الدرس الأول

اختبار كا^2 (X^2)

أولاً : الطريقة العامة لحساب كا^2

ثانياً : تحديد مدى دلالة كا^2 من عدمه .

ثالثاً: الطريقة العامة لحساب كا^2 من الجدول التكرارى 1×2 .

رابعاً: الطريقة المختصرة لحساب كا^2 من الجدول التكرارى 1×2.

خامساً: الطريقة العامة لحساب كا^2 من الجدول التكرارى 1×ن.

سادساً: الطريقة العامة لحساب كا^2 من الجدول التكرارى 2×2.

سابعاً: الطريقة المختصرة لحساب كا^2 من الجدول التكرارى 2×2.

ثامناً: الطريقة العامة لحساب كا^2 من الجدول التكرارى ن×ن.

ثالثاً: حساب كا^2 لدلالة فروق النسب المرتبطة.

اختبار كا^2 من الاختبارات اللابرامترية، إذ يعتمد على مقارنة التكرارات المشاهدة أو الملاحظة عن طريق القياس بالتكرارات المتوقعة أو النظرية.

يستخدم اختبار كا^2 عندما يتعامل الباحث مع معطيات نوعية، فمستوى القياس هو المستوى الإسمي، فهو بذلك يختلف عن اختبار T واختبار Z اللذان يتعاملان مع معطيات كمية، أي مستوى القياس المئوي.

يقوم الباحث بالمعالجة الإحصائية بالنسبة للمستوى الاسمي اعتمادا على التكرارات المشاهدة بالنسبة لمختلف فئات المتغير النوعي (الاسمي).

يتم حساب كا^2 (X^2) بتحويل الفرق المشاهدة بين التكرارات الملاحظة (fo) والتكرارات المتوقعة (fe) إلى قيمة نظرية، ثم النظر إلى الجدول الخاص بـ كا^2 لتحديد احتمال حدوث هذه القيمة في المجتمع الأصلي.

يستخدم اختبار كا^2 (X^2) في حالة وجود متغير نوعي واحد أو في حالة وجود متغيرين نوعيين.

I/ اختبار حسن المطابقة:

ويهدف إلى الكشف عن دلالة الفرق بين التكرارات المشاهدة والتكرارات المتوقعة في المجتمع (في حالة متغير واحد)، ويحسب بالمعادلة التالية:

$$df = n - 1$$

$$X^2 = \sum \frac{(fo - fe)^2}{fe}$$

n: عدد الفئات

مثال: سأل باحث طلبة السنة الثانية بقسم العلوم الاجتماعية عن تخصصهم الذي يدرسونه، وكانت التكرارات الملاحظة كالتالي:

$$fe = \frac{\sum fo}{n}$$

n: عدد الفئات

المتغير / التكرار	علم النفس	علم الاجتماع	علوم التربية
fo	110	120	100
fe	110	110	110

1/ الفرضيات:

H= توجد فروق بين التكرارات المشاهدة والتكرارات المتوقعة في اختيار التخصص.

H_0= لا توجد فروق بين التكرارات المشاهدة والتكرارات المتوقعة في اختيار التخصص.

2/ العمليات الحسابية:

$$fe = \frac{\sum fo}{n} = \frac{330}{3} = 110$$

$$X^2 = \frac{(110-110)^2}{100} + \frac{(120-110)^2}{110} + \frac{(100-110)^2}{110}$$

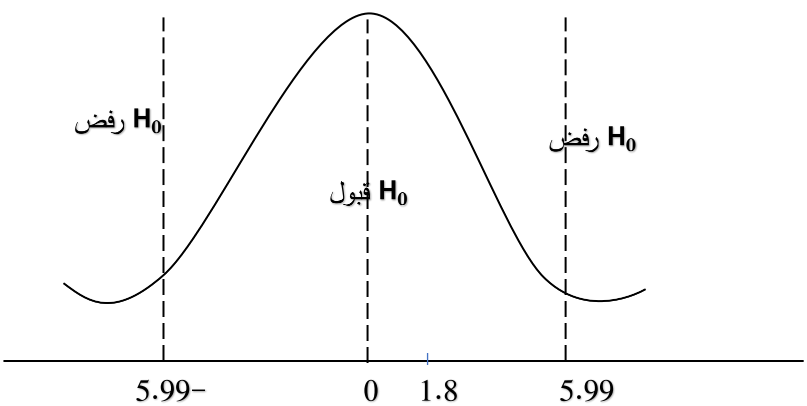
= 0+0.91+0.91= 1.8

$$df = n - 1 = 3 - 1 = 2$$

$$df = 2$$

$$X_c^2 = 1.8$$

$$X_t^2 = 5.99$$



3/ اتخاذ القرار:

نرفض H ونقبل H_0 التي تنص على عدم وجود فروق بين التكرارات المشاهدة والتكرارات المتوقعة في اختيار التخصص.

4/ التفسير:

الباحث متأكد بنسبة 95% من عدم وجود فروق، و5% الأخرى تعود إلى أخطاء القياس.

قاعـــــدة

إإذا كانت القيمة المحسوبة أقل من القيمة المجدولة نقبل H_0

إذا كانت القيمة المحسوبة أكبر من القيمة المجدولة نرفض H_0

II/ اختبار X^2 (كا^2) للاستقلالية :

عندما يدرس الباحث متغيرين نوعيين ويكون مستوى القياس الذي يستخدمه هو المستوى الاسمي، يمكنه التعرف على مدى استقلالية المتغير عن بعضهما البعض، أي معرفة ما إذا كان المتغير الأول يؤثر في المتغير الثاني بالاعتماد على اختبار X^2 الذي يقيس الاستقلالية.

شروط تطبيق اختبار كا^2 للاستقلالية:

- ألا يقل أي تكرار متوقع عن الواحد $\boldsymbol{fe \geq 1}$
- لا يجب أن يتعدى عدد الخانات التي يكون تكرارها أقل من 5 نسبة 5% من مجموع الخانات.
- يحسب $\mathbf{X^2}$ للاستقلالية بالمعادلة التالية:

$$\boldsymbol{X^2 = \sum \frac{(fo - fe)^2}{fe}}$$

$$\boldsymbol{df = (c - 1)(r - 1)}$$

(عدد الصفوف −1) (عدد الأعمدة −1)

مثال: لمقارنة فعالية دوائين يصلحان لعلاج نفس المرض، وهما يختلفان في السعر، قامت مؤسسة الضمان الاجتماعي بدراسة فعالية الدوائين في الشفاء المحصل عليه:

سعر الدواء / الفعالية	**دواء مرتفع السعر**	**دواء منخفض السعر**	**المجموع**
فعّال	200 / 203.33	44 / 40.66	244
غير فعّال	50 / 46.66	06 / 9.33	56
المجموع	250	50	300

1/ الفرضيات:

- H: فعالية الدواء مستقلة عن سعره
- H_0: فعالية الدواء غير مستقلة عن سعره

2/ العمليات الحسابية:

$$fe_1 = \frac{250 \times 244}{300} = 203.33$$

$$fe_2 = \frac{250 \times 56}{300} = 46.66$$

$$fe_3 = \frac{50 \times 244}{300} = 40.66$$

$$fe_4 = \frac{50 \times 56}{300} = 9.33$$

$$X^2 = \frac{(200-203.33)^2}{203.33} + \frac{(44-40.66)^2}{40.66} + \frac{(50-46.66)^2}{46.66} + \frac{(6-9.33)^2}{9.33} = 0.05 + 0.27 + 0.23 + 1.18 = 1.73$$

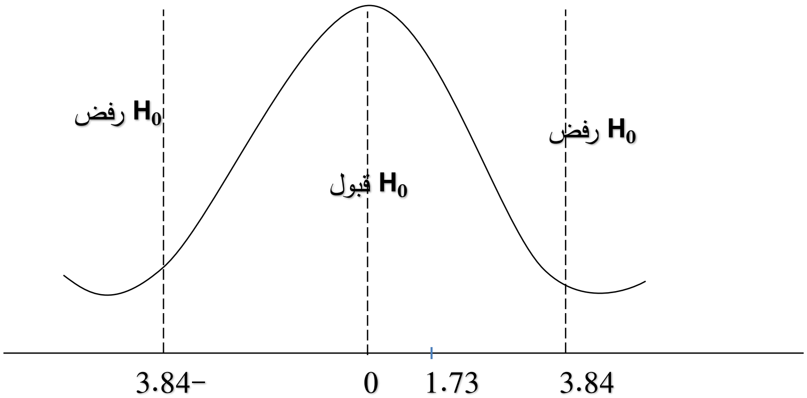
$$df = (c-1)\,(r-1) = (2-1)(2-1) = 1$$

3/ اتخاذ القرار: عند 0.05

$$df = 1$$

$$X_c^2 = 1.73$$

$$X_t^2 = 3.84$$



نرفض H ونقبل H_0 التي تنص على أن فاعلية الدواء غير مستقلة عن السعر

4/ التفسير:

الباحث متأكد بنسبة 95% من أن فاعلية الدواء غير مستقلة عن سعره و5% تعود إلى أخطاء القياس.

اختبارات (ت) لدلالة الفروق Ttest:

يعود الفضل في ظهور هذا الاختبار إلى العالم الإنجليزي Caosst الملقب بـ Stutdent (1876–1937)، ويستعمل هذا الاختبار لحساب دلالة الفروق بين المتوسطات المرتبطة وغير المرتبطة للعينات المتساوية وغير المتساوية، وتوجد مجموعة من نماذج اختبارات T، ولكل نموذج مجال استخدام، ولابد من فحص توفر الشروط التالية قبل تطبيقه:

- أن تكون توزيع العينتين اعتدالي.
- أن تكون حجم العينتين متقارب.
- ألا يقل حجم العينتين على 30 فردا.

I/ النموذج الأول (اختبار T لعينة واحدة "عينتين مترابطتين"):

هو أحد استخدامات اختبار T والغرض منه هو اختبار فرضية حول متوسطي عينة واحدة، ويستخدم في الحالات التالية:

- عندما يكون الباحث مجموعة من الأفراد يلاحظها في وضعيتين مختلفتين.
- عندما تكون للباحث عينة واحدة يطبق عليها اختبار قبلي واختبار بعدي، وغالبا ما تحدث هذه الوضعية في المنهج التجريبي.
- عندما يكون للباحث عينتان مختلفتان لمنهما متشابهتان في بعض الخصائص، غير أنه في هذه الحالة يجب على الباحث أن يتأكد من أن هذه الخصائص ترتبط ارتباطا وثيقا.
- لتطبيق هذا النموذج من اختبار T يتم استعمال الصيغة التالية:

$$\boldsymbol{T = \frac{\bar{D}}{\bar{SD}}} \qquad \boldsymbol{\bar{D} = \frac{\sum D}{N}} \qquad \boldsymbol{\bar{SD} = \sqrt{\frac{\sum\left(D-\bar{D}\right)^2}{N(N-1)}}}$$

حيث أن: $\bar{D}$: يساوي متوسط الفرق بين درجات أفراد العينة في الوضعية الأولى ودرجاتهم في الوضعية الثانية.

$S\bar{D}$: مجموع مربع الانحرافات.

N: عدد أفراد العينة

مثال: أراد باحث تجريب فعالية دواء يعالج الاكتئاب، فاختار عينة متكونة من 6 مكتئبين، وقاس درجة الاكتئاب قبل التجريب (قبل تناول الدواء) وأعاد قياس درجة لاكتئاب بعد تناول الدواء، وجاءت النتائج كالتالي:

N	قبل	بعد	D	$D-\bar{D}$	$(D-\bar{D})^2$
1	7	9	2−	0	0
2	5	4	1	3−	9
3	4	8	4−	2	4
4	6	8	2−	0	0
5	7	10	3−	1	1
6	8	10	2−	0	0
مج			12−		14

1/ الفرضيات:

- H: توجد فروع ذات دلالة إحصائية درجات المكتئبين قبل تناول الدواء ودرجاتهم بعد تناوله.
- H_0: لا توجد فروع ذات دلالة إحصائية درجات المكتئبين قبل تناول الدواء ودرجاتهم بعد تناوله.

2/ العمليات الحسابية:

$$\bar{D} = \frac{-12}{N6} + \ -2$$

$$\bar{SD} = \sqrt{\frac{14}{6(6-1)}} = \sqrt{\frac{14}{30}} = 0.68$$

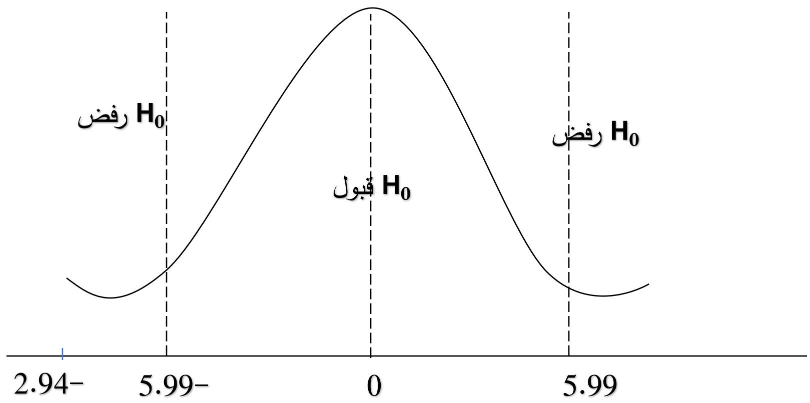
$$T = \frac{-2}{0.68} = -2.94$$

3/ اتخاذ القرار:

$$df = 6 - 1 = 5$$

$$T_c = -2.94$$

$$T_t = 2.57$$



نرفض H_0 ونقبل H التي تنص على وجود فروق ذات دلالة إحصائية في درجة الاكتئاب تعزى لمتغير تناول الدواء.

4/ التفسير:

الباحث متأكد بنسبة 95 % من وجود فروق و5% الأخرى نعود إلى أخطاء القياس.

II/ النموذج الثاني (اختبار T لعينتين مستقلتين وغير متساويتين ومتجانستين):

في حالة أردنا التحقق من الفروق بين متوسطين لعينتين مستقلتين وغير متساويتين، نقوم بالتأكد من التجانس، فإذا كانت العينتين متجانستين نقوم بتطبيق المعادلة الرياضية التالية:

$$T = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{(N_1 - 1)S_1^2 + (N_2 - 1)S_2^2}{N_1 + N_2 - 2}\left[\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N2}\right]}}$$

$$df = N_1 + N_2 - 2$$

حيث أن:

$\bar{X}_1$:متوسط العينة الأولى

$\bar{X}_2$:متوسط العينة الثانية

S_1^2 : تباين العينة الأولى

S_1^2 : تباين العينة الثانية

N_1 : عدد أفراد العينة الأولى

N_2 : عدد أفراد العينة الثانية

III/ النموذج الثالث (اختبار T لعينتين مستقلتين وغير متساويتين وغير متجانستين):

ومعادلته كالتالي:

$$T = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{N_1} + \frac{S_2^2}{N_2}}}$$

$$df = \frac{\left[\frac{S_1^2}{N_1} + \frac{S_2^2}{N_2}\right]}{\left[\frac{\left(\frac{S_1^2}{N_1}\right)^2}{N_1 - 1}\right] + \left[\frac{\left(\frac{S_1^2}{N_1}\right)^2}{N_1 - 1}\right]}$$

مثال: أراد باحث معرفة الفرق بين طريقة التدريس التقليدية وطريقة التدريس الحديثة في التحصيل الدراسي لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية، وبعد التطبيق تحصلنا على النتائج الموضحة في الجدول التالي:

الطريقة التقليدية	الطريقة الحديثة
N_1=6	N_2=5
$\bar{X}_1$= 8.5	$\bar{X}_2$= 5.2
S_1^2 = 3.5	S_2^2 = *17*.55

1/ الفرضيات:

- H: توجد فروع دلالة إحصائيا بين الطريقة التقليدية والطريقة الحديث في التحصيل.
- H_0: لا توجد فروع دلالة إحصائيا بين الطريقة التقليدية والطريقة الحديث في التحصيل.

2/ التأكد من التجانس:

- H: يوجد تباين (لا يوجد تجانس).
- H_0: لا يوجد تباين (يوجد تجانس).

$$F = \frac{\text{التباين الأكبر}}{\text{التباين الأصغر}}$$

$$F = \frac{17,55}{3,5} = 5,01$$

$$df_{\text{البسط}} = N2 - 1 = 4$$

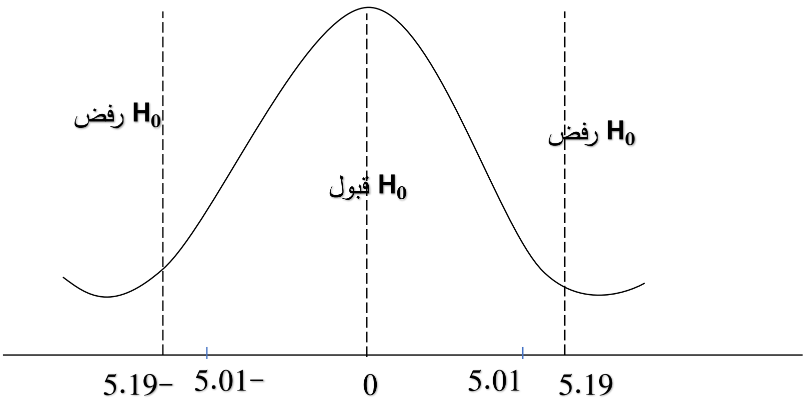
$$df_{\text{المقام}} = N_1 - 1 = 5$$

$$f_c = 5,01$$

$$f_T = 5,19$$

$$T = \frac{8.5 - 5,2}{\sqrt{\frac{(6-1)3.5 + (5-1)17,55}{6+5-2}\left[\frac{1}{6} + \frac{1}{5}\right]}}$$

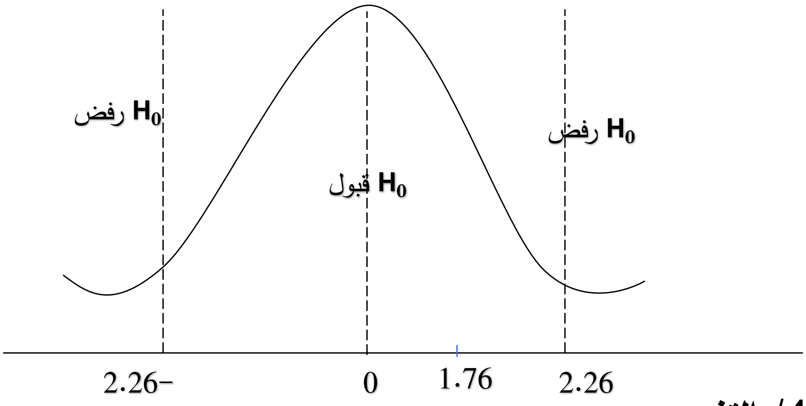
$$= \frac{3,3}{\sqrt{\frac{17,55 + 70.2}{6+3}[0,36]}} = \frac{3.3}{\sqrt{3,51}} = \frac{3.3}{1,87} = 1.76$$



العينتين متجانستين

3/ اتخاذ القرار:

$$df = 9$$
$$T_c = 1,76$$
$$T_t = 2.26$$



4/ التفسير:

نقبل H_0 التي تنص على عدم وجود فروق دالة إحصائيا بين الطريقتين في التحصيل الدراسي.

الباحث متأكد بنسبة 95% من عدم وجود فروق و5% تعود إلى أخطاء القياس.