

Algorithmique et Structures de données

TD n° 2 : Sous programmes, récursivité

Exercice 1 – Somme de carrés

Ecrire une fonction itérative puis une fonction récursive pour calculer la somme des n premiers carrés. Par exemple, si $n = 4$, cette fonction calculera $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2$.

Exercice 2 – Palindrome

Une chaîne de caractères est un palindrome si elle a moins de deux caractères ou si son premier et son dernier caractères sont identiques et le sous-chaîne obtenue en les retirant est elle aussi un palindrome (Exemples : ressasser, laval, été).

Ecrire une fonction itérative puis une fonction récursive pour tester si une chaîne de caractères est un palindrome.

Exercice 3 – Inversion

Ecrire une fonction itérative puis une fonction récursive pour réarranger les éléments d'un tableau en ordre inverse.

Exercice 4 : Multiplication de matrices

Ecrire un sous-programme qui calcule le produit $C = A \times B$ avec A et B matrices carrés d'ordre n .

$$C_{ij} = \sum_{k=1}^n A_{ik} B_{kj}$$

Exercice 5 : Transposition

Ecrire un sous-programme pour calculer la transposée d'une matrice.

Exercice 6 : Multiplication de polynômes

Ecrire un sous-programme qui calcule le produit de deux polynômes P et Q d'ordres m et n respectivement.

$$P = \sum_{i=1}^m a_i x^i \quad Q = \sum_{i=1}^n b_i x^i$$
$$PQ = \sum_{i=1}^{m+n} c_i x^i \quad \text{avec} \quad c_k = \sum_{i+j=k} a_i b_j$$

Algorithmique et Structures de données

Travail pratique n° 2 :

Exercice 1 – Rotation de matrices

Ecrire des fonctions qui font la rotation de matrices carrées d'entiers $n \times n$. La rotation est faite dans le sens des aiguilles d'une montre et d'angles 90° , 180° et 270° . Quelques exemples sont donnés ci-après pour $n = 4$.

<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td>5</td><td>8</td><td>4</td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>9</td><td>3</td><td>6</td></tr> <tr><td>1</td><td>7</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>8</td><td>3</td><td>2</td><td>9</td></tr> </table>	5	8	4	1	2	9	3	6	1	7	4	5	8	3	2	9	Rotation 90°	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td>8</td><td>1</td><td>2</td><td>5</td></tr> <tr><td>3</td><td>7</td><td>9</td><td>8</td></tr> <tr><td>2</td><td>4</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>9</td><td>5</td><td>6</td><td>1</td></tr> </table>	8	1	2	5	3	7	9	8	2	4	3	4	9	5	6	1
5	8	4	1																															
2	9	3	6																															
1	7	4	5																															
8	3	2	9																															
8	1	2	5																															
3	7	9	8																															
2	4	3	4																															
9	5	6	1																															
<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td>5</td><td>8</td><td>4</td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>9</td><td>3</td><td>6</td></tr> <tr><td>1</td><td>7</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>8</td><td>3</td><td>2</td><td>9</td></tr> </table>	5	8	4	1	2	9	3	6	1	7	4	5	8	3	2	9	Rotation 180°	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td>9</td><td>2</td><td>3</td><td>8</td></tr> <tr><td>5</td><td>4</td><td>7</td><td>1</td></tr> <tr><td>6</td><td>3</td><td>9</td><td>2</td></tr> <tr><td>1</td><td>4</td><td>8</td><td>5</td></tr> </table>	9	2	3	8	5	4	7	1	6	3	9	2	1	4	8	5
5	8	4	1																															
2	9	3	6																															
1	7	4	5																															
8	3	2	9																															
9	2	3	8																															
5	4	7	1																															
6	3	9	2																															
1	4	8	5																															
<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td>5</td><td>8</td><td>4</td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>9</td><td>3</td><td>6</td></tr> <tr><td>1</td><td>7</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>8</td><td>3</td><td>2</td><td>9</td></tr> </table>	5	8	4	1	2	9	3	6	1	7	4	5	8	3	2	9	Rotation 270°	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td>1</td><td>6</td><td>5</td><td>9</td></tr> <tr><td>4</td><td>3</td><td>4</td><td>2</td></tr> <tr><td>8</td><td>9</td><td>7</td><td>3</td></tr> <tr><td>5</td><td>2</td><td>1</td><td>8</td></tr> </table>	1	6	5	9	4	3	4	2	8	9	7	3	5	2	1	8
5	8	4	1																															
2	9	3	6																															
1	7	4	5																															
8	3	2	9																															
1	6	5	9																															
4	3	4	2																															
8	9	7	3																															
5	2	1	8																															

Exercice 2 – Plus Grand Commun Diviseur

Le plus grand commun diviseur (*pgcd*) de deux entiers i et j est le plus grand entier qui divise i et j .

1. Ecrire une fonction récursive qui calcule $pgcd(i, j)$ suivant la définition récursive d'Euclide :

- si $(i > j)$ alors $pgcd(i, j) = pgcd(i - j, j)$
- $pgcd(i, j) = pgcd(j, i)$
- $pgcd(i, i) = i$

2. Ecrire une autre fonction récursive qui calcule $pgcd(i, j)$ où $i > j$ en utilisant la définition récursive suivante :

Base. Si i est un multiple de j , alors $pgcd(i, j) = j$.

Récurrence. Si i n'est pas un multiple de j , posons k le reste de la division quand i est divisé par j , alors $pgcd(i, j) = pgcd(j, k)$.

3. Tracer les appels récursifs de ces fonctions en utilisant d'instruction `printf`.