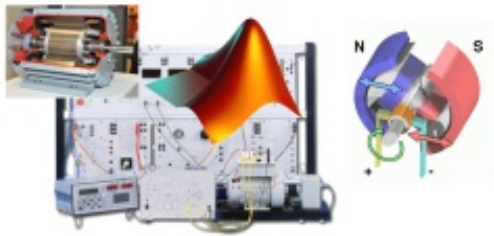


Modélisation et simulation des systèmes électromécaniques



Cours Master

Electromécanique

Enseignant : Dr. Labiod
Chouaib

Université d'El Oued

Faculté de Technologie

Département mécanique

Public cible : 2ieme année

Master, spécialité
électromécanique

Module : Mdélisation des
systèmes électromécaniques

Unité d'enseignement

Fondamentale : Crédit : 06 |

Coefficient : 03

Durée : 14 semaines

Horaire : Lundi : 8h - 11h00

Email : labiod.chouaib@gmail.
com

4.0

Fevrier 2022

Table des matières

Objectifs	4
Introduction	5
I - Modèles dynamiques des machines synchrones	7
1. Structures de machines synchrones	7
1.1. Stator (Induit)	7
1.2. Rotor (Inducteur)	8
2. Principe de fonctionnement	8
3. Modèle permanent de machine synchrone	12
3.1. Le modèle équivalent de Behn-Eschenburg	12
3.2. Modèle équivalent de Potier	13
4. Modèles dynamiques des machines synchrones:	14
4.1. Hypothèses simplificatrices :	14
4.2. Mise en équation de la machine	14
5. Transformation triphasé - diphasé	15
5.1. Transformation Clark Concordia	15
5.2. Transformation de Park	17
6. Équations de Park des machines synchrones	17
7. Equation du mouvement	19
8. Mise sous forme d'équation d'état en vue de la commande	19
8.1. Modèle d'état de MS:	20
9. Exercices	21
9.1. Exercice : Ex 1	21
9.2. Exercice : Ex 2	21
9.3. Exercice : Ex 3	22
10. Test Chapitre II	22
Solutions des exercices	24
Abréviations	26

Objectifs

A l'issue de cet enseignement, l'apprenant sera capable :

- ***En terme de Savoir***

Permettre de développer chez l'étudiant la méthodologie d'établir les éléments d'un modèle physique pour divers systèmes électromécaniques.

Analyser des systèmes électromécaniques et les exprimer avec des modèles mathématiques

Convertir des équations mathématiques différentielles complexes en systèmes électromécaniques et les linéariser pour abstraire la réalité pour mieux comprendre le système à réaliser

Comprendre les techniques de modélisation dans l'espace d'état

Extraire et analyser les résultats et vérifier leur validité par rapport aux systèmes électromécaniques réels

- ***En terme de savoir-faire***

Deviens capable de résoudre les modèles les plus complexes en utilisant la programmation et la simulation.

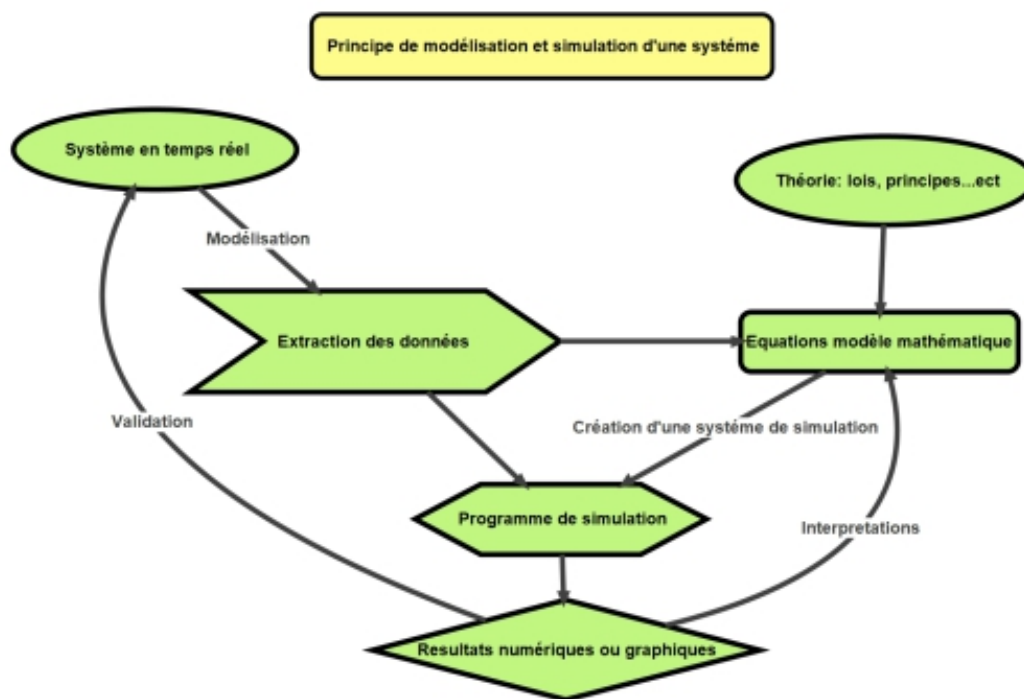
Acquisition de la capacité de passer d'un modèle mathématique à des matrices numériques jusqu'à l'obtention du schéma bloc de simulation.

- ***En terme de savoir-être***

Il permet à l'étudiant d'acquérir une expérience dans la modélisation et simulation de systèmes électromécaniques dans différentes conditions afin d'étudier divers problèmes complexes et de prédire les résultats en temps réel.

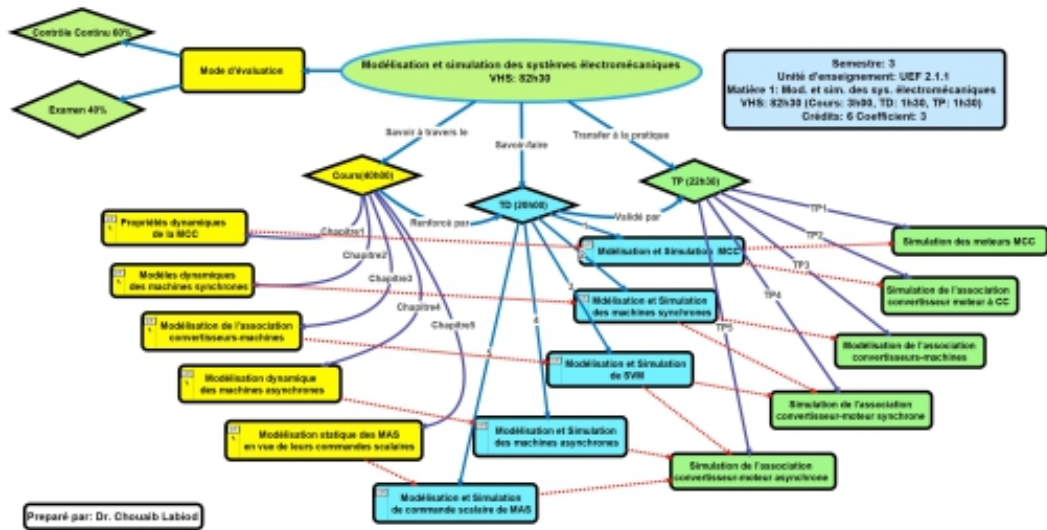
Introduction

Tout d'abord, on se fait une idée de l'importance de *la modélisation et de la simulation* à travers cette présentation graphique sous forme de carte mentale



Principe de modélisation et simulation d'une système

Ci-dessous une carte mentale qui résume le contenu de ce module:



I Modèles dynamiques des machines synchrones

La machine synchrone est une machine AC* dont la vitesse de rotation du rotor est égale à la vitesse du champ tournant créé par le stator. Cette machine est surtout utilisée dans les centrales électriques en tant que génératrice. Contrairement à la machine asynchrone, la MS* ne peut pas démarrer en boucle ouverte. Pour cette raison elle a été, pendant longtemps, utilisée dans des applications de forte puissance à vitesse fixe. Néanmoins, avec les progrès dans l'électronique d'alimentation et de commande, il est devenu possible de l'utiliser dans des applications à vitesse variable. De plus, avec la découverte d'aimants permanents très efficaces, Les MS* sont potentiellement présentes, en tant que moteurs, dans les applications de forte puissance et haute précision.

TD: Voir ici

[cf. TD2]

Pour bien comprendre ce cours, consultez ce cours et visitez ma chaîne youtube (Labioud Chouaib)

Cf. "Modélisation et simulation du moteur synchrone"

1. Structures de machines synchrones

Elles possèdent deux parties principales:

- **l'inducteur** constitué d'électroaimants parcourus par un courant continu ou d'aimants permanents, situés sur le rotor.
- **l'induit**, porté par le stator, parcouru par des courants alternatifs (Mono ou triphasés).

1.1. Stator (Induit)

Pour une machine synchrone triphasée, il est constitué par trois groupes de conducteurs logés dans les encoches du stator, formant trois circuits décalés d'un angle convenable les uns par rapport aux autres. Ils sont parcourus par trois courants qui forment un système triphasé pour produire un champ tournant.

1.2. Rotor (Inducteur)

Le rotor porte des aimants ou des bobines d'excitation parcourues par un courant continu qui créent des pôles Nord et Sud. Il crée dans l'entrefer de la machine un champ tournant. Il en existe deux types:

*

- **Rotor à pôles lisses**, il possède une grande robustesse mécanique, il est adopté pour les alternateurs de fortes puissances, dont la fréquence de rotation est élevée (alternateur de centrale nucléaire).
- **Rotor à pôles saillants** (utilisé pour des machines tournant à faibles vitesses). Il est plus simple à construire, utilisé pour les groupes électrogènes.



Figure 1: (a) Rotor à pôles lisses (b) Rotor à pôles saillants

2. Principe de fonctionnement

Dans les machines à courants alternatifs, **le champ magnétique tourne** à la même vitesse angulaire que le rotor dans les MS*, à une vitesse légèrement supérieure dans les machines asynchrones. Ce champ est créé à la fois par le rotor en rotation et par les bobinages du stator parcourus par des courants alternatifs triphasés. On dispose d'un aimant en U que l'on tourne à la vitesse n_s , et d'un petit aimant ou d'une aiguille aimantée pouvant tourner autour de son axe.

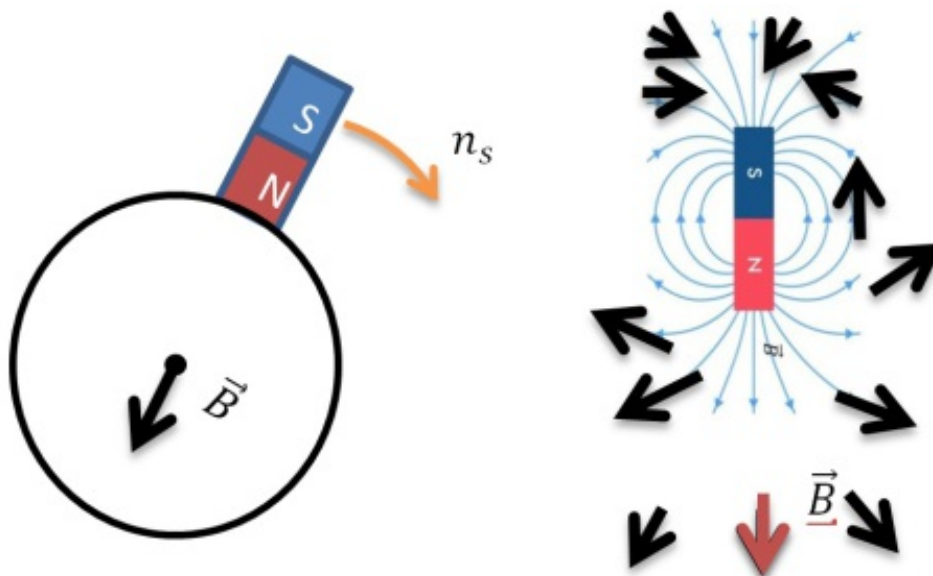
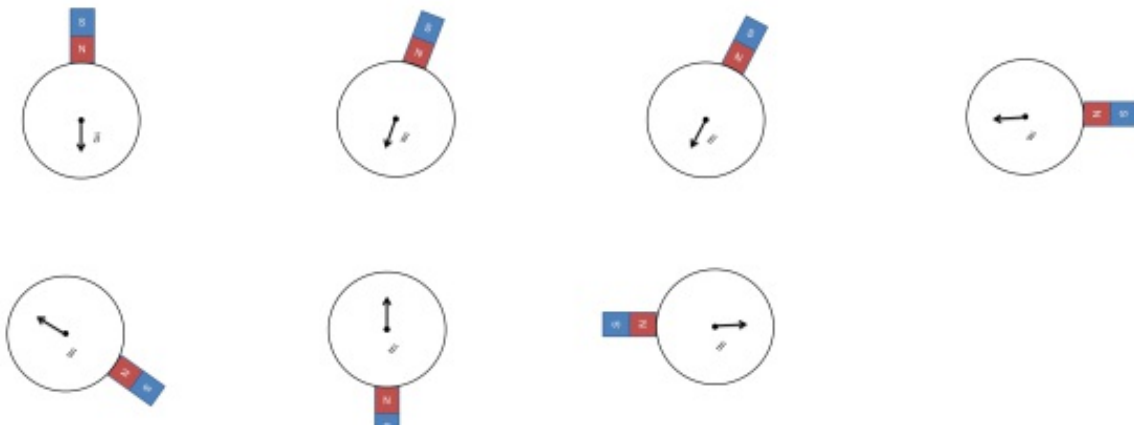


Figure II.2: Principe de création de champ tournant par aimant permanent

Champ tournant



Le bobinage triphasé, alimenté par un système triphasé équilibré de tensions, crée un **champ magnétique tournant** à la vitesse n_s telle que :

Les trois champs
sont déphasés.

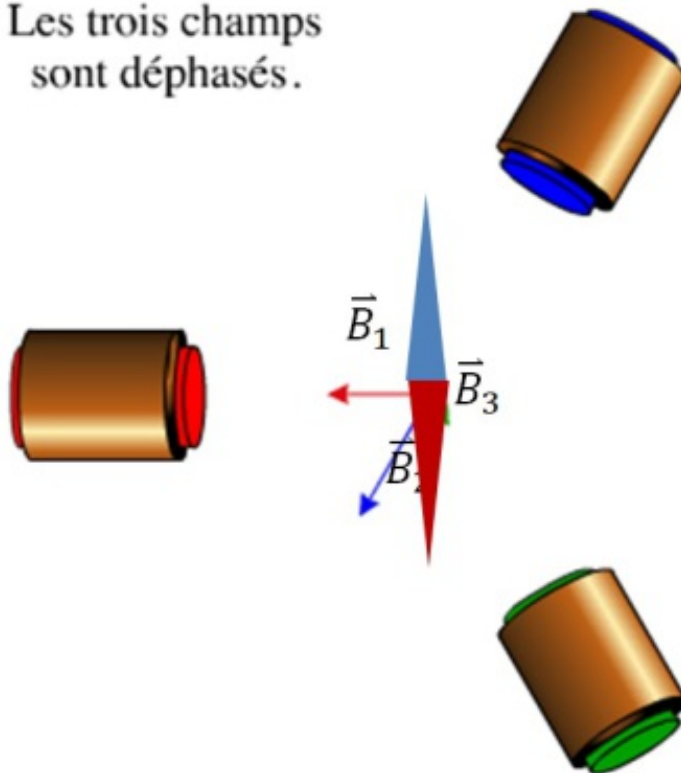


Figure II.3: Création d'un champ tournant par système triphasé équilibré

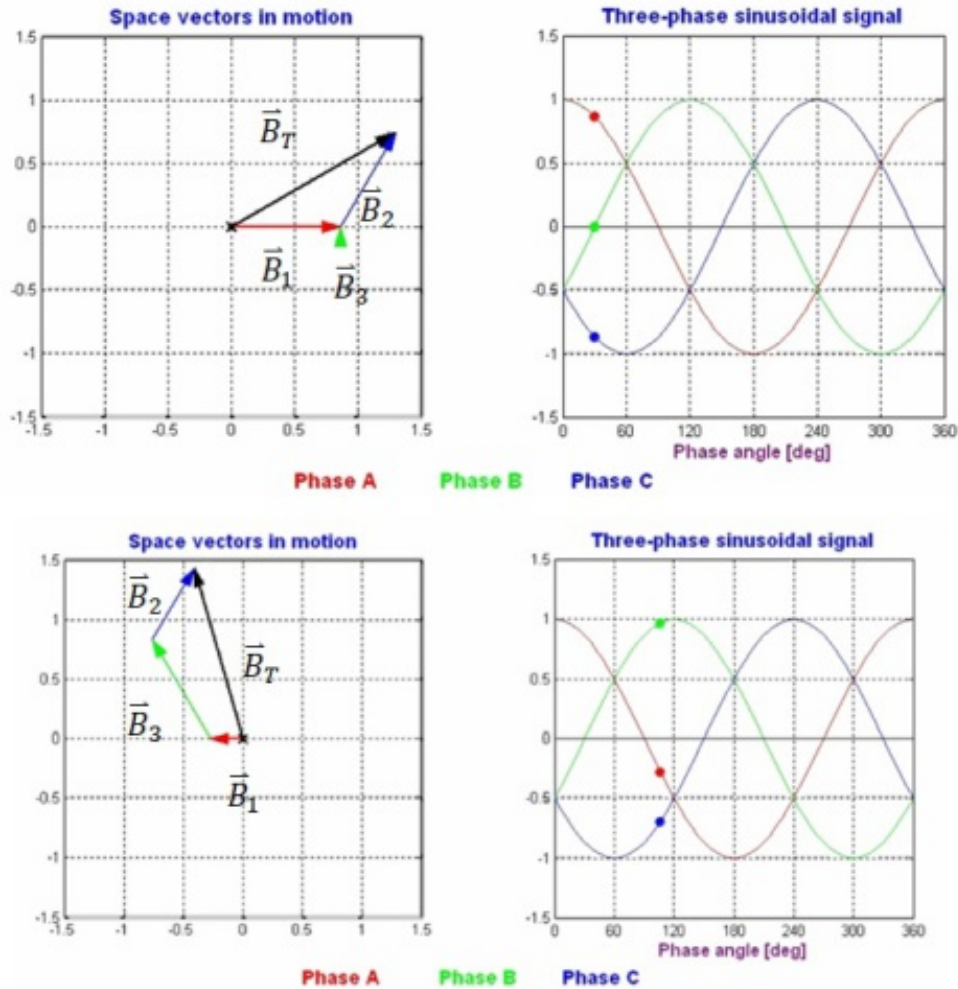


Figure II.4: Champ tournant produit par la somme de trois vecteurs sinusoïdaux

Le rotor, alimenté en courant continu, par un système de contacts glissants (bagues), crée un champ magnétique rotorique qui suit le champ tournant statorique avec un retard angulaire lié à la charge (plus la charge est importante, plus est grand). Étant donné que le rotor tourne à la même vitesse que le champ tournant, ce moteur ne peut pas être démarré directement sur le réseau. On peut utiliser un convertisseur de fréquence dont la fréquence augmente progressivement lors de la phase de démarrage (rampe). On peut aussi démarrer ce moteur en " asynchrone ", en utilisant l'enroulement inducteur comme secondaire. Ce moteur peut également être utilisé pour relever le facteur de puissance d'une installation. Dans ce cas, il doit être " surexcité ". Il fournit alors de la puissance réactive au réseau (charge capacitive).

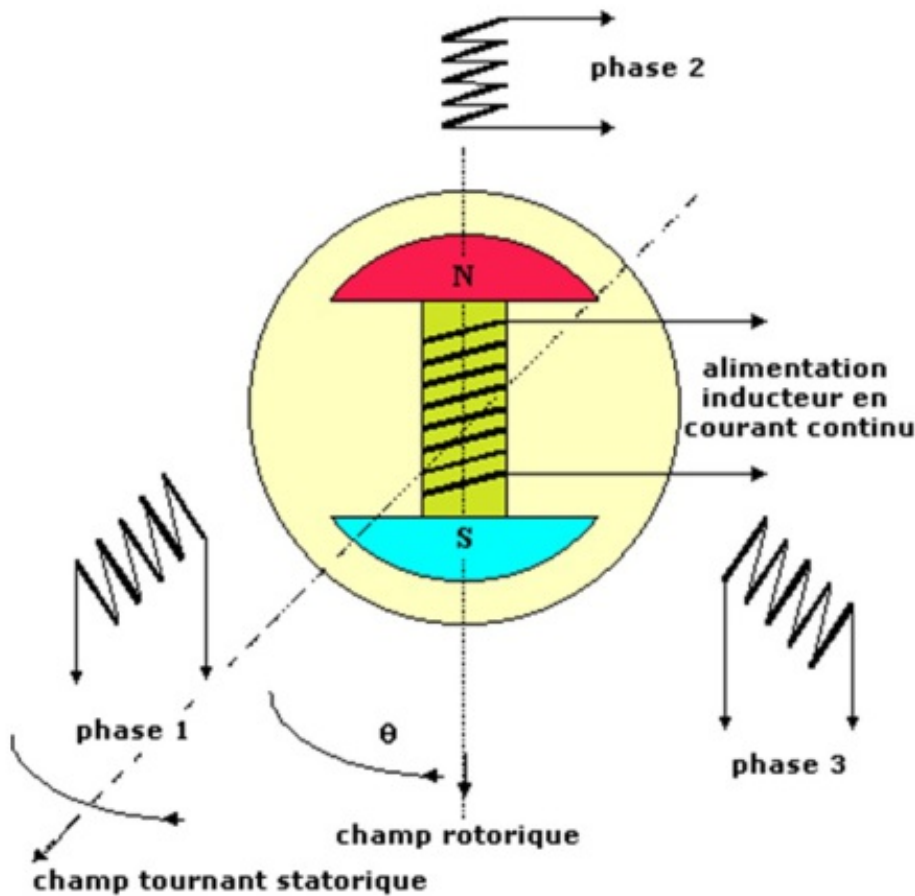


Figure II.5: Machines synchrones à rotor bobiné

Le moteur synchrones est formé d'un stator portant un bobinage triphasé à $2p$ pôles réuni à la source fournissant les tensions et les courants de fréquence f . le rotor ou inducteur porte un bobinage alimenté par un courant continu d'excitation qui crée $2p$ pôles successivement Nord et Sud par rapport au rotor.

Les courants de fréquence f fournis par la source triphasée créent dans l'entrefer une force magnétomotrice tournant à la vitesse synchrone N_s

$$N_s = \frac{f}{p} \text{ (tr/s)}$$

Les pôles de cette FMM* tirent les pôles du rotor et font tourner celui-ci à la vitesse synchrone ; d'où le nom de moteur synchrone donné au moteur.

Le moteur synchrone comporte comme la machine asynchrone, un stator bobiné dont l'alimentation donne naissance à une force magnétomotrice de composante fondamentale F_a tournant à la vitesse angulaire ω_s . Le rotor ou la roue polaire dont le nombre de pôles est égal à celui du stator, est excité par un bobinage parcouru par un courant continu ou par des aimants pour produire une force magnétomotrice dite d'excitation F_0 . Dans le cas du moteur synchrone à aimants permanents, l'inducteur est remplacé par des aimants, ceci présente l'avantage d'éliminer les balais et les pertes rotoriques, ainsi que la nécessité d'une source pour fournir le courant d'excitation. Cependant, on ne peut pas contrôler le flux rotorique.



Figure II.06 : a) rotor bobiné / b) rotor à aimant permanent

3. Modèle permanent de machine synchrone

Il existe plusieurs modèles équivalents de la machine synchrone suivant le nombre de paramètres dont on veut tenir compte.

*

3.1. Le modèle équivalent de Behn-Eschenburg

Le modèle de **Behn Eschenburg** ne s'applique que si la machine est non saturée ainsi qu'à pôles lisses.*

Pour étudier le fonctionnement en régime permanent sinusoïdal d'une phase statorique alimentée par la tension v' , absorbant un courant i' et dans laquelle l'inducteur engendre une f.é.m e' , on utilise le schéma équivalent de la figure (7)

V' , I' , E' sont les valeurs représentant les grandeurs sinusoïdales de la pulsation $\omega = 2\pi f$, X est la réactance synchrone. (On peut en première approximation négliger la résistance)

Le diagramme vectoriel (figure (II-3 b) traduit la relation :

$$\underline{E}' = \underline{V}' - jX\underline{I}'$$

Sur le diagramme on peut lire trois angles :

- φ , déphasage de I' p.r. à V' ,
- θ , déphasage entre E' et V' appelé angle de décalage interne,
- ψ , déphasage de I' p.r. à E' permettant de repérer la position de pôles du rotor par rapport au stator

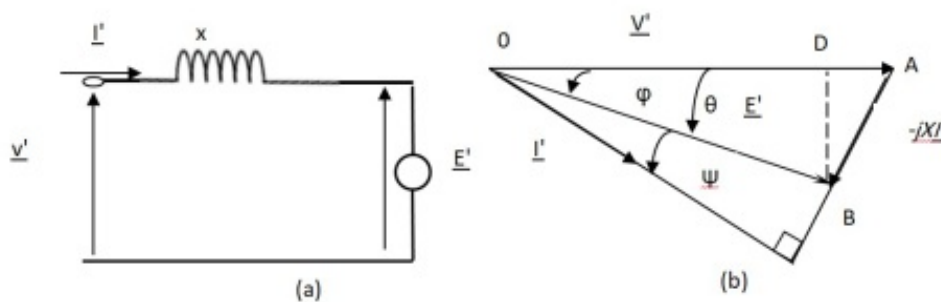


Figure II.7: Diagramme de Behn Eschenburg

La FEM E' est proportionnelle à la vitesse et au flux inducteur donc, dans la mesure où l'on peut négliger la saturation, au courant d'excitation.

La puissance absorbée par le moteur est: $p=3V'I' \cos \phi$

Si on néglige les pertes, P donne la puissance mécanique développée.

En désignant par Ω la vitesse angulaire synchrone, le couple C a pour valeur:

$$C = \frac{P}{\Omega} = \frac{3V'I' \cos \phi}{\Omega}$$

- Dans le triangle OAB du diagramme vectoriel, l'angle en A est égal à $\pi/2 - \phi$

$$\text{Donc: } \frac{XI'}{\sin \theta} = \frac{E'}{\cos \phi}$$

$$\text{Ce qui donne: } P = \frac{3V'E'}{X} \sin \theta, C = \frac{3V'E'}{\Omega X} \sin \theta$$

3.2. Modèle équivalent de Potier

Ce modèle est plus complet que celui de **Behn-Eschenburg**. Il tient compte de la saturation en faisant fluctuer le courant d'excitation selon le courant traversant les bobines du stator. Cette modification du courant exciteur fait fluctuer la fcm.

Dans ce modèle on a :

$$\begin{cases} \underline{V} = \underline{E}_r - R\underline{I} - j\lambda\omega\underline{I} \\ \underline{J}_e = \underline{J}_{eo} - \alpha\underline{I} \end{cases}$$

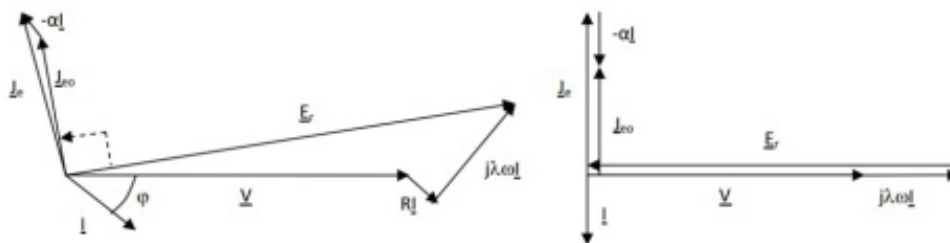


Figure II.8. Diagrammes vectoriels d'une MS débitant sur (a) charge R-L, (b) charge purement inductive

4. Modèles dynamiques des machines synchrones:

4.1. Hypothèses simplificatrices :

- Entrefer constant ;
- Effet d'encoche négligeable;
- Saturation négligeable ainsi que l'hystérésis et les courants de Foucault ;
- La résistance des enroulements ne varie pas avec la température;
- Effet de peau négligeable.

4.2. Mise en équation de la machine

- Equation électrique

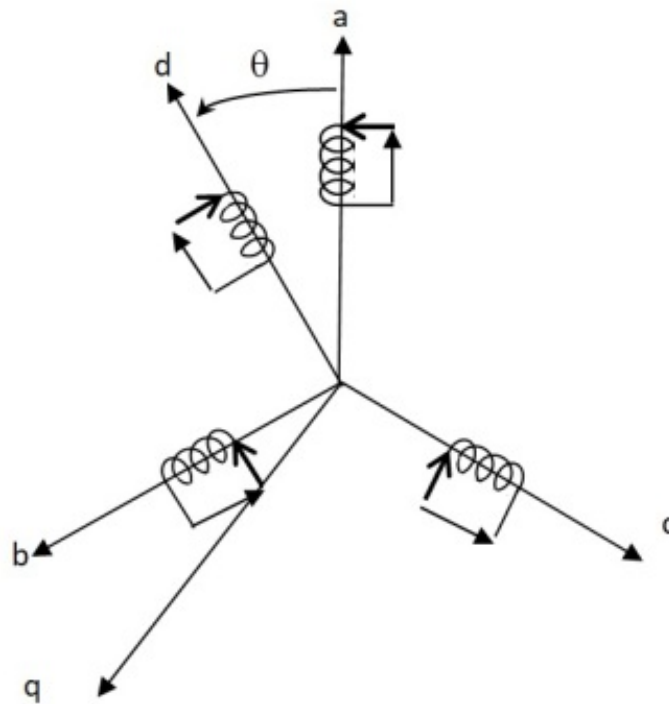


Figure II.09: Représentation des enroulements d'une machine synchrone sans amortisseurs

1. Au Stator

$$\begin{cases} V_{sa} = R_s I_{sa} + \frac{d\varphi_{as}}{dt} \\ V_{sb} = R_s I_{sb} + \frac{d\varphi_{bs}}{dt} \\ V_{sc} = R_s I_{sc} + \frac{d\varphi_{cs}}{dt} \end{cases}$$

Les variables sont au stator et nous définissons V , I , φ comme tensions, courants et flux du stator de la machine.

2. Au Rotor

$$V_f = R_f I_f + \frac{d\varphi_f}{dt}$$

V_f , I_f , φ_f : Tensions, courants et flux du rotor de la machine.

- Equations magnétiques :

1. Flux statorique :

$$\varphi_f = L_f I_f + M_{fs} I_{sa} \cos(\theta) + M_{fs} I_{sb} \cos(\theta - 2 * \pi/3) + M_{fs} I_{sc} \cos(\theta + 2 * \pi/3)$$

Le modèle peut se regrouper sous forme matricielle comme suit :

$$[V] = [R] [I] + [L] \frac{d}{dt} [I] + [M] \frac{d}{dt} [I]$$

2. Flux rotorique :

Après nous remplaçons les équations de flux 6 et 7 dans le modèle du stator et du rotor des équations 4

et 5, le modèle sous forme matricielle de la MS sera :

$$\begin{bmatrix} V_{sa} \\ V_{sb} \\ V_{sc} \\ V_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{sa} \\ I_{sb} \\ I_{sc} \\ I_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_f \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_{sa} \\ I_{sb} \\ I_{sc} \\ I_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & M_{ss} & M_{sf} \cos(\theta) \\ M_{ss} & 0 & M_{sf} \cos(\theta - 2 * \pi/3) \\ M_{ss} & M_{ss} & 0 \\ M_{fs} \cos(\theta) & M_{fs} \cos(\theta - 2 * \pi/3) & M_{fs} \cos(\theta + 2 * \pi/3) & 0 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_{sa} \\ I_{sb} \\ I_{sc} \\ I_f \end{bmatrix}$$

5. Transformation triphasé - diphasé

Le but de l'utilisation de cette transformation c'est de passer d'un système triphasé abc vers un système diphasé $\alpha\beta$. Il existe principalement deux transformations : Clarke et Concordia.

La transformation de Clarke conserve l'amplitude des grandeurs mais pas la puissance ni le couple (on doit multiplier par un coefficient 3/2). Tandis que celle de Concordia, qui est normée, elle conserve la puissance mais pas les amplitudes.

5.1. Transformation Clark Concordia

Edith **Clarke** a proposé la transformation en 1951. Soit a, b et c le repère initial d'un système triphasé. α , β et o est le repère d'arrivée :

$$\vec{X} = \begin{bmatrix} Xa \\ Xb \\ Xc \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Xmax * \sin(wt) \\ Xmax * \sin\left(wt - \frac{2\pi}{3}\right) \\ Xmax * \sin\left(wt + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix}$$

Pour comprendre cette transformation pour système triphasé, nous supposons que nous avons un vecteur X , ce vecteur tourné par une vitesse wt, nous pouvons donc le représenter dans les reps fixes a b c par Xa Xb et Xc comme l'équation 10.

La transformation de Clark est l'image de vecteur

$$\vec{X} = [X_a \ X_b \ X_c]^T \text{ sure les fixes répers, axes } \alpha, \beta.$$

Donc on a:

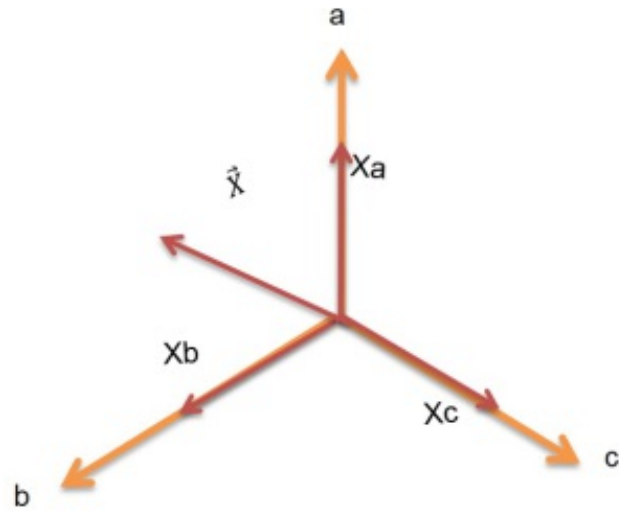


Figure II.10: L'image de vecteur x sur a b c

$$\vec{X} = \begin{bmatrix} X\alpha \\ X\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_0) & \cos\left(\theta_0 - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_0 + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin(\theta_0) & \sin\left(\theta_0 - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta_0 + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Xa \\ Xb \\ Xc \end{bmatrix}$$

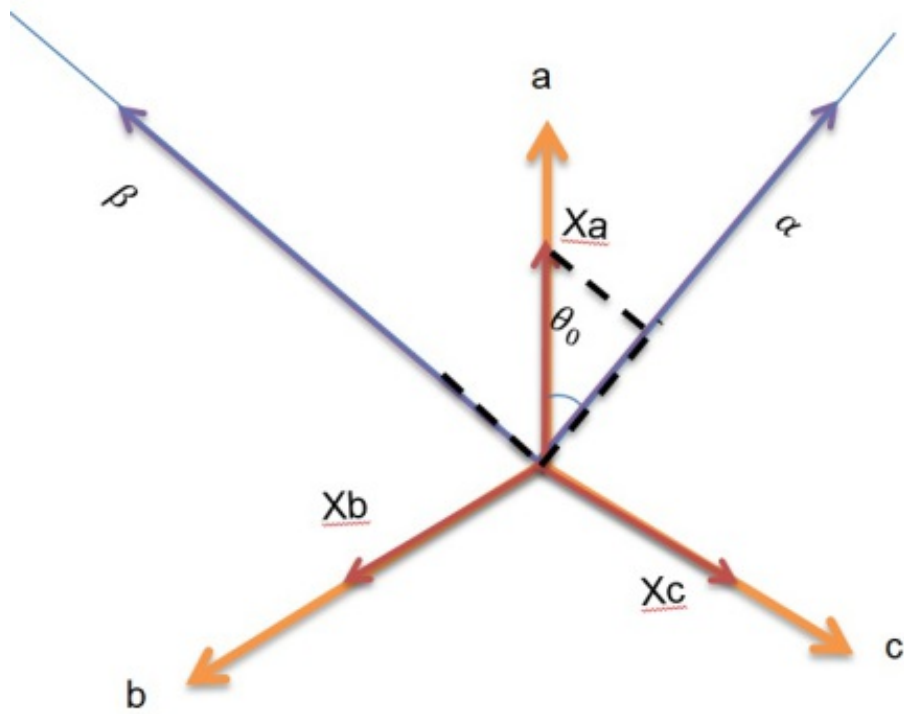


Figure II.11: L'image de vecteur x sur a, beta

On suppose que $\theta_0=0$ la matrice sera plus simple comme suit:

$$\vec{X} = \begin{bmatrix} X\alpha \\ X\beta \\ X0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Xa \\ Xb \\ Xc \end{bmatrix}$$

Grace à **Concordia** la Matrice de Clark sera comme Matrice carre avec **det=1** pour avoir l'inverse de Matrice égale transmission matrice:

$$\vec{X} = \begin{bmatrix} X\alpha \\ X\beta \\ X0 \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Xa \\ Xb \\ Xc \end{bmatrix}$$

5.2. Transformation de Park

La différence entre la transformation de Park et **Clark Concordia** présente dans les repères de **Park** sont des axes rotatifs (Voir figure II.12), contrairement à la transformation **Clark Concordia**.

La transformée de Park, souvent confondue avec la transformée dqo, est un outil mathématique utilisé en électrotechnique, et en particulier pour la commande vectorielle, afin de modéliser un système triphasé grâce à un modèle diphasé. Il s'agit d'un changement de repère. Les deux premiers axes dans la nouvelle base sont traditionnellement nommés d, q. Les grandeurs transformées sont généralement des courants, des tensions ou des flux.

*

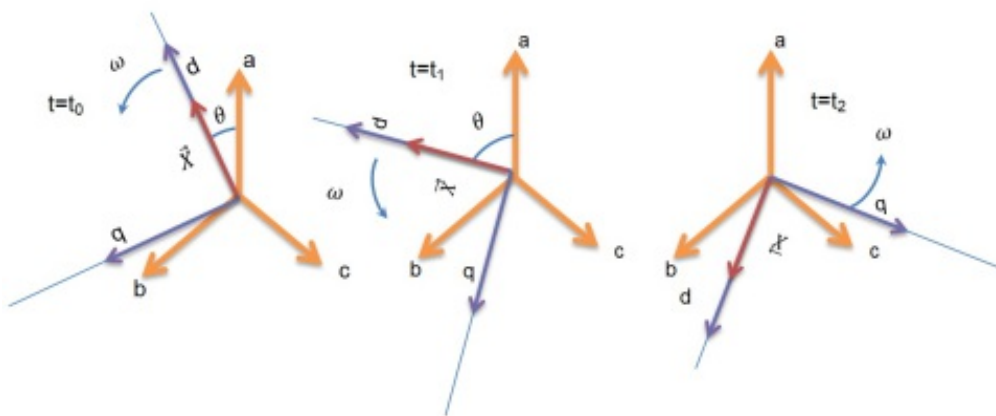


Figure II.12: L'image de vecteur x sur les axes d q à des différents instants

D'après la **transformation de Park** on peut écrire:

$$\begin{bmatrix} Xd \\ Xq \\ X0 \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin \theta & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Xa \\ Xb \\ Xc \end{bmatrix}$$

Alors la matrice de Park est:

$$[P(\theta)] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin \theta & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

6. Équations de Park des machines synchrones

Pour éliminer de la matrice $[L_{SS}]$, et afin que les algorithmes de commande traitent des grandeurs électriques continues. Les enroulements statoriques (a, b, c) sont remplacé par deux enroulements (d, q) en quadrature. Le

passage des grandeurs électriques du stator (a, b, c) aux grandeurs électriques (d, q) qui assure la conversion de la fmm et de la puissance instantanée est obtenu par la transformation de Park.

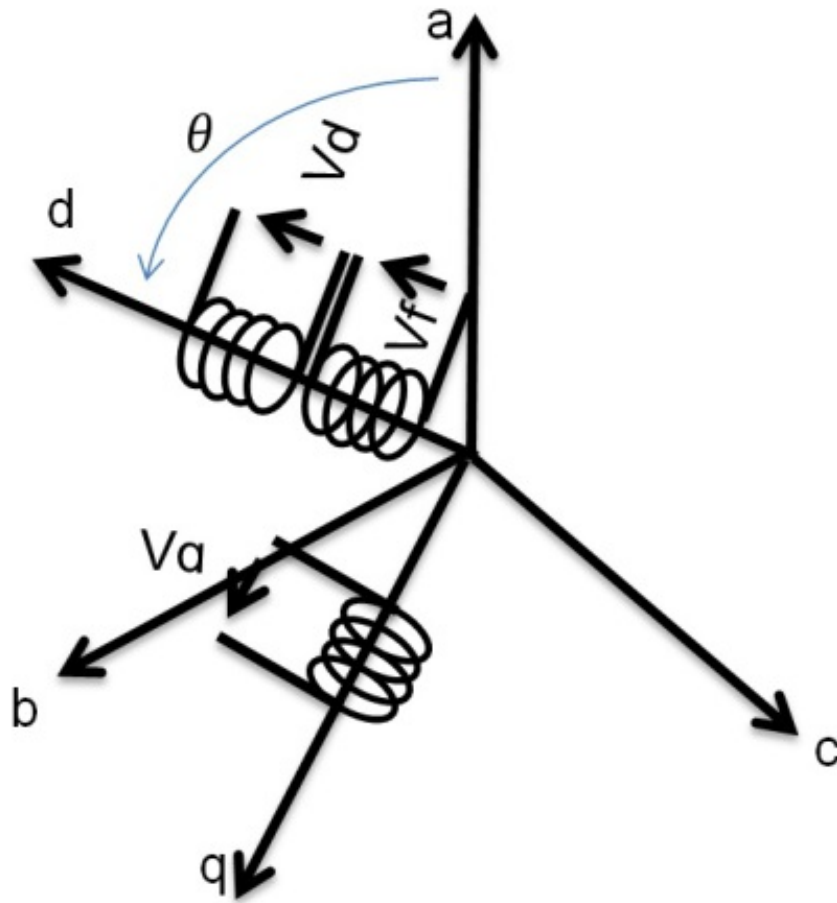


Figure II.13: Schéma équivalent de la MS dans le référentiel de Park.

La machine équivalente de la figure (13) est identique à une machine à courant continu ayant l'enroulement f comme inducteur et ayant deux enroulements d'induit, l'enroulement d'étant dans l'axe de l'inducteur f et l'enroulement q en quadrature avec f.

La matrice de passage notée $[P(\theta)]$ comme l'équation 16

Donc la matrice $[P(\theta)]^{-1}$ est donnée par :

$$[P(\theta)]^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

Le passage du système triphasé au système (d, q) lié au rotor se fait en utilisant la relations suivante :

$$\begin{bmatrix} x_d \\ x_q \\ x_0 \end{bmatrix} = [P(\theta)] \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_d \\ x_q \\ x_0 \end{bmatrix} = [P(\theta)] \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix}$$

En appliquant la transformation au système :

$$[V_{dq0}] = [R] [I_{dq0}] + \frac{d}{dt} [\varphi_{dq0}] + [P] \left(\frac{d}{dt} [P]^{-1} \right) [\varphi_{dq0}]$$

Les équations électriques

$$\begin{cases} V_d = RI_d + \frac{d\varphi_d}{dt} - \left(\frac{d\theta}{dt} \right) \varphi_q \\ V_q = RI_q + \frac{d\varphi_q}{dt} + \left(\frac{d\theta}{dt} \right) \varphi_d \\ V_f = R_f I_f + \frac{d\varphi_f}{dt} \end{cases}$$

Les équations magnétiques

$$\begin{cases} \varphi_d = L_d I_d + M_f I_f \\ \varphi_f = L_f I_f + M_f I_d \\ \varphi_q = L_q I_q \end{cases}$$

Les équations électriques et magnétiques de MS

Alors, le modèle sous forme matricielle sera:

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \\ V_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \\ I_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_d & 0 & M_f \\ 0 & L_q & 0 \\ M_f & 0 & L_f \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \\ I_f \end{bmatrix} + \omega \begin{bmatrix} 0 & -L_q & 0 \\ L_d & 0 & M_f \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \\ I_f \end{bmatrix}$$

7. Equation du mouvement

L'expression du couple électromagnétique, est donné par :

$$C_e = \frac{\partial W_e}{\partial \theta_{geo}} = p \frac{\partial W_e}{\partial \theta_{ele}}$$

On peut écrire aussi :

$$C_e = \frac{3}{2} p [(L_d - L_q) I_d I_q + M_f I_q I_f] \quad (1)$$

$$C_e = \frac{3}{2} p [(\varphi_d I_q - \varphi_q I_d)] \quad (2)$$

$$(3)$$

L'équation du mouvement de la machine est :*

$$C_e - C_r - f W_r = J \frac{dW_r}{dt}$$

Avec :

J : Moment d'inertie des masses tournantes ;

Cr : Couple résistant imposé à l'arbre de la machine ;

Ce : Couple électromagnétique ;

Wr : Vitesse mécanique de rotation ($\omega = p W_r$) ;

f: Coefficient de frottement visqueux.

8. Mise sous forme d'équation d'état en vue de la commande

La forme généralisée des équations de système sous *forme d'état* est :

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = A X(t) + B U(t) \\ Y(t) = C X(t) + D U(t) \end{cases}$$

Symbole	Description
X(t)	vecteur d'état du système de dimension n.
U(t)	vecteur d'entrée ou vecteur de commande du système de dimension l
Y(t)	vecteur de sortie du système de dimension m
A	matrice d'état du système de dimension n × n
B	matrice d'entrée ou de commande du système de dimension n × l.
C	matrice de sortie du système de dimension m × n.
D	matrice de transmission directe du système de dimension m × l.

8.1. Modèle d'état de MS:

Considérons les tensions V_d V_q , et le flux d'excitation φ_f comme grandeurs de commande, les courants statoriques I_d I_q comme variables d'état et le couple C_r comme perturbation. A partir des équations (1.17), on peut écrire le système d'équations suivant :

*

Avec :

$$[x] = [I_d \quad I_q]^T$$

$$[U] = [V_d \quad V_q \quad \varphi_f]$$

Et

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_d \\ \dot{I}_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \omega \frac{L_q}{L_d} \\ -\omega \frac{L_d}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\varphi_f}{L_q} \end{bmatrix} \omega$$

Pour arriver au même système, il faut ajouter [C] [D] : $[C] = [1 \quad 1]$

$$[D] = 0$$

9. Exercices

9.1. Exercice : Ex 1

[solution n°1 p.24]

Soit le système de signale triphasé sinusoïdale défini comme suit:

$$\begin{cases} V_a = 200 \sin(2.\pi.A.t) \\ V_b = 200 \sin(2.\pi.A.t - 2.\pi/3) \\ V_c = 200 \sin(2.\pi.A.t + 2.\pi/3) \end{cases}$$

Déterminer la valeur A pour avoir Vd Vq l'image de Va, Vb et Vc par la transformation de Park de valeurs constantes sachant que la vitesse des axes d et q égale $\omega=2*\pi*60$

- A=100
- A=0
- A=0
- A=30
- A<0
- A=60

9.2. Exercice : Ex 2

[solution n°2 p.24]

Soit le système de signale triphasé sinusoïdale défini comme suit:

$$\begin{cases} V_a = 200 \sin(2.\pi.A.t) \\ V_b = 200 \sin(2.\pi.A.t - 2.\pi/3) \\ V_c = 200 \sin(2.\pi.A.t + 2.\pi/3) \end{cases}$$

Déterminer la valeur A pour avoir Vd Vq l'image de Va, Vb et Vc par la transformation de Park de valeurs variables sachant que la vitesse des axes d et q égale $\omega=2*\pi*60$

- A=100
- A=0
- A=0
- A=30
- A<0
- A=60

9.3. Exercice : Ex 3

[solution n°3 p.25]

A quelle vitesse des axes d et q de la transformation de Park $V_d V_q$ sera similaire à la transformation de Clark Concordia $V_\alpha V_\beta$:

- $\omega=100$
- $\omega=0$
- $\omega<0$
- $\omega=30$

10. Test Chapitre II

Exercice : Ex 1

Soit le système de signale triphasé sinusoïdale défini comme suit:

$$\begin{cases} V_a = 200 \sin(2.\pi.A.t) \\ V_b = 200 \sin(2.\pi.A.t - 2.\pi/3) \\ V_c = 200 \sin(2.\pi.A.t + 2.\pi/3) \end{cases}$$

Déterminer la valeur A pour avoir $V_d V_q$ l'image de V_a, V_b et V_c par la transformation de Park de valeurs constantes sachant que la vitesse des axes d et q égale $\omega=2*\pi*60$

- A=100
- A=0
- A=0
- A=30
- A<0
- A=60

Exercice : Ex 2

Soit le système de signale triphasé sinusoïdale défini comme suit:

$$\begin{cases} V_a = 200 \sin(2.\pi.A.t) \\ V_b = 200 \sin(2.\pi.A.t - 2.\pi/3) \\ V_c = 200 \sin(2.\pi.A.t + 2.\pi/3) \end{cases}$$

Déterminer la valeur A pour avoir $V_d V_q$ l'image de V_a, V_b et V_c par la transformation de Park de valeurs variables sachant que la vitesse des axes d et q égale $\omega=2*\pi*60$

- A=100
- A=0

- A=0
- A=30
- A<0
- A=60

Exercice : Ex 3

A quelle vitesse des axes d et q de la transformation de Park $V_d V_q$ sera similaire à la transformation de Clark Concordia $V_\alpha V_\beta$:

- $\omega=100$
- $\omega=0$
- $\omega<0$
- $\omega=30$

* *
*

Les différentes structures, le champ tournant, le principe de fonctionnement et les différents modèles mathématiques de la machine synchrone ont été présentés dans ce cours.

La transformation triphasée à biphasée de Clark Concordia ou de Park a été démontrée pour comprendre les principes de base des transformations stationnaires ou rotationnelles, puis le modèle mathématique de la machine synchrone a été présenté suite à la transformation de Park ainsi que les différents modèles d'état en vue de la commande.

Solutions des exercices

> Solution n° 1

Exercice p. 21

Soit le système de signale triphasé sinusoïdale défini comme suit:

$$\begin{cases} V_a = 200 \sin(2.\pi.A.t) \\ V_b = 200 \sin(2.\pi.A.t - 2.\pi/3) \\ V_c = 200 \sin(2.\pi.A.t + 2.\pi/3) \end{cases}$$

Déterminer la valeur A pour avoir Vd Vq l'image de Va, Vb et Vc par la transformation de Park de valeurs constantes sachant que la vitesse des axes d et q égale $\omega=2*\pi*60$

- A=100
- A=0
- A=0
- A=30
- A<0
- A=60

> Solution n° 2

Exercice p. 21

Soit le système de signale triphasé sinusoïdale défini comme suit:

$$\begin{cases} V_a = 200 \sin(2.\pi.A.t) \\ V_b = 200 \sin(2.\pi.A.t - 2.\pi/3) \\ V_c = 200 \sin(2.\pi.A.t + 2.\pi/3) \end{cases}$$

Déterminer la valeur A pour avoir Vd Vq l'image de Va, Vb et Vc par la transformation de Park de valeurs variables sachant que la vitesse des axes d et q égale $\omega=2*\pi*60$

- A=100
- A=0
- A=0
- A=30

$A < 0$

$A = 60$

> **Solution n°3**

Exercice p. 22

A quelle vitesse des axes d et q de la transformation de Park $V_d V_q$ sera similaire à la transformation de Clark Concordia $V_\alpha V_\beta$:

$\omega = 100$

$\omega = 0$

$\omega < 0$

$\omega = 30$

Abréviations

AC : Courant Alternatif

FEM : force électromotrice

FMM : force magnétomotrice

MS : Machine Synchrone

Bibliographie

Dolgui Alexandre," Modélisation et simulation pour l'analyse et l'optimisation des systèmes industriels" Ed. Lavoisier, 2004

Cegielski Patrick," Modélisation et simulation : Informatique, mathématiques, sciences pour l'ingénieur, biologie, biochimie" Ed. L'harmattan, 1998.

Yves Cherruault, Ed. Eyrolles," Modélisation et méthodes mathématiques" 1998.

Rachid Abdessamed, "Modélisation et simulation des machines électriques",Electrotechnique ,Ellipses,2011.

Mohamad Koteich, "Modélisation et observabilité des machines électriques en vue de la commande sans capteur mécanique" Université Paris-Saclay, 2016. Français.