

## سلسلة الأعمال الموجهة 03 لمقياس تحليل قواعد البيانات

## تمرين 01:

لتكن المصفوفة X بحيث

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

1. احسب المتوسط لكل متغير
2. احسب التباين لكل متغير  $\sigma$
3. استنتج المصفوفة المركز والمعممة
4. احسب مصفوفة الارتباط
5. احسب القيم الذاتية لمصفوفة الارتباط
6. احسب الأشعة الذاتية لمصفوفة الارتباط
7. قارن بين  $\sum \lambda_i$  و  $tr(r)$

## تمرين 2:

مخرجات برنامج SPSS.

1. ماذا يمثل الجدول التالي

Correlation Matrix<sup>a</sup>

	x	y
Correlation x	1.000	-.500-
y	-.500-	1.000

a. Determinant = .750

2. كم تساوي قيمة الارتباط
3. هل يمكن القيام بالتحليل بطريقة المركبات الرئيسية، مع التعليل.
4. ماذا يمثل الجدول التالي

KMO and Bartlett's Test

Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy.	.500
Bartlett's Test of Sphericity	Approx. Chi-Square
	df
	Sig.
	.144
	1
	.704

5. كم تساوي قيمة KMO وهل يمكن قبولها
6. ماذا يمثل الجدول التالي

**Total Variance Explained**

Component	Initial Eigenvalues			Extraction Sums of Squared Loadings		
	Total	% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance	Cumulative %
1	1.500	75.000	75.000	1.500	75.000	75.000
2	.500	25.000	100.000	.500	25.000	100.000

Extraction Method: Principal Component Analysis.

7. استنتاج القيم الذاتية  
8. كم تساوي نسبة كل محور في شرح التباين

حل التمرين الأول:

.1

$$\bar{X}_1 = \frac{1}{n} \sum X_{1i} = \frac{1}{3} (1 + 1 + 3) = \frac{5}{3}$$

$$\bar{X}_2 = \frac{1}{n} \sum X_{2i} = \frac{1}{3} (1 + 4 + 1) = 2$$

.2

$$\begin{aligned} \sigma_{x_1}^2 &= \frac{1}{n} \sum (X_{1i} - \bar{X}_1)^2 \\ &= \frac{1}{3} \left[ \left(1 - \frac{5}{3}\right)^2 + \left(1 - \frac{5}{3}\right)^2 + \left(3 - \frac{5}{3}\right)^2 \right] = \frac{8}{9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{x_2}^2 &= \frac{1}{n} \sum (X_{2i} - \bar{X}_2)^2 \\ &= \frac{1}{3} \left[ (1 - 2)^2 + (4 - 2)^2 + (1 - 2)^2 \right] = 2 \end{aligned}$$

.3

نحسب المصفوفة الممركز والمعممة من خلال العلاقة التالية  $Z = \frac{X_i - \bar{X}_i}{\sigma_i}$

$$Z = \frac{X_i - \bar{X}_i}{\sigma_i} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{5}{3} & 1 - 2 \\ 1 - \frac{5}{3} & 4 - 2 \\ 3 - \frac{5}{3} & 1 - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-2}{3} & -1 \\ \frac{-2}{3} & 2 \\ \frac{4}{3} & -1 \end{pmatrix}$$

$$Z = \frac{X_i - \bar{X}_i}{\sigma_i} = \begin{pmatrix} \frac{-2}{3} & \frac{-1}{\sqrt{2}} \\ \frac{2}{3\sqrt{2}} & \frac{2}{\sqrt{2}} \\ \frac{4}{3} & \frac{-1}{\sqrt{2}} \\ \frac{2}{3\sqrt{2}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

$$Z = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

.4

نحسب مصفوفة الارتباط من خلال العلاقة التالية  $r = \frac{1}{n} Z'Z$

$$r = \frac{1}{3} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$r = \begin{pmatrix} 1 & -0.5 \\ -0.5 & 1 \end{pmatrix}$$

.5

نقوم بحساب القيم الذاتية بتطبيق العلاقة التالية  $|r - \lambda I| = 0$

$$\left| \begin{pmatrix} 1 & -0.5 \\ -0.5 & 1 \end{pmatrix} - \lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right| = 0$$

$$\left| \begin{pmatrix} 1 & -0.5 \\ -0.5 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} \right| = 0$$

$$\left| \begin{pmatrix} 1 - \lambda & -0.5 \\ -0.5 & 1 - \lambda \end{pmatrix} \right| = 0$$

$$(1 - \lambda)^2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 0$$

$$\left(1 - \lambda - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \lambda + \frac{1}{2}\right) = 0$$

$$\begin{cases} \lambda_1 = \frac{2}{3} = 1.5 \\ \lambda_2 = \frac{1}{2} = 0.5 \end{cases}$$

.6

الشعاع الذاتي الاول  $u_1$

نحسب الشعاع  $u_1$  من خلال العلاقة التالية:

$$(r - \lambda_1 I)u_1 = 0$$

$$\left( \begin{pmatrix} 1 & -0.5 \\ -0.5 & 1 \end{pmatrix} - 1.5 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{cases} -0.5x - 0.5y = 0 \\ -0.5x - 0.5y = 0 \end{cases}$$

حلول المتراجحة السابقة من الشكل  $y = -x$

$$u_1 = \begin{pmatrix} x \\ -x \end{pmatrix} \text{ ومنه}$$

$$u_1 = x \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$u_1' u_1 = 1 \text{ لدينا}$$

$$u_1' u_1 = x(1 \ -1) \times x \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = 1$$

$$x = \sqrt{\frac{1}{2}} \text{ بعد حل المعادلة نختار}$$

$$u_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ اذا الشعاع الذاتي الأول هو}$$

الشعاع الذاتي الثاني  $u_2$

نحسب الشعاع  $u_2$  من خلال العلاقة التالية:

$$(r - \lambda_2 I)u_2 = 0$$

$$\left( \begin{pmatrix} 1 & -0.5 \\ -0.5 & 1 \end{pmatrix} - 0.5 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{cases} 0.5x - 0.5y = 0 \\ -0.5x + 0.5y = 0 \end{cases}$$

حلول المتراجحة السابقة من الشكل  $y = x$

$$u_1 = \begin{pmatrix} x \\ x \end{pmatrix} \text{ ومنه}$$

$$u_1 = x \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$u_1' u_1 = 1 \text{ لدينا}$$

$$u_1' u_1 = x(1 \ 1) \times x \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 1$$

$$x = \sqrt{\frac{1}{2}} \text{ بعد حل المعادلة نختار}$$

$$u_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ اذا الشعاع الذاتي الثاني هو}$$

.7

$$\text{tr}(r) = \sum a_{ii} = 1 + 1 = 2$$

$$\sum \lambda_i = 1.5 + 0.5 = 2$$

$$\text{tr}(r) = \sum \lambda_i$$

### حل التمرين الثاني:

1. الجدول يمثل مصفوفة الارتباط
2. قيمة الارتباط تساوي -0.5
3. يمكن القيام بالتحليل بطريقة المركبات الرئيسية، لأن قيمة المحدد تساوي 0.75 وهي أكبر من 0.0001
4. الجدول يمثل اختبار KMO و بارتليت
5. قيمة KMO تساوي 0.5، هي مقبولة.
6. الجدول يمثل التباين الكلي المشروح.
- 7.

$$\lambda_1 = 1.5 \text{ القيمة الذاتية الأولى}$$

$$\lambda_2 = 0.5 \text{ القيمة الذاتية الثانية}$$

.8

يشارك المحور الأول بنسبة 75%

يشارك المحور الثاني بنسبة 25%