المحاضرة 1

النظام العشري

نظراً لأن النظام العشري هو الأقدم استخداماً ومألوفاً لدينا لذا فإننا سنبدأ بدراسته كتمهيد لدراسة كل النظم العددية الأخرى. ويطلق على النظام العشري اسم نظام الأساس عشرة (10) أو منظومة الأساس (10) ويشار إليه بالأساس (10) لأنه يعتمد في تكوينه على عشرة رموز مختلفة وهي 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9.

وللنظام العشري خاصية مرتبة الرقم (*Positional Weight*) فعلى سبيل المثال العدد (128) نجد أن الرقم الأول (8) يقع في المرتبة الأولى (مرتبة خانة الآحاد) أي أن قيمته أو وزنه هو الثمانية ، وتكون عبارة عن حاصل ضرب الرقم الذي يمثل هذه المرتبة في 1 $(8 = 1 \times 8)$، أما الرقم الثاني (2) فإنه يقع في المرتبة الثانية (مرتبة العشرات) وقيمته أو وزنه عبارة عن حاصل ضرب الرقم الذي يحتل هذه المرتبة في 10 $(20 = 10 \times 2)$، أما الرقم الثالث (1) فإنه يقع في المرتبة الثالثة (مرتبة المئات) وقيمته أو وزنه عبارة عن حاصل ضرب الرقم الذي يحتل هذه الخانة في 100 $(1 \times 100 = 100)$.
فإذا جمعنا قيمة أو وزن كل خانة من الخانات السابقة نحصل على القيمة التي يمثلها العدد ، أي أن:

$$(1 \times 100) + (2 \times 10) + (8 \times 1) = 100 + 20 + 8 = 128$$

وحيث أن هذا النظام يعرف باسم نظام الأساس (10) فإنه يمكننا أن نضع مراتب الخانات من اليمين إلى اليسار بحيث تمثل قوى العدد أو الأساس 10 وتبدأ من $1 = 10^0$ كالآتي:

$$\ldots\ldots\ 10^5\quad 10^4\quad 10^3\quad 10^2\quad 10^1\quad 10^0$$

وبالتالي فإنه يمكن تمثيل العدد 128 طبقاً لذلك كما يلي:

		1		2		8
		مرتبة المئات		مرتبة العشرات		مرتبة الآحاد
		10^2		10^1		10^0
		1×10^2	+	2×10^1	+	8×10^0
$(128)_{10}$	=	100	+	20	+	8

ويلاحظ أننا وضعنا العدد العشري (128) داخل قوسين ثم وضعنا الأساس 10 على يمين العدد وفي الأسفل (*Subscript*) وذلك لنميز أن هذا العدد هو عدد في النظام العشري.

وفي حالة الأعداد الكسرية توضع مراتب الخانات لها أس سالب مرتبة من يمين العلامة العشرية بالوزن 10^{-1} كالآتي:

$10^2 \quad 10^1 \quad 10^0 \bullet 10^{-1} \quad 10^{-2} \quad 10^{-3} \quad ....$

العلامة العشرية

(Decimal Point)

يوجد أربعة أنواع من النظم العددية التي نستعملها في الحاسوب وهي :

1. نظام العدد العشري : رموزه (9,8,7,6,5,4,3,2,1,0) وأساسه (10).
2. نظام العدد الثنائي : رموزه (1,0) وأساسه (2).
3. نظام العدد الثماني : رموزه (7,6,5,4,3,2,1,0) وأساسه (8).
4. نظام العدد السادس عشر : رموزه (9,8,7,6,5,4,3,2,1,0) و(A,B,C,D,E,F) وأساسه (16)

طريقة كتابة العدد كالتالي : نفتح القوس ثم نكتب العدد ثم نغلق القوس ثم أساس النظام العددي أسفل القوس بالجانب الأيسر مع ملاحظة أن رموز العدد تكون مناسبة للأساس

مثل: $(8450)_{10}$ ، $(1101011)_2$ ، $(75531)_8$ ، $(8A5C9)_{16}$

التحويل بين الأنظمة

أولا التحويل الى النظام العشري

القاعدة العامة للتحويل للنظام العشري :

لتحويل العدد في أي نظام عددي إلى النظام العشري، نأخذ كل رقم من العدد ونضربه بقاعدة النظام مرفوعة لقوة تساوي مرتبة الرقم ونجمع النواتج، فنحصل على العدد العشري

مثال 1 : أوجد المكافئ العشري للرقم $(1110.101)_2$

$(1110.101)_2 = 1 \times 2^3 + 1\times 2^2 + 1\times 2^1 + 0\times 2^0 + 1\times 2^{-1} + 0\times 2^{-2} + 1\times 2^{-3}$

$8 + 4 + 2 + 0 + 0.5 + 0 + 0.125 = \mathbf{14.625}$

مثال2 : حول العدد $(73E.A)_{16}$ إلى المكافئ العشري $(\quad)_{10}$

$= \quad 7\times16^2 + 3\times16^1 + 14\times16^0 + 10\times16^{-1}$

$2792 + 48 + 14 + 0.625 = 1854.625$

$(73E.A)_{16} = (1854.625)_{10}$

مثال 3 :

$(5724.5)_8 \longrightarrow (\quad)_{10}$

$5\times8^3 + 7\times8^2 + 2\times8^1 + 4\times8^0 + 5\times8^{-1}$

$2560 + 448 + 16 + 4 + 0.625 = 3028.625$

$(5724.5)_8 = (3028.625)_{10}$

العمليات الحسابية في النظام الثنائي

كلنا يعلم العمليات الحسابية التي تتم باستخدام الأعداد العشرية مثل الجمع والطرح والضرب والقسمة ، كل هذه العمليات يمكن اجرائها في الأنظمة العددية الأخرى.

الجمع في النظام الثنائي : Binary Addition

إن ابسط عملية جمع في النظام الثنائي هي التي تتم بين عددين كل عدد يتكون من رمز (مرتبة) ثنائي واحد . ولو أخذنا كافة الاحتمالات لهذه العملية فستكون الاحتمالات المبينة في أدناه . وبالاعتماد على هذه الاحتمالات يمكن تنفيذ أي عملية جمع ثنائية لأي عدد من المراتب.

$$0 + 0 = 0$$
$$0 + 1 = 1$$
$$1 + 0 = 1$$
$$1 + 1 = 0 \longrightarrow 1 \quad \text{(Carry)محمل}$$
$$1 + 1 + 1 = 1 \longrightarrow 1 \quad \text{(Carry)محمل}$$

مثال : اجمع الرقمين الثنائيين 011, 110.

الحل: نرتب الأعداد الثنائية بحيث تظهر في صورة أعمدة أو خانات واضحة كما يلي:

$$\begin{array}{rrrr} 1 & 1 & & \\ & 1 & 1 & 0 \\ + & 0 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

مثال: . اجمع العددين $(11010.1)_2$, $(1011.01)_2$:

$$\begin{array}{r} 1\ \ 1\qquad\qquad\quad \\ 1\,1\,0\,1\,0\,.\,1\,0 \\ 0\,1\,0\,1\,1\,.\,0\,1 \ + \\ \hline 1\,0\,0\,1\,0\,1\,.\,1\,1 \end{array}$$

مثال: ما ناتج جمع العددين $(11011.101)_2$, $(1110.11)_2$:

$$
\begin{array}{r}
1\ 1\ 1\ 1\ 1\quad\quad\quad\quad \\
1\ 1\ 0\ 1\ 1\ .\ 1\ 0\ 1 \\
0\ 1\ 1\ 1\ 0\ .\ 1\ 1\ 0\ + \\
\hline
1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ .\ 0\ 1\ 1
\end{array}
$$

الطرح في النظام الثنائي : Binary Subtraction

كما في عملية الجمع , تكون احتمالات ابسط عملية طرح بين عددين ثنائيين , وهي أربع احتمالات,

وكما مبينة :

$$
\begin{array}{l}
0 - 0 = 0 \\
0 - 1 = 1 \longrightarrow \quad 1 \text{ استعارة(Borrow)} \\
1 - 0 = 1 \\
1 - 1 = 0
\end{array}
$$

اطرح العدد $(1011)_2$ من العدد $(1101.1)_2$:

$$
\begin{array}{r}
0\ 2\quad\quad\quad \\
1\ \cancel{1}\ 0\ 1\ .\ 1 \\
1\ 0\ 1\ 1\ .\ 0\ - \\
\hline
0\ 0\ 1\ 0\ .\ 1
\end{array}
$$

مثال

$$
\begin{array}{r}
1\quad\quad \\
0\ \cancel{0}\ 2\quad\quad \\
1\ \cancel{1}\ \cancel{0}\ 0\ 1\ 1 \\
-1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0 \\
\hline
=\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1
\end{array}
$$

العمليات الحسابية في النظام الثماني :

عملية الجمعAddition

كافة عمليات الجمع تجري على غرار النظام العشري، إلا إذا كان الناتج أكبر من العدد سبعة، فعندئذ توجد قاعدة جديدة في هذا النظام وهي أن: 10 = 1 + 7 ، ومع أخذ هذه المعلومة بعين الاعتبار يمكن حل أي مسألة جمع في النظام الثماني عبر تأويلها إلى هذه العملية. كما يلي

$$\begin{array}{r} 256 \\ +\ 423 \\ \hline =\ 701 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 153 \\ 173\ + \\ \hline 346 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 566 \\ +\ 776 \\ \hline =\ 1564 \end{array}$$

عملية الطرح

$$\begin{array}{r} 260 \\ -\ \ \ \\ 123 \\ \hline 135 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2005 \\ -\ \ \ \ \\ 756 \\ \hline 1027 \end{array} \qquad \begin{array}{rrr} 6 & 2 & 1 \\ \cancel{7} & \cancel{3} & 2 \\ -\,6 & 3 & 4 \\ \hline 0 & 7 & 6 \end{array}$$

العمليات الحسابية في النظام السادس عشري

عملية الجمعAddition

ينبغي الانتباه في هذا النظام إلى أنه إذا كان مجموع الرقمين أقل من ستة عشر فإنه يمثل برمز واحد فمثلاً نجد أنA=1+9 ولا نكتب 1 + 9 = 10 ، وكذلك فإن B+3=E وهكذا. والعملية المحورية في هذا النظام هي العملية F+1=10 : وعندما يكون مجموع رقمين سادس عشر بين أكثر أو يساوي 16 فإننا نلجأ إلى هذه القاعدة، على غرار ما فعلنا في النظام الثماني.

6AD	F 6F
253 +	ABE +
900	1A2D

عملية الطرح

مثال

اطرح الأعداد الست عشرية التالية:

8BE	AED
7DF -	826 -
0DF	2 C 7

التحويل من النظام الثماني إلى النظام الثنائي *Octal-to-Binary Conversion*

حيث إنه يمكن تمثيل كل رقم (*Digit*) من أرقام العدد الثماني كعدد ثنائي مكون من ثلاث خانات (*3-bits*)، وعليه فإنه من السهل علينا التحويل من النظام الثماني إلى الثنائي. كل رقم في النظام الثماني يمثل بثلاث خانات كما هو موضح في جدول(2- 1).

الرقم الثماني	0	1	2	3	4	5	6	7
العدد الثنائي	000	001	010	011	100	101	110	111

الجدول(2- 1) تمثيل الأرقام الثمانية كأعداد ثنائية.

ولتحويل العدد الثماني إلى نظيره الثنائي ببساطة نستبدل كل رقم ثماني بما يقابله من ثلاث خانات ثنائية كما هو موضح بالمثالين التاليين.

مثال 1

حول العدد الثماني $(357)_8$ إلى نظيرة في النظام الثنائي.

$$(357)_8 = \begin{array}{ccc} 3 & 5 & 7 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 011 & 101 & 111 \end{array}$$

$$= (011101111)_2$$

مثال 2

حول العدد الثماني $(1276.543)_8$ إلى مكافئة الثنائي.

الحل:

$$(1276.543)_8 = \begin{array}{cccccccc} 1 & 2 & 7 & 6 & \bullet & 5 & 4 & 3 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 001 & 010 & 111 & 110 & \bullet & 101 & 100 & 011 \end{array}$$

$$= (1010111110.101100011)_2$$

التحويل من النظام الثنائي إلى النظام الثماني *Binary-to-Octal Conversion*

إن التحويل من النظام الثنائي إلى النظام الثماني هو عكس عملية التحويل من النظام الثماني إلى الثنائي. حيث نقوم بتجميع كل ثلاث خانات ثنائية متجاورة بعد العلامة الثنائية –إن وجدت- وكتابة ما يقابلها بالنظام الثماني مع ملاحظة أنه عند تجميع الخانات الثنائية في أقصى يسار العدد أو أقصى يمين العدد بعد العلامة الثنائية حيث إنه إذا كان مجموع الخانات واحداً أو اثنين فإنه يمكننا إكمال العدد إلى ثلاث خانات وذلك بإضافة صفرين أو صفر للعدد وحتى يكون لدينا وحدات متكاملة من الخانات الثنائية ذات خانات الثلاث.

مثال 3 :

حول العدد الثنائي $(1011001011100.00101)_2$ إلى نظيرة في النظام الثماني.

001	011	001	011	100	•	001	010
↓	↓	↓	↓	↓		↓	↓
1	3	1	3	4	•	1	2

لاحظ أنه تم زيادة صفر واحد على يمين الكسر الثنائي وصفرين على يسار العدد الصحيح وبذلك يكون لدينا ما يلي:

$$(1011001011100.00101)_2 = (13134.12)_8$$

التحويـــل مـــن السداســـي عشـــري إلى الثنـــائي

عرفنا سابقاً أن النظام السداسي عشري يستخدم الرموز (0,1,2,……,9,A,B,C,D,E,F) وأن الحروف الأبجدية المستخدمة (A,B,C,D,E,F) تكافئ على الترتيب الأعداد العشرية (10,11,12,13,14,15). وبالتالي فإنه يمكن تحويل الأعداد من النظام السداسي عشري إلى ما يقابلها في النظام الثنائي، بحيث يمثل كل رمز من رموز النظام السداسي عشري بأربع خانات ثنائية (*4-bits*)

تمثيل العدد السداسي عشري كعدد عشري وعدد ثنائي.

العدد العشري	العدد الثنائي	العدد السداسي عشري
0	0000	0
1	0001	1
2	0010	2
3	0011	3
4	0100	4
5	0101	5
6	0110	6
7	0111	7
8	1000	8
9	1001	9
10	1010	A
11	1011	B
12	1100	C
13	1101	D
14	1110	E
15	1111	F

مثال 1

حول العدد $(3A5)_{16}$ إلى مكافئه الثنائي.

$$
\begin{array}{lcccc}
(3A5)_{16} & = & 3 & A & 5 \\
 & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 & & 0011 & 1010 & 0101
\end{array}
$$

$$= (001110100101)_2$$

مثال 2

أوجد مكافئ العدد $(B35.D1)_{16}$ في النظام الثنائي.

$$
\begin{array}{lcccccc}
(B35.D1)_{16} = & B & 3 & 5 & \bullet & D & 1 \\
 & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow \\
 & 1011 & 0011 & 0101 & \bullet & 1101 & 0001
\end{array}
$$

$$= (101100110101.11010001)_2$$

التحويـل مـن الثـنائي إلى السداسـي عشـري

إن التحويل من النظام الثنائي إلى النظام السداسي عشري يتم بتكوين مجموعات مكونة من أربع خانات ثنائية وذلك ابتداءً من يمين الفاصلة الثنائية للعدد الصحيح وعلى يسار الفاصلة الثنائية للعدد الكسري ثم كتابة ما يقابل كل مجموعة مكونة من أربع خانات بما يكافئها في النظام السداسي عشري. ويلاحظ أنه في حالة تجميع الخانات الثنائية الموجودة في أقصى اليسار من العدد الصحيح أو أقصى اليمين بالنسبة للعدد الكسري فإنه يمكن زيادة الخانات من صفر واحد إلى ثلاثة أصفار حتى يكون مجموع الخانات الثنائية في أقصى اليمين أو اليسار مساوياً لأربع خانات ثنائية.

حول العدد الثنائي $(110111101.101001)_2$ إلى نظيره السداسي عشري.

$$\begin{array}{ccccccc} 0001 & 1011 & 1101 & \bullet & 1010 & 0100 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow \\ 1 & B & D & \bullet & A & 4 \end{array}$$

لاحظ أنه تم زيادة صفرين على يمين الكسر وثلاثة أصفار على يسار العدد الصحيح.

$$(110111101.101001)_2 = (1BD.A4)_{16}$$

مثال : حول العدد الثنائي $(11010010011.011001)_2$ إلى نظيره في النظام السداسي عشري.

الحل:

$$\begin{array}{ccccccc} 0001 & 1010 & 1011 & \bullet & 0110 & 1000 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow \\ 1 & A & B & \bullet & 6 & 8 \end{array}$$

$$(11010010011.011001)_2 = (1AB.68)_{16}$$

التحويـــل مـــن السداســـي عشـــري إلى الثمـــاني *Hexadecimal-to-Octal*

من السهل إجراء التحويل من النظام السداسي عشري إلى النظام الثماني وذلك بتحويل العدد السداسي عشري إلى ما يكافئه في النظام الثنائي ومن ثم تحويل العدد الثنائي الناتج مرة أخري إلى عدد في النظام الثماني وكما هو موضح بالمثال التالي.

مثال : حول العدد $(AB3E.87D)_{16}$ إلى عدد في النظام الثماني.

الحل: نبدأ أولاً بتحويل العدد السداسي عشري إلى مكافئه الثنائي:

$$(AB3E.87D)_{16} = (1010101100111110.100001111101)_2$$

ثم نقوم تحويل العدد الثنائي الناتج إلي عدد في النظام الثماني عن طريق تقسيمه إلى مجموعات كل منها عبارة عن ثلاث خانات ثنائية كما سبق شرحه كالآتي:

$$\begin{array}{cccccccccccc} 001 & 010 & 101 & 001 & 111 & 110 & \bullet & 100 & 001 & 111 & 101 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 1 & 2 & 5 & 4 & 7 & 6 & \bullet & 4 & 1 & 7 & 5 \end{array}$$

لاحظ أنه تم إضافة صفرين على يسار العدد الصحيح لتكوين مجموعات كاملة من ثلاث خانات.

$$(AB3E.87D)_{16} = (125476.4175)_8$$

التحويـــل مـــن الثمـــاني إلى السداســـي عشـــري *Octal-to-Hexadecimal Conversion*

تتم عملية التحويل وذلك بتحويل العدد الثماني إلى مكافئه الثنائي حيث إن كل رمز ثماني يتم تمثيله بثلاث خانات ثنائية ، وبعد ذلك يتم تكوين مجموعات كل منها مكون من أربع خانات ثنائية سواء بالنسبة للعدد الصحيح أو العدد الكسري الثنائي، ومن ثم كتابة ما يقابل كل مجموعة بمكافئها السداسي عشري وكما هو موضح في المثال التالي.

مثال حول العدد الثماني $(25.342)_8$ إلى نظيره في النظام السداسي عشري.

الحل: نحول أولاً العدد الثماني إلى ثنائي كما يلي :

$$(25.342)_8 = (010101.011100010)_2$$

ثم نحول العدد الثنائي إلى عدد في النظام السداسي عشري كما يلي:

$$\begin{array}{ccccccc} 0001 & 0101 & \bullet & 0111 & 0001 \\ \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow \\ 1 & 5 & \bullet & 7 & 1 \end{array}$$

لاحظ أنه تم حذف الصفر الموجود على يمين الكسر الثنائي وإضافة صفرين على يسار العدد الصحيح.

$$(25.342)_8 = (15.71)_{16}$$

التحويل من النظام العشري الى الأنظمة الأخرى

القاعدة العامة 1:
لتحويل العدد العشري الصحيح إلى نظام عددي آخر نقسم العدد العشري على قاعدة النظام العددي ونكرر قسمة الناتج مراراً، آخذين في كل مرة باقي القسمة، مرتبين البواقي حسب تسلسل ظهورها من اليمين إلى اليسار.

القاعدة العامة2 :
لتحويل العدد العشري الكسري إلى نظام عددي آخر نضرب العدد العشري بقاعدة النظام العددي مقتطعين الجزء الصحيح من ناتج الضرب واضعين إياه في المرتبة التالية يمين الفاصلة لتشكيل العدد الموافق، ونكرر العملية على الجزء المتبقي من العدد العشري حتى يصبح ما يتبقى منه يمين الفاصلة كله أصفار.

مثال 1 : حول ما يلي الى نظام التعداد المطلوب $(59.625)_{10} \longrightarrow (\quad)_2$

59	÷	2	1
29	÷	2	1
14	÷	2	0
7	÷	2	1
3	÷	2	1
1	÷	2	1
0			

$0.625 \times 2 = 1.25$

$0.25 \times 2 = 0.5$

$0.5 \times 2 = 1$

$(59.625)_{10} = (111011.101)_{10}$

طريقة كتابة النتيجة كما هو موضح في الشكل أعلاه بالنسبة للجزء الصحيح نأخذ من الأسفل الى الأعلى والكتابة من اليسار الى اليمين اما العشري فنأخذ من الأعلى الى الأسفل ومن اليسار الى اليمين

المثال 2 : حول العدد التالي $(214.75)_{10}$ الى النظام الثماني

214	÷	8	6
26	÷	8	2
3	÷	8	3
0			

$0.75 \times 8 = 6$

$$(214.75)_{10} = (326.6)_8$$

المثال 3 : حول العدد التالي $(520.75)_{10}$ الى النظام السادس عشر

520	÷	16	8
32	÷	16	0
2	÷	16	2
0			

$0.75 \times 16 = 12 = C$

$$(520.75)_{10} = (208.c)_{16}$$