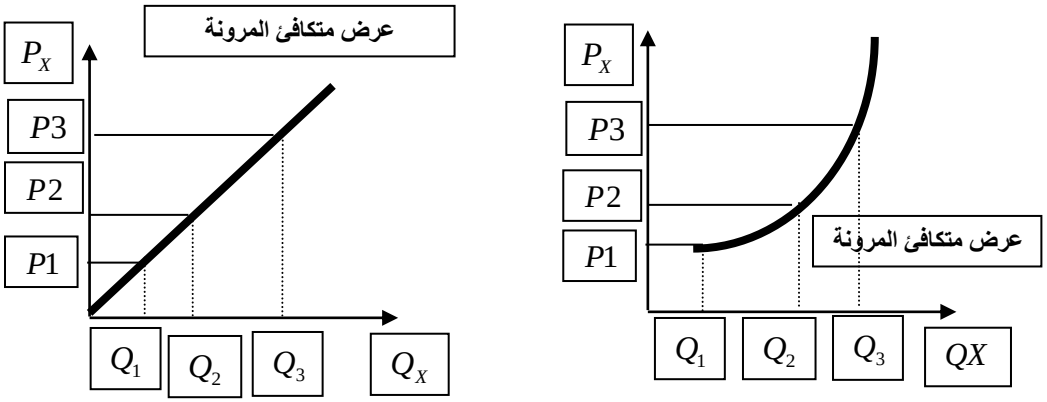
- معامل المرونة الرقمي يساوي أكبر من الواحد $(E_{SX} > 1)$.

- نسبة التغير في الكمية المعروضة أكبر من نسبة التغير في السعر السائد $(\Delta Q_X \% > \Delta P_X \%)$.
- منحنى العرض يأخذ شكل خط مستقيم بطيء الانحدار، بمعنى أن منحنى يكون أقرب لموازاة المحور الأفقي إلا أنه لا يوازيه، كما هو موضح في الشكل أدناه.



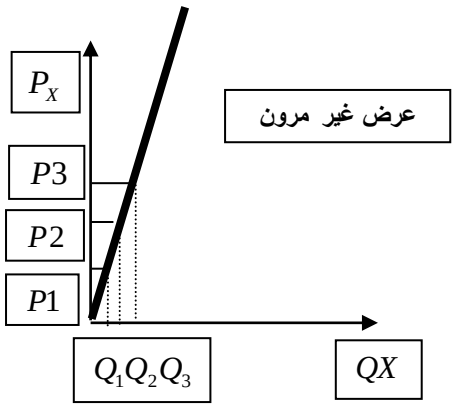
3- عرض متكافئ المرونة : وهي الحالة التي تتغير فيها الكمية المعروضة من السلعة أو الخدمة بنفس نسبة التغير في السعر، ومن أهم مميزاتها ما يلي :

- معامل المرونة الرقمي يساوي لا نهائي $(E_{SX} = 1)$.
- نسبة التغير في الكمية المعروضة مساوية إلى نسبة التغير في السعر السائد $(\Delta Q_X \% = \Delta P_X \%)$.
- منحنى العرض يأخذ شكل قطع متكافئ أو عبارة عن خط 45° الذي يقسم الزاوية القائمة إلى نصفين، كما هو موضح في الشكل أدناه.



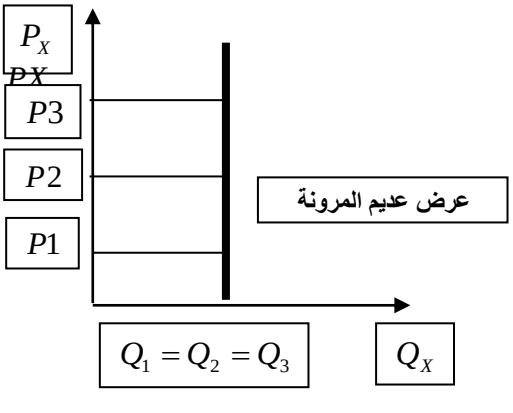
4- عرض غير المرن : هو ذلك الذي تتغير فيه الكمية المعروضة من السلعة أو الخدمة بنسبة أقل من نسبة التغير في السعر، ومن أهم مميزاتها ما يلي :

- معامل المرونة الرقمي يساوي محصور بين الصفر والواحد $(0 < E_{SX} < 1)$.
- نسبة التغير في الكمية المعروضة أقل من نسبة التغير في السعر السائد $(\Delta Q_X \% < \Delta P_X \%)$.
- منحنى العرض يأخذ شكل خط مستقيم ذو انحدار شديد، بمعنى أن منحنى العرض الغير مرن فهو أقرب إلى موازاة المحور العمودي ولكنه لا يوازيه، كما هو موضح في الشكل أدناه.



5 - عرض عديم المرونة : وهو يعني أن الكمية المعروضة عديمة الاستجابة لتغيرات السعر، ومن أهم مميزاتها ما يلي :

- معامل المرونة الرقمي يساوي الصفر $(E_{DX} = 0)$.
- التغير في الكمية المعروضة معدوم مع التغير في السعر $(Q_X = 0)$.
- منحنى العرض يأخذ شكل خط مستقيم يوازي المحور العمودي أي محور الأسعار، كما هو موضح في الشكل أدناه.



والتي يمكننا تلخيص هذه الحالات الخمس لمرونة العرض السعرية في الجدول التالي :

معامل المرونة	$(E_{DX}=0)$	$(0<E_{DX}<1)$	$(E_{DX}=1)$	$(E_{DX}>1)$	$(E_{DX}=\infty)$
نوع العرض	عديم المرونة	غير مرن	متكافئ المرونة	مرن	اللانهائي المرونة

ملاحظة : معامل مرونة العرض السعرية دوما يكون ذو إشارة سالبة، وهذه الإشارة ليست لها دلالة رياضية وإنما لها دلالة اقتصادية، والتي تدل على وجود علاقة عكسية بين سعر السلعة والكمية المعروضة منها.

مثال 01 : ليكن لدينا جدول العرض على السلعة X كما يلي:

	A	B	C	D
P_X	1	2	3	4
Q_{X1}	1200	1400	1600	1800

المطلوب : - حـــــــدد مرونة العرض السعرية بين النقاط (A,B)و(B,C)و(C,D) ؟ وماذا تستنتج؟

الحل :

تحديد مرونة العرض السعرية بين النقاط (A,B)و(B,C)و(C,D)

لدينا قانون مرونة العرض السعرية $E_{dp}=\frac{\Delta Q_X}{\Delta P_X}*\frac{P_{X1}}{Q_{X1}}$ والتعويض مباشرة نجد :

$$E_{d(C-D)}=\frac{\Delta Q_X}{\Delta P_X}*\frac{P_{XC}}{Q_{XC}}=\frac{Q_{XD}-Q_{XC}}{P_{XD}-P_{XC}}*\frac{P_{XC}}{Q_{XC}}=\frac{300-600}{4-3}*\frac{3}{600}=\frac{-900}{600}=-\frac{3}{2}=\left|-\frac{3}{2}\right|=\frac{3}{2}$$

نستنتج من خلال معامل المرونة الرقمي نستنتج بأن العرض غير مرن بين كل من (A,B)و (B,C)، لأن معامل المرنة أقل من الواحد، كما أنه في بين النقطتين (C,D) فإن العرض يعتبر مرن لأن معامل المرنة أكبر من الواحد.

- محددات مرونة العرض السعرية :

أولا : عامل الزمن :

يعتبر الزمن اهم محمدد لمرونة العرض السعرية حيث تكون مرونة عرض السلعة قليلة جداً في المدى القصير لعدم تمكن المنتجين من الاستجابة للتغيرات في سعر السلعة وعدم استطاعتهم تغيير عناصر الانتاج اما في المدى الطويل فتصبح مرونة عرض السلعة عالية ويستطيع المنتجون زيادة الكمية المرعوضة منها والاستجابة للارتفاع في سعر السلعة

ثانياً : قابلية السلعة للتخزين :

كلما كانت السلعة قابلة للتخزين وغير سريعة للعطب كلما أصبحت مرونة عرضها أكبر إذا يستطيع منتجوا هذه السلعة زيادة عرضها او (تخفيضه) عن طريق التخزين فإذا ارتفع السعر يزداد عرضها وإذا انخفض السعر يقل عرضها عن طريق التخزين أي يزيد المخزون من هذه السلعة.

ثالثاً : قابلية عناصر الإنتاج للانتقال :

كلما كانت عناصر الإنتاج قالبة للتحول من إنتاج سلعة إلى أخرى كلما كانت مرونة عرض السلعة أكبر، أما إذا كانت عناصر الإنتاج غير قابلة للتحول فإن المنتج لا يستطيع الاستجابة وزيادة عرض السلعة في حالة ارتفاع سعرها وتقليص عرض السلعة التي انخفض سعرها.

رابعا : التوقعات المنتجين المستقبلية :

كلما كانت التوقعات توحي بأن الارتفاع الحالي للأسعار سيستمر فإن العرض يكون أكثر مرونة مما لو كانت التوقعات تشير إلى أنه ارتفاع مؤقت يتبعه انخفاض في الأسعار.

خامسا : قابلية السلعة لنقل :

كلما تكون السلعة قابلة للنقل من مكان لآخر وبتكاليف مناسبة، فإن هذا يعني أن مرونتها تكون أكبر، فإذا انخفض سعر السلعة في المنطقة وكانت السلعة قابلة للانتقال تمكن المنتج من نقلها وبيعها في منطقة أخرى لم تنخفض فيها الأسعار.

- **أهمية المرونة :**

بعد هذا الاستعراض قد يتساءل بعضنا عن الجدوى من دراسة موضوع المرونة، في الواقع أن فكرة المرونة من أكثر الموضوعات تطبيقا في مجال السياسة الاقتصادية وهي مهمة جدا في الدراسات التي يقوم بها قطاع الأعمال لتسويق منتجاتهم، وربما الآن ندرك ما الهدف الذي يقوم به التجار بالإعلان عن تخفيضات في أسعار البيع، فإذا كان الطلب على السلعة مرنا فإن التخفيضات في الأسعار تؤدي إلى زيادة الإيراد الكلي.

وفي مجال السياسة الاقتصادية تستخدم المرونة في الدراسات الخاصة بأثر الضرائب والاعانات أو الرسوم الجمركية على الأفراد والمؤسسات، فعندما تقرر الدولة صرف إعانة لسلعة معينة فإن معرفة مرونة الطلب ومرونة العرض من تلك السلعة ضروري لتحديد الجهة الخاصة التي يمكن أن تتحصل على أكبر فائدة مكمنة من الإعانة وكذلك الحال في السياسات الخاصة بالضرائب أو سياسات التسعير المختلفة.

الفصل الثالث : نظرية تكاليف الإنتاج

تشير تكاليف الإنتاج إلى المصروفات التي تنتج عن تنظيم العملية الإنتاجية وما تحتاجه من موارد وخدمات، ولإيضاح تكاليف الإنتاج نتعرض إلى جانبين أساسيين للتكاليف هما:

1- مبدأ التكاليف البديلة Opportunity Costs

من المعروف أن استخدام المنشأة لبعض الموارد في إنتاج سلعة معينة يترتب عليه تضحية المجتمع بكميات معينة من السلع الأخرى التي تدخل هذه الموارد في إنتاجها، لذلك يعرف الاقتصاديين تكاليف إنتاج سلعة معينة بقيمة السلع و الخدمات التي اضطرت الجماعة إلى التضحية بها أو التخلي عنها –أي عدم إنتاجها بسبب توجيه الموارد لإنتاج السلعة موضع الاعتبار. لذلك تعبر تكاليف الموارد للمنشأة عن ما يمكن أن تحصل عليه هذه الموارد في أفضل استعمالاتها البديلة فتكاليف العمل في إنتاج الغسالات مثلاً يعبر عنها بقيمة الثلاجات التي ضحي بها فيما لو وجهت وحدات العمل هذه في إنتاجها.

2- التكاليف المنظورة وغير المنظورة

تتمثل التكاليف المنظورة في إجمالي المبالغ التي تدفع و الأجور و المصاريف الجارية و غيرها وهذه هي التكاليف التي يضعها المحاسب تحت بند نفقات المعيشة.

أما التكاليف غير المنظورة فهي تكاليف الموارد التي يمتلكها صاحب المنشأة والتي لا يظهرها المحاسب عادة ضمن قائمة التكاليف مثل راتب صاحب المشروع و الفائدة على استثماره وأجور العمالة العائلية.

ويتضح مما سبق أن نظرة الاقتصادي لتكلفة الإنتاج تختلف بعض الشيء عن التكلفة المحاسبية فالتكاليف الإقتصادية تفوق التكاليف المحاسبية التي لا ينظر لها إلاّ للإنفاق المنظور غير آخذة في الاعتبار التكاليف غير المنظورة و تكاليف الفرصة البديلة.

عند تحليلنا لنظرية تكاليف الإنتاج من وجهة النظر للفترة الزمنية، لذا يجب علينا التمييز بين الفترة الزمنية في المدى القصير والفترة الزمنية في المدى الطويل.

I- التكاليف الإنتاج في المدى القصير

يعبر المدى القصير عن فترة زمنية قصيرة يستحيل فيها على المنشأة تغيير الكميات المستخدمة من بعض الموارد الداخلة في العملية الإنتاجية.

هذا وتتوقف قدرة المنشأة على تغيير كميات الموارد الإنتاجية على طبيعة هذه الموارد وعلى طريقة حيازتها فإذا رغبت المنشأة في تغيير كميات بعض الموارد التي تستأجر خدماتها كالأرض والمباني فإنها لا تحتاج إلى فترة طويلة لتنفيذ ذلك أما إذا أرادت المنشأة تملك هذه الموارد فإنها تحتاج إلى فترة طويلة نسبياً عن الفترة الأولى ولذلك فإن تكاليف مثل هذه الموارد في المدى القصير تسمى التكاليف الثابتة لأنها لا ترتبط بكمية الناتج إذ تدفعها المنشأة أنتجت أم لم تنتج.

على الجانب الآخر هناك من الموارد كالعمل والمواد الخام والمواد نصف مصنعة فإن عملية تغييرها لا تحتاج لفترة مثل نظيرتها السابقة ومن ثم فتكاليف مثل هذه الموارد تسمى التكاليف المتغيرة التي تزداد بزيادة الإنتاج وتقل بنقصانه.

وعليه فإن تكاليف الإنتاج الكلية (Total Costs) تتكون من شقين يتمثل الأول في تكاليف الموارد الثابتة (Total Fixed Cost) بالإضافة إلى تكاليف الموارد المتغيرة (Total Variable Cost) أي أن:

$$TC = TFC + TVC$$

هذه الدالة تسمى دالة التكاليف إذ أنها دالة في الإنتاج غير أن التكاليف يمكن أن ترتبط بعنصر الإنتاج عندما يكون سعر الوحدة من المورد X هو P_x أي أن:

$$TC = TFC + TVC = TFC + X.P_X$$

وهذه الأخيرة يطلق عليها معادلة التكاليف وليس دالة التكاليف.

I-1- التكاليف الكلية للإنتاج في المدى القصير

- التكاليف الثابتة الكلية Total Fixed Costs

وهي عبارة عن تكاليف عناصر الإنتاج الثابتة التي تستخدمها المؤسسة، والتي لا تتغير بتغير حجم الإنتاج وتتحملها المؤسسة بصرف النظر عن حجم الإنتاج والتي تدفعها حتى إذا كان حجم الإنتاج مساويا صفر، والثبات هنا (وجدود التكاليف الثابتة) اصطلاح يتحقق في المدى القصير للإنتاج (في الفترة الزمنية القصيرة الأجل)، ولكن في المدى الطويل تصبح كل التكاليف متغيرة لوجود فرص أكبر لتغيير كل عناصر الإنتاج التي تشمل المصانع والأجهزة، فعلى سبيل المثال لتكاليف الثابتة للإنتاج تشمل أجور العمال خارج

الورشة وأجور العمال غير المدفوعة مثل أجر رب العمل والضرائب والإهتلاكات والتأمين والفائدة والإيجار .....، ونرمز لتكاليف الإنتاج الثابتة بالرمز **TFC**.

- **التكاليف المتغيرة الكلية Total Variable Costs**

وهي عبارة عن تكاليف عناصر الإنتاج المتغيرة التي تستخدمها المؤسسة، وهي التكاليف التي تتغير بتغير حجم الإنتاج، أو التي تتعلق مباشرة بإنتاج الناتج، ومستوى هذه التكاليف يتوقف على مستوى الناتج وله صلة مباشرة بدالة الإنتاج، وإذا كان حجم الإنتاج مساويا صفر فان مقدار هذه التكلفة (التكلفة المتغيرة) يكون معدوما، ومن أمثلة التكاليف المتغيرة للإنتاج الواقعة في المؤسسة المواد الأولية وأجور العمال في الورشة والكهرباء والماء داخل ورشة الإنتاج ..... ، فتزداد التكاليف المتغيرة لزيادة هذه المدخلات إذا ما أريد زيادة إنتاج، ونرمز لتكاليف الإنتاج المتغيرة بالرمز **TVC**، حيث أن $TVC = P_{(L/K)}.X$

- **التكاليف الكلية Total Costs**

وهي عبارة عن إجمالي تكاليف عناصر الإنتاج الثابتة والمتغيرة التي تستخدمها المؤسسة، وتتكون من جميع التكاليف الثابتة الكلية والتكاليف المتغيرة الكلية للإنتاج معا، وإذا كان حجم الإنتاج مساويا صفر فان هذه التكلفة (التكلفة الكلية) تكون مساوية لتكاليف الثابتة، ونرمز لتكاليف الإنتاج الكلية بالرمز **TC**، حيث : $TC = TFC + TVC$

مثال : ليكن لدينا الجدول التالي والذي يوضح لنا التكاليف الكلية TC بدلالة حجم الإنتاج Q كما يلي:

TC	Q
32	0
44	1
52	2
56	3
60	4
72	5
86	6
102	7
128	8
167	9
212	10

المطلوب :

1- ما نوع الفترة الزمنية التي تنشط فيها المؤسسة ؟ ولماذا ؟

2- حدد كل مختلف أنواع التكاليف الكلية ؟

3- مثل مختلف منحنيات التكاليف الكلية ؟

الحل :

1.نوع الفترة الزمنية التي تنشط فيها المؤسسة هي قصيرة الأجل نظرا لوجود التكاليف الثابتة والمقدرة بـ 32 لما حجم الإنتاج مساويا للصفر (TFC=32).

2.حدد كل مختلف أنواع التكاليف الكلية :

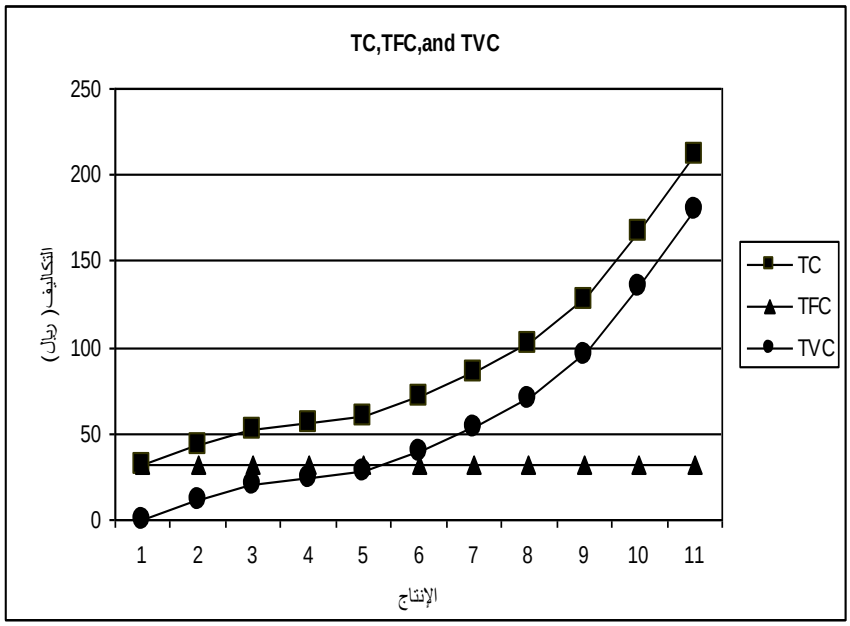
- التكاليف الثابتة الكلية TFC : وهي عبارة عن مقدار التكلفة الكلية لما يكون حجم الإنتاج مساويا للصفر (Q=0)، والتي نجدها في هذه الحالة (TFC=32).

-التكاليف المتغيرة الكلية TVC : وهي عبارة عن التكاليف لها علاقة بحجم الإنتاج، والتي يمكن إيجادها من خلال العلاقة التالية : $TVC = TC - TFC = 44 - 32 = 12$ وهذا عند حجم إنتاج قدره (Q=1)، وهكذا تتم حساب بقية القيم الأخرى.

ومنه يمكننا تحديد القيم السابقة لتكاليف الثابتة والمتغيرة الكلية من خلال الجدول التالي:

TVC	TFC	TC	Q
0	32	32	0
12	32	44	1
20	32	52	2
24	32	56	3
28	32	60	4
40	32	72	5
54	32	86	6
70	32	102	7
96	32	128	8
135	32	167	9
180	32	212	10

3. مثل مختلف منحنيات التكاليف الكلية :



حيث نلاحظ من خلال الشكل أعلاه بأن التكاليف الثابتة عبارة عن خط مستقيم موازي لمحور الكميات (الإنتاج) وهذا ما يدل على أن هذه التكاليف لا تتأثر بمقدار حجم الإنتاج السلعي.

بينما منحنى الذي يمكن أن تأخذه التكاليف المتغيرة يرجع إلى ما هو مفترض عن المنطق الإنتاجي بناء على المعارف والخبرات التقنية، ففي غالبية الأحيان نجد بأن التكاليف في المؤسسات الاقتصادية تزداد بمعدل متناقص لانخفاض متوسط التكلفة المتغيرة للوحدة المنتجة وذلك حتى حد معين ثم تبدأ بعدها في الارتفاع وهذا ينعكس بالطبع على شكل التكاليف المتغيرة الكلية التي تأخذ بالتالي في الارتفاع.

أما بالنسبة لتكاليف الكلية فإنها تتفق مع التكاليف المتغيرة الكلية إذ هي عبارة عن الجمع بين التكاليف الثابتة والتكاليف المتغيرة وأنه لا تأثير للتكاليف الثابتة على هذا الشكل، وبالتالي فان منحى التكاليف الكلية يأخذ نفس شكل منحنى التكاليف المتغيرة الكلية إلا انه يعلوا أو يرتفع عنه بمقدار التكاليف الثابتة.

I-2- التكاليف المتوسطة والحدية للإنتاج في المدى القصير

II-2- متوسط التكاليف الثابتة الكلية Average Fixed Costs

وهي عبارة عن نصيب أو مقدار الوحدة المنتجة الواحدة من التكاليف الثابتة، وهي عبارة عن حاصل قسمة التكاليف الثابتة الكلية على عدد الوحدات المنتجة من السلعة أو الخدمة، ونرمز لمتوسط التكاليف الثابتة للإنتاج بالرمز **AFC**، ومنحنى متوسط التكاليف الثابتة للإنتاج دوما يكون متناقص كلما زاد مستوى الإنتاج بل يقترب من محور الكميات ولا يقطعه، ويمكن أن نعبر عنه رياضيا كما يلي :

$$AFC = \frac{TFC}{Q}$$

متوسط التكاليف المتغيرة الكلية Average Variable Costs

وهي عبارة عن نصيب أو مقدار الوحدة المنتجة الواحدة من التكاليف المتغيرة، وهي عبارة عن حاصل قسمة التكاليف المتغيرة الكلية على عدد الوحدات المنتجة من السلعة أو الخدمة، ونرمز لمتوسط التكاليف المتغيرة للإنتاج بالرمز AVC، ومنحنى متوسط التكاليف المتغيرة للإنتاج دوما يأخذ شكل حرف U، حيث يبدأ بالتناقص إلى أن يصل إلى أدنى قيمة والتي يكون فيها المماس موازيا لمحور الكميات (أي مشتق متوسط التكلفة المتغيرة مساويا للصفر، $\frac{\partial AVC}{\partial Q} = 0$ أو $\frac{\Delta AVC}{\Delta Q} = 0$)، ثم يبدأ بعدها المنحنى في التزايد، ويمكن أن نعبر عنه رياضيا كما يلي :

$$AVC = \frac{TVC}{Q}$$

متوسط التكاليف الكلية Average Total Costs

وهي عبارة عن نصيب أو مقدار الوحدة المنتجة الواحدة من التكاليف الكلية، وهي عبارة عن حاصل قسمة التكاليف الكلية على عدد الوحدات المنتجة من السلعة أو الخدمة أو حاصل جمع كل من متوسط التكاليف الثابتة ومتوسط التكاليف المتغيرة، ونرمز لمتوسط التكاليف الكلية للإنتاج بالرمز ATC، ومنحنى متوسط التكاليف الكلية للإنتاج دوما يأخذ نفس شكل منحنى متوسط التكاليف المتغيرة AVC إلا أنه يعلوا علية بمقدار متوسط التكاليف الثابتة AFC، حيث يبدأ بالتناقص إلى أن يصل إلى أدنى قيمة والتي يكون فيها المماس موازيا لمحور الكميات (أي مشتق متوسط التكلفة الكلية مساويا للصفر، $\frac{\partial ATC}{\partial Q} = 0$ أو $\frac{\Delta ATC}{\Delta Q} = 0$)، ثم يبدأ بعدها المنحنى في التزايد، ويمكن أن نعبر عنه رياضيا كما يلي :

$$ATC = \frac{TC}{Q} = AFC + AVC$$

التكاليف الحدية Marginal Costs

وهي عبارة عن مقدار التكلفة المضافة من أجل زيادة إنتاج وحدة واحدة في الناتج الكلي، والتكاليف الحدية تتوقف كلية على طبيعة الدالة الإنتاجية وتكاليف الوحدة من التكاليف المتغيرة، والتكاليف الحدية تدخل كلية في نوع التكاليف المتغيرة.

وبصفة أخرى فالتكلفة الحدية عبارة عن مقدار التغير في التكلفة الكلية الناتجة عن إضافة وحدة واحدة من الإنتاج، ونرمز لها بالرمز MC ، ومنحنى التكاليف الحدية للإنتاج

دوما يبدأ بالتناقص إلى أن يصل إلى أدنى قيمة والتي يكون فيها المماس موازيا لمحور الكميات (أي مشتق التكلفة الحدية مساويا للصفر، $\frac{\partial MC}{\partial Q}=0$ أو $\frac{\Delta MC}{\Delta Q}=0$)، ثم يبدأ بعدها المنحنى في التزايد، ويمكن أن نعبر عنه رياضيا كما يلي : $MC=\frac{\Delta TC}{\Delta Q}$ وهذا في حالة القيم المتقطعة،

أما إذا كانت التكاليف على شكل دالة $TC=f(Q)$ فإن التكلفة الحدية عبارة عن مشتق هذه الدالة أي :

$$MC=\frac{\partial TC}{\partial Q}$$

كما يمكننا إيجاد التكلفة الحدية في المدى القصير بالطريقة التالية:

$$MC=\frac{\partial TC}{\partial Q}=\frac{\partial(TFC+TVC)}{\partial Q}=\frac{\partial TFC}{\partial Q}+\frac{\partial TVC}{\partial Q}=\frac{\partial TVC}{\partial Q}$$

وعلية نجد أن التكلفة الحدية في المدى القصير مساوية أيضا إلى مشتق دالة التكلفة المتغيرة الكلية أي :

$$MC=\frac{\partial TC}{\partial Q}=\frac{\partial TVC}{\partial Q}$$

مثال : نفس معطيات المثال السابق.

المطلوب :

1- حدد مختلف متوسط التكاليف ؟

2- حدد مقدار التكاليف الحدية ؟

3- مثل مختلف منحنيات متوسط التكاليف ومنحنى التكلفة الحدية؟

الحل :

1- تحديد مختلف متوسط التكاليف:

- **متوسط التكاليف الثابتة الكلية AFC**

وهي عبارة عن حاصل قسمة التكاليف الثابتة الكلية على عدد الوحدات المنتجة من السلعة أو الخدمة، والتي يمكننا تحديد قيمها من خلال العلاقة التالية $AFC=\frac{TFC}{Q}=\frac{32}{2}=16$

وهذا عند حجم إنتاج قدره (Q=2) وهكذا يتم حساب بقية القيم الأخرى عند مختلف مستويات الإنتاج، والتي يمكن توضيحها في الجدول أدناه :

- **متوسط التكاليف المتغيرة الكلية AVC**

وهي عبارة عن حاصل قسمة التكاليف المتغيرة الكلية على عدد الوحدات المنتجة من السلعة أو الخدمة، والتي يمكننا تحديد قيمها من خلال العلاقة التالية $AVC = \frac{TVC}{Q} = \frac{20}{2} = 10$

وهذا عند حجم إنتاج قدره (Q=2) وهكذا يتم حساب بقية القيم الأخرى عند مختلف مستويات الإنتاج، والتي يمكن توضيح نتائجها في الجدول أدناه :

- **متوسط التكاليف الكلية ATC**

وهي عبارة عن حاصل قسمة التكاليف الكلية على عدد الوحدات المنتجة من السلعة أو الخدمة أو عبارة عن جمع متوسط التكاليف الثابتة والمتغيرة، والتي يمكننا تحديد قيمها من خلال العلاقة التالية $ATC = \frac{TC}{Q} = AFC + AVC = \frac{52}{2} = 16 + 10 = 26$ وهذا عند حجم إنتاج قدره (Q=2) وهكذا يتم حساب بقية القيم الأخرى عند مختلف مستويات الإنتاج، والتي يمكن توضيح نتائجها في الجدول أدناه :

2- تحديد مقدار التكاليف الحدية MC :

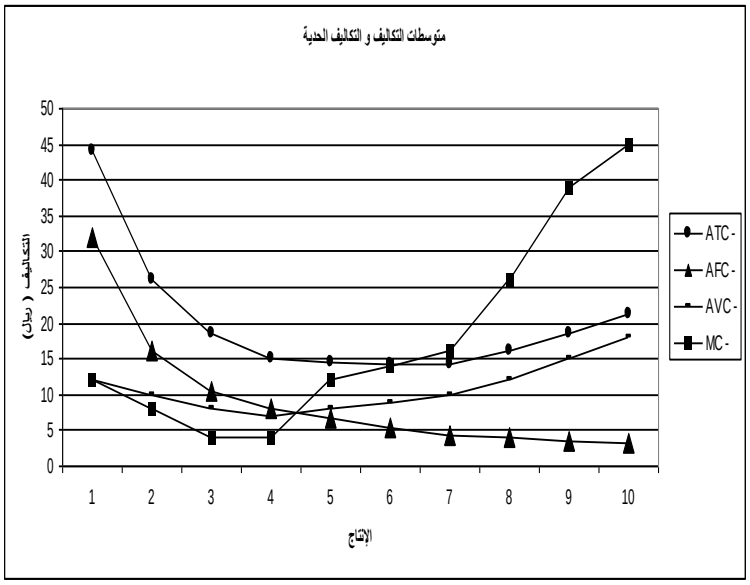
التكلفة الحدية عبارة عن مقدار التغير في التكلفة الكلية الناتجة عن إضافة وحدة واحدة من الإنتاج، والتي يمكننا تحديد قيمها من خلال العلاقة التالية $MC = \frac{\Delta TC}{\Delta Q} = \frac{TC_2 - TC_1}{Q_2 - Q_1} = \frac{44 - 32}{1 - 0} = 12$ وهذا بين مستوي حجم إنتاج (Q=0,Q=1) وهكذا يتم حساب بقية القيم الأخرى عند مختلف مستويات الإنتاج، والتي يمكن توضيح نتائجها في الجدول أدناه :

وعليه يمكن توضيح مختلف متوسطات التكاليف والتكاليف الحدية السابقة من خلال البيانات الموضحة بالجدول التالي:

MC	AVC	AFC	ATC	TVC	TFC	TC	Q
-	-	-	-	0	32	32	0
12	12	32	44	12	32	44	1
8	10	16	26	20	32	52	2
4	8	10.6	18.6	24	32	56	3
4	7	8	15	28	32	60	4
12	8	6.6	14.6	40	32	72	5

14	9	5.3	14.3	54	32	86	6
16	10	4.2	14.2	70	32	102	7
26	12	4	16	96	32	128	8
39	15	3.6	18.6	135	32	167	9
45	18	3.2	21.2	180	32	212	10

التمثيل البياني لمختلف منحنيات متوسط التكاليف ومنحنى التكلفة الحدية :



من خلال الشكل أعلاه يمكننا ملاحظة ما يلي :

- منحنى متوسط التكاليف الثابتة للإنتاج متناقص كلما زاد مستوى الإنتاج.
- منحنى متوسط التكاليف المتغيرة للإنتاج يبدأ بالتناقص إلى أن يصل إلى أدنى قيمة له عند الوحدة الرابعة من حجم الإنتاج (Q=4) والمقدرة بـ سبعة وحدات نقدية (AVC = 7) ثم بعدها يبدأ المنحنى في التزايد.
- منحنى متوسط التكاليف الكلية للإنتاج يبدأ بالتناقص إلى أن يصل إلى أدنى قيمة له عند الوحدة السابعة من حجم الإنتاج (Q=7) والمقدرة بـ 14.2 وحدة نقدية (ATC = 14.2) ثم بعدها يبدأ المنحنى في التزايد.

العلاقة بين مختلف منحنيات متوسط التكاليف ومنحنى التكلفة الحدية :

1- العلاقة بين منحنى متوسط التكاليف المتغيرة ومنحنى التكلفة الحدية :

من الشكل أعلاه يمكننا إيجاد العلاقة بين منحنى متوسط التكاليف المتغيرة ومنحنى التكلفة الحدية في النقاط الثلاث والتي يمكن توضيحها كما يلي :

لدينا $AVC = \frac{TVC}{Q}$ من أجل إيجاد القيمة الصغرى لهذه الدالة (AVC) نقوم بمفاضلة هذه الدالة ونساويها بالصفر أي :

$$\frac{\partial AVC}{\partial Q} = \frac{\partial\left(\frac{TVC}{Q}\right)}{\partial Q} = \frac{\frac{\partial TVC}{\partial Q}.Q - \frac{\partial Q}{\partial Q}.TVC}{Q^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial TVC}{\partial Q}.Q - TVC = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial TVC}{\partial Q}.Q = TVC$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial TVC}{\partial Q} = \frac{TVC}{Q}$$

$$\Leftrightarrow MC = AVC$$

ومن أجل أيجاد العلاقة بين متوسط التكلفة المتغيرة والتكلفة الحدية نقوم بدراسة لإشارة المشتق في هذه الحالة من خلال الجدول التالي :

$(MC < AVC)$	$(MC = AVC)$	$(MC > AVC)$
AVC في حالة تناقص	AVC عند حده الأدنى	AVC في حالة تزايد

وعلية يمكن تلخيص العلاقة بين AVC و MC في النقاط التالية :

أ – إذا كان منحنى التكلفة الحدية MC أقل من منحنى متوسط التكاليف المتغيرة AVC أي $(MC < AVC)$ فإن متوسطة التكلفة المتغيرة AVC في حالة تناقص.

ب - إذا كان منحنى التكلفة الحدية MC يقطع منحنى متوسط التكاليف المتغيرة AVC أي $(MC = AVC)$ فإن هذا الأخير (متوسطة التكلفة المتغيرة AVC) عند حده الأدنى.

ج - إذا كان منحنى التكلفة الحدية MC أعلى من منحنى متوسط التكاليف المتغيرة AVC أي $(MC > AVC)$ فإن هذا الأخير متوسطة التكلفة المتغيرة AVC في حالة تزايد.

2- العلاقة بين منحنى متوسط التكاليف الكلية ومنحنى التكلفة الحدية :

من الشكل أعلاه يمكننا إيجاد العلاقة بين منحنى متوسط التكاليف الكلية ومنحنى التكلفة الحدية في النقاط الثلاث والتي يمكن توضيحها كما يلي :

لدينا $ATC = \frac{TC}{Q}$ من أجل إيجاد القيمة الصغرى لهذه الدالة (ATC) نقوم بمفاضلة هذه الدالة ونساويها بالصفر أي :

$$\frac{\partial ATC}{\partial Q} = \frac{\partial\left(\frac{TC}{Q}\right)}{\partial Q} = \frac{\frac{\partial TC}{\partial Q}.Q - \frac{\partial Q}{\partial Q}.TC}{Q^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial TC}{\partial Q}.Q - TC = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial TC}{\partial Q}.Q = TC$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial TC}{\partial Q} = \frac{TC}{Q}$$

$$\Leftrightarrow MC = ATC$$

ومن أجل أيجاد العلاقة بين متوسط التكلفة الكلية والتكلفة الحدية نقوم بدراسة لإشارة المشتق في هذه الحالة من خلال الجدول التالي :

$(MC < ATC)$	$(MC = ATC)$	$(MC > ATC)$
ATC في حالة تناقص	ATC عند حده الأدنى	ATC في حالة تزايد

وعلية يمكن تلخيص العلاقة بين AVC و MC في النقاط التالية :

أ – إذا كان منحنى التكلفة الحدية MC أقل من منحنى متوسط التكاليف الكلية ATC أي $(MC < ATC)$ فإن متوسطة التكلفة الكلية ATC في حالة تناقص.

ب - إذا كان منحنى التكلفة الحدية MC يقطع منحنى متوسط التكاليف الكلية ATC أي $(MC = ATC)$ فإن هذا الأخير (متوسطة التكلفة الكلية ATC) عند حده الأدنى.

ج - إذا كان منحنى التكلفة الحدية MC أعلى من منحنى متوسط التكاليف الكلية ATC أي $(MC > ATC)$ فإن هذا الأخير متوسطة التكلفة الكلية ATC في حالة تزايد.

العلاقة بين منحنيات متوسط التكاليف الكلية والتكلفة الحدية ومنحنيات الناتج المتوسط والحدي :

بافتراض أن المؤسسة تقوم بإنتاج سلعة أو خدمة ما في المدى القصير، وذلك باستخدام عنصرين من عناصر الإنتاج هما العمل (L) وهو العنصر الإنتاجي المتغير، ورأس المال (K) وهو العنصر الإنتاجي الثابت، والتي تكتب دالة الإنتاج فيه على الشكل : $TP = f(L, K_0)$ ، ودالة التكلفة الناتج عن إنتاج هذا المنتج فتكون على الشكل التالي أيضا : $TC = TVC + TFC$.

وعلى هذا ضوء يمكننا أن نحدد العلاقة بين منحنيات الإنتاج ومتوسط التكاليف من خلال الخطوات التالية :

1- العلاقة بين منحنى متوسط التكاليف المتغيرة AVC ومنحنى الناتج المتوسط AP_L:

بما أن عنصر العمل هو العنصر الإنتاجي المتغير فإن التكلفة المتغيرة هنا هي تكلفة العمل، وبافتراض أن عدد العمال المستخدم هو (L) وأجرة الوحدة الواحدة من العمل (العامل الواحد) هي (P_L) فإن تكلفة العمل (التكلفة المتغيرة) هي :

$$TVC = P_L * L$$

$$\Rightarrow AVC = \frac{TVC}{Q} = \frac{P_L * L}{Q} = P_L * \frac{L}{Q} = P_L * \frac{1}{AP_L}$$

حيث نجد أن $\frac{L}{Q}$ هي عبارة عن مقلوب الناتج المتوسط لعنصر العمل AP_L أي أن :

$$AP_L = \frac{TP}{L} = \frac{Q}{L}$$

وعليه إذن نجد أن : $AVC = \frac{P_L}{AP_L}$ ، ومن خلال هذا القانون الأخير والذي يوضح لنا بأن هناك علاقة عكسية بين متوسط التكلفة المتغيرة AVC والناتج المتوسط لعنصر العمل AP_L ، والتي يمكن توضيحا في الجدول التالي :

AP_L في حالة تناقص	AP_L عند قيمته العظمى	AP_L في حالة تزايد
AVC في حالة تزايد	AVC عند قيمته الصغرى	AVC في حالة تناقص

أ – إذا كان منحنى الناتج المتوسط AP_L في حالة تزايد فإن منحنى متوسط التكاليف المتغيرة AVC في حالة تناقص.

ب - إذا كان منحنى الناتج المتوسط AP_L عند قيمته العظمى فإن منحنى متوسط التكاليف المتغيرة AVC عند حده الأدنى.

ج - إذا كان منحنى الناتج المتوسط AP_L في حالة تناقص فإن منحنى متوسط التكاليف المتغيرة AVC في حالة تزايد.

2- العلاقة بين منحنى التكلفة الحدية MC ومنحنى الناتج الحدي MP_L :

بما أن عنصر العمل هو العنصر الإنتاجي المتغير فإن التكلفة الإنتاج هنا تتغير مع تغير عنصر العمل، وبالتالي فإن التكلفة الحدية هي عبارة عن مقدار التغير في تكلفة عنصر العمل على مقدار التغير في عدد وحدات الإنتاج أي أن :

$$MC = \frac{\Delta TC}{\Delta Q} = \frac{\Delta TVC}{\Delta Q} = \frac{\Delta(P_L * L)}{\Delta Q} = P_L * \frac{\Delta L}{\Delta Q} = P_L * \frac{1}{MP_L}$$

حيث نجد أن $\frac{\Delta L}{\Delta Q}$ هي عبارة عن مقلوب الناتج الحدي لعنصر العمل MP_L أي أن :

$$MP_L = \frac{\Delta TP}{\Delta L} = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$$

وعليه إذن نجد أن : $MC = \frac{P_L}{MP_L}$ ، ومن خلال هذا القانون الأخير والذي يوضح لنا بأن هناك علاقة عكسية بين التكلفة الحدية MC والناتج الحدي لعنصر العمل MP_L ، والتي يمكن توضيحا في الجدول التالي :

MP_L في حالة تناقص	MP_L عند قيمته العظمى	MP_L في حالة تزايد
MC في حالة تزايد	MC عند قيمته الصغرى	MC في حالة تناقص

أ – إذا كان منحنى الناتج الحدي MP_L في حالة تزايد فإن منحنى التكلفة الحدية MC في حالة تناقص.

ب - إذا كان منحنى الناتج الحدي MP_L عند قيمته العظمى فإن منحنى التكلفة الحدية MC عند حده الأدنى.

ج - إذا كان منحنى الناتج الحدي MP_L في حالة تناقص فإن منحنى التكلفة الحدية MC في حالة تزايد.

مثال : ليكن لدينا الجدول التالي والذي يوضح لنا الكميات المنتجة TP بدلالة عناصر الإنتاج العمل (L) ورأس المال (K)، وكانت أسعار عناصر الإنتاج P_L و P_K على الترتيب كما يلي 300 ، 200.

Q	K	L
0	2	0

1	2	10
2	2	30
3	2	70
4	2	100
5	2	120
6	2	130
7	2	135
8	2	130
9	2	120
10	2	100

المطلوب :

1- ما نوع الفترة الزمنية التي تنشط فيها المؤسسة ؟ ولماذا ؟

2- أوجد كل من الناتج المتوسط والحدي بالنسبة لعنصر الإنتاج المتغير؟

3- أوجد مختلف التكاليف المتوسطة والكلية والحدية؟

4- أوجد العلاقة بين متوسط التكاليف المتغيرة (AVC) والناتج المتوسط لعنصر العمل (AP_L)؟

5- أوجد العلاقة بين التكلفة الحدية (MC) والناتج الحدي لعنصر العمل **(MP_L)؟**

6- ثم وضح هذه العلاقة بيانيا؟

الحل :

1- نوع الفترة الزمنية التي تنشط فيها المؤسسة هي قصيرة الأجل نظرا لوجود ثبات أحد عناصر الإنتاج أو وجود التكاليف الثابتة.

2-أيجاد كل من الناتج المتوسط AP_L والناتج الحدي MP_L بالنسبة لعنصر الإنتاج المتغير L :

الناتج المتوسط AP_L

وهو عبارة عن حاصل قسمة الناتج الكلي TP على عدد الوحدات المستخدمة من عنصر الإنتاج المتغير L ، والتي يمكننا تحديد قيمها من خلال العلاقة التالية $AP_L = \frac{TP}{L} = \frac{30}{2} = 15$ وهذا عند استخدام وحدتين من عنصر الإنتاج العمل L والتي تساهم في خلق حجم إنتاج قدره (TP =30)، وهكذا يتم حساب بقية القيم الأخرى عند مختلف مستويات الإنتاج، والتي يمكن توضيح نتائجها في الجدول أدناه.

الناتج الحدي MP_L

الناتج الحدي عبارة عن مقدار التغير في الناتج الكلية الناتجة عن إضافة وحدة واحدة من عنصر الإنتاج المتغير L، والتي يمكننا تحديد قيمها من خلال العلاقة التالية $MP_L = \frac{\Delta TP}{\Delta L} = \frac{TP_2 - TP_1}{L_2 - L_1} = \frac{10-0}{1-0} = 10$ وهذا بين مستوي حجم إنتاج $(TP_1=0, TP_2=10)$ وهذا عند استخدم عناصر إنتاج من العمل$(L_1=0, L_2=1)$، وهكذا يتم حساب بقية القيم الأخرى عند مختلف مستويات الإنتاج، والتي يمكن توضيح نتائجها في الجدول أدناه.

L	K	Q	AP_L	MP_L
0	2	0	-	-
1	2	10	10	10
2	2	30	15	20
3	2	70	23.33	40
4	2	100	25	30
5	2	120	24	20
6	2	130	21.67	10
7	2	135	19.28	5
8	2	130	16.25	5-
9	2	120	13.33	10-
10	2	100	10	20-

3- إيجاد مختلف التكاليف المتوسطة والكلية والحدية:

L	K	Q	TFC	TVC	TC	AFC	AVC	ATC	MC
0	2	0	400	0	400	-	-	-	-
1	2	10	400	300	700	40	30	70	30
2	2	30	400	600	1000	13.33	20	33.33	15
3	2	70	400	900	1300	5.71	12.86	18.57	7.5
4	2	100	400	1200	1600	4	12	16	10
5	2	120	400	1500	1900	3.33	12.5	15.83	15
6	2	130	400	1800	2200	3.08	13.85	16.92	30
7	2	135	400	2100	2500	2.96	15.56	18.52	60

8	2	130	400	2400	2800	3.08	18.46	21.54	60-
9	2	120	400	2700	3000	3.33	22.5	25.83	20-
10	2	100	400	3000	3300	4	30	34	15-

4- أوجد العلاقة بين متوسط التكاليف المتغيرة (AVC) والناتج المتوسط لعنصر العمل (AP_L):

بما أن عنصر العمل هو العنصر الإنتاجي المتغير فإن التكلفة المتغيرة هنا هي تكلفة العمل، وبافتراض أن عدد العمال المستخدم هو (L) وأجرة الوحدة الواحدة من العمل (العامل الواحد) هي (P_L) فإن تكلفة العمل (التكلفة المتغيرة) هي :

$$TVC = P_L * L$$

$$\Rightarrow AVC = \frac{TVC}{Q} = \frac{P_L * L}{Q} = P_L * \frac{L}{Q} = P_L * \frac{1}{AP_L}$$

وعليه إذن نجد أن : $AVC = \frac{P_L}{AP_L} = \frac{300}{15} = 20$ ، وهذا عند استخدام وحدتين من عنصر الإنتاج العمل L والتي تساهم في خلق حجم إنتاج قدره (TP =30)، وهكذا يتم حساب بقية القيم الأخرى عند مختلف مستويات الإنتاج، والتي يمكن توضيح نتائجها في الجدول أدناه.

L	K	Q	AP_L	AVC	العلاقة بين AP_L و AVC	
					APL	AVC
0	2	0	-	-	في حالة تزايد	في حالة تناقص
1	2	10	10	30		
2	2	30	15	20		
3	2	70	23.33	12.86		
4	2	100	25	12	عند قيمته العظمى	عند قيمته الصغرى
5	2	120	24	12.5	في حالة تناقص	في حالة تزايد
6	2	130	21.67	13.85		
7	2	135	19.28	15.56		
8	2	130	16.25	18.46		
9	2	120	13.33	22.5		
10	2	100	10	30		

من خلال الجدول أعلاه نلاحظ بأنه عندما يكون الناتج المتوسط لعنصر العمل عند أعلى مستوى له يكون متوسط التكلفة المتغيرة عند حده الأدنى، وذلك عند العامل الرابع (L = 4) حيث يكون APL يساوي (25 ون) وهو أعلى مستوى له، وتكون عندها AVC تساوي (12 ون) وهو أدنى مستوى لها. ويلاحظ كذلك أنه عندما يكون الناتج المتوسط AP_Lمتزايدا يكون متوسط التكلفة المتغيرة AVC متناقصا والعكس صحيح.

5- أوجد العلاقة بين التكلفة الحدية (MC) والناتج الحدي لعنصر العمل (MP_L):

بما أن عنصر العمل هو العنصر الإنتاجي المتغير فإن التكلفة الإنتاج هنا تتغير مع تغير عنصر العمل، وبالتالي فإن التكلفة الحدية هي عبارة عن مقدار التغير في تكلفة عنصر العمل على مقدار التغير في عدد وحدات الإنتاج أي أن :

$$MC = \frac{\Delta TC}{\Delta Q} = \frac{\Delta TVC}{\Delta Q} = \frac{\Delta(P_L * L)}{\Delta Q} = P_L * \frac{\Delta L}{\Delta Q} = P_L * \frac{1}{MP_L}$$

وعليه إذن نجد أن : $MC = \frac{P_L}{MP_L} = \frac{300}{40} = 7.5$ ، وهذا عند استخدام ثلاث وحدات من عنصر الإنتاج العمل L والتي تساهم في خلق حجم إنتاج قدره (TP =70)، وهكذا يتم حساب بقية القيم الأخرى عند مختلف مستويات الإنتاج، والتي يمكن توضيح نتائجها في الجدول أدناه.

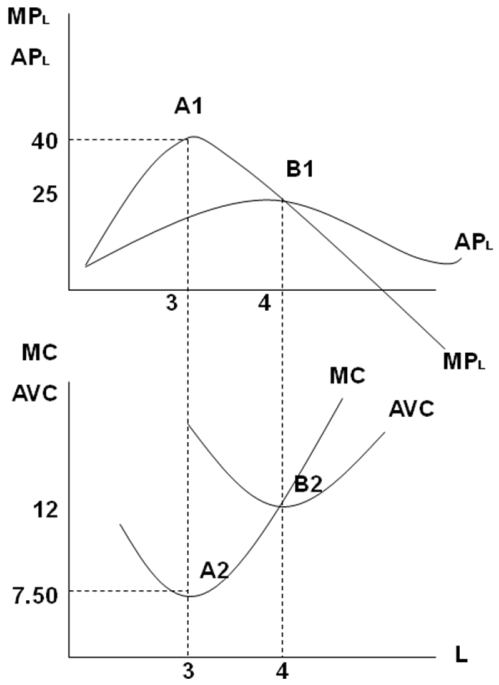
L	K	Q	MP_L	MC	العلاقة بين MP_L و MC	
					MPL	MC
0	2	0	-	-	في حالة تزايد	في حالة تناقص
1	2	10	10	30		
2	2	30	20	15		
3	2	70	40	7.5	عند قيمته العظمى	عند قيمته الصغرى
4	2	100	30	10	في حالة تناقص	في حالة تزايد
5	2	120	20	15		
6	2	130	10	30		
7	2	135	5	60		
8	2	130	5-	60-		

9	2	120	10-	20-		
10	2	100	20-	15-		

ومن خلال الجدول أعلاه نلاحظ بأنه عندما يكون الناتج الحدي لعنصر العمل عند أعلى مستوى له يكون التكلفة الحدية عند حده الأدنى، وذلك عند العامل الثالث (L = 3) حيث يكون MP_L يساوي (40 ون) وهو أعلى مستوى له، وتكون عندها MC تساوي (7.50 ون) وهو أدنى مستوى لها. ويلاحظ كذلك أنه عندما يكون الناتج الحدي MP_Lمتزايدا يكون التكلفة الحدية MC متناقصا والعكس صحيح.

6- توضيح العلاقات السابقة بيانيا :

يمكننا تمثيل العلاقات السابقة بيانيا كما يلي في الشكل البياني التالي :



من الشكل أعلاه يمكننا إيجاد العلاقة بين منحنى متوسط التكاليف المتغيرة ومنحنى التكلفة الحدية في النقاط الثلاث التالية :

أ – إذا كان منحنى متوسط التكاليف المتغيرة AVC أعلى من منحنى التكلفة الحدية MC فإن متوسطة التكلفة المتغيرة AVC في حالة تناقص.

ب - إذا كان منحنى التكلفة الحدية MC يقطع منحنى متوسط التكاليف المتغيرة AVC فإن هذا الأخير (متوسطة التكلفة المتغيرة AVC) عند حده الأدنى.

ج - إذا كان منحنى متوسط التكاليف المتغيرة AVC أقل من منحنى التكلفة الحدية MC فإن متوسطة التكلفة المتغيرة AVC في حالة تزايد.

2- العلاقة بين منحنى متوسط التكاليف الكلية ومنحنى التكلفة الحدية :

من الشكل أعلاه يمكننا إيجاد العلاقة بين منحنى متوسط التكاليف الكلية ومنحنى التكلفة الحدية في النقاط الثلاث التالية :

أ – إذا كان منحنى متوسط التكاليف الكلية ATC أعلى من منحنى التكلفة الحدية MC فإن متوسطة التكلفة الكلية ATC في حالة تناقص.

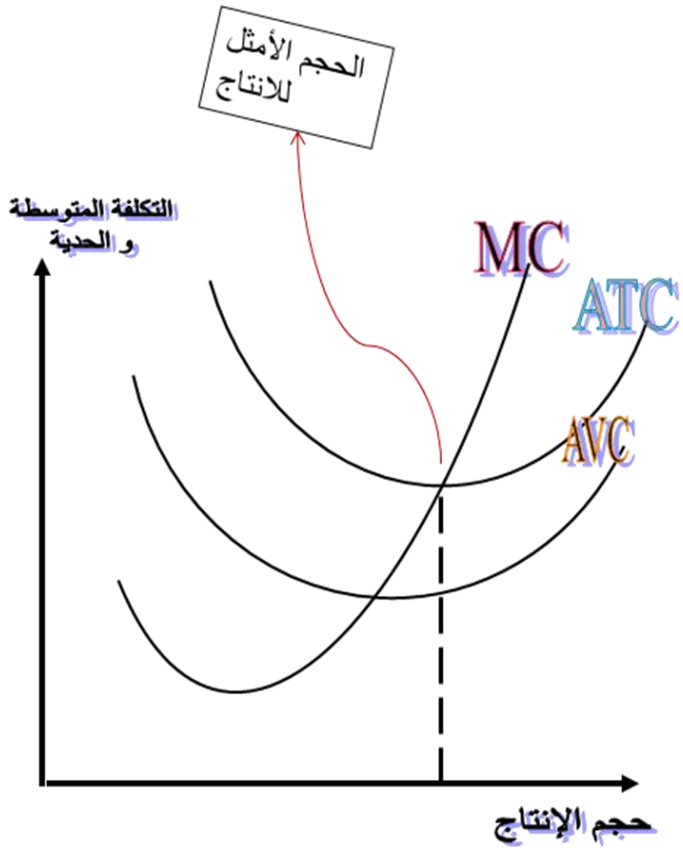
ب - إذا كان منحنى التكلفة الحدية MC يقطع منحنى متوسط التكاليف الكلية ATC فإن هذا الأخير (متوسطة التكلفة الكلية ATC) عند حده الأدنى.

ج - إذا كان منحنى متوسط التكاليف الكلية ATC أقل من منحنى التكلفة الحدية MC فإن متوسطة التكلفة الكلية ATC في حالة تزايد.

AP_L	MP_L	TP	L
0	-	0	0
50	50	50	1
60	70	120	2
60	60	180	3
55	40	220	4
50	30	250	5
45	20	270	6
40	10	280	7
35	0	280	8
30	10 -	270	9

توازن المؤسسة في المدى القصير

إن هدف أي مؤسسة في نظرية التكاليف هو الحصول على مستوى إنتاج بأدنى تكلفة ممكنة، ولذا تعمل المؤسسة بكل جهد على تقليل تكلفة الوحدة الواحدة من الإنتاج وهذا من خلال التحديد الأمثل لوحدات من عناصر الإنتاج المستخدمة، وبالتالي إذا توصلت هذه المؤسسة إلى تحقيق هذا الهدف نقول على أن المؤسسة في حالة توازن المؤسسة باستخدام نظرية التكاليف في المدى القصير، وهذا لا يتحقق إلا إذا تحقق الشرط الرياضي التالي : $MC = ATC$ ، والتي يمكن إيجادها بيانيا من خلال نقطة تقاطع منحنى التكلفة الحدية MC مع منحنى متوسط التكاليف الكلية ATC.



II- التكاليف الإنتاج في المدى الطويل Production Costs in the Long Run

يعرف المدى الطويل بأنه الفترة الزمنية التي تستطيع فيها المؤسسة من تغيير جميع عناصر الإنتاج (مثل المباني، الآلات والأراضي والعمال والطاقة الإنتاجية للمؤسسة .....)، وعليه فإن تكاليف الإنتاج في الأجل الطويل تختلف عنها في الأجل القصير، من حيث إمكانية تغيير حجم جميع عناصر الإنتاج أو الطاقة الإنتاجية بكاملها في المدى الطويل، بينما لا يتسنى ذلك الأمر في المدى القصير، وبالتالي تصبح جميع عناصر الإنتاج في المدى الطويل متغيرة، والذي ينتج عنه بأن كافة التكاليف في المدى الطويل تعتبر تكاليف متغيرة، ولذا ففي الفترة الطويلة لا تكون هناك تكاليف ثابتة بل تكون قيمتها مساويا صفر $(TFC = 0)$، أي أن $TC = TVC$، وفي هذه الحالة سوف يواجه المنتج مشكلتين لتحديد قراراته فالأولى خاصة بتحديد كمية الإنتاج أما الثانية في تحديد الحجم الأمثل للمؤسسة أو المشروع.

أنواع تكاليف الإنتاج في المدى الطويل

من أجل الدراسة والتحليل تكاليف الإنتاج في المدى الطويل يمكننا تصنيفها إلى ما يلي:

1- التكاليف الكلية في المدى الطويل Long Run Total Cost(LTC)

وهي عبارة عن مجموع التكاليف التي تتحملها المؤسسة من أجل إنتاج كمية محددة من السلع والخدمات في المدى الطويل، والتي تكون عندها جميع عناصر الإنتاج متغيرة ، $TC = TVC = P_L * L + P_K * K$ ، حيث أن (K, L) عناصر إنتاج متغيرة، ونرمز لها بالرمز LTC.

2- التكاليف المتوسطة في المدى الطويل Long Run Average Cost(LRAC)

وهي عبارة عن نصيب أو مقدار الوحدة المنتجة الواحدة من التكاليف الكلية في المدى الطويل، وهي عبارة عن حاصل قسمة التكاليف الكلية على عدد الوحدات المنتجة من السلعة أو الخدمة في المدى الطويل، ونرمز لمتوسط التكاليف الكلية للإنتاج في المدى الطويل بالرمز LATC، ويمكن أن نعبر عنه رياضيا كما يلي :

$$LATC = \frac{LTC}{Q} = \frac{LTVC}{Q}$$

3- التكلفة الحدية في المدى الطويل Long Run Marginal Cost(LRMC)

وهي عبارة عن مقدار التكلفة المضافة من أجل زيادة إنتاج وحدة واحدة في الناتج الكلي في المدى الطويل، وبصفة أخرى فالتكلفة الحدية عبارة عن مقدار التغير في التكلفة

الكلية في المدى الطويل الناتجة عن إضافة وحدة واحدة من الإنتاج، ونرمز لها بالرمز LRMC، ويمكن أن نعبر عنه رياضيا كما يلي :

$$LMC = \frac{\Delta LTC}{\Delta Q}$$

وهذا في حالة القيم المتقطعة، أما إذا كانت التكاليف على شكل دالة:

$$LTC = f(Q)$$

فإن التكلفة الحدية عبارة عن مشتق هذه الدالة أي :

$$LMC = \frac{\partial LTC}{\partial Q}$$

منحنيات التكاليف في المدى الطويل Cost Curves in the Long Run

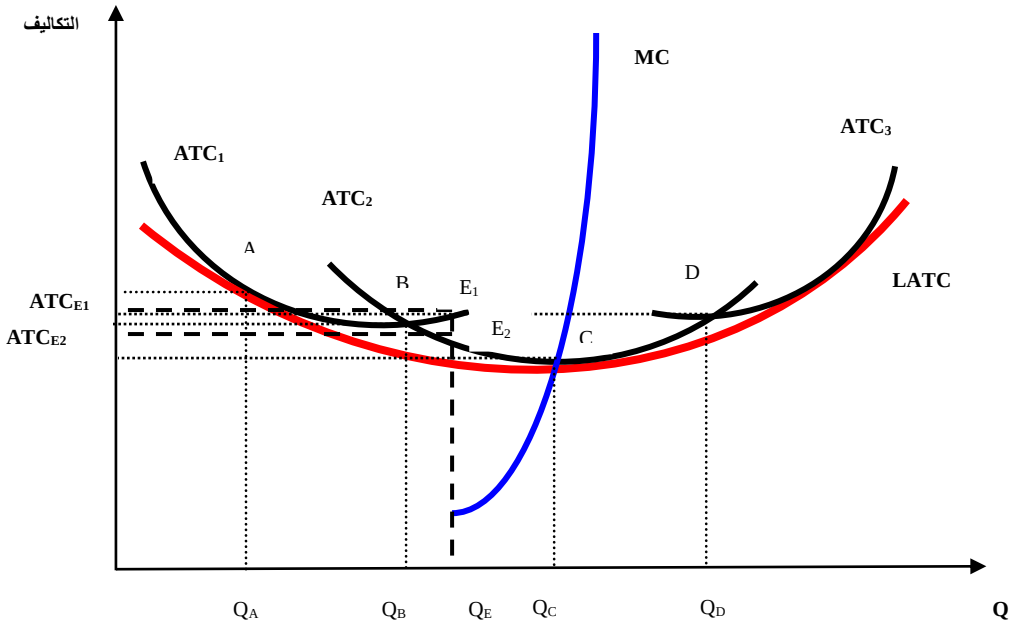
1- منحنى التكلفة المتوسطة في المدى الطويل:

كما ذكر سابقاً فإن متوسط التكلفة في المدى الطويل، هو تقسيم التكاليف الكلية في المدى الطويل على كمية الإنتاج وذلك عندما تكون جميع عناصر الإنتاج متغيرة، وتستطيع المنشأة اختيار عناصر الإنتاج الأكثر كفاءة والتي تتناسب مع حجم المشروع.

أما شكل منحنى التكاليف المتوسطة في الفترة الطويلة فيكون على شكل حرف U مثل منحنى متوسط التكلفة في المدى القصير ولكنه أكثر انفراجا منه، وفي المراحل الأولى نجد أن منحنى التكاليف المتوسطة يتناقص مع زيادة حجم الإنتاج ويصل إلى أدنى نقطة عند حجم معين من الإنتاج ثم يبدأ بالزيادة ويعود تفسير ذلك إلى الاستفادة مما يسمى وفورات الحجم Economic of Scale وهذا يعني أن المنشآت كبيرة الحجم أكثر كفاءة من المنشآت الصغيرة، وفي أدنى نقطة في منحنى التكلفة المتوسطة في المدى الطويل يكون المشروع قد وصل إلى الحجم الأمثل Optimal Size .

وأي زيادة في حجم المنشأة بعد ذلك سيؤدي إلى زيادة التكاليف المتوسطة، وهذا يعني وجود تبذيرات الحجم Diseconomic of Scale ومعناه أن المنشأة أصبحت أقل كفاءة، وكفاءة الحجم تظهر بالاستفادة من التخصص في العمل، ووفرة شراء الكميات الكبيرة من المواد الخام، أما تبذيرات الحجم فتظهر نتيجة إلتزام عناصر الإنتاج عدم السيطرة التنظيمية ووجود بعض أشكال الفوضى، الصراع بين الإداريين نتيجة لتداخل خطوط السلطة والمسؤولية وضعف الرقابة. والشكل التالي يمثل منحنى التكاليف المتوسطة في المدى الطويل وهو يحتضن أو يغلف عدة منحنيات لمتوسط التكاليف المتغيرة في الفترة في الفترة القصيرة. ويلاحظ كيف أن هذا المنحنى يحتضن جميع منحنيات متوسط التكاليف في المدى القصير، كما أنه يلاحظ كيف أن منحنى متوسط التكاليف في الفترة الطويلة ينخفض في

المراحل الأولى لتوسع المنشأة حتى يصل إلى أدنى نقطة له (c) حيث تشير إلى الحجم الأمثل للمشروع عندما ينتج 400 وحدة من الإنتاج. ويكون متوسط تكلفة الوحدة الواحدة من الإنتاج أقل ما يمكن، فإذا أنتج المشروع أقل من تلك الكمية، فإن تكلفة الوحدة سوف تزداد، وإذا أنتج أكثر فإن تكلفة الوحدة سوف تزداد. فالكميات من الإنتاج المتمثلة في النقاط (a,b,d and e) هي أكثر تكلفة من c.



2-منحنى التكلفة الحدية :

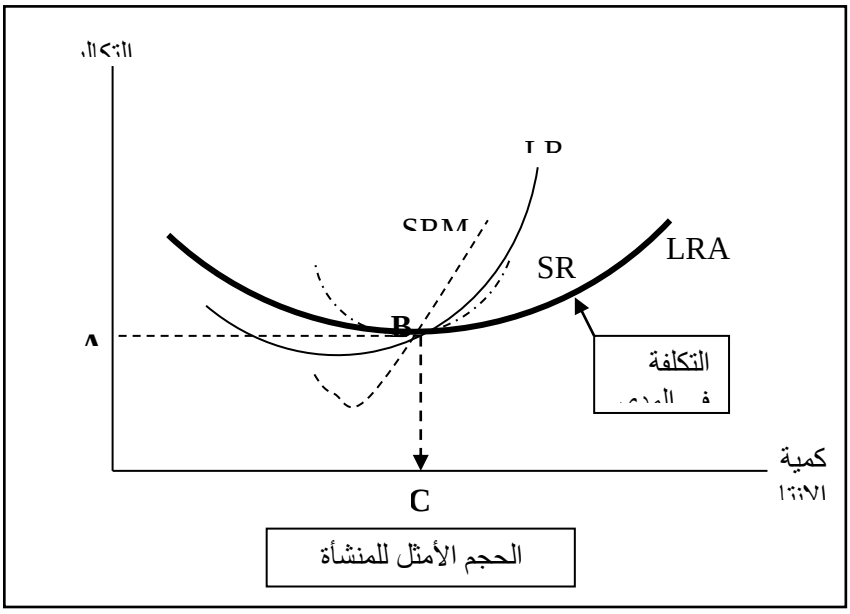
لقد رأينا مما سبق كيفية توسيع المنشأة في المدى الطويل على منحنى التكلفة المتوسطة في المدى الطويل LRAC ومنه يمكن معرفة التكلفة الكلية في المدى الطويل من خلال:

التكلفة الكلية في المدى الطويل = متوسط التكلفة في المدى الطويل * الكمية

$$LRTC = LRAC \times Q$$

ومنه يمكن معرفة واشتقاق منحنى التكلفة الحدية في المدى الطويل LRMC ويمكن ملاحظة الحجم الأمثل للمنشأة من خلال الشكل التالي: حيث تصل المنشأة إلى الحجم الأمثل، عندما يكون منحنى متوسط التكاليف في الفترة الطويلة LRAC في أدنى مستوى له وعندما تتساوى مع التكلفة الحدية في الفترة الطويلة LRMC في النقطة B وعندها يكون منحنى متوسط التكلفة في الفترة الطويلة SRAC وفي نفس الوقت يقطع منحنى LRMC ومحنى

SRMC منحنيات متوسط التكاليف في الفترة الطويلة والقصيرة ويصبحان أعلى منهما. وهذه النقطة تشير إلى الحجم الأمثل للإنتاج C وأقل تكلفة A.



تمرين / بمعلومية البيانات الواردة في الجدول :

MC	ATC	AVC	AFC	TC	TVC	TFC	Q
-	-	-	-	-	-	-	0
-	-	-	-	-	2	-	1
-	-	-	-	-	8	14	2
-	-	-	-	-	13	-	3
-	-	-	-	32	-	-	4
-	-	-	-	35	-	-	5
-	-	-	-	-	42	-	6

ATC	AVC	AFC	MC	TC	TVC	TFC	Q
-	-	-	-	60	0	60	0
80	20	60	20	80	20	60	1
45	15	30	10	90	30	60	2
35	15	20	15	105	45	60	3
35	20	15	35	140	80	60	4
39	27	12	55	195	135	60	5

الفصل الرابع : توازن السوق

مفهوم السوق :

فالمفهوم الحديث للسوق يقصد به الحيز أو الوسط التي تتم خلاله مبادلة السلع والخدمات بين البائعين والمشترين بمقابل نقدي"

السوق في المفهوم العادي:

هو ذلك المكان الذي يذهب إليه الناس لشراء حاجياتهم المختلفة من السلع والخدمات.

السوق في المفهوم الاقتصادي:

هو عبارة عن مجموعة من البائعين والمشترين الذين يرغبون في بيع وشراء سلعة معينة.

هناك ملاحظتان هامتان حول هذا التعريف:

1- عدم ضرورة ارتباط السوق في المفهوم الاقتصادي بمكان معين، فالسوق بهذا المفهوم هو أي مجال يتم فيه البيع والشراء سواء كان ذلك عن طريق الهاتف أو الجوال أو الفاكس أو الإنترنت ... إلخ.

2- لا يوجد في المفهوم الاقتصادي سوقاً واحدة لكافة السلع والخدمات ولكن يوجد لكل سلعة سوقاً خاصاً بها، وهذا السوق يتمثل بالطلب والعرض من هذه السلعة.

ويفترض نظام السوق في علاقته المبدئية وحدتين رئيستين لاتخاذ القرارات الاقتصادية :

أ) قطاع المستهلكين وهولاء يمثلون الأفراد والعائلات التي تشتري السلع والخدمات ولكنها تبيع عناصر الإنتاج مثل خدمات العمل وراس المال والأرض

ب) قطاع الأعمال وهولاء يقومون بشراء خدمات عناصر الإنتاج من قطاع المستهلكين لغرض إنتاج السلع والخدمات التي يبيعونها بدورهم إلى قطاع المستهلكين .

فهناك علاقة بيع وشراء بالنسبة للسلع والخدمات وعلاقة بيع وشراء بالنسبة لعناصر الإنتاج ومجموع تلك العلاقت ونتائجها تمثل نظام السوق ونحن نتعرض لنظام السوق في جوانب كثيرة من حياتنا إذ إننا كثيراً ما نبيع ونشتري ولكن يغيب عن الكثيرين إدراك الكيفية التي يسير فيها تنظيم السوق او المؤشرات التي نعرف من خلالها رغبات البائعين والمشترين .

ثانياً : السوق ونظام الأسعار :

ففي نظام السوق يتعامل البائعون والمشترون بتبادل المنافع بينهم، حيث تعتبر الأسعار مؤشرات لتسجيل رغبات كلا الطرفين فهي تزودهم بالمعلومات اللازمة وتعطيهم الحوافز التي تدفعهم لتبادل، وفي ظل اقتصاديات السوق حيث نجد هناك لكل سلعة ولكل خدمة سعر

محدد طالما كانت السلعة او الخدمة نادرة أو متوفرة اقتصاديا فنهاك سعر للقمح وسعر للسكر وسعر للذهب وسعر لخدمة العامل..... وغيرها، وتختلف هذه الأسعار باختلاف درجة تجانسها، إذ يمكن أن يوجد أكثر من سعر لسلعة أو الخدمة الواحدة باختلاف نوعيتها، وتمثل تلك الأسعار المؤشرات التي تستطيع من خلالها وحدات القرار الاقتصادي اتخاذ قراراتها الإنتاجية والاستهلاكية.

وتتحد أسعار السلع والخدمات في لسوق عن طريق قوى العرض والطلب في إطار سوق، والذي يهدف إلى استيعاب خصائص الوضع الأمثل للسوق ليتسنى لنا مقارنته بالوضع القائم فعلاً .

مفهوم توازن:

يقصد بالتوازن هو ذلك الوضع الذي تم التوصل إليه فلا يوجد ما يدعو إلى تغييره ما لم تحدث تغيرات خارجية تؤدي إلى ذلك.

تحديد نقطة التوازن:

لتحديد توازن السوق هناك طريق مختلفتين هما الطريقة الرياضية والبيانية.

توازن السوق باستخدام الطريقة الرياضية :

يقصد بتوازن السوق رياضيا بالحالة التي عندها تتساوي الكمية المطلوبة Q_D مع الكمية المعروضة Q_S من نفس السلعة خلال فترة زمنية معينة، وبعبارة أخرى يتحقق توازن السوق عندما يرغب المشترون في شراء كمية معينة من السلعة والتي يرغب البائعون في بيعها (نفس الكمية) خلال فترة السوق والتي يخلو فيها السوق من السلعة، فلا فائض ولا عجز في السوق، أي:

$$Q_D = Q_S$$

وعند نقطة التوازن ينتج لدينا عنصران هما سعر التوازن P_0 وكمية التوازن Q_0.

مفهوم سعر توازن السوق :

هو السعر المتحقق فعلا في السوق، بتساوي الكمية التي يرغب المستهلكون في شرائها من السلعة أو الخدمة مع الكمية التي يرغب المنتجون في عرضها منها.

مفهوم كمية توازن السوق :

وهي الكمية التي تتساوى فيها الكمية التي يرغب المستهلكون بشرائها من السلعة أو الخدمة مع الكمية التي يرغب المنتجون في عرضها منها.

مثال : لتكن لدينا دالتي الطلب والعرض السوقي لسلعة X كما يلي :

$$\begin{cases} Q = 11 - P \\ Q = 5 + P \end{cases}$$

المطلوب :1- ميز بين دالة الطلب ودالة العرض السوقي للسلعة X ؟

2- حدد توازن السوق رياضيا؟

الحل :

1- التمييز بين دالة الطلب ودالة العرض السوقي للسلعة X

يمكننا التمييز بين دالتي الطلب والعرض السوقي للسلعة أو الخدمة من خلال قانوني الطلب والعرض، حيث قانون الطلب ينص دوما على وجود علاقة عكسية بين السعر والكمية المطلوبة، بينما قانون العرض ينص على وجود علاقة طردية بين السعر والكمية المعوضة، ومن خلال نص التمرين نجد أن:

$$\begin{cases} Q_D = 11 - P \rightarrow \text{دالة الطلب} \\ Q_S = 5 + P \rightarrow \text{دالة العرض} \end{cases}$$

2- تحديد توازن السوق رياضيا:

يكون السوق في حالة توازن إذا تحقق الشرط التالي :

$$\begin{aligned} & Q_D = Q_S \\ \Leftrightarrow & 11 - P = 5 + P \\ \Leftrightarrow & 2P = 11 - 5 \\ \Leftrightarrow & 2P = 6 \\ \Leftrightarrow & P_0 = 3 \end{aligned}$$

وبالتعويض في إحدى الدالتين (الطلب أم العرض) نجد كمية التوازن.

$$\begin{cases} Q_0 = 11 - P_0 = 11 - 3 = 8 \\ Q_0 = 5 + P_0 = 5 + 3 = 8 \end{cases}$$

وبالتالي يكون السوق في حالة توازن إذا كان سعر البيع (التوازن) $P_0 = 3$ وكمية التوازن $Q_0 = 8$.

توازن السوق باستخدام الطريقة بيانيا :

يمكننا إيجاد توازن السوق بيانيا من خلال نقطة تقاطع منحنى الطلب Q_D مع منحنى العرض Q_S من نفس السلعة خلال فترة زمنية معينة.

مثال : لتكن لدينا دالتي الطلب والعرض السوقي لسلعة X كما يلي :

$$\begin{cases} Q_D = 11 - P \\ Q_S = 5 + P \end{cases}$$

المطلوب :1- أوجد كل من جدول الطلب والعرض لسلعة X ؟

2- مثل منحنى الطلب والعرض السوقي لسلعة X على نفس المعلم؟

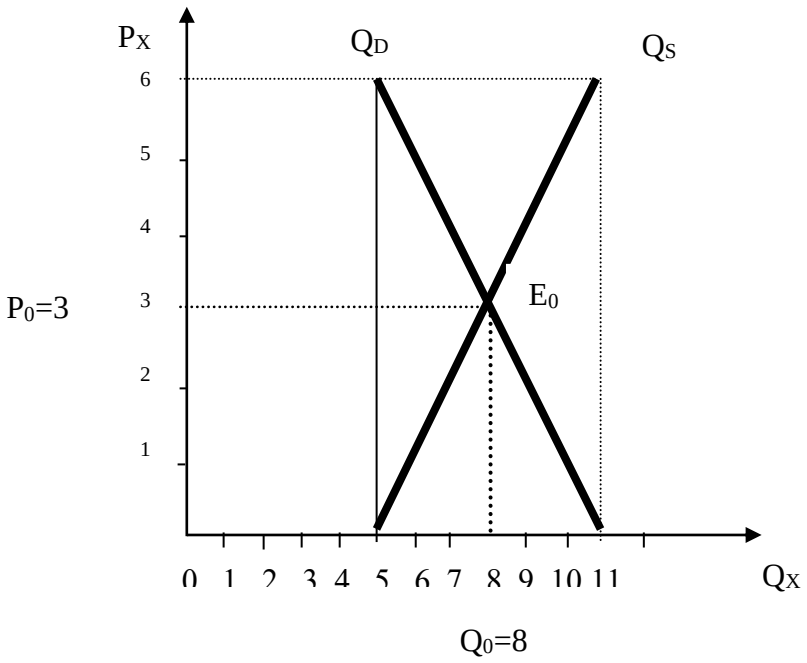
3- حدد توازن السوق بيانيا؟

الحل :

1- أوجد كل من جدول الطلب والعرض لسلعة X

P_X	Q_{DX}	Q_{SX}
0	11	5
1	10	6
2	9	7
3	8	8
4	7	9
5	6	10
6	5	11

2- التمثيل البياني لمنحنى الطلب والعرض السوقي لسلعة X على نفس المعلم:



3- تحديد توازن السوق بيانيا

يمكننا إيجاد توازن السوق بيانيا من خلال نقطة تقاطع منحنى الطلب Q_D مع منحنى العرض Q_S من نفس السلعة خلال فترة زمنية معينة.

وبالتالي يكون السوق في حالة توازن عند النقطة E_0 إذ أن سعر التوازن هو $P_0 = 3$ وكمية التوازن $Q_0 = 8$.

- تحديد نقطة التوازن:

عرفنا أن الطلب يمثل رغبة المستهلكين والعرض يمثل رغبة البائعين، وتفاعل هاتين الرغبتين معاً، أي تفاعل قوة العرض و قوة الطب ينتج عنهما تحديد الثمن الذي يتم به تبادل السلعة فعلاً، وكذلك الكمية التي يتم تبادلها فعلاً. ويسمى هذا الثمن بثمن التوازن، كما تسمى الكمية كمية التوازن. ولتوضيح كيفية تفاعل رغبات المشترين ورغبات البائعين معاً وتحديد ثمن التوازن نستعين بالجدول الآتي:

الفائض(+) أو العجز(-)	الكمية المعروضة	الكمية المطلوبة	السعر(الثمن)
1000(+)	1500	500	100
400(+)	1200	800	80
صفر(+)	1000	1000	60
700(-)	700	1400	40
1200(-)	500	1700	20

يبين الجدول الكميات المطلوبة والكميات المعروضة عند الأسعار المختلفة. فعند السعر 100 ريالاً يستطيع المنتجون إنتاج 1500 وحدة؛ إلا أن هذا السعر من وجهه نظر المشترين مرتفعاً وبالتالي تصبح الكمية المطلوبة فقط 500 وحدة، أي أن هناك فائضاً في الإنتاج (1000) وحدة، ولكي يتخلص المنتجون من هذا الفائض فإن عليهم إغراء المستهلكين أو المشترين من خلال تخفيض السعر. وبالتالي فإن وجود فائض يعتبر مؤشراً يدفع نحو تخفيض سعر السلعة والذي يؤدي إلى:

- زيادة الكمية المطلوبة بسبب التخفيض في سعر السلعة.
- نقص الكمية المعروضة بسبب تخفيض السعر ونقص الأرباح وزيادة تكاليف الإنتاج.

أما إذا انخفضت الأسعار إلى (20 ريالاً) للوحدة فإن هذا السعر لا يناسب المنتجين لكونه منخفضاً، ولكنه مغرياً من وجهة نظر المشترين،، وبالتالي تزيد الكمية المطلوبة الى 1700 وحدة بينما يقلل المنتجون حجم الإنتاج بسبب انخفاض سعر السلعة وانخفاض حجم الإنتاج وارتفاع تكلفة إنتاج الوحدة.. وهكذا يستمر التفاعل بين العرض والطلب إلى أن يحدث توافق بين رغبات المشترين ورغبات المنتجين وعندئذ يتحدد سعر توازني وكمية توازنية ويختفي الفائض والعجز من السلعة ويستقر السوق .

والخلاصة، إنه إذا كانت الكمية المطلوبة أكبر من الكمية المعروضة يكون هناك عجزاً وإذا كانت الكمية المعروضة أكبر من الكمية المطلوبة يكون هناك فائضاً وإذا تساوت الكمية المطلوبة مع الكمية المعروضة يكون هناك توازناً في السوق.

أنواع توازن السوق :

يعرف التوازن بأنه توازن مستقر إذا أدى الانحراف ع ن حالة التوازن إلى خلق قوى اقتصادية من شانها إعادة التوازن إلى حالته الأولى . وبالعكس يطلق على التوازن بأنه توازن غير مستقر إذا ابتعدنا عن حالة التوازن الأولى .

1- التوازن المستقر :

يعود تعليل وجود هذا النوع من التوازن إلى انه لو لسبب ما ارتفع سعر السلعة x فأصبح أعلى من مستوى سعر التوازن 4$ ففي هذه الحالة ستصبح الكمية المعروضة اكبر من الكمية المطلوبة وسيؤدي الفائض في عرض السلعة x إلى دفع السعر نحو الأسفل باتجاه سعر التوازن 4$ وبالمثل عندما يكون سعر السلعة x اقل من مستوى سعر التوازن عندئذ ستصبح الكمية المطلوبة اكبر من الكمية المعروضة وسيؤدي النقص في السلعة x إلى دفع السعر إلى الأعلى نحو سعر التوازن .

2- التوازن غير المستقر:

ويشترط لتحقيق التوازن غير المستقر أن يكون منحنى عرض السوق سالب الميل وأقل انحدار من منحنى طلب السوق السالب الميل . أما إذا كان منحنى عرض السوق السالب الميل أكثر انحدار من منحنى طلب السوق السالب ففي هذه الحالة يصبح التوازن مستقراً .

- انتقال منحنى العرض والطلب وتغير حالة التوازن في السوق :

ننتقل لنرى كيف يؤثر التغير في المتغيرات الداخلة في كل من دالة العرض ودالة الطلب (عدا سعر السلعة نفسها) على انتقال منحنى العرض ومنحنى الطلب ومن ثم تغير حالة التوازن .

- الأسعار الدنيا :

إن قيام الدولة بتحديد سعر أدنى للسلعة من شانه أن يؤدي إلى خلق فائض من السلعة وعادة على مثل هذا الفائض اسم " فائض الإنتاج " والمقصود بفائض الإنتاج هو أن تكون الكمية المعروضة اكبر من الكمية المطلوبة عند مستوى الأسعار الدنيا .

ومن الملاحظ أن الأسعار الدنيا تتسبب في خلق فائض عندما تتحد عند مستوى يفوق المستوى التوازني للعرض والطلب . ويعتمد حجم هذا الفائض على الفرق بين الأسعار الدنيا وسعر التوازن وكذلك على أشكال منحنيات العرض والطلب فعند الأخذ بثبات الأسعار الدنيا عند مستوى معين عندئذ سيعتمد التغير في حجم الفائض من فترة إلى أخرى على التغير الحاصل

في العرض والطلب ففي بعض الأحيان قد يرتفع سعر التوازن ليصبح أعلى من الأسعار الدنيا وبالتالي يختفي الفائض لفترة من الزمن . يعتبر وجود الفائض مشكلة اقتصادية فقيام الحكومة بتحديد الأسعار الدنيا يجب أن يرافقه بعض الإجراءات التي من شانها تخليص السوق من فائض العرض وإلا لا يمكن أن تصبح سياسة تحديد الأسعار الدنيا سياسة فعالة ومن الإجراءات المتبعة في هذا الشأن هو قيام الحكومة بشراء الكميات الفائضة من السلعة والاحتفاظ بها أو التخلص منها إذا قد يتم إتلاف الفائض من المواد الغذائية أو نقل الكمية الفائضة منها إلى الأسواق الأخرى . ففي الولايات المتحدة الأمريكية يتم نقل الفائض من الحليب إلى الأسواق التي يتم فيها تحويل الحلب إلى مشتقاته من زبده وجبنه ومنتجات ألبان أخرى .

- أثر الضرائب والإعانات على توازن السوق :

في سوق المنافسة التامة يكون عدد المنتجين للسلعة كبيراً بحيث إن إنتاج الواحد منهم لا يمثل إلا جزءاً قليلاً من العرض الكلي في السوق . كما أن عدد المستهلكين للسلعة يكون كبيراً جداً بحيث أن الزيادة أو النقصان في طلب الواحد منهم لا يؤثر على سعر السلعة في السوق طالما أن طلب الواحد منهم لا يمثل إلا جزءاً قليلاً من الطلب الكلي فلا العارضين ولا الطالبين كأفراد يمكن ان يؤثروا بتصرفاتهم الفردية على سعر السلعة في السوق . ففي ظل توفر حالة المنافسة التامة في السوق يتحدد كل من السعر التوازني والكمية التوازنية بقوى العرض والطلب فقط .

ويمكن أن تتدخل الحكومة للتأثير على حالة السوق وذلك عن طريق قيامها بفرض ضريبة مشتريات عن كل وحدة منتجة وعلى جميع المنتجين وعلى جميع المنتجين لتلك السلعة .

- تغيرات وضع التوازن :

إن ثمن التوازن السابق والمتحقق في السوق لا يبقى مستقراً على حاله إنما يتغير نتيجة لتغيرات قوى الطلب أو قوى العرض أو كليهما .

أولاً – تغير الطلب مع ثبات العرض .

ثانياً – تغير العرض مع ثبات الطلب .

ثالثاً – تغير الطلب والعرض معاً .

وهي أربع حالات :

أ. حالة زيادة الطلب وزيادة العرض .

ب. حالة نقص الطلب ونقص العرض .

ج. حالة زيادة الطلب ونقص العرض .

د. حالة نقص الطلب وزيادة العرض .

رابعاً – بعض التطبيقات على نظرية العرض والطلب

أ – حالة فرض ضريبة غير مباشرة Indirect Tax :

إن فرض ضريبة غير مباشرة على السلعة التي يبيعها منتج معين تؤدي إلى زيادة تكاليف الإنتاج فيلجأ المنتج إلى تخفيض العرض .

فكلما زادت المرونة تضعف قدرة المنتج على رفع الثمن ، حيث أن رفع ثمن السلعة ذات الطلب المرن يؤدي إلى انخفاض الكمية المطلوبة بنسبة أكبر من نسبة ارتفاع الثمن . وعلى ذلك فإنه كلما كانت السلعة ذات طلب أكثر مرونة تحمل المنتج العبء الأكبر من الضريبة . والعكس يحدث عندما يكون الطلب على السلعة غير مرن ، إذ يتمكن المنتج من رفع الثمن ليحمل المستهلك الجزء الأكبر من العبء الضريبي .

وبناء على ما تقدم فإن المنتج في حالة السلعة ذات الطلب لا نهائي المرونة يتحمل عبء الضريبة وحده وبالكامل ، هذا في حين يتحمل المستهلك كامل العبء عندما يكون الطلب على السلعة عديم المرونة .

ب – حالة منح إعانة Subsidy :

إن تأثير منح إعانة إنتاج من الحكومة يهدف تخفيض ثمنها لمصلحة المستهلك أو تشجيع الإنتاج المحلي ، هو عكس تأثير فرض الضريبة الغير مباشر ، حيث يمكن اعتبار الإعانة ضريبة سلبية .

أما عن توزيع الإعانة بين المنتج والمستهلك ، أيهما يستفيد أكثر، فيعتمد أيضاً على مرونة الطلب . فكلما كانت المرونة أكبر كلما استفاد المنتج أكثر من الإعانة ، والعكس كلما انخفضت المرونة استفاد المستهلك أكثر . وعلى ذلك نجد أن المستهلك في حالة الطلب عديم المرونة يستفيد وحده من الإعانة إذ ينخفض ثمن السلعة بمقدار الإعانة كاملاً . أما في حالة الطلب لا نهائي المرونة فالمنتج هو المستفيد وحده من الإعانة ، ولن يكون هناك أي انخفاض في ثمن السلعة .

التسعير الجبري

التسعير الجبري " تدخل السلطات العامة في تحديد أثمان بعض السلع والخدمات " .

ويتخذ التسعير الجبري أحد شكلين ، هما : وضع حد أقصى للثمن ، وضع حد أدنى للثمن .

أ. وضع حد أقصى للثمن :

غالباً ما تلجأ السلطات إلى التدخل في أثمان بعض السلع خاصة الضرورية والاستهلاكية منها ، وذلك بوضع حد أقصى للثمن لا يجوز البيع بأكثر منه ، بغض النظر عن الثمن السائد في السوق والمتحدد بقوى العرض والطلب .

ب . وضع حد أدنى للثمن :

قد تقرر السلطات وضع حد أدنى لسعر بعض السلع والخدمات لا يجوز البيع بثمن أقل منه ، ومن أمثلة ذلك تحديد الأجور ، أو وضع حد أدنى للأجور حماية للعمال .

ثالثاً / توازن المنتج في ظل سوق المنافسة التامة

أولاً : توازن المنتج (المشروع) في الأجل القصير :

تناولنا فيما سبق سوق المنافسة التامة ، وتعرفنا على خصائصها وهي :

1. **وجود عدد كبير من البائعين والمشترين .**
2. **تجانس السلعة تجانساً تاماً**
3. **حرية الدخول والخروج ن السوق**
4. **العلم التام بأحوال السوق .**

هذه الخصائص من شأنها سيادة ثمن واحد في السوق ، ولذلك فإن منحنى الطلب الذي يواجه منشأة تعمل في ظل المنافسة التامة هو عبارة عن خط مستقيم يوازي المحور الأفقي .

ولما كان السعر ثابتاً لا يتغير مع زيادة الوحدات المنتجة أو المباعة ، فإن الإيراد الكلي يتزايد بمعدل ثابت . وبالتالي فإن منحنى الإيراد الكلي يتخذ شكل خط مستقيم ينبثق من نقطة الأصل . ويترتب على ذلك أن يكون : الثمن = الإيراد الحدي = الإيراد المتوسط

حيث أن الإيراد الحدي هو التغير في الإيراد الكلي الناتج عن تغير عدد الوحدات المنتجة بوحدة واحدة . ولما كان الإيراد الكلي يزيد بمعدل ثابت فهذا يعني أن الإيراد الحدي يبقى ثابتاً ومساوياً للثمن .

أما عن منحنى عرض المشروع في الأجل القصير فهو منحنى التكلفة الحدية مبتدئ من نقطة الإغلاق Shut – down Point وهي "النقطة التي يتقاطع عندها منحنى التكلفة الحدية ومنحنى التكلفة المتوسطة المتغيرة (أقل مستوى لها)" فإذا كان منحنى طلب

المشروع هو منحنى الإيراد الحدي ، ومنحنى عرض المشروع هو منحنى التكلفة الحدية فإن توازن المنتج أو المشروع يتحقق عندما تكون :

1. التكلفة الحدية = الإيراد الحدي 2. التكلفة الحدية في حالة تزايد .

ويحقق المنتج توازنه محاولاً الحصول على أكبر قدر من الأرباح ، وهو الهدف الأساسي للمنتج ، إلا أن الأرباح ليس دائمة التحقق ، بل قد ينجم عن المشروع خسارة . وعليه نقول بأن التوازن قد يتحقق عند أقصى قدر من الأرباح أو أقل قدر من الخسائر . ونميز هنا ثلاث حالات للتوازن .

الحالة الأولى – حالة تحقيق أرباح غير عادية :

عندما تكون الإيرادات الكلية أكبر من التكاليف فإن المشروع يحقق أرباحاً غير عادية ، فإذا كان السعر السائد في السوق هو عند (ث) ، فإذا توازن المنتج يتحقق عند النقطة (أ) والتي يتساوى عندها الإيرادي الحدي والتكلفة الحدية . وتكون إيرادات المنتج الكلية تساوي المساحة الممثلة بالمستطيل (أ ب و ث) ، أو (الكمية × الثمن = ب و × و ث). أما التكاليف الكلية فتتمثل بالمستطيل (ج ب و د) ، أو

(الكمية × التكلفة المتوسطة = ب و × و د)

ويكون الفرق بين الإيرادات والتكاليف هو حجم الأرباح .

الحالة الثانية – حالة تحقيق أرباح عادية :

عندما تكون الإيرادات الكلية مساوية للتكاليف الكلية فإنه لا يوجد ربح ولا خسارة ، ونطلق على هذه الحالة "حالة الربح العادي" لأن المنتج يحقق فيها نسبة الربح التي حسبها مسبقاً ضمن التكاليف (عائد عنصر التنظيم) . فإذا توازن المنتج يتحقق عند النقطة (أ) .

في هذه الحالة يكون الإيراد الكلي عبارة عن مساحة المستطيل (أ ب و ث) أو (الكمية × الثمن = ب و × و ث) والتكلفة الكلية تساوي أيضاً مساحة المستطيل (أ ب و ث) أو (الكمية × التكلفة المتوسطة = ب و × أ ب) . وعليه تكون الأرباح = الإيرادات – التكاليف = صفر

الحالة الثالثة – حالة تحقيق خسارة :

في هذه الحالة تكون الإيرادات الكلية أقل للتكاليف الكلية ، فمثلاً لو كان ثمن بيع السلعة هو عند المستوى (ث) ، فإن توازن المنتج يتحقق عند النقطة (أ) . وعند هذه النقطة يكون الإيراد الكلي عبارة عن مساحة المستطيل (أ ب و ث) أو (الكمية × التكلفة المتوسطة = ب و × و د) .

وبذلك فإن مقدار الربح أو الخسارة = الإيراد - التكلفة = مساحة المستطيل (ج أ د ث) . ولما كان الفرق بالسالب أي أن التكلفة أكبر من الإيراد فإن المشروع يحقق خسارة .

ونلخص مما سبق إلى أنه إذا كان ثمن السلعة أكبر من التكلفة المتوسطة تحقق المنشأة أرباحاً غير عادية ، أما إذا كان الثمن مساوياً للتكلفة المتوسطة فإنها لا تحقق ربحاً ولا خسارة إنما تكتفي بالحصول على الربح العادي . وتتحمل المنشأة خسارة عندما يكون الثمن المحدد للسلعة أقل من التكلفة المتوسطة الانتاج .

متى يضطر المنتج للتوقف عن الانتاج ؟

يضطر المنتج أن يتوقف عن انتاجه عندما يكون الثمن المحدد للسلعة عند مستوى أدنى من متوسط التكلفة المتغيرة (ث 3 مثلاً) ، حيث أنه في هذه الحالة يعجز حتى عن تغطية كافة تكاليف المتغيرة .

ثانياً : توازن المنتج (المشروع) في الأجل الطويل :

إن الاختلاف بين الأجلين الطويل والقصير يكمن كما ذكرنا من قبل في أن التكاليف الثابتة تصبح متغيرة في الأجل الطويل ، وبذلك يكون منحنى التكلفة المتوسطة هو نفسه منحنى التكلفة المتوسطة المتغيرة . وفي حين تنحصر المشكلة التي تواجه المشروع في المدى القصير في تحديد الحجم المناسب للإنتاج والذي يحقق التوازن ، فإنها تمتد لتشمل بالإضافة إلى ذلك اختيار حجم الطاقة الإنتاجية للمشروع والتي تحقق توازنه .

تـمـريــن (1)

الجدول التالي يوضح تكاليف وإيرادات منشأة تعمل في ظل المنافسة التامة ، أكمل بيانات الجدول ، ثم أجب على ما يلي :

كمية الإنتاج	التكلفة الكلية	التكلفة المتوسطة	التكلفة الحدية	سعر الوحدة	الإيراد الكلي	الإيراد المتوسط	الإيراد الحدي	النتيجة
1	200	200	160	100				
2	320							
3	420							
4	504							
5	590							
6	690							
7	826							
8	1040							
9	1305							

1. ما مقدار التكاليف الثابتة لهذا المشروع ؟
2. أي كمية من الإنتاج تحقق التوازن ؟
3. هل يحقق المنتج التوازن بوجود ربح أم خسارة ؟ وضح الحالة بالرسم .
4. **توازن المنتج المحتكر :**

2.الاحتكار هو الحالة النقيضة تماماً للمنافسة التامة ، ويتمثل في وجود منتج واحد يبيع سلعة ليس لها بديل في السوق ، الأمر الذي ينتفي معه إمكانية دخول منتجين آخرين إلى السوق أو الصناعة .

3. أن المنشأة المحتكرة هي نفسها الصناعة .

4.المحتكر Monopolist هو صانع السعر حيث يقوم بوضع السعر بينما يتحدد عن طريق السوق الكميات المطلوبة من السلعة عند كل ثمن من الأثمان . وقد يقوم المحتكر بتحديد الكميات ، وعندها يعمل السوق على تحديد السعر عند تلك الكميات .

5.منحنى الطلب الذي يواجه المنتج المحتكر هو نفسه طلب السوق الذي يتخذ شكل منحنى يتجه من أعلى إلى أسفل نحو اليمين وهو نفسه منحنى الإيراد المتوسط .

$$\text{أ م} = \frac{\text{أ ك}}{\text{ن}} = \frac{\text{ن} \times \text{ث}}{\text{ن}} = \text{ث}$$

أما الإيراد الحدي فإنه يتمثل بمنحنى مستقل عن الإيراد المتوسط وذلك لكون الثمن ليس ثابتاً ، وعليه فإن الإيراد الكلي لا يزيد بمعدل ثابت . والإيراد الحدي هو التغير في الإيراد الكلي نتيجة لتغير الكمية المنتجة بوحدة واحدة ، أي : $\text{أ ح} = \Delta \text{ أ ك} \div \Delta \text{ ن}$

$$\text{أ ح} = \text{ث} (1 + 1)$$

منحنى الإيراد الحدي في حالة الطلب الذي يتخذ شكل خط مستقيم ، بحيث تكون أي نقطة واقعة بين النقطتين على منحنى الطلب وعلى المحور الرأسي اللتين تتناسبان مع النقطة المذكورة مما يجعل الإيراد الحدي دائماً أقل من الإيراد المتوسط أو الثمن .

أما الإيراد الكلي فإنه يتزايد بمعدل متزايد ، طالما أن الإيراد الحدي موجباً ويتجه نحو التزايد ويتزايد بمعدل التناقص ، طالما أن الإيراد الحدي موجباً ويتناقص . ولكن بعد أن يصبح الإيراد الحدي سالباً ، فإن الإيراد الكلي يتناقص . وذلك بعد أن يكون هذا الأخير قد بلغ أعلى قيمة له عند القيمة صفر للإيراد الحدي .

أولاً : توازن المحتكر في الأجل القصير

ليس هناك اختلاف بين السوقين فيما يتعلق بأسواق شراء عناصر الإنتاج اللازمة لإتمام العملية الإنتاجية ، أو بعبارة أخرى ليس هناك اختلاف في التكاليف فهي ذاتها في السوقين . ولكـن الاختلاف يكمن فقط بين الإيرادات أو سوق بيع السلعة . وفي هذه السوق أيضاً يهدف المحتكر إلى تعظيـم أرباحه قدر الإمكان وقد يكون ذلك مع وجود أرباحاً أو خسائر كما هي الحال في سوق المنافسة التامة .

ونميز هنـا أيضاً بين ثلاث حالات لتوازن المنتج المحتكر وهـي حـالة تحقيق الأرباح (الأرباح الغير عادية) ، حالة عدم تحقيق ربح أو خسارة (الأرباح العاديـة) ، وحالـة تحمل خسارة .

الحالة الأولى : حالة تحقيق أرباح غير عادية

عندما يكون الإيراد الكلي للمنتج المحتكر أكبر من تكاليفه الكلية ، فإنه يحقق أرباحاً غير عادية . فالمحتكر يتمكن من السيطرة على الثمن الذي يبيع به سلعته ، حيث أنه هو صانع السعر في السوق . ولكنه رغم ذلك يرغب في تعظيم منفعته ، وعلى ذلك فإنه يبيع عند الثمن الذي يكفل له تحقيق التوازن .

الحالة الثانية : حالة تحقيق أرباح عادية

يتحقق التوازن مع وجود الربح العادي أو عدم تحقيق ربح أو خسارة عندما يتساوى الإيراد الكلي مع التكاليف الكلية للمنتج المحتكر .

الحالة الثالثة : حالة تحقيق خسارة

غالباً ما يحصل المنتج المحتكر على الأرباح وليس الخسائر ، خاصة وأنه المنتج الوحيد للسلعة والمسيطر على الصناعة بأكملها . ولكن إن حدث وحقق خسائر فإنه يستمر في الإنتاج طالما أن ثمن بيع السلعة التي ينتجها كافياً لتغطية جميع تكاليفه المتوسطة المتغيرة .

ثانياً : توازن المنتج (المحتكر) في الأجل الطويل

يتمكن المحتكر من تحقيق توازنه في الأجل الطويل فإنه سيقيم مشروعه بحجم الطاقة الإنتاجية التي تمكنه من انتاج تلك الكمية التي يتساوى عندها الإيراد الحدي مع التكلفة الحدية طويلـة الأجل .

ومما تجدر الإشارة إليه في توازن المحتكر في الأجل الطويل :

1. أن حجم الإنتاج قد يكون أقل من الحجم الأمثل أو هو نفسه الحجم الأمثل للمشروع أو أكبر منه ، وهذا يتوقف على حجم وسعة نطاق السوق .
2. إن أرباح المحتكر لا تختفي في الأجل الطويل كما في المنافسة التامة ، وذلك لاستحالة دخول منتجين آخرين للصناعة المحتكرة ، بل إن المحتكر يحقق أرباحاً

وليس خسائر في المدى الطويل ، وذلك لقدرته على التحكم في الكمية المنتجة ، وامتناعه عن زيادة المعروض منها لتحقيق مزيد من الأرباح .

التمييز السعري :

التمييز السعري "الحالة التي يبيع فيها المحتكر نفس السلعة أو الخدمة بأسعار مختلفة في أسواق مختلفة" . فقد افترضنا أن المحتكر يحدد سعراً واحداً لقاء كمية معينة من السلعة التي ينتجها . ولكن في كثير من الأحيان نجد المحتكر يميز في الأسعار ويبيع السلعة نفسها لبعض المشترين بسعر أعلى من المشترين الآخرين . ويطلق على هذه الحالة عموماً "التمييز السعري" أو "الأسعار التمييزية" . فإمكانية وجود تمييز سعري لا يقتصر على سوق احتكار البيع فقط إنما توجد في أي سوق يتوافر ولو قدر من الاحتكار كالمنافسة الاحتكارية أو احتكار القلة .

والأمثلة على التميز السعري كثيرة :

1. يقوم بالتمييز على أساس الكميات المشتراة كما يحدث أحياناً في احتكارات الخدمات العامة كالكهرباء والنقل والهاتف . كأن تقوم شركة الكهرباء مثلاً بفرض تعرفه أو ثمن معين لاستهلاك كمية محددة من الكيلوات ولكن عندما يزيد الاستهلاك عن قدر معين ، فإنها تحدد للاستهلاك الإضافي تعرفه أو ثمن آخر أعلى من الثمن السابق .

2. يقوم التمييز السعري على أساس بيع السلعة داخل الدولة بثمن أعلى من الثمن الذي يبيعها به في خارج الدولة ، وهذا ما يعرف بسياسة الإغراق .

3. كما يقوم التمييز في الثمن أيضاً على أساس أوجه استخدام السلعة أو الخدمة كما في حالة الكهرباء ، وإذا ما كان استخدامها للأغراض المنزلية أو للاستخدام الصناعي التجاري .

4. هناك أيضاً التمييز على أساساً الموقع ، حيث يبيع المحتكر نفس السلعة في المواقع القريبة بسعر أعلى من المواقع البعيدة .

5. التمييز السعري كذلك التمييز على أساس مستوى الدخل كخدمات الأطباء والتي يقدمونها بأسعار أقل لذوي الدخول المنخفضة ، وبأسعار أعلى لذوي الدخل المرتفع .

6. يمكن أن يكون التمييز على أساس الوقت ، حيث تفرض أسعار للمكالمات الخارجية المسائية أقل من تلك التي تفرضها صباحاً .

ولإمكانية انطباق التمييز السعري شرطان أساسيان هما :

1. انعزال الأسواق التي يبيع فيها المنتج سلعته وانفصالها تماماً عن بعضها البعض حتى لايتمكن إعادة بيع السلعة المشتراة من السوق الأقل سعراً في السوق الأعلى سعراً .

2. اختلاف مرونة الطلب بين الأسواق ، حيث أن هذا الاختلاف هو أساس إمكانية قيام المنتج بالتمييز السعري . فالمنتج يتمكن من رفع سعر السلعة في السوق ذات الطلب الغير مرن بينما لا يتمكن من ذلك في حالة السوق ذات الطلب الغير مرن .

المراجع :

[1] هارون الطاهر، بلمرابط أحمد، **التحليل الاقتصادي الجزئي**، منشورات جامعة باتنة، مطبعة عمار قرفي، باتنة، 1997.

[2] محمود حسين الوادي، كاظم جاسم العيساوي، **الاقتصاد الجزئي تحليل نظري وتطبيقي**، دار المسيرة للنشر والتوزيع والطباعة، الأردن، 2007.

[3] السيد محمد أحمد السريتي، **الاقتصاد الجزئي**، مؤسسة رؤية للطباعة والنشر والتوزيع، الإسكندرية، جمهورية مصر العربية، 2009.

[4] ضياء مجيد، **النظرية الاقتصادية التحليل الاقتصادي الجزئي**، مؤسسة شباب الجامعة، الإسكندرية، جمهورية مصر العربية،2007.

[5] محمد سحنون، **مبادئ الاقتصاد الجزئي دروس وتمارين محلولة**، بهاء الدين للنشر والتوزيع، قسنطينة، الجزائر، 2003.

[6] احمد محمد مندور، إسماعيل أحمد الشناوي، السيد محمد أحمد السريتي، **النظرية الاقتصادية الجزئية**، دار الجامعية، الإسكندرية، جمهورية مصر العربية، 2007.

[7] فليح حسن خلف، **الاقتصاد الجزئي**، جدارا للكتاب العالمي، عمان الأردن، 2007.

[8] عقيل جاسم عبد الله، **التحليل الاقتصادي الجزئي**، دار مجدلاوي للنشر، عمان، 1999.

[9] غادة صالح حسن، **مبادئ الاقتصاد**، مكتبة الوفاء القانونية، الإسكندرية، جمهورية مصر العربية،2014.

[10] محمد على الليثي، محمدي فوزي أو السعيد، **مقدمة في الاقتصاد الجزئي**، الدار الجامعية، الإسكندرية، جمهورية مصر العربية، 2000.

[11] محمدي فوزي أبو السعيد، **مقدمة في الاقتصاد الجزئي مع التطبيقات**، الدار الجامعية، الإسكندرية، جمهورية مصر العربية، 2005.

[12] محمد علي الليثي، محمد جابر حسين، على عبد الوهاب نجا، **النظرية الاقتصادية الجزئية**، الدار الجامعية، الإسكندرية، جمهورية مصر العربية،2006.

[13] عامر علي سعيد، **مقدمة في الاقتصاد الجزئي**، دار البداية، الأردن، 2009.

[14] كساب علي، **النظرية الاقتصادية التحليل الجزئي**، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2006.

[15] رشيد بن الذيب، نادية شطاب عباس، **اقتصاد جزئي نظرية وتطبيق**، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، الطبعة 3، 2003.